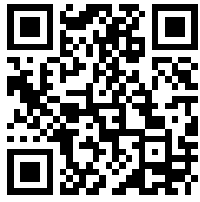
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com



Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guide per l'utilizzo

Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

+ *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.

+ *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.

+ *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.

+ *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertati di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da `http://books.google.com`

Digitized by Google

THE UNIVERSITY
OF ILLINOIS
LIBRARY

506
TUA
v.59

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME CINQUANTANOVESIMO

1923-1924

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 3.°
1924

Digitized by Google

Torino — Stabilimento Tipografico Vincenzo Bona

Digitized by Google

506
T 12
v. 59

PRESIDENTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

dalla sua fondazione

ELEZIONE	PRESIDENTI PERPETUI (*)
1783, 25 luglio	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Giuseppe Angelo). Offrì le dimissioni dalla carica e furono accettate (7 settembre 1788) conferendogli il titolo di *Presidente emerito.*
„ „	**La Grange Tournier** (Giuseppe Luigi), *Onorario.*
1788, 30 novembre	**Morozzo di Bianzé** (conte Carlo Lodovico).
1801, 24 gennaio (4 piovoso a. IX)	**Saluzzo** (cittad. Angelo Giuseppe) ex-conte di Monesiglio.
1801, 15 febbraio	Col Regolamento del 26 piovoso anno IX (15 febbr. 1801) essendosi stabilito che l'Accademia Nazionale rinnovata col *Decreto della Commissione esecutiva del Piemonte* del 22 nevoso anno IX (17 gennaio 1801) non avesse più che due presidenti di classe, cessarono queste funzioni del Saluzzo.
1804, 25 febbraio (5 ventoso a. XII)	**Bonaparte** (Napoleone) primo console della Repubblica Francese, *Onorario.*
1815, 25 novembre	**Balbo di Vinadio** (conte Prospero).
1837, 26 „	**Lascaris di Ventimiglia** (marchese Agostino).
1838, 18 „	**Saluzzo di Monesiglio** (conte Alessandro).
1851, 18 dicembre	**Plana** (barone Giovanni).
1864, 1° maggio	**Sclopis di Salerano** (conte Federigo).

(*) Dal volume *Il primo secolo della R. Accademia delle Scienze di Torino. Notizie storiche e bibliografiche (1783-1883).* Torino, 1883, pag. 141.

596037

Digitized by Google

ELEZIONE	PRESIDENTI TRIENNALI (*)
1879, 9 marzo	**Ricotti** (Ercole).
1882, 12 febbraio	**Ricotti** (Ercole) rieletto.
1883, 6 maggio	**Fabretti** (Ariodante).
1885, 12 aprile	**Genocchi** (Angelo).
1888, 8 „	**Genocchi** (Angelo) rieletto.
1889, 28 „	**Lessona** (Michele) termina il 2° triennio iniziato dal GENOCCHI.
1891, 24 maggio	**Lessona** (Michele).
1894, 24 giugno	**Lessona** (Michele) rieletto, † 20 luglio 1894.
1895, 13 gennaio	**Carle** (Giuseppe).
1898, 9 „	**Carle** (Giuseppe) rieletto.
1901, 13 „	**Cossa** (Alfonso) † 23 ottobre 1902.
1902, 14 dicembre	**D'Ovidio** (Enrico) termina il triennio iniziato dal COSSA.
1904, 21 febbraio	**D'Ovidio** (Enrico).
1907, 17 marzo	**D'Ovidio** (Enrico) rieletto.
1910, 24 aprile	**Boselli** (Paolo).
1913, 18 maggio	**Boselli** (Paolo) rieletto.
1916, 28 „	**Camerano** (Lorenzo) † 22 novembre 1917.
1918, 3 febbraio	**Naccari** (Andrea) continua il triennio iniziato dal CAMERANO.
1919, 27 aprile	**Naccari** (Andrea).
1922, 7 maggio	**Ruffini** (Francesco).

(*) A norma dell'art. 3 dello *Statuto della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, approvato con R. Decreto 2 febbraio 1882, il Presidente dura in carica un triennio e può essere rieletto per un altro triennio.

Digitized by Google

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 31 DICEMBRE 1923

NB. — *Negli elenchi degli Accademici la prima data è quella dell'elezione, la seconda quella del R. Decreto che approva l'elezione.*

PRESIDENTE

Ruffini (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di diritto ecclesiastico nella R. Università di Torino, Grand'Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Principe Amedeo, 22.*

Eletto alla carica il 7 maggio 1922 per il triennio dal 20 aprile 1922 al 19 aprile 1925.

VICE-PRESIDENTE

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), Professore ordinario di Geologia nella R. Università di Torino, già Rettore della R. Università. Comm. ✱ e ⊞.

Eletto alla carica il 7 maggio 1922 per il triennio dal 20 aprile 1922 al 19 aprile 1925.

TESORIERE

Prato (Giuseppe), Professore ordinario di Economia politica e Scienza delle finanze nel R. Istituto superiore di Studi commerciali di Torino, ⊞. — *Via Bertola, 37.*

Rieletto alla carica il 9 luglio 1922 per il triennio dal 1° luglio 1922 al 30 giugno 1925.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Segre (Corrado), Professore ordinario di Geometria superiore nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ⊞. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele, 85.*
Eletto alla carica l'11 aprile 1920 per il triennio dal 9 febbraio 1920 all'8 febbraio 1923.

Segretario

Mattirolo (Oreste), Professore ordinario di Botanica nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ⊞. — *Torino, Orto Botanico (al Valentino).*
Eletto alla carica il 25 giugno 1922 per il triennio dall'11 giugno 1922 al 10 giugno 1925.

ACCADEMICI RESIDENTI

D'Ovidio (Enrico), Senatore del Regno, Professore emerito di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Sebastiano Valfrè, 14.*
29 dicembre 1878 - 16 gennaio 1879. — Pensionato 28 novembre 1889.

Naccari (Andrea), Professore emerito della R. Università di Torino, Comm. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Sant'Anselmo, 6.*
5 dicembre 1880 - 23 dicembre 1880. — Pensionato 8 giugno 1893.

Segre (Corrado), *predetto.*
10 febbraio 1889 - 21 febbraio 1889. — Pensionato 8 ottobre 1898.

Peano (Giuseppe), Professore ordinario di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, ✱ e Comm. ⊞. — *Torino, Via Barbaroux, 4.*
25 gennaio 1891 - 5 febbraio 1891. — Pensionato 22 giugno 1899.

Digitized by Google

Guidi (Camillo), Professore ordinario di Statica grafica e Scienza delle costruzioni, Uff. ✱, Gr. Uff. ⊛. — *Torino, Corso Valentino, 7.*
31 maggio 1896 - 11 giugno 1896. — Pensionato 11 giugno 1903.

Parona (Nob. Carlo Fabrizio), *predetto.*
15 gennaio 1899 - 22 gennaio 1899. — Pensionato 21 gennaio 1909.

Mattirolo (Oreste), *predetto.*
10 marzo 1901 - 16 marzo 1901. — Pensionato 15 dicembre 1910.

Grassi (Guido), Professore ordinario di Elettrotecnica nel R. Politecnico di Torino, Uff. ✱, Comm. ⊛. — *Torino, Via Cernaia, 40.*
9 febbraio 1902 - 23 febbraio 1902. — Pensionato 30 novembre 1911.

Somigliana (nob. Carlo), Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Università di Torino, Preside della Facoltà di Scienze, Comm. ✱ e ⊛. — *Corso Vinzaglio, 75.*
5 marzo 1905 - 27 aprile 1905. — Pensionato 20 luglio 1913.

Panetti (Modesto), Professore ordinario di meccanica applicata alle macchine e di Costruzioni Aeronautiche nel R. Politecnico di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Comm. ✱ e ⊛. — *Via S. Francesco da Paola, 36.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 27 aprile 1919.

Ponzio (Giacomo), Professore ordinario di chimica generale nella R. Università di Torino, ⊛. — *Torino, Corso Massimo d'Azeglio, 48.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918. — Pensionato 28 ottobre 1923.

Sacco (Federico), Prof. ordinario di Geologia applicata nel R. Politecnico, Comm. ⊛. — *Torino, Corso Vittorio Emanuele II, n° 18.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Majorana (Quirino), Professore ordinario di Fisica sperimentale nella R. Università di Bologna, Comm. ✱ e ⊛. — *Bologna, Via Irnerio, 46.*
10 marzo 1918 - 21 marzo 1918.

Herlitzka (Amedeo), Professore ordinario di Fisiologia nella R. Università di Torino, ⊛. — *Torino, Corso Re Umberto, 60.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Pochettino (Alfredo), Professore ordinario di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ✱ e ⊛. — *Torino, Via Giuria, 1.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Zambonini (Ferruccio), Professore ordinario di chimica generale nella R. Università di Napoli. — *Napoli, Via Mezzocannone A.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Volterra (Vito), Senatore del Regno, Professore ordinario di Fisica matematica nella R. Univ. di Roma, ☼, ✱, Gr. Cord. ▭, Croce di Guerra. — *Roma, Via in Lucina, 17.*
3 febbraio 1895 - 17 febbraio 1895.

Bianchi (Luigi), Professore ordinario di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, ☼, ✱, ▭. — *Pisa, Via Manzoni, 3.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, Professore Emerito di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Gr. Cord. ✱, Gr. Cord. ▭ Cav. ☼. — *Pavia, Corso Vitt. Eman. 77.*
13 febbraio 1898 - 24 febbraio 1898.

Bertini (Eugenio), Professore emerito della R. Università di Pisa, Uff. ✱, Comm. ▭. — *Pisa, Lungarno Mediceo, 7.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Pirotta (Romualdo), Professore ordinario di Botanica nell'Università di Roma, ☼, Gr. Uff. ▭. — *Roma (3), Via Milano, 41, Istituto Botanico.*
24 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Rosa (Daniele), Professore ordinario di Zoologia ed anatomia comparata nella R. Università di Modena, ▭. — *Modena, R. Università.*
25 gennaio 1920 - 19 febbraio 1920.

Levi-Civita (Tullio), Professore ordinario di meccanica razionale nella R. Università di Roma, ☼. — *Roma, Via Sardegna, 50.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Cantone (Michele), Professore ordinario di fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, Comm. ▭. — *Napoli, Istituto fisico, Via A. Tari, 3.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Grassi (Giambattista), Professore di anatomia comparata nella R. Università di Roma, Senatore del Regno,
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Klein (Felice), Professore nell'Università di Göttingen.
10 gennaio 1897 - 24 gennaio 1897.

Thomson (John Joseph), Professore nella Università di Cambridge. — 15 maggio 1910 - 12 giugno 1910.

Rutherford (Sir Ernesto), Professore di fisica sperimentale nell'Università di Cambridge.
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Hale (Giorgio), Astronomo. — *Pasadena, Mount Wilson Observatory (California).*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Kamerlingh Onnes (Heike), Professore di fisica nell'Università di Leida.
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Picard (Emilio), Segretario perpetuo per le scienze matematiche dell'Accademia delle Scienze di Parigi. — *Parigi (6), Quai Conti, 25.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Geikie (Arcibaldo), Geologo e Mineralogo. — *Surrey, Sheperd's Down, Haslemere.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Michelson (Alberto), Professore di fisica nell'Università di Chicago. — *Chicago, Kimbark Avenue, 5756.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Lorentz (Enrico), Professore di fisica teoretica nell'Università di Leida. — *Harlem, Juliana straat, 49.*
5 marzo 1922 - 30 marzo 1922.

Digitized by Google

CORRISPONDENTI

Sezione di Matematiche pure.

Mittag-Leffler (Gustavo), Professore all'Università di Stoccolma. — 12 gennaio 1896.
Castelnuovo (Guido), Prof. nella R. Università di Roma. — 17 aprile 1898.
Hilbert (Davide), Prof. nell'Università di Göttingen. — 14 giugno 1903.
Enriques (Federico), Prof. nell'Università di Bologna. — 15 maggio 1910.
Berzolari (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — 24 febbr. 1918.
Marcolongo (Roberto), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Pincherle (Salvatore), Professore nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Ricci-Curbastro (Gregorio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
Severi (Francesco), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Appell (Paul Emile), Professore di meccanica analitica alla Sorbona, Parigi. — 11 giugno 1922.
Borel (Emilè), Professore di calcolo delle probabilità e di fisica matematica, Parigi. — Id. id.
Loria (Gino), Professore di geometria superiore nella R. Università di Genova. — Id. id.
Study (Eduard), Professore di matematiche nell'Università di Bonn. — Id. id.

Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'ingegnere civile e militare.

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di Edinburg. — 27 maggio 1894.
Cerulli (Vincenzo), Direttore dell'Osservatorio Collurania, Teramo. — 15 maggio 1910.
Boussinesq (Valentino), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nella Università di Parigi. — Id. id.
Albenga (Giuseppe), Professore nella R. Università di Bologna. — 24 febbraio 1918.
Colonnetti (Gustavo), Professore nel R. Politecnico di Torino, — Id. id.
Maggi (Gian Antonio), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.

Digitized by Google

Mesnager (Agostino), Professore nella Scuola Nazionale dei Ponti e Strade, Membro dell'Istituto di Francia, Parigi. — 29 dicembre 1918.

Fantoli (Gaudenzio), Professore di idraulica nel R. Istituto tecnico superiore di Milano. — 11 giugno 1922.

Planck (Max), Professore di fisica matematica nell'Università di Berlino. — Id. id.

Prandtl (Ludwig), Professore di meccanica applicata nell'Università di Gottinga. — Id. id.

Sezione di Fisica generale e sperimentale.

Garbasso (Antonio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze. — 15 maggio 1910.

Neumann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia. — Id. id.

Zeeman (P.), Professore nell'Università di Amsterdam. — Id. id.

Corbino (Orso Mario), Professore nella R. Università di Roma. — 24 febbraio 1918.

Lombardi (Luigi), Professore nel Politecnico di Roma. — Id. id.

Marconi (Guglielmo), Dottore in scienze, Londra. — Id. id.

Palazzo (Luigi), Direttore del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica, Roma. — Id. id.

Rizzo (Giovanni Batt.), Professore di fisica terrestre nella R. Università di Messina. — 11 giugno 1922.

Bragg (W. H.), Professore di fisica nel Collegio Universitario di Londra. — Id. id.

Perrin (Jean), Professore di chimica-fisica alla Sorbona, Parigi. — Id. id.

Laue (Max von), Professore di fisica teoretica nell'Università di Berlino. — Id. id.

Amerio (Alessandro), Professore di fisica sperimentale nella R. Università di Messina. — Id. id.

Sezione di Chimica generale ed applicata.

Paternò (Emanuele), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 2 gennaio 1881.

Körner (Guglielmo), Professore nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in Milano. — Id. id.

Ostwald (Dr. Guglielmo), Gross Bothen (Sachsen). — 5 marzo 1905.

Arrhenius (Svante Augusto), Professore e Direttore dell'Istituto Fisico dell'Università di Stoccolma. — Id. id.

Nernst (Walter), Professore nell'Università di Berlino. — Id. id.

Haller (Albin), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di Parigi. — 15 maggio 1910.

Engler (Carlo), Professore nella Scuola superiore tecnica di Karlsruhe. — Id. id.

Digitized by Google

Angeli (Angelo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — 24 febbraio 1918.
Le Chatelier (Enrico Luigi), dell'Istituto di Francia, Parigi. — Id. id.
Nasini (Raffaele), Professore nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Piutti (Arnaldo), Professore nella R. Università di Napoli. — Id. id.
Bruni (Giuseppe), R. Politecnico di Milano. — 15 giugno 1919.

Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia.

Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di Vienna. — 8 febbraio 1885.
Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Goldschmidt (Viktor), Professore nell'Univ. di Heidelberg. — 5 marzo 1905.
Suess (Franc. Edoardo), Professore nella "Deutsche Technische Hochschule„ di Praga. — Id. id.
Haug (Emilio), Professore nell'Università di Parigi. — Id. id.
Lacroix (Alfredo), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
Kilian (Carlo Vilfredo), Membro dell'Istituto di Francia. Professore nella Università di Grenoble. — Id. id.
Artini (Ettore), Professore e Direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Milano. — 24 febbraio 1918.
Brugnatelli (Luigi), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Dal Piaz (Giorgio), Professore nella R. Università di Padova. — Id. id.
De Stefani (Carlo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento in Firenze. — Id. id.
Day (Arturo L.), Direttore del Laboratorio geo-fisico dell'Istituzione Carnegie, Washington, D. C. — 11 giugno 1922.
Washington (Enrico Stefano), Laboratorio geo-fisico di Washington. — Id. id.
Franchi (Secondo), Ingegnere, Geologo Capo nel R. Ufficio geologico, Roma. — Id. id.
Gortani (Michele), Professore di geologia nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Novarese (Vittorio), Ingegnere, Professore; Geologo Capo nel R. Ufficio geologico, Roma. — Id. id.

Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale.

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di Monaco. — 13 febbraio 1898.
Penzig (Ottone), Professore nell'Università di Genova. — Id. id.
Mangin (Luigi), Membro dell'Istituto di Francia, Professore al Museo di Storia naturale di Parigi. — 15 maggio 1910.
De Vries (Ugo), Professore nella Università di Amsterdam. — 13 genn. 1918.
Bower (Federico Orpen), Professore nella Università di Glasgow. — 24 febbraio 1918.
De Toni (Giovanni Batt.), Prof. nella R. Università di Modena. — Id. id.

Digitized by Google

Chodat (Roberto), Professore di botanica nell'Università di Ginevra. — 25 giugno 1922.
Longo (Biagio), Professore, Direttore del R. Orto botanico dell'Università di Pisa. — Id. id.
Gola (Giuseppe), Professore, Direttore del R. Orto botanico dell'Università di Padova. — Id. id.
Warming (Eugenio), Professore di botanica nell'Univessità di Kopenhagen. — Id. id.
Massart (Giovanni), Professore nell'Università libera di Bruxelles. — Id. id.
Bois (Desiderato), Professore nel Museo di storia naturale di Parigi. — Id. id.

Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata.

Roux (Guglielmo), Professore nell'Università di Halle. — 13 febbraio 1898.
Boulenger (Giorgio Alberto), Giardino botanico dello Stato, Bruxelles. — 28 gennaio 1900.
Marchand (Felice), Professore nell'Università di Leipzig. — 14 giugno 1903.
Lankester (Edwin Ray), Direttore del *British Museum of Natural History*. — 5 marzo 1905.
Ramôn y Cajal (Santiago), Professore nell'Università di Madrid. — 15 maggio 1910.
Kossel (Albrecht), Professore nell'Università di Heidelberg. — Id. id.
Albertoni (Pietro), Senatore del Regno, Professore nella Università di Bologna. — 24 febbr. 1918.
Bovero (Alfonso), Professore alla Facoltà di Medicina, S. Paolo del Brasile. — Id. id.
Chiarugi (Giulio), Professore nel R. Istituto di Studi superiori e di Perfezionamento di Firenze. — Id. id.
Vialleton (L.), Professore di Anatomia Microscopica, Montpellier. — Id. id.
Bottazzi (Filippo), Professore di fisiologia sperimentale nella R. Università di Napoli. — 11 giugno 1922.
Cesaris-Demel (Antonio), Professore di anatomia patologica nella R. Università di Pisa. — Id. id.
Gley (E.), Prof. di biologia generale nel *Collège de France*, Paris. — Id. id.
Hamburger (H. J.), Professore di Fisiologia nella R. Università di Groningen. — Id. id.
Richet (Charles), Professore di fisiologia nell'Università di Parigi. — Id. id.
Sherrington (Ch. S.), Professore di fisiologia nell'Università di Oxford. — Id. id.

Digitized by Google

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore.

De Sanctis (Gaetano), Professore ordinario di Storia antica nella R. Università di Torino, ✱, Gr. Uff. ⊞, Cav. Gr. Cr. del S. M. O. del Santo Sepolcro. — *Torino, Corso Vittorio Em., 44.*

Eletto alla carica il 18 giugno 1922 per il triennio dal 20 aprile 1922 al 19 aprile 1925.

Segretario.

Vidari (Giovanni), Professore ordinario di Pedagogia nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Torino, Via Valeggio, 15.*

Eletto alla carica il 18 giugno 1922 per il triennio dal 20 aprile 1922 al 19 aprile 1925.

ACCADEMICI RESIDENTI

Boselli (S. E. Paolo), Senatore del Regno, Socio effettivo dei Lincei, Primo Segretario di S. M. per l'Ordine Mauriziano, ecc., Cav. Ord. Supr. SS. Annunziata, ✠, Gr. Cord. ✱ e ⊞. — *Torino, Piazza Maria Teresa, 3.*

15 gennaio 1888 - 2 febbraio 1888. — Pensionato 13 ottobre 1897.

De Sanctis (Gaetano), *predetto.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. - Pensionato 15 febbraio 1912.

Ruffini (Francesco), *predetto.*

21 giugno 1903 - 8 luglio 1903. — Pensionato 19 giugno 1913.

Stampini (Ettore), Professore ordinario di Letteratura latina nella R. Università di Torino, Gr. Uff. ✱ e ⊞. — *Piazza Vittorio Veneto, 10.*

20 maggio 1906 - 7 giugno 1906. — Pensionato 24 gennaio 1915.

Brondi (Vittorio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Diritto amministrativo e Scienza dell'Amministrazione e Rettore della R. Università di Torino, Comm. ✱, Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Via Montebello, 26.*

17 febbraio 1907 - 19 aprile 1907. — Pensionato 4 febbraio 1917.

Digitized by Google

Einaudi (Luigi), Senatore del Regno, Professore ordinario di Scienza delle finanze e Diritto finanziario nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Via La Marmora, 60.*
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 13 dicembre 1917.

Schiaparelli (Ernesto), Direttore del R. Museo di Antichità in Torino, Uff. ✱, Comm. ⊞.
10 aprile 1910 - 1° maggio 1910. — Pensionato 11 luglio 1918.

Patetta (Federico), Professore ordinario di Storia del Diritto italiano nella R. Università di Torino, ✱, Comm. ⊞. — *Via S. Massimo, 44.*
3 maggio 1914 - 11 giugno 1914. — Pensionato 27 ottobre 1918.

Vidari (Giovanni), *predetto.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 23 febbraio 1920.

Prato (Giuseppe), *predetto.*
31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915. — Pensionato 30 dicembre 1920.

Cian (Vittorio), Professore ordinario di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Piazza Statuto, 4.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 2 ottobre 1922.

Pacchioni (Giovanni), Professore ordinario di diritto civile nella R. Università di Torino, ⊞. — *Via Cibrario, 54.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 7 ottobre 1923.

Valmaggi (Luigi), Professore ordinario di Grammatica greca e latina nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Via S. Secondo, 31.*
20 maggio 1917 - 10 giugno 1917. — Pensionato 10 ottobre 1923.

Faggi (Adolfo), Professore ordinario di Storia della filosofia nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Corso Re Umberto, 57.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Luzio (Alessandro), Sovrintendente del R. Archivio di Stato di Torino, ✱, Comm. ⊞. — *Via Principe Tommaso, 4.*
18 gennaio 1920 - 12 febbraio 1920.

Mosca (Gaetano), Senatore del Regno, Professore ordinario di diritto costituzionale nella R. Università di Torino, Comm. ✱, Gr. Uff. ⊞. — *Torino, Corso Re Umberto, 45.*
18 gennaio 1920 — 12 febbraio 1920.

Jannaccone (Pasquale), Professore ordinario di statistica nella R. Università di Torino, Comm. ⊞. — *Torino, Via Principe Tommaso, 39.*
28 maggio 1922 - 13 luglio 1922.

Solari (Gioele), Professore ordinario di filosofia del diritto nella R. Università di Torino. — *Torino, Via Maria Vittoria, 3.*
23 dicembre 1923.

Digitized by Google

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e del R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, ✠, Uff. ✱, Comm. ▭. — *Firenze, Via Lamarmora, 20.*

20 marzo 1892 - 26 marzo 1892.

Scialoja (Vittorio), Senatore del Regno, Professore ordinario di Diritto romano nella R. Università di Roma, ✠, Gr. Cr. ✱ e ▭. — *Roma, Piazza Grazioli, 5.*

29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Rajna (Pio), Senatore del Regno, Professore emerito di Lingue e Letterature neo-latine nel R. Istituto di Studi superiori di Firenze, ✠, Gr. Uff. ✱ e ▭. — *Firenze (22), Piazza d'Azeglio, 13.*

29 marzo 1903 - 9 aprile 1903.

Guidi (Ignazio), Senatore del Regno, Professore emerito di Ebraico e di Lingue semitiche comparate nella R. Università di Roma, ✠, Uff. ✱, Comm. ▭, C. O. St. P. di Svezia. — *Roma, Botteghe Oscure, 24.*

12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

Pigorini (Luigi), Senatore del Regno, Professore emerito di Paleoetnologia nella R. Università di Roma, ✠, Comm. ✱, Gr. Uff. ▭. — *Roma, Via del Collegio Romano, 26.*

12 aprile 1908 - 14 maggio 1908.

D'Ovidio (Francesco), Senatore del Regno, Professore ordinario di Storia comparata delle letterature neo-latine nella R. Università di Napoli, ✠, Comm. ✱ e ▭. — *Napoli, Largo Latilla, 6.*

31 gennaio 1915 - 14 febbraio 1915.

Sabbadini (Remigio), Professore ordinario di Lingue e Letteratura latina nella Università di Milano, Comm. ▭. — *Milano (10), Foro Bonaparte, 52.*

23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Salandra (S. E. Antonio), Deputato al Parlamento, Professore ordinario di Diritto amministrativo nella R. Università di Roma, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio straniera dell'Istituto di Francia, Cavaliere dell'Ordine supremo della SS. Annunziata, ✠, Gr. Cr. ✱ e ▭, ecc. — *Roma, Via Girolamo Fracastoro, 7.*

22 dicembre 1918 - 12 gennaio 1919.

Digitized by Google

ACCADEMICI STRANIERI

Mercier (Sua Eminenza Desiderato), Arcivescovo di Malines.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Wilson (Woodrow Tommaso), già Professore e Rettore dell'Università di Princeton, già Presidente della Repubblica degli Stati Uniti d'America.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Nolhac (Pietro de), Professore nell'École pratique des hautes études di Parigi.
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Marshall (Alfredo), già Professore nell'Università di Cambridge (Inghilterra).
23 giugno 1918 - 11 luglio 1918.

Hauvette (Enrico), Professore di lingua e letteratura italiana alla Sorbona, Parigi.
28 maggio 1922 - 13 luglio 1922.

CORRISPONDENTI

Sezione di Scienze Filosofiche.

Pinloche (Augusto), Prof. nella Scuola Politecnica di Parigi. — 15 marzo 1896.

Chiappelli (Alessandro), Senatore del Regno, Professore emerito della R. Università di Napoli. — Id. id.

Zuccante (Giuseppe), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 31 maggio 1908.

Gentile (Giovanni). Prof. nella R. Università di Roma. — 17 maggio 1914.

Martinetti (Pietro). Prof. nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — Id. id.

Bergson (Enrico Luigi), Membro dell'Istituto di Francia. — Id. id.

Varisco (Bernardino), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.

Digitized by Google

Sezione di Scienze Giuridiche e Sociali.

Schupfer (Francesco), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di Roma. — 14 marzo 1886.

Bonfante (Pietro), Prof. nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.

Brandileone (Francesco), Professore nella R. Università di Bologna. — 10 giugno 1906.

Brini (Giuseppe), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Fadda (Carlo), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Napoli. — Id. id.

Filomusi-Guelfi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. emerito della R. Università di Roma. — Id. id.

Polacco (Vittorio), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Roma. — Id. id.

Stoppato (Alessandro), Senatore del Regno, Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.

Montalcini (Camillo), Prof., Segretario generale degli uffizi amministrativi della Camera dei Deputati. — 17 maggio 1914.

Ranelletti (Oreste), Professore nella R. Univ. di Napoli. — 23 giugno 1918.

Romano (Santi), Professore di diritto costituzionale nella R. Università di Pisa. — 28 maggio 1922.

Sella (Emanuele), Professore di economia politica nella R. Università di Parma. — Id. id.

Dallari (Gino), Professore di filosofia del diritto nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Sezione di Scienze Storiche.

Birch (Walter de **Gray**), del Museo Britannico di Londra. — 14 marzo 1886

Chevalier (Canonico Ulisse), Romans. — 26 febbraio 1893.

Bryce (Giacomo), Londra. — 15 marzo 1896.

Venturi (Adolfo), Professore nella R. Università di Roma. — 31 maggio 1908.

Meyer (Edoardo), Prof. nell'Università di Berlino. — 17 maggio 1914.

Lippi (Silvio), Direttore dell'Archivio di Stato di Cagliari. — Id. id.

Pareti (Luigi), Professore di storia antica nel R. Istituto di studi superiori di Firenze. — 28 maggio 1922.

Sezione di Archeologia ed Etnografia.

Lattes (Elia), Membro del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Milano. — 14 marzo 1886.

Digitized by Google

Orsi (Paolo), Dirett. del Museo Archeologico di Siracusa. — 31 maggio 1908.
Patroni (Giovanni), Professore nella R. Università di Pavia. — Id. id.
Halbherr (Federico), Prof. nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Marucchi (Orazio), Professore nella R. Università di Roma. — Id. id.
Paribeni (Roberto), Direttore del Museo Nazionale Romano (delle Terme). — Id. id.
Breccia (Evaristo), Direttore del Museo Greco-Romano di Alessandria di Egitto. — 28 maggio 1922.

Sezione di Geografia.

Bertacchi (Cosimo), Professore nella R. Univ. di Torino. — 31 maggio 1908.

Sezione di Linguistica e Filologia orientale.

Parodi (Ernesto Giacomo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Nallino (Carlo Alfonso), Professore nella R. Università di Roma. — 23 giugno 1918.
Vacca (Giovanni), Professore di lingue e letterature dell'estremo Oriente nel R. Istituto di studi superiori di Firenze. — 28 maggio 1922.
Levi Della Vida (Samuele Giorgio), Professore di lingue semitiche nella R. Università di Roma. — Id. id.

Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia.

Del Lungo (Isidoro), Senatore del Regno, Socio residente della R. Accademia della Crusca (Firenze). — 16 marzo 1890.
Rossi (Vittorio), Professore nella R. Università di Roma. — 21 giugno 1903.
Boffito (Giuseppe), Professore nel Collegio alle Querce in Firenze. — Id. id.
Vitelli (Gerolamo), Senatore del Regno, Professore emerito nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 31 maggio 1908.
Zuretti (Carlo Oreste), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano — 26 febbraio 1911.
Rostagno (Enrico), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze. — 23 giugno 1918.
Barbi (Michele), Professore nella R. Università di Messina (Taviano Pistoiese). — Id. id.
Galletti (Alfredo), Prof. nella R. Università di Bologna. — Id. id.
Scherillo (Michele), Professore di letteratura italiana presso la R. Accademia scientifico-letteraria di Milano. — 28 maggio 1922.

Digitized by Google

Pascal (Carlo), Professore di letteratura latina nella R. Università di Pavia. — 28 maggio 1922.

Bassi (Domenico), Direttore dell'officina dei Papiri presso la Biblioteca nazionale di Napoli. — Id. id.

Sanesi (Ireneo), Professore di letteratura italiana nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Romagnoli (Ettore), Professore di letteratura greca nella R. Università di Pavia. — Id. id.

Bignone (Ettore), Professore di letteratura greca nella R. Università di Palermo. — Id.

Digitized by Google

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico

dal 1° Gennaio al 31 Dicembre 1923

ELEZIONI

SOCI

Luzio (Alessandro) .
Patetta (Federico) .
Prato (Giuseppe) . .
De Sanctis (Gaetano)

eletti a costituire la Commissione per il premio Gautieri di Storia (triennio 1919-1921) nella seduta del 18 febbraio 1923 della Classe di scienze morali.

Patetta (Federico) .
Valmaggi (Luigi) . .
Luzio (Alessandro) .

designati a comporre la Commissione accademica per la nuova edizione del *Ducange* nella seduta del 20 maggio 1923 della Classe di sc. morali.

Pochettino (Alfredo).
Parona (C. Fabrizio).
Mattirolo (Oreste) .
Einaudi (Luigi). . .
De Sanctis (Gaetano)
Schiaparelli (Luigi) .

eletti nella seduta a Classi unite del 1° luglio 1923 a costituire la Commissione per il conferimento dei due premi Bressa (triennii 1915-18, 1919-22).

Solari (Gioele), eletto Socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nella seduta del 23 dicembre 1923.

Digitized by Google

MORTI

1° aprile 1916.

Willstätter (Richard), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche.

29 ottobre 1922.

Barnabei (Felice), Socio corrispondente della Classe di scienze morali.

10 febbraio 1923.

Röntgen (Guglielmo), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche.

27 marzo 1923.

Dewar (Giacomo), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche.

19 agosto 1923.

Pareto (Vilfredo), Socio straniero della Classe di scienze morali.

6 ottobre 1923.

Foà (Pio), Socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche.

9 ottobre 1923.

Salvadori (Tommaso), Socio nazionale residente della Classe di scienze fisiche.

27 ottobre 1923.

Baudi di Vesme (Alessandro), Socio nazionale residente della Classe di scienze morali.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1923

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PARONA Vice Presidente, PEANO, GUIDI, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO, MAJORANA, POCHETTINO e il Segretario MATTIROLO.

Scusano l'assenza i Soci D'OVIDIO, NACCARI e SEGRE.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che viene approvato senza osservazioni.

Il Presidente dà comunicazione di una lettera del Presidente della *Société française de Physique*, che celebra il suo Cinquantenario il 30 novembre, e che rivolge gentile invito all'Accademia nostra di prendere parte o di farsi rappresentare alla solennità. L'Accademia delibera di dare incarico al nostro Socio straniero ÉMILE PICARD di rappresentarla.

Vengono in seguito presentati i doni seguenti:

Dalla Direzione dell'*Istituto Geografico militare di Firenze*

1) *La Cartografia Ufficiale in Italia e l'Istituto Geografico militare.*

Il Presidente mette in rilievo l'importanza del ricco dono del volume splendidamente illustrato, che ha per la Storia della Cartografia italiana importanza eccezionale.

Digitized by Google

2) Dal Socio corrispondente L. VIALLETON, *Morphologie Générale, Membres et Ceintures des Vertébrés Tétrapodes. Critique morphologique du Transformisme.*

3) Dal Signor Giuseppe FAVARO la Commemorazione di Antonio FAVARO, seguìta da una accurata bibliografia, che ricorda le 524 pubblicazioni del compianto insigne Professore.

4) Dal Socio D'OVIDIO e nel nome del D^r^ Giuseppe BERNARDI, *Soluzionario di Esercizii di Trigonometria sferica.*

5) Dal Socio SACCO la Commemorazione di Arturo ISSEL nostro Socio corrispondente sino dall'anno 1903.

6) Dal Socio Segretario MATTIROLO, una Nota delle piante osservate in due escursioni fatte nel Gruppo del Moncenisio, in occasione della riunione delle Società botaniche di Francia e d'Italia il 26 e il 27 luglio 1920, pubblicata dalla *Société botanique de France.* A questa Nota ha collaborato il sig. E. FERRARI, conservatore del R. Orto botanico.

7) Dallo stesso, una Memoria *Sulla vegetazione del Fossato di Palazzo Madama in Torino.* In questo studio, iniziato nell'anno 1883 (nel quale per opera del compianto Architetto D'Andrade, dopo aver ripulito il fossato, fu messo a nudo il terreno sottostante per ridurlo a giardino), continuato sino al 1922, l'Autore, dopo essersi occupato delle condizioni ecologiche del fossato, ha ricercato le modalità colle quali le *141* specie vegetali, che oggi vi si ritrovano, vi furono introdotte, documentando così un caso rarissimo di rioccupazione naturale da parte della vegetazione di un'area abbandonata a se stessa, nel centro di una grande Città Industriale.

8) Il Socio SOMIGLIANA, anche a nome del Socio POCHETTINO, membri della *Reale Commissione per l'Edizione Nazionale delle Opere di Alessandro Volta*, presenta in dono all'Accademia il 2° volume della preziosa collezione che onora la scienza italiana.

Il Presidente ringrazia i donatori.

Digitized by Google

Si passa quindi alla presentazione di Note per gli *Atti* accademici.

Il Socio PEANO, nel nome del signor Ugo CASSINA, presenta una Nota dal titolo: *Risoluzione graduale dell'equazione cubica di Leonardo Pisano.*

Il Socio PEANO brevemente discorre del modo col quale il signor CASSINA ha interpretato il pensiero e i metodi del celebre Fibonacci, vissuto tra il XII e il XIII secolo.

Lo stesso Socio PEANO presenta un'altra Nota di Filippo SIBIRANI di Trieste, *Sulla sfera paraosculatrice ad una curva storta.*

Le Note sono accolte per gli *Atti.*

Il Socio SACCO presenta quindi un suo studio, *Nuovi Cenni di fossili cretacei negli Argillo-schisti dell'Appennino settentrionale.* Egli fa rilevare l'importanza scientifica e pratica che può avere la soluzione dell'importante e discusso problema relativo alla cronologia ed alla topografia di questi terreni che egli ritiene profondi. Riferisce in merito ai gravi risultati verificatisi, per quanto ha rapporto alla topografia di tali terreni assai mobili, nel traforo della grande galleria della linea Bologna-Firenze.

La Nota del Socio SACCO è accolta per gli *Atti.*

Dopo di che il Presidente riferisce in merito alla Relazione e al Progetto sulla *Protezione del lavoro scientifico,* di cui ebbe incarico dalla Società delle Nazioni.

La Relazione e il relativo Progetto, che egli presenta stampati, furono già discussi ampiamente a Ginevra e a Berna coi rappresentanti più autorevoli di tutte le Nazioni; e, su rapporto favorevole del Ministro e Delegato francese HANOTAUX, vennero approvati dalla Assemblea della Società delle Nazioni nel settembre con 24 voti favorevoli e 8 contrarii, per essere rinviati ai Rappresentanti delle Nazioni, nel caso intendessero ancora fare qualche osservazione o proposta.

Trattandosi ora, dopo la già avvenuta approvazione da parte

Digitized by Google

dei Giuristi, delegati dalle nazioni, di redigere il Progetto e la Relazione definitivi che dovranno preparare e illustrare la futura Convenzione internazionale, il Presidente esprime ai Soci il desiderio che essi, presa visione del suo Progetto e della sua Relazione, vogliano, ove lo credano opportuno, suffragare con esempi e con ragioni tecniche le ragioni giuridiche sulle quali è poggiato il suo lavoro.

Il Presidente espone quindi, a mo' di conclusione del suo discorso, i criterii principali che diressero e sui quali egli orientò l'opera sua, allo scopo di riescire ad integrare le Convenzioni internazionali che attualmente già proteggono l'opera e la proprietà artistica e letteraria e industriale, ma lasciano ancora indifesa e abbandonata l'opera scientifica.

Il Vice Presidente PARONA fa rilevare tutta l'importanza dell'argomento, e presenta al Presidente le felicitazioni dell'Accademia per l'onorifico incarico affidatogli dall'altissimo consesso dei rappresentanti delle nazioni; incarico, che non solo onora la persona sua, ma per riflesso anche il paese nostro.

Il Presidente ringrazia; e prima di chiudere l'adunanza ricorda con parola commossa i recenti gravi lutti sofferti dalla Accademia nostra per la morte dei Soci SALVADORI e FOÀ, dei quali egli accenna ai meriti e alle virtù; proponendo che i due Soci benemeriti sieno convenientemente ricordati. Egli ritiene adunque di affidare a Soci competenti le due commemorazioni; e a tale scopo dà incarico al Socio HERLITZKA di commemorare il Socio FOÀ, e al Socio ROSA quello di ricordare il Socio SALVADORI.

Digitized by Google

LETTURE

Sulla sfera paraosculatrice ad una curva storta

Nota di FILIPPO SIBIRANI

Presentata dal Socio nazionale residente Peano

1. — Sfera paraosculatrice è detta da G. Loria [1] la posizione limite di una sfera tangente a quattro piani osculatori ad una linea storta al tendere di tre di essi al quarto. Codesta sfera è stata considerata per la prima volta da B. Hostinsky [2] e da lui detta sfera osculatrice di seconda specie.

Nel § 2 mostro con quale rapidità, usando del Calcolo vettoriale, si può giungere alla determinazione del centro e raggio della sfera paraosculatrice e alla condizione perchè una curva abbia la sfera paraosculatrice fissa, nel qual caso dirò che la curva è parasferica. Nel § 3 determino le equazioni intrinseche delle curve sferiche-parasferiche. Nel § 4 mostro che la congiungente i due centri delle sfere paraosculatrice ed osculatrice non può avere direzione costante, a meno di non essere fissa, ciò che avviene solo per le curve sferiche-parasferiche, e non può formare una superficie sviluppabile a meno che la curva non sia sferica o parasferica. Nel § 5 è mostrato che una retta per il centro della sfera paraosculatrice parallela ad una direzione rigidamente connessa al triedro fondamentale della curva non può generare una sviluppabile, a meno che la curva non

---

[1] *Applicazioni geometriche di una formola di F. Sciacci.* " Bollettino dell'Unione Matematica Italiana „, 1923.

[2] *Sur les propriétés de la sphère qui touche quatre plans tangents consécutifs d'une surface développable.* " Comptes Rendus du Congrès international des Mathématiciens „ (Strasbourg, 22-30 septembre 1920). Toulouse, E. Privat, 1921.

Digitized by Google

sia parasferica; una simile retta condotta per il centro della sfera osculatrice non genera una sviluppabile, a meno che la curva non sia sferica od una particolare elica cilindrica. Nel § 6 determino le equazioni intrinseche delle curve ogni punto delle quali ha distanza costante dai due centri delle sfere osculatrice e paraosculatrice. Nel § 7 determino le equazioni intrinseche delle curve per le quali le due sfere osculatrice e paraosculatrice sono tangenti, e dimostro che in codesta famiglia ogni curva sferica è parasferica e viceversa.

2. — Il punto $P(s)$ descriva una curva, di cui s è l'arco; $\boldsymbol{t}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{b}$ rappresentano vettori unitari nelle direzioni della tangente, normale principale e binormale. Il piano osculatore in P ha l'equazione

$$(P - Q) \times \boldsymbol{b} = 0,$$

Q essendo il punto corrente. Se poniamo

$$P_i = P(s + h_i), \qquad \boldsymbol{b}_i = \boldsymbol{b}(s + h_i), \qquad (i = 1, 2, 3)$$

gli 8 centri delle 8 sfere tangenti ai 4 piani osculatori in $P(s)$, P_1, P_2, P_3 sono i punti C che soddisfano agli 8 sistemi di 3 equazioni

$$(1) \quad (C - P) \times \boldsymbol{b} = \pm (C - P_1) \times \boldsymbol{b}_1 = \pm (C - P_2) \times \boldsymbol{b}_2 = \pm (C - P_3) \times \boldsymbol{b}_3,$$

giacchè il valore assoluto della distanza di un punto C dal piano osculatore in P è dato dal valore assoluto di $(C - P) \times \boldsymbol{b}$.

Consideriamo il sistema

$$\begin{aligned} (C - P_1) \times \boldsymbol{b}_1 - (C - P) \times \boldsymbol{b} &= 0, \\ (C - P_2) \times \boldsymbol{b}_2 - (C - P) \times \boldsymbol{b} &= 0, \\ (C - P_3) \times \boldsymbol{b}_3 - (C - P) \times \boldsymbol{b} &= 0. \end{aligned}$$

Con un ragionamento comunissimo in siffatte ricerche e d'altra parte semplicissimo, si vede che il punto C, al tendere di P_1, P_2, P_3 a P, tende al punto che soddisfa alle tre equazioni

$$(2) \quad \frac{d}{ds}[(C - P) \times \boldsymbol{b}] = 0, \qquad \frac{d^2}{ds^2}[(C - P) \times \boldsymbol{b}] = 0, \qquad \frac{d^3}{ds^3}[(C - P) \times \boldsymbol{b}] = 0,$$

Digitized by Google

cioè alle

$$(3)\qquad (C-P)\times \boldsymbol{n}=0\,,\qquad (C-P)\times\left(\frac{\boldsymbol{t}}{\rho}+\frac{\boldsymbol{b}}{\tau}\right)=0\,,$$
$$(C-P)\times\left(\frac{\rho'}{\rho^2}\,\boldsymbol{t}+\frac{\tau'}{\tau^2}\,\boldsymbol{b}\right)=-\frac{1}{\rho}$$

(indicando con un accento la derivazione rispetto ad s).

La soluzione di queste equazioni è

$$(4)\qquad C=P-\frac{\frac{\rho}{\tau}}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\,\boldsymbol{t}+\frac{1}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\,\boldsymbol{b}\,.$$

Qualunque altra scelta di segni nelle (1), cioè qualunque altro sistema, porta, anzichè alle (2), alle

$$(C-P)\times\boldsymbol{b}=0\,,\qquad \frac{d}{ds}\,[(C-P)\times\boldsymbol{b}]=0\,,$$
$$\frac{d^2}{ds^2}\,[(C-P)\times\boldsymbol{b}]=0\,,$$

cioè a

$$(C-P)\times\boldsymbol{b}=0\,,\qquad (C-P)\times\boldsymbol{n}=0\,,\qquad (C-P)\times\boldsymbol{t}=0\,,$$

evidentemente soddisfatte solo da $C=P$.

Dunque delle 8 sfere, 7 si riducono, al tendere dei piani osculatori in P_1, P_2, P_3 al piano osculatore in $P(s)$, al punto P ed una alla sfera che ha il centro C dato dalla (4) ed il raggio $\left|\frac{1}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\right|$.

Dalla (4), ma già dalle (3), si vede che C descrive lo spigolo di regresso della sviluppabile rettificante.

Poichè

$$C'=\frac{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)''}{\frac{1}{\rho}\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2}\left[\frac{\boldsymbol{t}}{\tau}-\frac{\boldsymbol{b}}{\rho}\right],$$

si vede che C è punto fisso se e solo se

$$(5)\qquad \frac{\rho}{\tau}=as+c$$

Digitized by Google

con a, c costanti arbitrarie, ma $a \neq 0$, altrimenti la curva sarebbe un'elica cilindrica, per la quale C è improprio. Quando valga la (5), il raggio della sfera paraosculatrice è $\frac{1}{a}$. La (5) è l'equazione in termini finiti rapporto a ρ e τ equivalente all'equazione differenziale trovata da HOSTINSKY, la quale più semplicemente può scriversi $\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'' = 0$.

Diremo parasferica una curva per la quale la sfera paraosculatrice è fissa.

3. — Determiniamo le equazioni intrinseche delle curve sferiche-parasferiche. Queste debbono soddisfare alle due equazioni

$$(6) \qquad \frac{\rho}{\tau} = as + c\,, \qquad \frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')' = 0\,.$$

Si ricava

$$(\tau\rho')' = -(as + c)$$

da cui

$$\tau\rho' = h - \left(a\,\frac{s^2}{2} + cs\right),$$

e per la prima delle (6)

$$\rho\rho' = (as + c)\left[h - \left(a\,\frac{s^2}{2} + cs\right)\right],$$

ed infine

$$(7) \qquad \rho^2 = -\frac{a^2 s^4}{4} - cas^3 + (ah - c^2)\,s^2 + 2chs + k$$

con h, k nuove costanti sottoposte alla condizione

$$h^2 + k > 0\,,$$

perchè il quadrato del raggio della sfera osculatrice è appunto $h^2 + k$.

La (7) e la prima delle (6) costituiscono le richieste equazioni intrinseche delle curve sferiche-parasferiche.

4. — La retta congiungente i due centri delle sfere osculatrice e paraosculatrice non può mantenere una direzione costante, a meno che la curva non sia sferica-parasferica, nel qual caso la retta è fissa.

Digitized by Google

Se diciamo K il centro della sfera osculatrice, come è noto

$$K = P + \rho \boldsymbol{n} - \tau\rho' \boldsymbol{b}.$$

Orbene, perchè la retta KC abbia direzione costante deve essere

$$(K - C) \wedge (K - C)' = 0\,,$$

ossia

$$-\rho\left[\frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')' - \frac{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)''}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2}\right]\boldsymbol{t} +$$

$$+\left[\frac{\frac{\rho}{\tau}\left(\frac{\rho}{\tau}\right)''}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2}\tau\rho' + \frac{\frac{\rho}{\tau}}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\left\{\frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')'\right\}\right]\boldsymbol{n} + \frac{\frac{\rho^2}{\tau}\left(\frac{\rho}{\tau}\right)''}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2}\boldsymbol{b} = 0$$

e ciò esige che sia

$$\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'' = 0\,, \qquad \frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')' = 0\,,$$

cioè che la curva sia sferica-parasferica.

Ricerchiamo se la retta CK può formare una sviluppabile. Per questo occorre che sia [1]

$$C' \times (C - K) \wedge (C - K)' = 0.$$

ossia, eseguendo i calcoli,

$$\frac{\rho^2}{\tau}\frac{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)''}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2}\left(\frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')'\right) = 0.$$

Da ciò si vede che per nessuna curva può accadere che la retta CK formi una sviluppabile, a meno che, com'è ovvio, la curva non sia o sferica o parasferica, nei quali casi le sviluppabili sono coni.

---

[1] Cfr. ad es. F. Sibirani, *Elementi di Geometria differenziale*, Milano, Hoepli, pag. 115.

Digitized by Google

5. — Una retta, la cui direzione sia invariabilmente connessa al triedro fondamentale di una curva, condotta per il centro della sfera paraosculatrice non può generare una superficie sviluppabile a meno che la curva non sia parasferica.

Se α, β, γ sono tre costanti, la direzione di $\alpha\boldsymbol{t} + \beta\boldsymbol{n} + \gamma\boldsymbol{b}$ è invariabilmente connessa al triedro fondamentale della curva. La rigata luogo delle rette per C che hanno l'indicata direzione è descritta dal punto

$$Q = C + u(\alpha\boldsymbol{t} + \beta\boldsymbol{n} + \gamma\boldsymbol{b}),$$

u parametro. Perchè la rigata sia sviluppabile occorre e basta che sia

$$C' \times (\alpha\boldsymbol{t} + \beta\boldsymbol{n} + \gamma\boldsymbol{b}) \wedge (\alpha\boldsymbol{t} + \beta\boldsymbol{n} + \gamma\boldsymbol{b})' = 0,$$

ossia

$$\frac{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)''}{\rho\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2}\left[\left(\frac{\rho}{\tau}\right)^2(\beta^2+\gamma^2) + 2\frac{\rho}{\tau}\alpha\gamma + \alpha^2 + \beta^2\right] = 0.$$

Non potendo la curva essere un'elica cilindrica, la condizione precedente si riduce a

$$\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'' = 0,$$

la quale ci dice che la curva deve essere parasferica.

Il punto di contatto della sfera paraosculatrice col piano osculatore in P è il punto

$$H = P - \frac{\frac{\rho}{\tau}}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\boldsymbol{t};$$

nel caso di una curva parasferica,

$$H = P - \left(s + \frac{c}{a}\right)\boldsymbol{t}$$

ed H descrive una evolvente della curva descritta da P. Dunque il luogo delle rette condotte per il centro C della sfera para-

Digitized by Google

osculatrice parallele alla binormale è il cono che proietta da C l'anzidetta evolvente.

Perchè la rigata luogo delle rette per il centro K della sfera osculatrice, la cui direzione è ancora la precedente, sia sviluppabile occorre e basta che sia

$$K' \times (\alpha t + \beta n + \gamma b) \wedge (\alpha t + \beta n + \gamma b)' = 0$$

ossia

$$\left\{\frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')'\right\}\left(\frac{\alpha^2+\beta^2}{\rho} + \frac{\alpha\gamma}{\tau}\right) = 0 .$$

La curva dunque deve essere o sferica o l'elica cilindrica per cui

$$\frac{\rho}{\tau} = -\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\gamma} .$$

6. — Determiniamo le equazioni intrinseche delle curve ogni cui punto ha distanza costante tanto dal centro della sfera osculatrice quanto dal centro della sfera paraosculatrice.

Se indichiamo con $\frac{1}{a}$ la distanza di P, punto generico della curva, da C, centro della sfera paraosculatrice, deve essere

$$\frac{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)^2 + 1}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'^2} = \frac{1}{a^2} , \tag{8}$$

e d'altra parte la curva deve esse sferica, cioè

$$\frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')' = 0 . \tag{9}$$

Dalla (8) si deduce integrando

$$\frac{\rho}{\tau} = -\operatorname{sh}(as + c) \tag{10}$$

a, c costanti arbitrarie. È questa un'equazione intrinseca a cui debbono soddisfare le curve ogni cui punto ha distanza $\frac{1}{a}$ dal centro della sfera paraosculatrice.

Dalle (9) e (10) si trae

$$(\tau\rho')' = \operatorname{sh}(as + c)$$

Digitized by Google

da cui

$$\tau\rho' = \frac{1}{a}\,\mathrm{ch}\,(as+c) + h$$

ed anche

$$(11)\quad \rho\rho' = -\frac{1}{a}\,\mathrm{ch}\,(as+c)\,\mathrm{sh}\,(as+c) - h\,\mathrm{sh}\,(as+c).$$

Si deduce

$$\rho^2 = -\frac{1}{a^2}\,\mathrm{ch}^2\,(as+c) - \frac{2h}{a}\,\mathrm{ch}\,(as+c) + k \qquad (k>0).$$

La (11) in unione colla (10) sono le equazioni intrinseche richieste.

Se

$$h^2 + k = \frac{1}{a^2}$$

i centri delle sfere osculatrice e paraosculatrice hanno la stessa distanza costante da P.

7. — Determiniamo le equazioni intrinseche delle curve per le quali avviene che la sfera osculatrice è tangente alla sfera paraosculatrice.

Dalla espressione di K e C, centri rispettivamente della sfera osculatrice e paraosculatrice, si deduce

$$K - C = \frac{\frac{\rho}{\tau}}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\,\boldsymbol{t} + \rho\,\boldsymbol{n} - \left\{\tau\rho' + \frac{1}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\right\}\boldsymbol{b}$$

e

$$\mathrm{mod}\,(K-C) = \sqrt{\left\{\frac{\frac{\rho}{\tau}}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\right\}^2 + \rho^2 + \left\{\tau\rho' + \frac{1}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'}\right\}^2}.$$

Indicando con ϵ l'unità preceduta dal segno di $\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'$, la somma dei raggi delle due sfere è

$$\sqrt{\rho^2 + (\tau\rho')^2} + \frac{\epsilon}{\left(\frac{\rho}{\tau}\right)'},$$

Digitized by Google

e questa sarà eguale a mod $(K - C)$ se

$$4\rho^2\left(\frac{\tau}{\rho}\right)'^2 + 4\tau\rho'\left(\frac{\tau}{\rho}\right)' - 1 = 0.$$

Poniamo

$$\frac{\tau}{\rho} = u, \qquad \rho^2 = v.$$

Con ciò l'equazione precedente diviene

$$v' + \frac{2u'}{u}v - \frac{1}{2uu'} = 0,$$

dalla quale

$$v = \frac{1}{u^2}\left[h + \frac{1}{2}\int \frac{u}{u'}\,ds\right],$$

e quindi, essendo u funzione arbitraria di s, le equazioni intrinseche cercate sono date da

$$\rho^2 = \frac{1}{u^2}\left[h + \frac{1}{2}\int \frac{u}{u'}\,ds\right]$$
$$\tau = \rho u.$$

Fra le curve di questa famiglia, ogni curva sferica è parasferica e viceversa. Invero la condizione

$$\frac{\rho}{\tau} + (\tau\rho')' = 0,$$

necessaria e suffciente perchè la curva sia sferica, si trasforma per una curva della famiglia indicata in

$$\left(\frac{u}{u'}\right)^2 + 2\int \frac{u}{u'}\,ds = 0,$$

la cui soluzione è

$$u = \frac{1}{as + c};$$

ma allora è

$$\frac{\rho}{\tau} = as + c,$$

cioè la curva è parasferica.

Digitized by Google

Risoluzione graduale dell'equazione cubica di Leonardo Pisano

Nota di UGO CASSINA

Presentata dal Socio nazionale residente Peano

Nella presente Nota, premesse alcune notizie storiche intorno all'equazione cubica $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$, risolta da LEONARDO FIBONACCI da Pisa intorno al 1225, mi occupo della sua *risoluzione graduale*.

Il PEANO (1) ha dato il nome di *risoluzione graduale* d'una equazione numerica ad un particolare procedimento in cui si abbreviano le operazioni trascurando sistematicamente le cifre decimali di ordine superiore ad un numero intero n, fissato all'inizio, e che suol dirsi il *grado* della risoluzione.

Io qui modificherò alquanto il metodo di PEANO, e fonderò la risoluzione dell'equazione di LEONARDO sopra una nuova semplice proposizione che stabilisco al n° 2.

Di questo argomento mi sono occupato anche in una mia recente opera litografata sul *Calcolo numerico* (2).

***

1. — GIOVANNI DA PALERMO, filosofo di FEDERICO II della casa di Svevia, si incontrò intorno al 1225 (3) con LEONARDO

(1) G. PEANO, *Risoluzione graduale delle equazioni numeriche* (" Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. LIV, 1919).

(2) U. CASSINA, *Calcolo numerico, con numerosi esempi e note storiche originali* (Un vol. di pag. 537 in lit.; Libreria Perotti, Torino, 1923).

(3) LEONARDO disse che s'incontrò con GIOVANNI DA PALERMO nel quarto mese del 1225, allorquando FEDERICO II venne per la prima volta a Pisa. I biografi dell'imperatore affermano invece che FEDERICO andò per la prima

Digitized by Google

Fibonacci da Pisa — il celebre autore del *Liber Abaci* (1202) — ed a questi propose, fra le altre, la questione seguente:

Ut inveniretur quidam cubus numerus, qui cum suis duobus quadratis et decem radicibus in unum collectis essent viginti.

(Leonardo Pisano, *Scritti*, pubblicati da B. Boncompagni, Roma, 1862, t. II, p. 228).

Tale problema fa parte di un opuscolo di Leonardo conosciuto sotto il nome di *Flos*, dedicato al cardinale Raniero Capocci, cardinale diacono di S. M. in Cosmitin, e venne così denominato in onore di Sua eminenza, " raggiante d'un'eloquenza fiorita fra i dotti „ (*florida clericorum elegantia radiantibus*), ed anche " perchè diversi problemi, quantunque spinosi, sono esposti in modo fiorito; ed allo stesso modo che le piante avendo le radici in terra s'innalzano e mostrano al giorno dei fiori, così da queste questioni se ne deducono innumerevoli altre „ (*Scritti*, op. cit., t. II, p. 227).

Questo opuscolo venne scoperto insieme a due altri (il *Liber quadratorum* e il *De modo solvendi questiones avium et similium*) dal principe Baldassarre Boncompagni, nella Biblioteca Ambrosiana di Milano.

Il principe pubblicò una prima volta questi lavori sotto il titolo: *Tre scritti inediti di Leonardo Pisano pubblicati da Baldassarre Boncompagni* (Firenze, 1854); e poi li riunì alle altre opere del Pisano, che pubblicò sotto il titolo: *Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo, pubblicati da B. Boncompagni* (vol. I, *Liber Abaci*, Roma, 1857; vol. II, *Pratica Geometriae* ed *Opuscoli*, Roma, 1862).

Nel linguaggio moderno, il problema di Leonardo Pisano può enunciarsi così:

---

volta in questa città nel luglio 1226. Ma non vi è contraddizione fra queste due affermazioni, perchè il calendario pisano, di quel tempo, differiva da quello comune (giuliano) di 1 anno, 2 mesi, 25 giorni, cominciando, come quello di Firenze e di altre città toscane, il 25 marzo (giorno dell'Incarnazione), e in più era in ritardo di un anno su quello fiorentino.

Vedi: *Cronografia generale dell'Era volgare di* G. Cesare Carraresi (Firenze, 1874); M. Lazzarini, *Leonardo Fibonacci, le sue opere e la sua famiglia* (" Bollettino di bibliogr. e storia delle scienze matem. di G. Loria „, a. VI, 1903 e a. VII, 1904).

Digitized by Google

" *Trovare il numero positivo x tale che*

$$x^3 + 2x^2 + 10x = 20 \text{ „.} \tag{1}$$

Leonardo, dopo aver studiato accuratamente il X libro di Euclide, dimostra che la radice di quest'equazione non può essere nè un numero intero, nè una frazione, nè nessuna delle rimanenti quantità composte mediante radicali quadratici studiate da Euclide nel suo libro X.

La dimostrazione di Leonardo occupa sei grandi pagine di stampa dell'edizione del Boncompagni. Ed una sua versione, nel linguaggio algebrico attuale, venne pubblicata da F. Woepke nel 1854 (4).

Allora, siccome nessuna delle quantità considerate da Euclide può risolvere l'equazione proposta, Fibonacci calcola la radice dell'equazione (1) per approssimazione:

" Ergo linea .ab., ut demonstratum est, non est aliqua ex " quindecim lineis, de quibus fit mentio in X° euclidis, ut pre- " dixi. Et quia hec questio solvi non potuit in aliquo supra- " scriptorum, studui solutionem eius ad propinquitatem reducere. " Et inveni unam ex .X. radicibus nominatis, scilicet numerum " .ab., secundum propinquitatem, esse unum et minuta .XXII. " et secunda .VII. et tertia .XLII. et quarta .XXXIII. et quinta " .IIII. et sexta .XL. „ (*Scritti*, t. II, p. 234) (5).

Dal passo riportato risulta dunque che il valore approssimato della radice dell'equazione (1), dato da Leonardo, è:

$$x = 1^{\mathrm{p}}\, 22'\, 7''\, 42'''\, 33^{\mathrm{iv}}\, 4^{\mathrm{v}}\, 40^{\mathrm{vi}} = 1 + 22/60 + 7/60^2 + \\ + 42/60^3 + 33/60^4 + 4/60^5 + 40/60^6. \tag{2}$$

La comparsa degli scritti di Leonardo, pubblicati per cura del principe Boncompagni, è accompagnata da una fioritura di

---

(4) F. Woepke, *Sur un essai de déterminer la nature de la racine d'une équation du troisième degré, contenue dans un ouvrage de Léonard de Pise découvert par M. le prince Balthasar Boncompagni* (" Journal de Mathématiques „, t. 19, a. 1854, pp. 401-406).

(5) Una breve traduzione in linguaggio moderno del X libro di Euclide venne pubblicata dal Peano, *Sommario del libro X di Euclide* (" Rivista di matem. „, vol. II, 1892, p. 7).

Digitized by Google

studi, intrapresi dai matematici e storici di quel periodo, per commentare, interpretare e divulgare la grande opera del PISANO.

Di numerose pubblicazioni fu frutto specialmente l'equazione cubica, perchè il risultato ottenuto da LEONARDO è invero meraviglioso se si rammenta che è stato ottenuto intorno al 1225, cioè più di tre secoli prima della risoluzione algebrica delle equazioni di 3° grado e dei primi metodi a noi noti di calcolo approssimato delle radici delle equazioni algebriche (CARDANO 1545, VIETA 1595, OUGHTRED 1652, NEWTON 1669, ecc.); e se si rammenta ancora che gli Arabi, maestri di LEONARDO, erano in quei tempi soltanto in grado di risolvere graficamente le equazioni di 3° grado mediante l'intersezione di due coniche (OMAR ALKHAYYAMI, poeta e matematico arabo del 1000) (6).

E così abbiamo, a pochi mesi di distanza, i lavori di WOEPKE (1854), di LEBESGUE (1855), di GENOCCHI (1855), di TERQUEM (1856) (7).

Dopo un po' di tempo se ne occuparono HANKEL (1874) e CANTOR (1892) nei loro libri di storia della matematica (8). Il CANTOR ritenne prive di fondamento tutte le varie ricostruzioni del calcolo di LEONARDO tentate dagli autori precedenti (LEBESGUE, GENOCCHI, HANKEL).

Lo studio dell'equazione leonardiana fu di nuovo ripreso nel 1893, in Danimarca, da H. G. ZEUTHEN e da J. P. GRAM (9).

---

(6) O. ALKHAYYAMI, *L'algèbre*, ed. F. Woepke, Paris, 1851.

(7) LEBESGUE, *Sur un problème traité par Léonard de Pise dans son Flos, et relatif à une équation de troisième degré* (" Annali di scienze mat. e fisiche di B. Tortolini „, t. VI, 1855, p. 155); A. GENOCCHI, *Sopra tre scritti inediti di Leonardo Pisano pubblicati da B. Boncompagni, Note analitiche* (" Annali di scienze mat. e fisiche di B. Tortolini „, t. VI, 1855, p. 161); O. TERQUEM, *Sur Léonard Bonacci de Pise et sur trois écrits de cet auteur publiés par Balthasar Boncompagni* (" Annali di scienze mat. e fisiche di B. Tortolini „, t. VII, 1856, p. 106; la stessa nota nei " Nouvelles annales de Mathématiques „, Paris, 1855-56).

(8) H. HANKEL, *Zur Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter* (1874, p. 293); M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (II Bd. Von 1200 bis 1668, I Aufl., 1892, p. 42).

(9) H. G. ZEUTHEN, *Sur la résolution numérique d'une équation de 3e degré par Léonard de Pise* (" Oversigt over K. Danske Videnskabernes Selskabs „, Kjöbenhavn, 1893-94, pp. 1-17); J. P. GRAM, *Essai sur la restitution du calcul de Léonard de Pise sur l'équation* $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ (" Oversigt over K. Danske Vidensk. Selsk. „, Kjöbenhavn, 1893-94, pp. 18-28).

Digitized by Google

Il GRAM, fondandosi su alcune considerazioni dello ZEUTHEN e dietro suo consiglio, riuscì a fare una ricostruzione del calcolo di LEONARDO che è veramente notevole. Infatti, fondandosi soltanto su proprietà note a LEONARDO e facendo uso di operazioni che non è possibile imaginare non ben familiari al PISANO, giunse al suo stesso valore (2), ed a dare una ragione del perchè il PISANO abbia troncato il suo calcolo ai sesti, e non prima e non dopo. Cosicchè, giunti alla fine della nota di GRAM, si è costretti a riconoscere che se LEONARDO non ha in realtà seguìto il procedimento ivi spiegato, certo avrebbe potuto benissimo adoperarlo. E ciò è quanto può pretendere il restitutore d'un calcolo andato smarrito.

Un solo punto mi pare un po' debole della ricostruzione del GRAM. Ed è proprio la prima ipotesi, di supporre cioè che LEONARDO sostituisca all'equazione cubica generale (1) l'equazione:

$$(1') \qquad (x + 2/3)^3 + (8 + 2/3)\,x = 20 + 8/27,$$

che è ottenuta dalla (1) tentando di sostituire al suo primo membro un cubo perfetto; perchè, in fondo, ciò equivale a far sparire il termine di 2° grado nell'equazione completa di 3° grado ([10]).

Sarebbe mio desiderio di riportare qui, in parte, il calcolo del GRAM, perchè, essendo stato pubblicato in una Raccolta poco diffusa in Italia, credo che non sia tanto noto; ma lo spazio me lo vieta. Quindi passo senz'altro alla risoluzione graduale dell'equazione di LEONARDO ([11]).

([10]) H. G. ZEUTHEN, *Tartalea contra Cardanum* (" Oversigt over K. D. Vidensk. Selsk. „, Kjöbenhavn, 1893-94, p. 303).

([11]) L'equazione cubica di LEONARDO PISANO trovasi riportata anche nei seguenti libri: J. TROPFKE, *Geschichte der Elementar-Mathematik in systhematischer Darstellung* (I Aufl., 2 vol., 1902-903; II verbesserte und sehr vermehrte Auflage, III Bd., 1922, p. 81); F. CAJORI, *A History of elementary Mathematics with Hints on Methods of Teaching* (I ed. New-York, 1897; revised and enlarged edition 1917, p. 120); S. GÜNTHER, *Geschichte der Mathematik*, I Tl. *Von den ältesten Zeiten bis Cartesius* (1908, p. 265); G. A. MILLER, *Historical Introduction to Mathematical Literature* (1916, p. 132).

Digitized by Google

2. — Per stabilire il teorema fondamentale che porrò a base della risoluzione graduale delle equazioni numeriche, ho bisogno di richiamare le definizioni di alcuni simboli, già abbastanza usati nella teoria delle Approssimazioni numeriche, ma ancora poco noti.

$\mathrm{V}a =$ *valore intero*, o *parte intera*, di a, cioè $\mathrm{E}a$ del *Formulario* di G. Peano ([12]).

$\mathrm{X} =$ dieci, base della numerazione.

$$a \in \mathrm{q} \,.\, q \in \mathrm{n} \,.\, \supset \,.\, \mathrm{V}_q a = \mathrm{X}^{-q} \mathrm{V}\, \mathrm{X}^q a \,. \qquad (\alpha)$$

$$\mathrm{M}_q a = a - \mathrm{V}_q a \,. \qquad (\beta)$$

Cioè: " Essendo a una quantità reale, positiva o negativa, e q un intero con segno, allora $\mathrm{V}_q a$ che può leggersi " valore con q decimali di a " e " $\mathrm{M}_q a$ " che può leggersi " mantissa di a dopo p decimali " sono definiti dalle eguaglianze scritte.

Mi propongo ora di calcolare l'errore che si commette nel calcolo di ax^r, ove a ed x sono numeri reali ed r un numero intero, quando si sostituisce ad a un suo valore abbreviato.

Per la (α) e (β) ho:

$$a = \mathrm{V}_q a + \mathrm{M}_q a \,,$$

da cui moltiplicando per x^r,

$$ax^r = \mathrm{V}_q a \times x^r + \mathrm{M}_q a \times x^r .$$

Se x è minore di un'unità decimale di ordine p, cioè se $x \in 0\, \mathrm{X}^{-p}$, e pongo $n = pr + q + 1$, ho:

$$\mathrm{M}_q a \times x^r < \mathrm{M}_q a \times \mathrm{X}^{-pr} = (\mathrm{X}^{q+1}\, \mathrm{M}_q a)\, \mathrm{X}^{-n} .$$

Dirò di spingere il calcolo di ax^r fino alle cifre decimali di ordine n, se scelgo il q in modo che $pr + q + 1 = n$.

([12]) G. Peano, *Formulario Mathematico* (ed. V, Torino, 1908).

Digitized by Google

Allora, sostituendo ad a il suo valore a q decimali $V_q a$, nel calcolo di ax^r si commette l'errore $\theta (X^{q+1} M_q a) X^{-n}$. Cosicchè, in definitiva, si ha la proposizione:

(3) $\quad a, x \in q \,.\, r, p, n \in n \,.\, x \in \theta X^{-p} \,.\, q = n - pr - 1 \,.\, \supset \,.$
$ax^r \in V_q a \times x^r + \theta (X^{q+1} M_q a) X^{-n}$ [13].

Od anche:

Se a ed x indicano dei numeri reali qualunque, ed r, p ed n dei numeri interi, ed inoltre x è una frazione dell'unità decimale di ordine p, allora, se nel calcolo di " $a x^r$ *" voglio spingermi fino alle cifre decimali di ordine n, basta che sostituisca ad a,* $V_q a$ *ove* $q = n - pr - 1$.

Così facendo commetto un errore che è una frazione dell'unità decimale di ordine n moltiplicata per la prima cifra di a che è stata cancellata, presa però in eccesso, cioè questa cifra senz'altro se essa non è seguìta da altre cifre significative, ovvero questa cifra aumentata di 1, *se è seguìta da altre cifre significative.*

Infatti $X^{q+1} M_q a$ è sempre minore od eguale della cifra di a di grado decimale $p + 1$ (cioè della prima cifra di a cancellata) presa in eccesso, come risulta dai seguenti esempi [14]:

$a = 3{\cdot}1415\ldots \,.\, \supset \,.\, V_2 a = 3{\cdot}14 \,.\, X^2 M_2 a = 1{\cdot}5\ldots < 2 =$ (prima cifra cancellata di a) $+ 1$;

$a = 7{\cdot}253 \quad .\, \supset \,.\, V_2 a = 7{\cdot}25 \,.\, X^3 M_2 a = 3 =$ prima cifra trascurata di a.

3. — Fondandosi su di una proposizione analoga alla (3) PEANO ha modificato il metodo di RUFFINI-HORNER per la risoluzione delle equazioni algebriche numeriche, in modo da trascurare tutte le operazioni superflue e da renderlo semplice e spedito anche nei casi in cui il metodo originale di quegli autori è impraticabile. Questo metodo è stato detto dal PEANO " risoluzione graduale delle equazioni numeriche ". Io lo spiegherò risolvendo l'equazione (1) di LEONARDO PISANO.

---

[13] Si confronti la proposizione qui stabilita con il § 3 della Nota di PEANO sulla risoluzione graduale delle equazioni numeriche (op. cit. nella postilla [1], p. 8).

[14] V. anche PEANO, [1], p. 7.

Digitized by Google

Il calcolo è interamente riportato, e di ogni linea è data la spiegazione.

Si vuol dunque risolvere l'equazione (1), cioè posto:

$$fx = x^3 + 2x^2 + 10x - 20,$$

calcolare la radice positiva dell'equazione $fx = 0$.

Farò la risoluzione di grado 15.

L'equazione (1) ammette una sola radice reale, e poichè $f1 \times f2 < 0$, la *radice richiesta è compresa fra* 1 *e* 2.

Allora se x è una quantità, calcolo $f(1+x)$ con la regola di RUFFINI-HORNER, dando al calcolo la disposizione adottata da PEANO. Questo calcolo è eseguito nelle linee 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, di cui ora passo a dare la spiegazione per disteso.

Linea 1. — Scrivo i coefficenti di f. Allora:

$$f(1+x) = (1+x)^3 + 2(1+x)^2 + 10(1+x) - 20.$$

„ 2. — Moltiplico il primo coefficente (da sinistra a destra) della linea precedente per 1, e scrivo il prodotto spostandolo di un posto verso destra.

„ 3. — Sommo ed ottengo $(1+x)+2 = x+3$, e quindi:

$$f(1+x) = [(x+3)(1+x)+10](1+x) - 20.$$

„ 4. — Moltiplico i numeri scritti nella linea 3 per 1 e scrivo i risultati spostandoli di un posto verso destra.

„ 5. — Sommo, ed ottengo $(x+3)(1+x)+10 = x^2+4x+13$, e quindi:

$$f(1+x) = (x^2+4x+13)(1+x) - 20.$$

„ 6. — Moltiplico i coefficenti di $x^2+4x+13$ per 1 e scrivo i risultati spostandoli di un posto verso destra.

„ 7. — E sommo. Avrò infine:

$$f(1+x) = x^3 + 5x^2 + 17x - 7 = \varphi x.$$

Digitized by Google

Linea	Radice	Risoluzione graduale dell'equazione $fx = x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$			Errori in θX^{-15}
1		1· 2·	10·	−20·	
2	**1·**	1·			
3		1· 3·			
4		1·	3·		
5		1· 4·	13·		
6		1·	4·	+13·	
7		1· 5·	17·	−7·	
8	**3** X^{-1}	·3			
9		1· 5·3			
10		·3	1·59		
11		1· 5·6	18·59		
12		·3	1·68	+5·577	
13		1· 5·9	20·67	−1·423	
14	**6** X^{-2}	·06			
15		1· 5·96			
16		6	·3576		
17		1· 6·02	20·6276		
18		6	·3612	+1·237656	
19		1· 6·08	20·9888	−·185344	
20	**8** X^{-3}	·008			
21		1· 6·088			
22		8	·048704		
23		1· 6·096	21·037504		
24		8	48768	+·168300032	
25		1· 6·104	21·086272	−·017043968	

Digitized by Google

26	$8\,X^{-4}$		8		
27		$1\cdot$	$6\cdot1048$		
28			8	488384	
29		$1\cdot$	$6\cdot1056$	$21\cdot09115584$	
30			8	488448	$+\cdot016872924672$
31		$1\cdot$	$6\cdot1064$	$21\cdot09604032$	$-\cdot\ 171043328$ 1
32	$0\,X^{-5}$				
33	$8\,X^{-6}$			488512	
34			$6\cdot1064$	$21\cdot096089171\underline{2}$	2
35				488512	$+X^{-15}\,168768713368$
36			$6\cdot10\underline{64}$	$21\cdot096138022\underline{2}$	$-X^{-15}\,227461463\underline{2}$ 7
37	$1\,X^{-7}$			61	3
38			$6\cdot10$	$21\cdot09613863$	
39				61	$+X^{-15}\,210961386\underline{3}$
40			$6\cdot\underline{10}$	$21\cdot096139\underline{24}$	$-X^{-15}\,16500076\underline{9}$ 1 4
41	$0\,X^{-8}$		$\underline{6}\cdot$	$21\cdot096139\underline{2}$	$-X^{-15}\,16500076\underline{9}$ 1
42	$7\,X^{-9}$				2
43				$\underline{9}$	-17327796 9
44	$8\,X^{-10}$				1687690 4
45				$\underline{3}$	-450892 3
46	$2\,X^{-11}$				421922
47				$\underline{1}$	-28970 1
48	$1\,X^{-12}$				21096
49				$\underline{6}$	-7874 6
50	$3\,X^{-13}$				6327
51				$\underline{9}$	-1547 9
52	$7\,X^{-14}$				1470
53				$21\cdot$	$-X^{-15}\,77$ 49
54		$x \in 0X^{-14}\,.\,\supset.\,f(1\cdot36880\ 81078\ 2137 + x) \in 21x - 77X^{-15} + 049X^{-15}.$			

Digitized by Google

Ora divido il termine noto della linea 7 per il coefficente di x: ottengo $4X^{-1}$; ma poichè

$$f(1+4X^{-1}) > 0 + 5\times16X^{-2}+17\times4X^{-1}-7 = \cdot8+6\cdot8>0,$$

si deduce che il termine di grado decimale 1 della radice è minore di $4X^{-1}$. Provo allora $3X^{-1}$, e calcolo $f(x+1\cdot3) = \varphi(x+\cdot3)$, con il metodo precedente, nelle linee 8, 9, 10, 11, 12, 13. Cioè:

Linea 8. — Moltiplico il primo coefficente della linea 7 per $3X^{-1}$ e scrivo il prodotto spostandolo di un posto verso destra.

„ 9. — Sommo ed ottengo $(\cdot3+x)+5 = x+5\cdot3$, e quindi:

$$f(x+1\cdot3)=\varphi(x+\cdot3)=[(x+5\cdot3)(x+\cdot3)+17](x+\cdot3)-7.$$

„ 10. — Moltiplico i numeri della linea 9 per $3X^{-1}$ e scrivo i risultati spostandoli di un posto verso destra.

„ 11. — Sommo ed ottengo $(x+5\cdot3)(x+\cdot3)+17 = x^2+5\cdot6x+18\cdot59$, e quindi:

$$f(x+1\cdot3)=\varphi(x+\cdot3)=(x^2+5\cdot6x+18\cdot59)(x+\cdot3)-7.$$

„ 12. — Moltiplico i numeri della linea precedente per $3X^{-1}$ e scrivo i prodotti spostandoli di un posto verso destra.

„ 13. — E sommo. Avrò infine:

$$f(x+1\cdot3)=\varphi(x+\cdot3)=x^3+5\cdot9x^2+20\cdot27x-1\cdot423=\psi x.$$

Ponendo in questa $x=0$ si ha $f\,1\cdot3<0$ e quindi, poichè abbiamo già visto che $f\,1\cdot4>0$, si conclude che *la cifra dei decimi della radice è* 3.

Divido il termine noto della 13 per il coefficente di x: ottengo $7X^{-2}$. Ma

$$f\,1\cdot37>5\times49X^{-4}+20\times7X^{-2}-1\cdot423=\cdot0245+1\cdot40-1\cdot423>0,$$

quindi il termine di grado decimale 2 della radice è minore di $7X^{-2}$. Provo allora $6X^{-2}$, e calcolo $f(x+1\cdot36)=\psi(x+7X^{-2})$, con la regola precedente, nelle linee 15, 15, 16, 17, 18, 19. Ed ho:

Digitized by Google

Linea 19. $f(x+1{\cdot}36) = \psi(x+6X^{-2}) = x^3 + 6{\cdot}08x^2 + + 20{\cdot}9888x - {\cdot}185344.$

E poichè $f1{\cdot}36 < 0$, si conclude che *la cifra dei centesimi della radice è* 6.

Ora divido il termine noto della linea 19 per il coefficente della x, ho $8X^{-3}$, che sarà eguale al termine seguente della radice, o ne sarà maggiore. Calcolo $f(1{\cdot}368+x)$, con il metodo precedente, nelle linee 20, 21, 22, 23, 24, 25. Ed ho:

Linea 25. $f(1{\cdot}368+x) = x^3 + 6{\cdot}104x^2 + + 21{\cdot}086\,272x - {\cdot}01704\,3968.$

Poichè $f1{\cdot}368 < 0$, mentre invece $f1{\cdot}369 > 0$, si conclude che *la cifra dei millesimi della radice richiesta è* 8.

Divido il termine noto per il coefficente di x ed ottengo $8X^{-4}$, che sarà il termine seguente della radice, o un numero più grande. Calcolo $f(1{\cdot}3688+x)$, con la regola precedente, nelle linee 26, 27, 28, 29, 30, 31, ed ho:

Linea 31. $f(1{\cdot}3688+x) = x^3 + 6{\cdot}1064x^2 + + 21{\cdot}09604\,032x - {\cdot}00017\,10433\,28.$

Poichè $f1{\cdot}3688 < 0$, mentre $f1{\cdot}3689 > 0$, si conclude che *la cifra dei decimillesimi della radice è* 8.

Divido il termine noto della 31 per il coefficente della x ed ho *il termine seguente della radice* $0X^{-5}$.

Il calcolo, fino a questo punto, è spiegato nei trattati di Aritmetica o di Algebra; salvochè la disposizione è un po' varia nei vari trattati; spesso si indicano dei calcoli più laboriosi di quelli che risultano dalla regola di Ruffini qui adoperata. Siccome il cubo della radice 1·36880 ha 15 cifre decimali, oltre cui non vogliamo andare, ora incomincia l'abbreviazione dei calcoli.

Allora, poichè nella linea 32 la x è minore di X^{-5} e voglio spingermi fino alle cifre di grado decimale 15, per il teorema del numero 2, ove ora $n=15$, $p=5$ ed $r=3$, basta che io prenda il coefficente di x^3 con $q = 15 - 5\times 3 - 1 = -1$ cifre decimali; quindi cancello il termine in x^3. Così facendo commetto

Digitized by Google

un errore che è una frazione di X^{-15} moltiplicato per la prima cifra trascurata del coefficente di x^3, cioè un errore eguale a θX^{-15}, che scrivo nella colonna degli errori.

I coefficenti di x^2 e di x li lascio invece inalterati; ottengo così:

$$x \in \theta X^{-5} . \supset . f(1{\cdot}36880 + x) \in 6{\cdot}1064\, x^2 + \\ + 21{\cdot}09604\,032\, x - {\cdot}00017\,10433\,28 + \theta X^{-15},$$

e la funzione è ora di secondo grado.

Divido il termine noto per il coefficente di x: ottengo $8X^{-6}$, che è il termine seguente della radice, o un numero più grande. Calcolo allora $f(1{\cdot}36880\,8 + x)$, con il metodo già visto, nelle linee 33, 34, 35, 36, ed ho:

Linea 35. — Taglio l'ultima cifra del coefficente di x, perchè basta che io prenda questo coefficente con $15 - 5 \times 1 - 1 = 9$ cifre decimali, e scrivo l'errore $2\,\theta X^{-15}$ nella colonna degli errori.

„ 36. — Dice che:

$$x \in \theta X^{-5} . \supset . f(1{\cdot}36880\,8 + x) \in 6{\cdot}1064\, x^2 + \\ + 21{\cdot}09613\,80222 - X^{-15}\,22746\,14632 + 3\,\theta X^{-15}.$$

Di qui risulta che $f\,1{\cdot}36880\,8 < 0$, e quindi *il termine di grado decimale* 6 *della radice è* $8X^{-6}$.

Ora poichè, proseguendo il calcolo, la nuova $x < X^{-6}$, per il teorema del n° 2, ove ora $n = 15$, $p = 6$ ed $r = 2$ od 1, posso prendere il coefficente di x^2 con $q = 15 - 6 \times 2 - 1 = 2$ cifre decimali, ed il coefficente di x con $q = 15 - 6 \times 1 - 1 = 8$ cifre decimali. E poichè, così facendo, le prime cifre trascurate della linea 36 sono rispettivamente un 6 ed un 2, e dopo di esse vi sono delle altre cifre, commetto un errore eguale a $\theta\,[(6 + 1) + (2 + 1)]\,X^{-15} = \theta\,(7 + 3)\,X^{-15}$, che scrivo nella colonna degli errori. Si ha dunque:

$$x \in \theta X^{-6} . \supset . f(1{\cdot}36880\,8 + x) \in 6{\cdot}10\, x^2 + \\ + 21{\cdot}09613\,802\, x - X^{-15}\,22746\,14632 + 13\,\theta X^{-15}.$$

Procedo come prima. Divido il termine noto per il coefficente della x ed ottengo $1X^{-7}$, che sarà il termine seguente

Digitized by Google

della radice, o un termine maggiore. Calcolo $f(1{\cdot}36880\,81 + x)$, con la regola già più volte adoperata, nelle linee 37, 38, 39, 40, ed ho:

Linea 40. $x \in \theta X^{-6} . \supset . f(1{\cdot}36880\,81 + x) \in 6{\cdot}10\,x^2 + + 21{\cdot}09613\,924x - X^{-15}\,16500\,0769 + 13\,\theta X^{-15}.$

E poichè $f\,1{\cdot}36880\,81 < 0$, si conclude che $1X^{-7}$ è *il termine di grado decimale 7 della radice.*

Proseguendo il calcolo, poichè ora la $x < X^{-7}$, applicando il teorema del n° 2, in cui ora $n = 15$ e $p = 7$, prendo il coefficente di x^2 con $q = 15 - 7 \times 2 - 1 = 0$ cifre decimali ed il coefficente di x con $q = 15 - 7 \times 1 - 1 = 7$ cifre decimali. E poichè, così facendo, le prime cifre trascurate della linea 40 sono rispettivamente un 1 ed un 4, e dopo di esse non vi sono altre cifre non nulle, commetto un errore eguale a $\theta\,(1 + 4)\,X^{-15}$, che scrivo nella colonna degli errori.

Si ha dunque:

$$x \in \theta X^{-7} . \supset . f(1{\cdot}36880\,81 + x) \in 6x^2 + + 21{\cdot}09613\,92x - X^{-15}\,16500\,0769 + 18\,\theta X^{-15}.$$

Divido il termine noto per il coefficente di x ed ho $0X^{-8}$ *come termine seguente della radice.*

Poichè ora, proseguendo il calcolo, $x < X^{-8}$ prendo il coefficente di x^2 con $q = 15 - 8 \times 2 - 1 = -2$ cifre decimali e il coefficente di x con $q = 15 - 8 \times 1 - 1 = 6$ cifre decimali. Cancello dunque il termine in x^2 e così commetto un errore eguale a θX^{-15}, e prendo il coefficente di x con 6 cifre decimali commettendo così un errore di $2\,\theta X^{-15}$. Scrivo gli errori nella colonna apposita, ed ho:

Linea 41. $x \in \theta X^{-8} . \supset . f(1{\cdot}36880\,810 + x) \in 21{\cdot}09613\,9\,x - - X^{-15}16500\,0769 + 21\,\theta X^{-15},$

e la funzione è ora di primo grado.

Divido il termine noto per il coefficente di x e trovo $7X^{-9}$, che è il termine seguente della radice, o ne è maggiore.

Linea 42. — Moltiplico il coefficente della x per $7X^{-9}$ e scrivo il risultato spostandolo di un posto verso destra.

Digitized by Google

Linea 43. — Sommo ed ho:

$$x \in \theta X^{-8} . \supset . f(1{\cdot}36880\,8107 + x) \in 21{\cdot}09613\,9\,x - \\ - X^{-15}\,17327\,796 + 21\,\theta X^{-15}.$$

Se si fa $x = 0$, questo $f < 0$, se invece si fa $x = X^{-9}$ questo $f > 0$. Si conclude dunque affermando che *il termine di grado decimale* 9 *della radice è* $7X^{-9}$.

Poichè, proseguendo il calcolo, la $x < X^{-9}$, prendo il coefficente di x con $15 - 9 \times 1 - 1 = 5$ cifre decimali; taglio dunque l'ultima cifra di questo coefficente, commettendo così un errore eguale a $9\,\theta X^{-15}$, che scrivo nella colonna degli errori. Così ho:

$$x \in \theta X^{-9} . \supset . f(1{\cdot}36880\,8107 + x) \in 21{\cdot}09613\,x - \\ - X^{-15}\,17327\,796 + 30\,\theta X^{-15}.$$

Ora divido il termine noto per il coefficente di x e trovo $8X^{-10}$, che è il termine successivo della radice, o un numero più grande.

Linea 44. — Procedo come prima. Moltiplico il coefficente della x della linea precedente per $8X^{-10}$ e scrivo il risultato spostandolo di un posto verso destra.

„ 45. — Sommo, taglio l'ultima cifra del coefficente di x e tengo conto dell'errore. Ho:

$$x \in \theta X^{-10} . \supset . f(1{\cdot}36880\,81078 + x) \in 21{\cdot}0961\,x - \\ - X^{-15}\,45089\,2 + 33\,\theta X^{-15}.$$

Di qui risulta che *il termine di grado decimale* 10 *della radice è* $8X^{-10}$.

E così di seguito.

Linea 54. — Essa dice che:

$$x \in \theta X^{-14} . \supset . f(1{\cdot}36880\,81078\,2137 + x) \in 21x - 77X^{-15} + \theta 49X^{-15}.$$

Se qui si fa $x = X^{-14}$ si ha $f(1{\cdot}36880\,81078\,2137 + X^{-14}) > 0$, come già si sapeva; se si fa $x = 0$ si ha $f 1{\cdot}36880\,81078\,2137 \in -77X^{-15} + \theta 49X^{-15}$, e qualunque sia θ, questo $f < 0$. Dunque:

$$V_{14}\ \textit{radice} = 1{\cdot}36880\,81078\,2137.$$

Digitized by Google

Si può proseguire il calcolo nella

Linea 55:

$$x \in 0\,X^{-15}.\,\Omega.f(1{\cdot}36880\ 81078\ 21373 + x) \in 21x - 14X^{-15} + 049X^{-15}.$$

Se si fa $x = X^{-15}$ questo $f > 0$; se si fa $x = -X^{-15}$ il segno di f è incerto; il segno di f è pure dubbio per $x = 0$. Quindi la quindicesima cifra della radice è incerta. Essa può essere un 3, od un 2, od un 1.

Così si è calcolato la radice dell'equazione di LEONARDO PISANO con 14 cifre decimali esatte, facendo uso di numeri con non più di 15 cifre decimali. La parte intera e 5 cifre della radice si sono trovate mediante un'equazione di 3° grado; poi altre 3 cifre mediante un'equazione di 2° grado; ed infine altre 6 cifre della radice mediante un'equazione di 1° grado (cioè con una *divisione graduale*).

OSSERVAZIONE. — Proseguendo i calcoli trovo:

$$(4) \qquad radice = 1{\cdot}36880\ 81078\ 21372\ 63522\ 7\ldots,$$

cifre che mi risultano anche da un calcolo parallelo eseguito facendo uso contemporaneo del metodo della *corda* (o delle *parti proporzionali* o di *doppia falsa posizione*) e del metodo delle *tangenti* (o di NEWTON-FOURIER), ed eseguendo operazioni graduali.

Trasformando in decimali il valore (2), dato da LEONARDO, si ha:

$$(2') \qquad x = 1{\cdot}36880\ 81078\ 5\ldots,$$

quindi il valore del PISANO differisce da quello esatto per circa $3X^{-11}$ in eccesso: cioè egli dà 10 cifre decimali esatte.

Mettendo invece la radice sotto forma sessagesimale si ha:

$$(4') \qquad x = 1^{\mathrm{p}}\ 22'\ 7''\ 42'''\ 33_{\mathrm{iv}}\ 4^{\mathrm{v}}\ 38^{\mathrm{vi}}\ 30^{\mathrm{vii}}\ 50^{\mathrm{viii}}\ 15^{\mathrm{ix}}\ 42^{\mathrm{x}}\ 45^{\mathrm{xi}}\ldots,$$

da cui risulta che il valore di LEONARDO è errato in eccesso di circa $1{\cdot}5^{\mathrm{vi}}$.

Torino, *R. Università*, ottobre 1923.

Digitized by Google

Nuovi cenni di fossili cretacei negli Argilloschisti dell'Appennino settentrionale

Nota del Socio nazionale residente FEDERICO SACCO

Nel 1888, pubblicando una nota sopra " Le Ligurien „ osservavo a pag. 228 che, come il nome di Flysch, *le nom de Ligurien doit être aboli, ou appliqué seulement dans le sens d'indiquer un facies spécial, facies qui, dans la région tipique de la Ligurie, se développe entre le Crétacé ou entre le Parisien inférieur et le Bartonien*, facendo inoltre osservare che tale facies sembra già cominciare talora nel Cretaceo.

Nel 1889, descrivendo, nel lavoro sopra *Il Bacino terziario del Piemonte*, il Liguriano come formazione costituita da banchi calcarei ed arenacei superiormente e da argilloschisti ed argille scagliose ofiolitifere in basso, indicavo, a pag. 51, che " per me il *Liguriano* di Mayer non rappresenta altro che una facies speciale del *Parisiano* (largamente inteso), se pure non si estende anche al Cretaceo in qualche punto dell'Appennino ligure „; alla fine del lavoro stesso a pag. 932, riparlando del Liguriano, indicavo che " l'incontro di fossili caratteristici, alcuni fenomeni stratigrafici, ecc. mi fanno abbracciare l'ipotesi che gran parte delle Argille scagliose e di altre formazioni incluse nel Liguriano e credute eoceniche, appartengano invece già al Cretaceo „, aggiungendo, a pag. 933, che " i miei recenti studi mi porterebbero a collocare nel Cretaceo quasi tutte le cosidette Serpentine eoceniche, come cercherò di dimostrare in una prossima pubblicazione „.

Infatti nel 1891, con una nota speciale sopra *L'âge des formations ophiolitiques récentes*, esponevo una serie di dati litologici, stratigrafici e paleontologici (Cicadeoidee, Radiolarie, Hemi-

Digitized by Google

pneusti, Inocerami, Ammoniti di varii generi [*Acanthoceras, Schloenbachia, Hamites, Turrilites, Scaphites,* ecc.], Pticodi ed Ittiosauri) secondo cui la formazione delle Argille scagliose e degli Argilloschisti galestrini, con Calcari Alberesi, Pietraforte e colle relative Pietre Verdi (Serpentine, Diabasi, Lherzoliti, ecc.), era logico si dovesse attribuire al Cretaceo. Poco dopo, nel 1893, pubblicavo una *Contribution à la connaissance paléontologique des Argiles écailleuses et des Schistes ophiolitiques de l'Apennin septentrional,* elencando ed in parte descrivendo i numerosissimi fossili caratteristicamente cretacei fin allora segnalati da varii autori e da me in dette Argille scagliose e negli schisti ofiolitiferi dell'Appennino, figurandone una ventina di nuovi o poco noti.

Più tardi, nel 1905, in una nota sopra *Les formations ophitifères du Crétacée,* passando in rassegna numerose regioni della Terra ove furono già riconosciute formazioni ofitiche nei terreni cretacei, presentavo, con relativa illustrazione fotografica, nuovi fossili di tipo cretaceo (numerosi Inocerami, Hamiti, Acantoceratidi, Pachidischi, molti Pticodi, Odontaspidi, Scapanorinchi, Oxirine, ecc. ecc.), facendo inoltre una rassegna dei fossili cretacei finallora trovati nelle Argille scagliose e negli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino settentrionale.

Intanto dal 1890 al 1898 andavo rilevando al 25.000 od al 50.000 e pubblicando al 100.000 la carta geologica di tutto l'Appennino settentrionale, accompagnata da sezioni geologiche e da volumi illustrativi (" L'Appennino settentrionale 1891, L'Appennino dell'Emilia 1892; L'Appennino della Toscana 1895; L'Appennino della Romagna 1899 „) in modo da corroborare con studi geologici e tettonici sul terreno i dati paleontologici, riassumendo il tutto nel lavoro generale sopra " L'Appennino settentrionale e centrale, 1904 „ con carta geologica complessiva al 500.000.

Ricordo infine come interessante e parmi probativo della tesi, direi cretacea, da me sostenuta, il fatto che i fossili cretacei (numerose Cycadeoidee, centinaia di Inocerami, parecchie diecine di Ammoniti, denti di Pticodi, ecc.) trovati da tante persone diverse, in diversi tempi, in luoghi svariati quanto fra loro lontani, e senza segni di rimaneggiamento, si raccolsero in quelle regioni appunto dove nei miei rilevamenti eseguiti dal 1890 al

Digitized by Google

1898 riconobbi, per caratteri litologici e tettonici, come cretacee, quasi sempre senza sapere che eranvisi rinvenuti tipici fossili cretacei, che anzi spesso furono solo raccolti o pubblicati più tardi.

Contuttociò è talmente radicata fra i geologi italiani l'idea che le Argille scagliose, i Galestri e consimili Argilloschisti ofitiferi siano eocenici, che si continuò generalmente a porre nell'Eocene tali formazioni, nè io più me ne occupai per quasi un ventennio, salvo quando, spinto da un sentimento di dovere cittadino, davo nel 1908 " Un allarme di Geologia applicata alle Direttissime Bologna-Firenze e Genova-Milano „, quando cioè la questione dell'età relativa delle Argille scagliose, dei Calcari a fucoidi e delle Arenarie (Macigno), uscendo dal puro campo scientifico, diventava disastrosamente pratica; giacchè è facile comprendere quale differenza vi sia nella esecuzione di lunghe e profonde gallerie attraverso l'Appennino secondo che le formazioni argillose vi giacciono in sinclinale, ingracilendosi quindi verso il basso, fra anticlinali di Calcari e di Arenarie, come generalmente tuttora si crede, oppure se esse vi affiorano per anticlinali, estendendosi quindi sempre più in profondità, come io penso; si tratta di differenze equivalenti praticamente a centinaia di milioni, come per esempio mostra ora purtroppo, nella costruzione della linea ferroviaria Bologna-Firenze, il pozzo-discenderia spinto inconsultamente in piena formazione di Argilloschisti presso Castiglione dei Pepoli e come mostrerà pure, in qualche tratto, la grande galleria di valico che riserva non solo sorprese per chi crede che gli Argilloschisti stiano sopra al Macigno, ma purtroppo anche gravissimi inconvenienti ed enormi spese ben superiori alle preventivate.

Del resto, quando si considera che fossili caratteristici del Cretaceo, se trovati in terreni che si vogliono ritenere eocenici, si battezzano coi nomi nuovi di *Inoceramus eocenicus, Inoc. relictus*, *Ammonites eocenicus*, ecc., oppure si determinano come denti di *Gavialis* quelli così tipici di *Ichthyosaurus*, o quando si afferma che gli *Ptychodus* si svilupparono anche nell'Eocene e nel Miocene, o si dicono rimaneggiati fossili che non hanno nessun carattere di rimaneggiamento, o si sostiene che una formazione deve esser eocenica perchè così ritenuta da tanto tempo, ecc., e quando si vede che estese e potenti formazioni (per esempio in certe vaste aree del Bacino di Firenze), dove da oltre un

Digitized by Google

secolo si raccolgono centinaia di esemplari di specie diverse di Inocerami e di Ammoniti riferibili ai generi *Turrilites*, *Acanthoceras*, *Pachydiscus*, *Puzozia*, *Peroniceras*, *Schlömbachia*, *Mortoniceras*, *Heteroceras*, *Crioceras*, *Toxoceras*, *Bostrycoceras*, *Scaphites*, ecc., tutti del Cretaceo, regolarmente intercalati fra terreni che da un trentennio collocai nel Cretaceo, dopo apposito rilevamento di cui pubblicai nel 1895 la Carta geologica; quando si vede, ripeto, che tali formazioni sono attribuite ancora all'Eocene nel recente foglio al 100.000 di *Firenze* della Carta ufficiale del Regno d'Italia, allora vien fatto veramente di disperare della Paleontologia e della Geologia, o meglio del buon senso, riguardo a questa importantissima questione della Geologia appenninica (1).

Nello scorso anno, avendo dovuto nuovamente occuparmi della Geologia dell'Appennino settentrionale, per incarico ministeriale, circa le sue regioni eventualmente petroleifere, ebbi di nuovo a raccogliere numerosi dati stratigrafici, paleontologici, ecc. comprovanti l'età cretacea della complessa formazione argilloschistosa ofitifera; rinviando ad altro lavoro (richiedente carte, tavole di sezioni, ecc.) i dati geologici, ricordo qui ora semplicemente alcuni nuovi o non ancora illustrati rinvenimenti paleontologici, che del resto collimano perfettamente con quelli caratteristici già sovraccennati (2).

Andando per ordine sistematico, debbo anzitutto ricordare l'interessante lavoro di G. Steinemann, *Ueber Tiefenabsätze des Ober Jura im Appennin* (" Vortr. d. Geol. Verein in Marburg, Wien „, 1913), il quale, studiando le Radiolariti racchiuse nei depositi argilloso-calcarei, di tipo abissale, di Figline di Prato, dove detti argilloschisti sono, come di solito, connessi con Eu-

(1) L'età cretacea di potenti formazioni argilloschistose (*Flysch*) con Pietre verdi (Serpentine, Peridotiti, Gabbro, ecc.) analoghe a quella dell'Appennino italiano si va sempre più riconoscendo (per studi tettonici, per rinvenimento di Inocerami, ecc.) in tutte le parti del mondo, dai Pirenei all'Himalaja, al Giappone, a Borneo, alla California, ecc.

(2) Colgo l'occasione per ringraziare gli amici Prof. P. Vinassa (nonchè l'egregio suo aiuto Dott. Anelli) Direttore del Museo geologico di Parma, ed il Prof. L. Colomba Direttore del Museo geologico di Modena per gli interessanti fossili cortesemente affidatimi in esame.

Digitized by Google

fotidi, Serpentine, Oficalci (il cosidetto Verde Prato) e che egli indica come di facies lepontinica, precisa che tale fauna radiolaritica corrisponde perfettamente a quella cosidetta *titoniana* e conchiude quindi nel ritenere tale formazione come appartenente al Giura superiore. Detta interpretazione cronologica delle Radiolarie incluse fra gli Argilloschisti ofitiferi di tipo abissale che io riferisco al Cretaceo fu già indicata, oltre che dal Rust, dal Neviani e dal Vinassa de Regny (" Boll. Soc. geol. it. ", XIX, 1900); ma, data la semplicità organica delle Radiolarie, credo che non se ne debba esagerare il valore stratigrafico, pur segnalandone, nel caso in questione, l'indicazione prevalentemente mesozoica (1).

Quanto all'indicazione fatta dallo Steinemann della *Calpionella alpina* Lorenz (fossile che egli ritiene assolutamente caratteristico del Giura sup. e del Cretaceo inf.) nel Calcare alberese di Figline, credo pure che non se ne debba esagerare il valore cronologico, giacchè essa, oltre che trovarsi nel Giura, deve risalire certamente al Cretaceo sup., se pure non ancora nell'Eocene inf. Nella regione in questione si vede che fra gli schisti grigio-bruni ofitiferi del Cretaceo si intercalano strati e lenti di Calcari alberesi; ma verso l'alto della formazione argilloschistosa cominciano ad apparire Calcari schistosi che iniziano la vera serie eocenica sviluppantesi poi in alto verso Nord colla potente tipica pila delle arenarie (*Macigno*).

Nello stesso lavoro lo Steinemann riferisce il *Macigno* al Turoniano o al Senoniano, ciò che credo un'altra esagerazione, giacchè in tale famosa serie arenacea è noto che si trovarono caratteristiche Nummuliti, nonchè Molluschi di tipo persino miocenico; ma ad ogni modo credo che essa sia riferibile all'Eocene.

Ricordo infine che lo Steinemann nel lavoro in esame ritiene che nella costituzione dell'Appennino vi è una parte autoctona ed una parte alloctona sovrapposta alla prima con facies

---

(1) Il Prof. C. De Stefani con uno scritto *Su una Nota di Steinemann intorno alle roccie di Prato in Toscana* (" Rend. R. Accad. Lincei ", XXIII, 1914) replicò riferendo, come di solito, all'Eocene superiore dette formazioni argilloschistose con roccie eruttive, diaspri e Radiolarie, tronchi silicizzati di *Cuprexylon*, denti di *Ptychodus latissimus*, ecc., e ricordando anche il rinvenimento di Inocerami indubbiamente eocenici!

Digitized by Google

lepontinica e che rappresenta l'Appennino schistoso; ciò verificasi realmente per alcune zone in cui la formazione argilloschistosa del Cretaceo va a sovrapporsi per rovesciamento a quelle calcaree od arenacee dell'Eocene, anzi talora persino del Miocene, come già accennai in una nota sopra *Una placca isolata di Cretaceo sul Miocene* (" Rend. R. Accad. Lincei „, 1923); ma anche qui non bisogna esagerare il fatto, che pur troppo già tanto contribuì a far porre finora, dalla maggioranza dei geologi, gli schisti cretacei nell'Eocene superiore, vedendosene la frequente sovrapposizione tettonica, senza tener conto dei fossili.

Ancor più esagerata è la teoria dello S. Lencewics che nei suoi " *Profile geologiczne przez Apęnin Toskanski* (Warszawa, 1917) interpretò l'Appennino tosco-emiliano con dei ricoprimenti di una grandiosità che non credo ammissibile, potendosi interpretare invece questa regione in modo assai più naturale e relativamente semplice (malgrado molti e forti corrugamenti ed anche rovesciamenti e trasgressioni), come mostrerò in altri lavori di carattere geologico.

Continuando l'indicazione sistematica dei fossili raccolti ultimamente nelle Argille scagliose, ricordo l'interessante *Rinvenimento di* Uintacrinus *nell'Appennino settentrionale*, che per la sua speciale importanza già segnalai l'anno scorso negli "Atti della R. Accad. Sc. Torino „, LVIII, 1922; trattasi infatti di un genere finora riscontrato solo nel Cretaceo superiore del Kansas, della Westfalia e dell'Inghilterra, e di cui fu raccolto dall'ing. C. Ponci un caratteristico lungo braccio impigliato in una delle solite lastre calcaree alternantesi colle Argille scagliose del fianco destro di Val Dordone sopra S. Andrea di Medesano.

Ma le forme che più frequentemente si incontrano sugli strati arenaceo-calcarei alternantisi cogli schisti argillosi sono gli Inocerami allo stato di impronte interne od esterne, generalmente frammentate per frattura della lastra che le accoglie, ma senza cenni di rotolamento, il che esclude il rimaneggiamento e ci indica che questi depositi (come del resto suggerisce anche la stessa natura arenacea) non sono tanto profondi quanto parrebbero invece indicare le vere Argille scagliose.

Non è il caso di presentare qui la descrizione e determinazione specifica di questi Inocerami (in gran parte riferibili al gruppo dell'*Inoc. Cripsii*), trattandosi di impronte incomplete e

Digitized by Google

di forme alquanto variabili; tale studio si potrà fare con utilità quando si potranno avere sott'occhio quasi tutti gli esemplari (o relative fotografie) di Inocerami dell'Appennino settentrionale, ora sparsi nei diversi Musei di Parma, Modena, Bologna, Firenze, ecc.

Basterà qui per ora segnalarli, illustrarli, almeno in parte, ed indicarne la località di rinvenimento, ciò che ha tanta importanza per la questione geologica sovraccennata.

Già antecedentemente ebbi a ricordare un Inoceramo trovato presso Casola di Ravarano in Val Baganza; ora dal Museo di Parma ebbi in gentile comunicazione due esemplari di tale

Fig. 1 ($^2/_3$ gr. nat.).

Fig. 2 ($^2/_3$ gr. nat.).

località, cioè un frammento di arenaria presentante l'impronta ben netta (fig. 1) di un Inoceramo affine all'*I. Cripsii*, con l'indicazione aggiunta di " Sopra le Vigne „; l'altro esemplare, pure su lastra di arenaria ed affine all'*I. Crispii* (fig. 2), è indicato come raccolto anticamente a Casola " vicino a Baganza „. Questa località di Casola (ad ovest di Calestano) è molto interessante, giacchè quivi verificasi una bella, stretta, anticlinale di tipiche argille scagliose che sviluppasi per oltre 10 chilom. dalla Valle del Taro (dove è riccamente ofitifera) sino alla Valle del Parma, separando così due caratteristiche sinclinali di Calcari eocenici costituenti i gruppi di M. Croce e M. Vitello a Nord, di M. Cassio e Montagnana a Sud.

Digitized by Google

Un altro Inoceramo, pure affine all'*I. Cripsii* (fig. 3), conservato nel Museo geologico di Parma, giace sopra una lastrina di arenaria raccolta in Val Ceresola presso Casalino (Reggio Emilia) dove appunto affiorano in vario modo gli argilloschisti sopra i Gessi del Trias e sotto le formazioni marnoso-arenacee dell'Eocene.

Dal Museo di Modena ebbi in esame diversi Inocerami; uno purtroppo di località imprecisata dell'Appennino modenese, per cui, per quanto conservato sulle solite lastre arenaceo-calcaree alternanti colle Argille scagliose, non se ne può qui tener conto.

Un altro frammento di Inoceramo proviene da Casellano, località pure dell'Appennino modenese che non seppi individuare.

Fig. 3 (gr. nat.).

Fig. 4 ($^1/_2$ gr. nat.).

Una impronta di Inoceramo (fig. 4) fu raccolta a Monte dell'Evangelo dove sviluppasi una larga e complicata zona anticlinale di tipiche Argille scagliose (alternate mille volte con straterelli calcareo-arenacei, grigi con frequenti icniti svariate), zona vasta ed importantissima che si estende quasi ininterrotta nella regione preappenninica dal Piacentino al Bolognese.

Interessantissimo è l'Inoceramo di Barigazzo già segnalatovi molto tempo fa dal Lotti e da me, poichè in quella località dell'Appennino modenese i terreni sono tettonicamente molto conturbati e contorti per modo che strette anticlinali di argilloschisti del Cretaceo vengono ad affiorare fra marne ed arenarie calcaree dell'Eocene, e quindi schisti con Inocerami in-

Digitized by Google

contransi a pochi metri di distanza (1) da strati con Lucine, Nummuliti ed altri fossili eocenici.

Quanto all'Inoceramo di Costa dei Grassi (fig. 5) esso fa parte di quel gruppo di fossili tipicamente cretacei (*Inoc.* cfr. *Monticuli*, *Pachydiscus* cfr. *galicianus*, ecc.) che si raccolsero già da tempo in quella estesa zona di argilloschisti che avviluppa il grande affioramento triasico dell'alta Val Secchia, venendo a lor volta coperti qua e là da placche più o meno estese di calcari marnosi dell'Eocene.

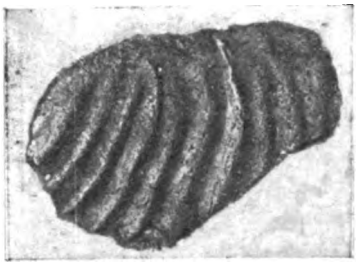


Fig. 5 ($^1/_2$ gr. nat.).

Ricordo anche frammenti di Inocerami raccolti dal Dottore Anelli (*Cenni geol. dint. Traversetolo*, 1915) nelle solite Argille scagliose di Masdone (Bassa Val Parma), dove esse si liberano dal mantello miocenico presentando le caratteristiche acque salsojodiche nella vicina località detta appunto di Lesignano Bagni.

Infine debbo accennare al fatto interessante che il Dottore E. Fossa-Mancini, incaricato, nella scorsa primavera, di uno studio geologico dettagliato della regione modenese di Monfestino in Serramazzoni, dove una vastissima, digitata, zona di Calcari marnosi dell'Eocene giace, in generale suborizzontale o con poca inclinazione (salvo presso certi margini), sopra la potente formazione delle Argille scagliose qua e là ofitifere, durante il suo paziente, minuto ed oculato lavoro di rilevamento, trovò su lastre arenaceo-micacee ben cinque esemplari di Inocerami (riferibili essenzialmente all'*I. Cripsii*) presso Valle, a N. E. di Monfestino; cioè appunto nella regione di passaggio dalle marne calcaree eoceniche (quivi inclinate di 30°-40° verso S. O. circa) ai soggiacenti argilloschisti del Cretaceo supe-

(1) Ricordo che un fatto analogo, il passaggio cioè rapidissimo dagli strati cretacei con Inocerami a quelli eocenici con Nummuliti, talora quasi a contatto od a pochi metri di distanza, ebbi pure a constatare nei Pirenei (Vedi F. Sacco, *Osservazioni geologiche comparative sui Pirenei*, "Atti R. Acc. Sc. Torino „, XXXVI, 1900).

Digitized by Google

riore, con interstraterelli arenaceo-calcarei spesso fortemente drizzati, contorti ed arricciati come di solito; gli Inocerami, come mi scrisse cortesemente il Fossa-Mancini, si trovano " alla superficie superiore del gruppo prevalentemente argilloso che Lei pose nel Cretaceo „, riferendósi naturalmente alla mia Carta geologica (al 100.000) dell'Appennino dell'Emilia pubblicata nel 1892.

Un altro Inoceramo il Fossa-Mancini osservò nel Rio di Spezzano al passo di Varana, ed anche qui in piena zona di argilloschisti inglobanti i grossi affioramenti di Serpentina a cui si appoggiano i casolari della Borgata Varana; zona argilloschistosa cretacea che soggiace appunto, verso Sud, alla grande formazione calcareo-marnosa eocenica suborizzontale (però con forti drizzamenti nella sua zona marginale, come sotto i Bortolacelli) di Monfestino e verso Nord alla zona di Calcari marnosi eocenici, piegati forse in sinclinale coricata, pendenti specialmente verso il N. N. O. circa, costituenti per la loro compattezza relativa il rilievo detto il Monte.

Altri Inocerami il Fossa-Mancini rinvenne infine nel letto del Rio Cervaro presso il Molino del Poggio a S. O. di Monfestino, sempre nella zona di passaggio dagli argilloschisti cretacei alla serie marnoso-calcarea dell'Eocene.

Quanto a Cefalopodi indico un'Ammonite, giacente inglobata in una delle solite lastre calcaree alternantisi colle Argille scagliose, raccolta nella tipica regione argilloschistosa della destra di Val Dordone (Parmense); sgraziatamente la lastra, oltre che screpolata per gli sforzi orogenici subiti anticamente (rimanendo anche spaccato il fossile), dovette restare lungamente esposta alle intemperie per cui l'Ammonite rimase corrosa ed alterata, tanto che la sua determinazione riesce incerta; sembra una *Schloembachia* (fig. 6).

Diverse impronte di *Hamites*, assieme a numerose Icniti svariatissime, potei raccogliere su lastre arenaceo-calcaree alternantisi regolarmente con schisti argillosi, 4 chilometri (in linea d'aria) ad O. S. O. di Pellegrino parmense nella dorsale depressa di C. Barillini; quivi si vede nettamente che tali argilloschisti grigio-brunastri, disposti in anticlinale, sfasciantisi in grandiose frane verso Nord e verso Sud (Val Cenedola), soggiacciono ad Ovest alle marne calcaree grigiastre, eoceniche, del M. Castellaro

Digitized by Google

e immergonsi verso Est sotto ad argilloschisti rossigni, che interpreterei come il deposito superiore del Cretaceo e che soggiacciono alla loro volta alla potente serie dei Calcari marnosi grigiochiari che formano l'ampio ed elevato gruppo del Monte di S. Cristina. È questa una delle tante località appenniniche dove si può esaminare bene il passaggio graduale, per quanto rapido, dal Cretaceo all'Eocene.

Fig. 6 (gr. nat.).

Quanto a denti di Pesci, di cui già descrissi e figurai numerose forme tipicamente cretacee nel sovraccennato lavoro nel 1905, è da indicarsi come assai importante lo studio di G. Canestrelli sopra *Denti di* Ptychodus *nel territorio dell'App. tosco-romagnolo* (" Atti Soc. Tosc. Sc. Nat. ", Memorie, XXVI, Pisa, 1910), in cui sono descritti e figurati diversi denti di questi tipici fossili cretacei che è opportuno ricordare.

Un dente di *Ptychodus latissimus* Ag. fu raccolto dal sig. Gasprini nella potente serie dei galestri multicolori, connessi a calcare alberese, di Poggio al Pino presso Strada nel Chianti; l'A. indica questo terreno come eocenico, ma trattasi dei soliti argilloschisti ofitiferi del Cretaceo della grande zona di Firenze-Greve-Radda, ecc., che presso Poggio al Pino passa, con intermezzo di calcari nummulitici, alla potente serie del Macigno eocenico disposto in pieghe multiple allineate da N. O. a S. E. circa.

Il dente di *Ptychodus decurrens* (*Pt. polygyrus* secondo il Cocchi che ne parlò sin dal 1866 nel suo lavoro *Sulla geologia dell'Alta Val di Magra*) trovato a Resti nel Vallone di Mommio, fu raccolto in quegli schisti rossigni e variegati che là affiorano tra i Calcari giurassici ed il Macigno eocenico; tale fossile anzi ha contribuito a far includere giustamente nel Cretaceo detti schisti rossi, già creduti eocenici, e che in parecchi punti dell'Appennino (per esempio tra la Garfagnana e Pievepelago) veggonsi con-

Digitized by Google

nettersi strettamente coi soliti argilloschisti ofitiferi che ancora oggi voglionsi attribuire all'Eocene.

Due denti di *Ptychodus latissimus* (già indicati nel 1885 come *Pt. polygyrus* dal De Stefani nei suoi *Studi paleozool. sulla Creta dell'App. Sett.*) provengono dal T. Diaterna confl. del Santerno presso Firenzuola. Gli autori indicano che questi denti possono provenire dall'Eocene o dal Miocene dei dintorni di Firenzuola; ma trattasi invece di un vastissimo bacino di argilloschisti ofitiferi del Cretaceo (dai quali quindi è logico supporre derivino i denti sovraccennati) affioranti in anticlinale arricciata, circondata da vaste e potenti zone, specialmente arenacee, di Eocene; non vi esiste assolutamente alcuna zona miocenica.

Presso Montese (Prov. di Modena) il Mazzetti raccolse molti anni fa diversi denti di *Ptychodus*, che il Canestrelli determinò come *Pt. polygyrus* per gli esemplari provenienti da S. Martino di Salto, Montespecchio e Ca di Mattiozzo, mentre indicò come *Pt. decurrens* l'esemplare trovato alla Costa del Castelletto di S. Martino; la regione è indicata come dell'Eocene superiore, ma trattasi invece della solita formazione delle Argille scagliose calcarifere tanto sviluppate, specialmente ad Ovest di Montese, la cui età cretacea è anche provata dal rinvenimento di Inocerami (*In. Monticuli* ed *In. Cripsii*).

Uno *Ptychodus decurrens* Ag. di Sarzano in Prov. di Reggio è indicato dal Canestrelli come proveniente dal Miocene medio; ma tale fossile, dell'antica raccolta Doderlein, è ben più probabile che provenga dalle solite Argille scagliose largamente affioranti presso tale borgata sulla sinistra del T. Tassobbio.

Presso Montagnana (Prov. di Modena) nel Torr. Grizzaga lungo la via Giardini furono già raccolti tre denti di *Ptychodus decurrens* (indicati come *Pt. polygyrus* dal Pantanelli) (1) che il Canestrelli dice provenire dall'Eocene sup. o dal Miocene; siccome detta borgata è costruita sopra un lembo di marne sabbiose grigio-biancastre del Miocene poggiate sopra una estesissima zona di franosissime Argille scagliose, è ben più probabile

(1) Pantanelli D., *Denti di "Ptychodus" nell'App. mod.* ("Atti Soc. tosc. Sc. Nat.", 1904); Id., *Ancora su i resti di denti di "Ptychodus" nell'App. modenese* ("Atti Soc. Natur. di Modena", XXXVIII, 1905).

Digitized by Google

che tali denti derivino da questi terreni cretacei, tanto più che gli esemplari non presentano resti di marna aderente.

Un grosso esemplare di *Ptychodus latissimus* Ag., come vennemi determinato dal Prof. G. D'Erasmo, che sono lieto di qui ringraziare, fu rinvenuto nelle vicinanze di Rocca S. Maria (pure in prov. di Modena), paesello situato sopra una zona di marne sabbiose grigie mioceniche sotto cui affiorano largamente, verso Sud e verso Nord, le solite Argille scagliose grigio brune e variegate del Cretaceo; invece il Canestrelli scrisse che questo fossile (da lui determinato come *Pt. polygyrus* e dal Pantanelli come *Pt. decurrens*) proveniente dalla vecchia collezione Doderlein, deriva dal Miocene.

Del resto, malgrado che tutte queste specie di Pticodi per unanime consenso di tutti i Paleontologi siano proprie del Cretaceo superiore ed abbondanti particolarmente nel Senoniano (per es. nella *Scaglia* veneta, ecc.), il Canestrelli terminò il suo sovraccennato lavoro concludendo alla estensione assicurata degli *Ptychodus* all'Eocene ed al Miocene!

I frequenti rinvenimenti di denti di Pticodi risultano anche dagli *Appunti sulla Ittiofauna foss. dell'Emilia conservata nel Museo geol. dell'Univ. di Parma* (" Boll. Soc. geol. ital. „, XXXI, 1912) del Prof. G. De Stefano; egli infatti ebbe in esame ben tredici denti di questo genere provenienti dai dintorni, sia di Mulazzano (credo presso Lesignano Bagni) dove appare infatti una grande zona di Argille scagliose del Cretaceo coperte a Nord dalle sabbie e marne del Miopliocene ed a Sud dal Calcare marnoso dell'Eocene, sia di Vigoleno (presso Salsomaggiore) dove le formazioni marnoso-arenacee del Pliocene si appoggiano ad una vastissima zona di Argilloschisti costellati di affioramenti ofitici e che già presentarono, in varii punti, interessanti denti di varii generi di Pesci, tipici del Cretaceo, ricordati altrove (F. Sacco, *Format. ophitif. du Crétacé*, 1905).

Il De Stefano figura denti di *Ptychodus latissimus* Ag. (due esemplari), di *Pt. polygyrus* Ag. (quattro esemplari di Mulazzano e Vigoleno), di *Pt. decurrens* Ag. (tre denti), e di *Pt. mammillaris* Ag. (numerosi esemplari).

Nè posso dimenticare che il Dott. L. Pieragnoli, trattando di *Selaci eocenici di Toscana* (" Riv. it. Paleont. „, XXII, 1916), oltre agli *Ptychodus* già sopra ricordati di Mommio e di Poggio

Digitized by Google

al Pino presso Strada in Chianti, accenna che un altro dente di *Ptychodus* fu recentemente raccolto nella formazione argillosa di quest'ultima località, che contuttociò continua a riferire con certezza all'Eocene superiore.

Chiudo infine questi cenni di fossili cretacei degli Argilloschisti dell'Appennino ricordando l'interessante Memoria di V. Simonelli *Sopra un avanzo di Ittiosauro trovato nell'Appennino bolognese* (" Mem. Ist. Bologna ,, 6ª serie, VII, 1910) e precisamente ad Olmo poco a Nord-Est di Castelluccio (Porrettano), cioè in quella potente formazione di argilloschisti (1), galestri ed alberesi con Ftaniti, Eufotidi, Oficalci, ecc. che da oltre trent'anni nella Carta geologica dell'Appennino dell'Emilia, pubblicata nel 1892, segnai ivi sviluppatissima, attribuendola al Cretaceo.

Sono quindi già tre resti di Ittiosauri che, assieme ad una trentina di denti di Pticodi, ad una cinquantina di Ammoniti, ad un centinaio di Inocerami, ecc. ecc., parmi dovrebbero bastare per convincere i geologi dell'età cretacea, non eocenica, degli Argilloschisti ofitiferi dell'Appennino settentrionale.

---

(1) Nelle colline di Castelluccio questi schisti argillosi, con calcare alberese, grugni ofitici (come presso detto paese), ecc., malgrado le frequenti contorsioni, inclinano in complesso a S.O., andandosi così ad immergere sotto la potentissima serie degli strati e banchi di *Macigno*, che però sono spesso anche ribaltati ed ampiamente contorti, come vediamo chiaramente sul fianco del M. Grande sopra Pianaccio, sul fianco occidentale del M. Granaglione, ecc.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Novembre 1923

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Stampini, Brondi, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, Faggi, Luzio e Vidari Segretario della Classe.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 24 giugno u. s.

Il Presidente commemora con brevi parole il compianto Socio nob. Alessandro de' Conti Baudi di Vesme, deceduto il 27 ottobre in Torino: lo ricorda come rappresentante insigne di quella cultura extra-universitaria, che ha sempre avuto in questa Accademia custodi e continuatori valorosi; ne illustra la singolare competenza nel campo specifico della storia dell'arte locale e regionale, intorno alla quale il compianto Socio fece studii ampii e profondi, rimasti, pur troppo, ancora inediti; ne ricorda infine le nobilissime qualità morali, che facevano di lui un gentiluomo perfetto. Il Presidente propone infine che sia incaricato della commemorazione ufficiale il Socio Patetta. E questi accetta, aggiungendo poche parole di compianto, e alcune notizie circa i manoscritti di storia dell'arte piemontese lasciati dall'estinto già pronti per la pubblicazione.

Digitized by Google

Il Socio De Sanctis nella sua qualità di rappresentante dell'Accademia nell'*Union Académique internationale* comunica che la 5ª sessione di essa si terrà a Bruxelles dal 12 al 14 maggio 1924, e si riserva di tornare sull'argomento in fine di seduta.

Il Segretario Vidari comunica che durante le vacanze estive è pervenuto in dono all'Accademia un fascicolo " Per Giovanni Prati „ pubblicato nell'occasione del trasporto della salma del Poeta da Torino a Dasindo: nel fascicolo è un articolo del Socio V. Cian.

È pervenuto inoltre un volume *Les carnets du Comte Joseph de Maistre, publiés par le Comte* Xavier de Maistre, inviato all'Accademia " en mémoire d'un de ses illustres membres „. Annuncia infine che è pervenuto pure al Presidente dell'Accademia l'invito, da parte del Comitato esecutivo per le onoranze nazionali a Franc. Acri e Giov. Pascoli, di far parte del Comitato nazionale d'onore. Il Presidente ha risposto ringraziando e accettando.

Il Socio Schiaparelli presenta con parole di vivo elogio la monografia del dottor P. Barocelli sulla città romana di *Albintimilium* inserita nei volumi dei " Monumenti antichi „, e ne mette in rilievo l'importanza per la illustrazione di quella zona archeologica.

Il Socio De Sanctis si associa alle parole di elogio dette dal collega Schiaparelli.

Il Socio Luzio presenta, illustrandone l'importanza, il volume di Armando Sapori, *Le Compagnie dei Bardi e dei Peruzzi in Inghilterra nei secoli XIII e XIV*, che è un bel saggio, scientificamente condotto e documentato, di storia economica medioevale. Il Socio Prato si associa alle parole di elogio del collega Luzio, aggiungendo alcune osservazioni e notizie circa pubblicazioni inglesi sullo stesso argomento.

Passando alla presentazione di Note da inserirsi negli *Atti*, il Socio De Sanctis presenta lo scritto *Documenti giuridici*

Digitized by Google

assiro-cappadoci di Giuseppe Furlani, e ne illustra la contenenza e l'importanza. Sarà pubblicato.

Il Segretario Vidari presenta a nome del Socio corrispondente C. Bertacchi una commemorazione del Socio Filippo Porena con bibliografia. Sarà pubblicata.

E presenta pure uno scritto del dott. Carlo Mazzantini, già noto per altre pubblicazioni fatte in questi *Atti* e in Riviste, dal titolo: *Osservazioni sopra il concetto dell'attività umana*; è una analisi molto fine e penetrante circa il modo di concepire l'attività dello spirito. È consentita la pubblicazione.

Il Socio Vidari presenta infine per la pubblicazione nel volume delle *Memorie* la prima parte di alcuni suoi *Studii sulla storia del pensiero pedagogico italiano*; egli indaga in questa prima parte il processo storico di sviluppo del pensiero educativo italiano nell'Umanesimo e nel Rinascimento, cercando di scoprire, più che i particolari dei singoli scrittori, i caratteri generali onde si contrassegna quella evoluzione che è parte importantissima del processo generale della civiltà italiana.

Si procede, secondo il Regolamento, alla votazione segreta; il Presidente proclama il risultato, che è ad unanimità favorevole.

Il Socio Schiaparelli presenta per la pubblicazione nel volume delle *Memorie* uno studio del dott. Barocelli. Il Presidente nomina la Commissione prescritta dal Regolamento per giudicare della proposta; fanno parte della Commissione i Soci Schiaparelli e De Sanctis.

Il Socio De Sanctis dà nuovi ragguagli intorno ai lavori della *Union Académique internationale*, e comunica che un recente decreto-legge ha istituito in Roma la Unione Academica nazionale aderente allà U. A. I., e composta appunto dei rappresentanti nominati dalle Accademie aderenti alla detta Unione internazionale. Conforme ai voti ripetutamente espressi dalla nostra Accademia, alla U. A. N. sarà assegnata annualmente

Digitized by Google

sul bilancio della P. I. la somma di lire 100.000, con cui si dovrà provvedere a tutte le spese dipendenti dalla adesione alla U. A. I. e a qualunque altra spesa per lavori e ricerche disposti dalla Unione Nazionale. La Classe con voto unanime designa a rappresentante della nostra Accademia nella U. A. N. il Socio De Sanctis.

Digitized by Google

LETTURE

FILIPPO PORENA

Commemorazione fatta dal Socio naz. corrisp. COSIMO BERTACCHI

presentata dal Socio nazionale residente G. Vidari

1. — Con queste malinconiche parole termina Egli la necrologia di un giovane Collega scomparso nelle rovine di Messina il 28 dicembre 1908:

" Di tanta operosità, di tanta virtù, di tanti affetti, di tante speranze, non restano che la memoria di quei che lo conobbero, lo stimarono, lo amarono, e il contributo da lui recato all'avanzamento della nostra dottrina; di cui la prima si spegnerà in uno con que' suoi cari, il secondo andrà confuso, come rivolo al mare, nell'andamento generale della scienza. È ben poco. Ma le anime non abiette preferiranno sempre questo poco al materiale godimento della vita, che termina del tutto e immediatamente con questa, se pur non lasci residui di odii e di dolori, quando se ne sia fruito con danno altrui „.

E in queste parole è tutta la figura morale del prof. Filippo Porena; poichè è sempre vero che l'uomo si conosce dal modo di giudicare i suoi simili: l'anima è come la luce, che prodiga i suoi colori agli oggetti. E le stesse parole, a Lui, al Porena medesimo si possono riferire, astrazion fatta dalla diversa età della persona, che non è più quella delle speranze, ma sì piuttosto dell'opera compiuta. E ben si possono ripetere a Lui le parole pronunziate da Giosuè Carducci il 15 febbraio 1883 dinanzi al feretro di Giuseppe Regaldi: " Va, buono operaio, chè hai bene meritato della tua giornata „.

Digitized by Google

2. — Il 22 agosto 1839 nacque in Roma il Porena, morì a Portici nel febbraio 1910, ordinario di Geografia all'Università di Napoli. Fece nella città natale gli studi di Filosofia e di Giurisprudenza, e in questa si laureò nel 1863, conseguendo la massima onorificenza della " Prima laurea ad honorem „, premio annuale per il migliore dei laureandi.

Si diede dapprima agli studi storici e giuridici; e pubblicò nel 1869 un lavoro sulle " Fonti storiche del Diritto „, mentre nel 1872-73 diede in luce una memoria sulle " Principali scoperte geografiche „ e un'altra sulla " Scoperta delle sorgenti del Nilo „. Qui il Geografo incominciava a muoversi attraverso la storia.

Istituito a Roma il primo Liceo nel 1870, concorse alla cattedra di Storia e l'ottenne. Nel 1877 fu chiamato a insegnare la Geografia nell'Istituto Tecnico. Da allora questa disciplina divenne la sua occupazione prediletta, e vi si dedicò con quella foga, che non venne mai meno, ma che parve, anzi, acquistare di intensità col volgere degli anni. Sempre sulla breccia, e in prima linea fra i più operosi e benemeriti della cattedra universitaria, morì a 70 anni nel pieno vigore della sua vita intellettuale.

Nel 1888 vinse il concorso di straordinario alla cattedra di Geografia dell'Università di Messina, ma vi rinunziò. Così io potei averlo Collega l'anno successivo nell'Istituto Tecnico di Roma, a S. Pietro in Vincoli: e incominciai ad apprezzare le sue eminenti qualità di mente e di cuore.

Nel 1892, riapertosi il concorso di Messina, lo vinse una seconda volta, e finì per accettare. Nel 1895, dichiarato vincitore nel Concorso per Ordinario alla Cattedra di Geografia dell'Università di Palermo, passò a Napoli, essendosi fatta vacante la stessa cattedra per la morte del prof. De Luca.

3. — Questa per sommi capi la sua biografia considerata nelle linee esteriori. Da essa soltanto traspare che la vita del Porena non trascorse molto agitata, raccolta come fu sempre nelle cure della famiglia e degli studi prediletti: della famiglia, formata dall'ottima sua Consorte e da due bravi figliuoli, uno dei quali, Manfredo, è oggi il valoroso letterato che tutti conoscono, direttore dell'Istituto di Magistero Superiore femminile

Digitized by Google

di Roma. Quanto agli studi, basterà dire che — come geografo — il Porena non spiegò la sua attività in lunghi viaggi all'Estero e neppure in importanti esplorazioni all'interno con intenti di osservazione diretta sui luoghi, com'è oggi il costume dei giovani geografi italiani dopo l'esempio dato da Giovanni Marinelli nelle classiche raccolte di dati altimetrici sulle Alpi Orientali. Non misurò laghi, nè ghiacciai, non esplorò caverne, nè intraprese ascensioni. Ebbe una visione più o meno diretta dell'Italia Appenninica a Sud del parallelo di Roma. Ed è curioso il fatto che Egli visitò le isole Eolie dopo di averle descritte. La qual cosa sarebbe certo un controsenso se non fosse l'effetto di casi involontarii. Ma penso che talora il tentativo di descrivere su elementi raccolti, prima di vedere i luoghi, può obbligare a veder meglio là dove gli elementi vengono meno alla descrizione metodica completa o meritano di essere ripresi in un nuovo esame.

4. — Ebbe il Porena una particolare attitudine alla descrizione del paesaggio e alla composizione di quadri geografici che sapeva colorire da artista. Basta leggere le belle pagine " Campania Felix „ pubblicate in occasione del Congresso Geografico di Napoli (1904) e quelle sullo " Stretto di Messina e i suoi terremoti „ (1910) per riconoscere in esse non pochi tratti di vera eloquenza ed efficacia pittorica. Offrono pure notevoli pregi di stile, oltrechè di informazioni, gli interessanti capitoli sull'*India Anteriore* e quelli sull'*America Anglo-Sassone* inseriti nell'opera " La Terra „ di Giovanni Marinelli.

Denso di pensiero metodico è il suo scritto sui " Monti secondo le dottrine dell'odierna scienza geografica „, che ritrae il progresso recente della Geografia in ordine alla descrizione delle forme del terreno; e, benchè risalga a trent'anni fa, merita ancor oggi di essere letto attentamente dai giovani discenti.

Ma per quanto la scienza geografica del Porena — come metodo di ricerca — rimanga nell'ambito dell'analisi sistematica degli elementi, non perciò egli disdegna la composizione di questi elementi in una sintesi atta a permettere l'opera d'arte, non perciò — come abbiamo visto — Egli nega la tendenza naturale dello spirito ad animare e colorire il quadro descrittivo, ciò che rientra senz'altro nel così detto " Nuovo orienta-

Digitized by Google

mento della Geografia „ illustrato oggi da Stefano Grande in un suo recentissimo e vivace scritto originale (1).

Quando, nel 1877, pubblicava l'*Itinerario di Roma del Nibby* " corretto ed ampliato secondo le ultime scoperte „ e rivedeva nell'anno successivo certe sue pagine di Storia d'Italia del Medio Evo " pochi avrebbero potuto sospettare in Lui il Geografo, quale si annunziava poco dopo con l'importante studio sulle *Esplorazioni di Emilio Holub nell'Africa Australe* (1881).

Ed era, si può dire, tutto pervaso di cultura storica e letteraria, quando con nobile ostinazione si andava preparando quel corredo saldo di cognizioni scientifiche onde più tardi potè approfondire, con determinazioni sottili e nuove, l'elemento morfologico della scienza geografica, fissandone, fin dove era possibile, l'incerta terminologia.

5. — Lungamente però fu da Lui maturata l'importante opera sulla " Morfologia della superficie terrestre nella Geografia e sui tipi di rilievo con la loro nomenclatura in italiano „ (1897-99). E il suo libro di testo per gli Istituti Tecnici, nelle successive edizioni — come giustamente osserva il professore Colamonico in una accurata e affettuosa commemorazione — " il campo di raccolta delle nuove vedute scientifiche e didattiche dell'Autore, il mezzo di diffusione delle sue idee e dei risultati delle proprie conclusioni sulla terminologia delle forme del rilievo terrestre „ (2).

Il " Manuale di Geografia Moderna „ or menzionato, di cui condusse innanzi, aggiornate, ben sette edizioni, riassume la sua opera geografica *in azione* come elemento educativo e con un vasto corredo di dottrina opportunamente atteggiata in una forma sistematica di cui questo libro rappresenta l'ultima e più perfetta espressione nel confronto del nuovo testo del Pasanisi.

Per fissare l'idea ch'Egli ebbe del carattere essenziale della nostra disciplina basta leggere le sue dissertazioni sul " Mo-

---

(1) Stefano Grande, *Un nuovo orientamento della Geografia* nella Rivista " L'Universo „, Firenze, agosto 1923.

(2) Carmelo Colamonico, *L'opera scientifica di Filippo Porena*, Napoli, 1910 (dal " Bollett. d. Soc. Africana d'Italia „).

Digitized by Google

derno concetto della Geografia „ (1882), sulla " Scienza Geografica secondo le più recenti dottrine „ (1885), sui " Fiumi secondo le dottrine della moderna Geografia „ (1889), sul " Paesaggio nella Geografia „ (1892), su " I Monti „ (1892), sull' " Oggetto scientifico della Geografia „ (1896), sul " Concetto della Geografia economica „ (1897), su uno " Schema di trattazione corologica della Sicilia „ (1900), sulla " Formazione delle montagne „ (1900), sulla " Definizione della Lossodromia „ (1903), sull' " Antropogeografia nelle sue origini e ne' suoi progressi „ (1908), sulla " Terminologia dei fondi Oceanici „ (id.).

6. — Dal 1881, e per un intero trentennio, Filippo Porena si mantenne in prima fila nella Geografia militante per la diffusione della cultura geografica in Italia, e non desistette mai, neppure per un istante, dall'assidua opera di propaganda, intrapresa con giovanile entusiasmo a favore della nostra disciplina.

La grande polemica agitata verso la metà del secolo scorso in Germania fra Ritteriani e Pescheliani, frà i geografi che dànno nel loro studio la prevalenza all'elemento storico e quelli che considerano di preferenza la Geografia come parte delle Scienze Naturali, non lo lasciò indifferente. Egli, dopo il Dalla Vedova, che fu il primo ad annunziare in Italia, componendolo felicemente, il dissidio dottrinale, vi portò un lungo contributo di studio e di critica resa più acuta e più alta dall'abito dell'analisi filosofica in una più ricca terminologia.

I suoi scritti su l'*Orbis Pictus* di Agrippa, su *Nicolò de' Conti*, sulle *Regioni geografiche* della Storia Romana, sulla *Geografia italiana del Nissen*, sulla *Geografia di Roma e il Mappamondo Vaticano*, e quelli sulla *Scoperta della Bussola*, sul passaggio del primato della Cartografia dagli Italiani agli Olandesi nel secolo XVI, ed altri il cui titolo si può trovare nel copioso elenco delle sue pubblicazioni, ci dicono le non comuni benemerenze del suo spirito alacre nel campo della Storia della Geografia. Ma sopra tutto nel campo più proprio della Metodologia Egli rese eminenti servigi alla Scienza della Terra fissando insistentemente la nostra attenzione sulla ricerca delle cause della distribuzione spaziale dei fenomeni e della sovrapposizione e concomitanza di essi in reciproche azioni e reazioni,

Digitized by Google

onde possono risultare le caratteristiche di una descrizione geografica colta dal vero.

7. — Che Egli abbia contribuito a promuovere nel campo della Geografia il passaggio di dottrine che rimanevano fino allora, per noi, nell'esclusivo dominio delle Scienze ausiliarie, è certo cosa particolarmente notevole, specie nei riguardi dei suoi studi di morfologia terrestre; ma nessuno, forse, meglio di Lui comprese, oltre il valore dottrinale della Geografia, la sua importanza educativa nell'ordine politico per la fondamentale conoscenza della Patria e dei paesi coi quali il nostro popolo trovasi in necessari rapporti di vita economica con un vasto trasferimento di energie lavoratrici. Nessuno fu più di Lui sincero nell'affermare per l'Italia la necessità di una politica coloniale che ponesse un limite alle troppe sopraffazioni da altri perpetrate a nostro danno sulle opposte sponde del Mediterraneo e sui lidi Eritrei. Nessuno, nel combattere queste battaglie in nome di una Italia più forte e più grande, più di Lui si mostrò animato da una fede, che a molti parve quasi ingenua.

E ciò non ostante io posso affermare che non mai questa sua passione avrebbe annebbiato il suo retto giudizio in ordine al valore dottrinale di alcuni fra i nostri Geografi i quali combattevano ogni tendenza di espansione coloniale in vista degli eventuali danni che essa può portare con sè.

Il sen. Cocchia, nel suo affettuoso " cenno necrologico „, osserva che il Porena nel suo scritto sulla *Decadenza dell'agricoltura presso i Romani*, fin dal 1869, in opposizione alle frasi fatte onde l'Italia — la Saturnia tellus — è proclamata la terra madre dell'agricoltura, metteva a nudo la povertà originaria e la insufficenza agricola del nostro territorio, affatto impari ai bisogni della popolazione che esso educa e alleva. Osserva lo stesso Cocchia come a 17 anni di distanza il nostro Geografo tornasse sullo stesso argomento per illustrare un altro lato — affatto moderno — dell'antico problema " Sul deperimento fisico della Regione Italiana „ contro l'aforisma dell'Hehn, per cui si trovano condannati a deperimento i paesi di antica civiltà. E nota ancora come su questa direttiva abbia il Porena segnato nettamente i confini e la natura della *Geografia*

Digitized by Google

Economica (1897), mostrando che " la Geografia studia la Terra come sede della vita e, sopra tutto, dell'Uomo „.

Giustamente l'illustre Collega dell'Università di Napoli ricongiunge l'opera metodologica del Porena, e il profondo spirito di sistemazione che la informa, alle sane e vigorose idealità che lo fecero diventare ben presto uno degli apostoli più convinti della espansione coloniale del nostro paese. Nelle ore grigie della patria, all'universale cordoglio che seguì la disfatta di Adua, seppe Egli contrapporre, con insolita energia, le coraggiose pagine sulla " Questione africana „ nelle quali faceva sentire agli Italiani " la speranza che si annida nel fondo di ogni umana disperazione „ (1).

Fin d'allora Filippo Porena inneggiò con l'animo presago ad una nuova Italia dell'avvenire, destinata a espandere il lavoro de' suoi figli e a " prosperare oltre gli antichi e naturali confini delle Alpi e del Mare „. La sorte avara non permise a' suoi occhi di vedere il nuovo giorno nel quale, come disse un Poeta, " la grande Proletaria si è mossa „ (2), rompendo i segni nei quali si voleva soffocarla in mezzo al Mediterraneo, e il giorno novissimo che doveva aprirle la via del conteso Adriatico, fissando le sue difese sull'intero displuvio delle Alpi Orientali da Lui con tanta finezza d'intuito illustrato nelle pagine sui " Confini Geografici della Regione Italiana „, con una discussione che in quegli anni doveva sembrare puramente accademica, quasi assorta in un mondo di geografia astratta.

Il sentimento nazionale — per quanto vivissimo in Lui — non faceva velo a' suoi giudizi come — pur troppo — è accaduto a illustri geografi stranieri, quali il Fischer e il Penck, nei riguardi appunto dei confini orientali dell'Italia.

La sua rettitudine scientifica non venne mai meno anche dinanzi alla sua più veemente passione: la patria italiana, che Egli sentiva attraverso il gran nome di Roma. Suo intento supremo fu sempre quello di contribuire in tutti i modi, e per diverse vie, ad elevare la cultura fra noi, specialmente nella

---

(1) Enrico Cocchia, *Cenno Necrologico,* nell' "Annuario dell'Università di Napoli „ (1909-11).

(2) Giov. Pascoli, *La grande proletaria si è mossa,* 1911.

Digitized by Google

forma della cultura geografica, che riassume e atteggia tanta parte della visione politica dei popoli, per plasmare un'Italia sempre più grande e rispettata nel mondo.

Elenco delle pubblicazioni del Prof. F. Porena

1869.

1. La decadenza dell'agricoltura presso i Romani; Roma, tip. delle Belle Arti.

1870.

2. La Storia nello studio del Diritto Romano; in " Giornale di Giurisprudenza teorico-pratica „, fasc. 2°; Roma, tip. Romana.
3. De bonorum possessionibus, Commentarius Hilarii Alibrandi; " ibid. „, fasc. 3° (recens.).
4. Il vero proprietario dei monumenti antichi, per l'avv. Gustavo Azzurri; " ibid. „ (recens.).
5. Le fonti storiche del Diritto; " ibid. „, fasc. 4°.
6. Sulla differenza delle condizioni impossibili nelle obbligazioni e nei testamenti; " ibid. „, fasc. 8°.
7. Della Storia Romana; " ibid. „, fasc. 12°.

1872.

8. Le principali scoperte geografiche; Milano, Treves.
9. Storia della marina Pontificia del P. Alberto Guglielmotti; in " Archivio Storico Italiano „, disp. 3ª (recens.).
10. Sulla Storia della città di Roma nel Medio Evo; in " Rivista Europea „, fasc. 1° agosto; Firenze.

1873.

11. Marcantonio Colonna alla battaglia di Lepanto, del P. Guglielmotti; in " Arch. Stor. Ital. „, disp. 3ª (recens.).
12. Due parole in difesa di Cola di Rienzo; Roma, G. Polizzi.
13. Del Nilo e delle sue sorgenti; Roma, G. Via.

Digitized by Google

1874.

14. Breve compendio della Storia d'Italia nel Medio Evo; Torino, Paravia.

1875.

15. Urbano VIII e Galileo Galilei, di Sante Pieralisi; in " Arch. Stor. Ital. „, disp. 5ª (recens.).

1877.

16. Itinerario di Roma di A. Nibby, corretto ed ampliato secondo le ultime scoperte e gli studii più recenti; Torino, Loescher.
17. Erasmo Gattamelata, di Erulo Eruli; in " Arch. St. Ital. „, disp. 6ª (recens.).
18. La guerra dei Pirati, del P. Guglielmotti; " ibid. „, disp. 11ª (rec.).

1879.

19. Breve compendio della Storia d'Italia nel Medio Evo; 2° ediz. riveduta e corretta; Torino, Paravia.

1881.

20. Le esplorazioni di Emilio Holub nell'Africa meridionale; in " Boll. della Società Geografica Italiana „, fasc. ottobre-novembre.
21. Novissima Guida di Roma; Torino, Loescher.

1882.

22. Il moderno concetto della Geografia; Torino, Loescher.
23. Di Pasquale Adinolfi e delle sue opere; in " Arch. Stor. Ital. „, disp. 7ª.
24. L'opera del Barone di Richthofen sulla Cina; in " Boll. d. S. G. I. „, fascicoli di ottobre, novembre e dicembre.

1883.

25. L'Orbis Pictus di Agrippa; in " Annuario dell'Istituto Tecnico di Roma „.
26. Il Regesto di Farfa, pubblicato da I. Giorgi e U. Balzani; in " Arch. Stor. Ital. „, disp. 8ª (recens.).
27. Le cardinal Carafa, pour G. Duruy; " ibid. „, disp. 10ª (recens.).
28. Il Niccolò de' Conti, del Signor Bellemo; in " Boll. d. S. G. I. „, ottobre (recens.).

Digitized by Google

1884.

29. Sulle ragioni geografiche della Storia Romana; " ibid. „, fascicolo gennaio.
30. Sulle condizioni odierne dell'Abissinia; " ibid. „, agosto.
31. Terracine, per M. R. de la Blanchère; in " Arch. St. It. „, disp. 5ª (recens.).

1885.

32. La scienza geografica secondo le più recenti dottrine; in " Nuova Antologia „, 1° settembre.

1886.

33. Manuale di Geografia a uso degl'Istituti tecnici; Milano, F. Vallardi.
34. L'atlante della Cina del Richthofen; in " Boll. della Soc. Geogr. „, fasc. di marzo (recens.).
35. Il Regesto Sublacense, pubblicato da L. Allodi e G. Levi; in " Arch. Stor. Ital. „, disp. 4ª (recens.).
36. Sul deperimento fisico della regione Italiana; in " Boll. della Soc. Geogr. „, luglio-agosto.
37. La Geografia Italiana del Nissen; " ibid. „, dicembre.

1887.

38. Il Sacro Romano Impero di Giacomo Bryce, trad. da Ugo Balzani; in " Arch. Stor. Ital. „, disp. 2ª (recens.).
39. La collezione di Carte nautiche di T. Fischer; in " Boll. della Soc. Geogr. „, fasc. di maggio (recens.).

1888.

40. La Geografia in Roma e il Mappamondo Vaticano; " ibid. „, fascicoli di marzo, aprile e maggio.
41. L'America Anglo-Sassone, nel vol. VII della " Terra „ del Marinelli; Milano, Vallardi.
42. Sulla Storia del Sudan occidentale di R. Basset; in " Boll. d. Soc. Geogr. „, dicembre (recens.).

1889.

43. Dell'attuale rinnovamento edilizio di Roma in relazione con le sue passate trasformazioni; " ibid. „, giugno.
44. Sulla questione intorno al nome " America „; in " Annuario dell'Istituto Cartografico Italiano „, Città di Castello, Lapi.

Digitized by Google

45. Le isole Sámoa e l'attuale conflitto fra le Potenze; in " Nuova Antologia „, fasc. di luglio.
46. I fiumi secondo le dottrine della moderna Geografia; in " Boll. della Soc. Geogr. „, novembre.

1890.

47. Sulla questione di confini tra l'Honduras e il Nicaragua; Roma, Perino.
48. La città moderna in America; in " Nuova Antologia „, 1° luglio.
49. Trois explorateurs de l'Afrique: Stanley, Emin, Casati; in " Revue Internationale „, II livraison, Rome-Paris.
50. Itinerario del Nibby, rifatto secondo le ultime scoperte e gli studi più recenti; Roma, tip. del Senato.
51. Manuale di Geografia ad uso degl'Istituti tecnici; 2ª ediz. con correzioni, aggiunte e cambiamenti; Milano, F. Vallardi.

1891.

52. Il mondo finora inesplorato; in " Nuova Antologia „, 16 giugno.
53. Un saggio di deserto in Italia; nell'" Almanacco Geogr. del 1892 „, Bergamo, fratelli Cattaneo.
54. Questioni Colombiane; " ibid. „.
55. Metodologia geografica; in " Geografia per tutti „, Bergamo, fratelli Cattaneo, numeri del 16, 31 luglio e 15 agosto.

1892.

56. Il paesaggio nella Geografia; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, gennaio.
57. Dove incominciano gli anni e i giorni; in " Geografia per tutti „, 16 febbraio.
58. Cristoforo Colombo e Sophus Ruge; in " Natura e Arte „, Milano, F. Vallardi, fasc. del 1° marzo.
59. I monti secondo le dottrine della moderna geografia; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, marzo e aprile.
60. Un altro contributo alla questione sulla linea di divisione fra le Alpi e gli Appennini; in " Geografia per tutti „, 1° maggio.
61. Ultimi viaggi in Africa; in " Natura e Arte „, 1° giugno.
62. Sul documento del Sig. De Ugahon circa la patria di Colombo; in " Geografia per tutti „, 31 luglio.
63. I Russi nell'Asia centrale; in " Natura e Arte „, 1° settembre.
64. Partizione e denominazione orografica della provincia romana; Roma, Istituto cartografico italiano.

Digitized by Google

65. Un'escursione alle isole Eolie; in " Natura e Arte „, 1° dicembre.
66. Delle vicende e degli ordinamenti dell'insegnamento geografico nelle Scuole primarie, dalla Costituzione del Regno, e proposte di mezzi per migliorarlo; Roma, Civelli.

1893.

67. Nel mondo della Plata; in " Natura ed Arte „, 15 febbraio e 15 marzo.
68. La Sicilia nella Geografia; Milano, F. Vallardi.
69. Monti Lucretili e monti Lucani; in " Geografia per tutti „, 28 febbraio.
70. Sul confine orientale d'Europa; " ibid. „, 15 aprile.
71. Primo contributo di cartografia romana; in " Rivista geografica italiana „, fasc. 2°.
72. Sulla dottrina dei confini naturali; in " Geografia per tutti „, 30 giugno.
73. Sulle divisioni generali d'Italia; " ibid. „, 15 agosto.
74. Sulla più generale divisione degli Appennini in senso trasversale; " ibid. „, 15 settembre.
75. Geografia per le Scuole Elementari; Torino, Paravia.

1894.

76. Una gita a Taormina; in " Natura e Arte „, 15 febbraio.
77. I sette colli di Roma; in " Geografia per tutti „, 28 febbraio.
78. Sulla suppellettile didattica del Gabinetto geografico dell'Università di Messina; Messina, D'Amico.
79. Le spedizioni geografiche degli antichi Romani; in " Nuova Antologia „, 15 giugno.
80. Manuale di Geografia moderna ad uso degl'Istituti tecnici, 3ª edizione con nuove correzioni, aggiunte e cambiamenti; Milano, F. Vallardi.
81. Questioni sull'origine del Sahara; in " Comunicazioni d'un collega „, Cremona, tip. Sociale, n° 5.

1895.

82. Sulle recenti teorie della genesi delle montagne; in " Riv. geografica italiana „, gennaio.
83. Le montagne della Calabria rispetto agli Appennini; in " Comunicazioni d'un collega „, n° 6.
84. Un cartografo italiano del principio del sec. XVIII; in " Memorie della Società geogr. ital. „, vol. V.

Digitized by Google

85. La rappresentazione della Sicilia nelle varie fasi della cartografia; Messina, D'Amico.
86. Il compartimento del Lazio, o la provincia di Roma: Firenze, Ricci.
87. Sulle divisioni e individuazioni sistematiche delle montagne della Penisola Italiana; Roma, Civelli.
88. Da Castroreale a Tyndaris; in " Natura e Arte „, 15 novembre.
89. Ancora sulla trascrizione dei nomi geografici; in " Comunicazioni d'un collega „, anno 2°, n° 10.

1896.

90. Sull'obbietto scientifico della Geografia; in " Com. d'un collega „, febbraio.
91. La Geografia qual è oggi in se stessa e ne' suoi contatti con altre scienze fisiche e sociali; in " Riv. geogr. ital. „, anno III, fascicoli 4, 5 e 6.
92. Un'impresa africana al tempo d'Augusto; in " Natura e Arte „, 15 giugno.
93. Come e quando la Geografia si tenga fuori del tempo; in " Com. d'un collega „, maggio-giugno.
94. Ricerche antropometriche in Italia; in " Boll. d. Soc. Geogr. Ital. „, serie 3ª, vol. IX, fasc. 6°.
95. L'India anteriore; nel " vol. V della 'Terra' del Marinelli „, Milano, F. Vallardi.

1897.

96. Commemorazione d'Antonio Cecchi; in " Boll. della Soc. Africana „, anno XV, fasc. 11 e 12.
97. I viaggi dell'Ing. Robecchi-Bricchetti; " ibid. „, anno XVI, fasc. 2°.
98. Della morfologia della superficie terrestre nella Geografia; in " Memorie della Soc. Geogr. Ital. „, vol. VI.
99. Sul concetto scientifico della Geografia economica; in " Riv. Geogr. Ital. „, anno IV, fasc. 5 e 6.
100. I più grandi risultati scientifici della seconda spedizione Bottego; in " Boll. della Soc. Africana „, anno XVI, fasc. 4°.
101. Ancora uno sguardo generale sulla questione africana in Italia; in " Boll. della Soc. Africana „, anno XVI, fasc. 5°.
102. Della Morfologia della superficie terrestre nella Geografia; 2ª parte, in " Memorie della Soc. Geogr. Ital. „, vol. VIII.

1898.

103. Il giubileo della nuova Geografia; Napoli, tip. dell'Università.
104. Della convenienza e opportunità di rinforzare nella Geografia lo

Digitized by Google

studio sulle forme del terreno dal punto di vista esteriore della plastica, e di renderne più precisa e stabile la nomenclatura; Firenze, Ricci.

105. Della Morfologia della superficie terrestre nella Geografia; 3ª parte, in " Memorie della Soc. Geogr. Ital. „, vol. VIII.
106. Configurazione e forma della Terra; in " Nuova Antologia „, 1° giugno.
107. Un geografo italiano del sec. XVIII, di A. Blessich; in " Rivista Geogr. Ital. „, X (recens.).
108. Manuale di Geografia moderna ad uso degl'Istituti tecnici, 4ª edizione con nuove aggiunte, cambiamenti e correzioni; Milano, F. Vallardi.

1899.

109. Ardaillon: Les mines du Laurion dans l'antiquité; in " Boll. di Filologia classica „, Torino, aprile (recens.).
110. A proposito del titolo per la seconda sezione dei Congressi Geografici Italiani; in " Riv. Geogr. Ital. „, IV.
111. La conferenza del capitano G. Sbolci; in " Boll. della Soc. Africana „, anno XVIII, fasc. 1°.
112. Della Morfologia della superficie terrestre nella Geografia, 4ª ed., ultima parte; in " Memorie della Soc. Geogr. Ital. „, vol. IX.
113. Gli apparecchi cartografici di più recente costruzione e invenzione, e la loro efficacia rappresentativa; Torino, Paravia.
114. Porro Carlo: Guida allo studio della Geografia militare; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, giugno (recens.).
115. Il sentimento estetico nella Geografia; in " Flegrea „, Napoli, anno II, fasc. 4°.
116. Cocchia Enrico: La forma del Vesuvio nelle pitture e descrizioni antiche, in " Riv. Geogr. Ital. „, anno IV, fasc. 7°.
117. L'orma romana sul suolo italico; nell' " In giro per il mondo „, Bologna, fasc. 10ª.

1900.

118. A. Schulten: Die Römische Flurteilung und ihre Reste; in " Riv. di Filol. e d'istruz. classica „, Torino, Loescher, anno XXVIII, fasc. 1° (recens.).
119. Per chiusa alla polemica cogli Oicografi; in " Boll. d. Soc. Africana „, gennaio e febbraio.
120. Mori Attilio: Come progredì la conoscenza geografica della Toscana nel sec. XIX; nella " Riv. Geogr. Ital. „, anno VII, fasc. 4° (recens.).

Digitized by Google

121. Penck A.: Die Eiszeit der Antipoden; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, serie IV, fasc. 9° (recens.).
122. Atti del III Congresso Geografico Italiano; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, serie IV, fasc. 9° (recens.).
123. Commemorazione di Giovanni Marinelli; in " Italia Marinara „ del 24 giugno, Napoli.
124. Ipotesi sulla formazione delle montagne; Bologna, Azzoguidi.
125. Sistema scientifico e sistema scolastico della Geografia; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, fasc. 12.
126. I viaggi polari e l'impresa di S. A. R. il Duca degli Abruzzi; in " Rivista Italiana „, anno VIII, fasc. 11°.

1901.

127. La Geografia nel sec. XIX; nel " Boll. d. Soc. Geogr. „, fasc. 1°.
128. A. Sogliano: Sul dipinto pompeiano rappresentante il Vesuvio; in " Riv. Geogr. Ital. „, anno VIII, fasc. 1° (recens.).
129. A. Pelloux: La Valle d'Aosta; in " Boll. della Soc. Geogr. Ital. „, fasc. 6 (recens.).
130. Le scoperte geografiche del sec. XIX; Roma, Soc. Editr. Dante Alighieri.
131. Detlefsen: Die Beschreibung Italiens in der Naturalis Historia des Plinius, und ihre Quellen; in " Riv. di Filol. e d'istr. classica „, anno XXIX.
132. A proposito d'un recente articolo " Sulla Geografia comparata secondo il Ritter e il Peschel „; in " Riv. Geogr. Ital. „, anno VIII, fasc. 8°.
133. Schema d'una trattazione corologica, condotta sulla Sicilia; in " Atti del IV Congresso Geogr. Ital. „, Milano, P. B. Bellini.

1902.

134. L. De Marchi: Trattato di Geografia Fisica; in " Boll. della Soc. Geogr. „, fasc. 11° (recens.).
135. Sulla produzione geografica in Italia dal principio del 1901; in " Riv. di Storia e Geografia „, fasc. 6°, Catania
136. Flavio Gioia inventore della Bussola moderna; in " N. Antologia „, novembre.
137. Alcuni appunti al Piccolo Annuario geografico e statistico pel 1900-01 del prof. G. Ricchieri; in " Riv. di Storia e Geografia „, fasc. 3° e 4°.
138. R. Nordhoff: Le regioni d'Europa; in " Boll. della Soc. Geogr. „, fasc. 3° (recens.).

Digitized by Google

1903.

139. Per la definizione della Lossodromia; " ibid. „.
140. Sul concetto metodologico della Geografia fisica; in " Rendiconti dell'Acc. d'Archeologia, Lettere e Belle Arti di Napoli „.
141. C. Porro: Terminologia Geografica; in " Boll. della Soc. Geogr. „, fasc. 2° (recens.).
142. Campania Felix; in " Rassegna Italiana „, anno X, fasc. 12°.
143. Un'ultima parola su Flavio Gioia e la bussola; in " Riv. Geogr. Ital. „, anno X, fasc. 6° e 7°.
144. Le due Italie; " ibid. „, fasc. 9°.
145. Manuale di Geogr. ad uso degl'Istituti tecnici „ 5ª ediz., Milano, F. Vallardi.

1904.

146. Schiarimenti intorno al passaggio del primato cartografico dall'Italia ai Paesi Bassi nel sec. XVI; Napoli, Tocco e Salvietti.

1905.

147. Giuseppe Roggero: Commemorazione: in " Boll. d. Soc. Geogr. „, gennaio.
148. Sul concetto di Razza Umana oggi possibile in Geografia; in " Atti della R. Acc. d'Arch., Lett. e Belle Arti di Napoli „.
149. Eliseo Réclus: Commemorazione; in " Boll. Soc. Afric. „, fasc. 7°.
150. Guido Cora: Fra gli Slavi meridionali; in " Boll. d. S. G. I. „, settembre (recens.).
151. Ferdinando von Richthofen e la sua opera scientifica; in " Riv. Geogr. Ital. „, fasc. X.

1906.

152. Il nome " Marche „; in " Studi Marchigiani „, Macerata.
153. Sul fenomeno geografico; in " Opinione Geografica „, Firenze, aprile.
154. Una confessione sulle carte geografiche dipinte nelle loggie di S. Damaso in Vaticano; in " Riv. Geogr. Ital. „, fasc. 5°.
155. Primo documento intorno a un Di Gioia amalfitano; " ibid. „, fasc. 7°.
156. Manuale di Geografia moderna ad uso degl'Istituti tecnici; 6ª ediz.

1907.

157. Le vie di comunicazione in Africa; in " Boll. d. Soc. Afric. „.
158. Giuseppe Dalla Vedova; in " Geographen-Kalender „, Gotha, Perthes.

Digitized by Google

1908.

159. L'Antropogeografia nelle sue origini e ne' suoi progressi; in " Boll. della S. G. I. „, febbraio.
160. Manuale di Geografia moderna ad uso degl'Istituti tecnici; 7ª ediz.
161. Per la terminologia dei fondi oceanici; in " Riv. G. I. „.
162. La questione di Flavio Gioia e la bussola, al lume di nuovi documenti e di nuove allegazioni; in " Atti del IV Congresso Geografico Italiano „.
163. L'Opera di Giuseppe Dalla Vedova; Firenze, Ricci.

1909.

164. Lo Stretto di Messina nella Storia; in " Natura e Arte „, febbraio.
165. Lo Stretto di Messina e i suoi terremoti; in " Rivista d'Italia „, febbraio.
166. Sul nostro paese dei terremoti; Macerata, Giorgetti.
167. Gabriele Grasso: Commemorazione; in " Riv. G. I. „.
168. La più antica Carta regionale del Regno Napoletano; in " Atti della R. Acc. di Archeol., Lett. e Belle Arti „.

Digitized by Google

Osservazioni sopra il concetto dell'attività umana.

Considerazioni generali.

Nota di CARLO MAZZANTINI
presentata dal Socio nazionale residente G. Vidari

Uno dei fatti più caratteristici della nostra esperienza psicologica è il senso della *pena*, che accompagna pressochè costantemente ogni nostro lavoro, e che ci appare inseparabile dal fatto che il lavoro, per noi, si svolge nel tempo; benchè d'altra parte la nota del tempo non appaia essenziale al concetto dell'attività in genere. Quando si tenta di interpetrare questa esperienza psicologica, e scoprirne la radice metafisica, si viene (si è venuti anzi effettivamente, nella storia del pensiero) a trovarla in quella che si potrebbe metaforicamente adombrare come la *fuga* del momento singolo di realizzazione, in cui si concreta il nostro sforzo, alla qual fuga corrisponde una *auto-insufficienza* dello sforzo stesso, che trova fondata la sua stessa energia sopra dei presupposti anteriori, sui quali esso non ha più alcuna presa; e d'altra parte ha il senso di esaurirsi col suo stesso prodursi, e dover quindi aspettar da un intervento estraneo il soccorso che gli renda possibile di conservarsi, o meglio di riprodursi.

Vero è che, secondo una critica giustamente e ripetutamente fatta, il *presente* non deve esser concepito alla maniera di una punta di spillo, o del filo di un rasoio. E fu proposto il termine *presente-blocco* (1), per designare la concretezza attuale di un momento psicologico, il quale abbraccia, per così dire, e domina sempre un più o meno esteso *periodo di tempo*. Si tratta insomma di un *presente articolato,* le cui diverse parti si *esclu-*

(1) Cfr. l'espressione *duration-block,* così spesso usata dal James.

Digitized by Google

dono bensì, succedendosi; ma che tuttavia è stretto in unità dall'articolazione medesima, come *sistema,* ogni membro del quale completa i precedenti, e prepara i successivi.

Ma il problema, in questo modo, è soltanto spostato (finchè, almeno, il *presente-blocco* non sia concepito come *presente eterno,* e cioè come *presente divino,* che si articola attraverso *alla serie totale del tempo*). La nostra attività, se non comprende nel suo giro *tutto il tempo,* avrà un presente, per quanto esteso, limitato; ed anch'essa, oltrepassando quei limiti, non può se non scivolare nell'ignoto, *fuggire.* E tutto il periodo durante il quale essa dura può sempre chiamarsi, rispetto al tempo infinito, un semplice *momento provvisorio* (e non *istante stabile,* come il *nunc stans* di scolastica memoria).

I limiti di un *momento* però non sono tanto da cercarsi in un *terminus a quo* ed in un *terminus ad quem.* Si trovano piuttosto nell'intimo del momento stesso, come *segno rivelatore* della non raggiunta (ed irraggiungibile dall'attività umana) assoluta concretezza, come *grado,* cioè, sino al quale (soltanto) ogni parte riesce ad articolarsi nel tutto (l'antecedente ad essere effettivamente conservato nel successivo, e questo effettivamente previsto in quello).

Prendiamo l'esempio di una lezione che io impartisco. Essa non soltanto costituisce, nella sua interezza, un *momento unico* (*momento monade*), ma comprende nella sua unicità tutto il tempo trascorso e tutto il tempo futuro; solo però *in quanto* il passato è conservato ed il futuro previsto. Perciò sarebbe ingenuo cercare i limiti nella prima e nell'ultima parola pronunziata, invece che nell'intimo dell'attività stessa; dove allora si troverà che ogni parola, *oltre* ad essere un componente della frase, è un *in sè*, presupposto e trascendente, che si isola nella sua frammentarietà.

Io parlo. Di quel che ho detto (anche delle parole immediatamente precedenti, anche della prima sillaba di una parola allorchè pronunzio la seconda), c'è sempre *qualche cosa* che, per il fatto di *essere stata,* si è sottratta al presente, è fuggita. E di quel che dirò, per il fatto stesso che non lo dico ancora, non posso mai saper tutto. Basterebbe una *inflessione* di voce, che io abbia senza intenzione preventiva di averla, per costituire un futuro reale, che, per così dire, *fluisce* nel mio presente.

Digitized by Google

Per intenderci, chiamiamo *momento* di attività quel *quantum* di essa che riesce a stringersi in un presente-blocco; ed atto intus-momentaneo ogni articolazione di quel gruppo, che nel suo insieme costituisce il presente stesso. In quanto questo atto riesce veramente ad articolarsi, potrà dirsi una *parte concreta* della nostra azione; in quanto invece *si isola* (di un isolamento che dev'essere presupposto alla possibilità stessa dell'articolazione), si dirà un *frammento astratto* (rispetto a noi) del tempo, in cui si inserisce la nostra azione.

D'altra parte il presente-blocco, per quanto esteso possa essere, non si soddisfa nei suoi limiti; ma cerca la *presenza assoluta* dell'atto, e la *totalità* nelle parti che lo compongono. Due esigenze che rimangono contraddittorie per qualunque presente che non sia *il presente istantaneo*: quello cioè in cui è articolato *tutto* il tempo, e dove ciò, che appare a noi *frammento*, è invece *parte concreta*.

La nostra ricerca, pertanto, può dividersi in due parti: la prima studierà l'attività umana (= lavoro) nei rapporti col *frammento temporale*; la seconda invece nei rapporti con l'attività eterna, o *presente assoluto*.

I.

Il frammento temporale.

Un atto singolo, in quanto si astrae dalla serie in cui si trova, e si pone come *solitario*, è un *frammento*. Come tale, esso è una realtà provvisoria per natura; nella sua fuggevolezza consiste, in altri termini, il suo *modo particolare* di essere reale, Esso è reale in quanto non si fissa, non riposa in sè medesimo, *si estingue presentandosi*. Qui qualcuno potrebbe interrompere, e dire: questo atto frammentario, di cui ci parlate, ha esso una realtà sua propria, o non è invece il prodotto di un'analisi posteriore, astratto dall'*attività stessa analizzante*, che sola lo produce e lo sostiene?

Rispondere adeguatamente sarebbe qui difficile, ed anzi impossibile dati i limiti di spazio. Mi limito perciò ad una osservazione (la quale tuttavia tocca, per quel che almeno mi sembra, il punto essenziale della questione).

Digitized by Google

L'attività cosciente non può esser concepita se non come un'attività di *riflessione*; ma la riflessione stessa non è concepibile se non le si presuppone un passato, su cui essa si possa esercitare; fosse anche questo passato null'altro che *un momento di sè stessa*. Ora un momento trascorso è, in quanto veramente trascorso, un frammento reale in sè medesimo, la cui *realtà peculiare* non può conservarsi (benchè sia affermata) nel momento posteriore che lo riconosce e riflette su di lui. In quanto invece si articola con gli altri, esso si *conserva*; rimane cioè presente. Senonchè, la conservazione significa appunto il mantenersi presente di una parte più o meno grande del *contenuto* di una presentazione, la cui *effettività* prima e completa *è trascorsa*, ma fu un passato reale in sè medesimo. Il frammento temporale è dunque il presupposto dell'attività concreta, in cui esso si conserva.

Chiamando *scepsi* in genere ogni processo di ricerca filosofica; di ricerca cioè che si opponga all'accettazione pura e semplice del presentato reale, e voglia invece saggiare la *legittimità* dell'accettazione (o dell'eventuale rifiuto), e trovare, se è possibile, il *fondamento* della legittimità, ed infine il *criterio* per riconoscerla; chiamando scepsi ogni ricerca cosiffatta; la storia della filosofia (d'accordo con la pura speculazione) ci mostra come questa scepsi può essere orientata in varii modi, che possono tuttavia ricondursi a due fondamentali: 1°) la scepsi positivistica, od empirica; 2°) la scepsi idealistica, o trascendentale, o (secondo una denominazione che cercherò poi di giustificare) mistica. La prima cerca di cogliere (o mostra che non si può cogliere) il *presentato* nella sua *effettività puntuale*, transitoria ma irrepugnabile; la seconda invece cerca il permanente, non tanto come effettività quanto come *possibilità ideale*, non conclusa nel presentato atomico e non partecipante alla sua transitorietà.

Nella scepsi positivistica (in senso largo) si possono poi distinguere, all'ingrosso, due gradi. In un primo grado, essa è *scepsi puntualizzante*; accorda cioè legittimità all'*accettazione* del dato puntuale empirico, fondandola sopra la *immediata ricettività* per parte del soggetto, e trovandone il criterio (taumaturgico contro il dubbio) nel senso della *evidenza irresistibile*, che accompagna quella ricettività. A tale soluzione fondamentale giungono, per vie più o meno tortuose e con maggiore o minore chiarezza, tutte le filosofie positivistiche in senso stretto.

Digitized by Google

In un secondo grado, la scepsi è *polverizzante,* e sbocca nello *scetticismo* (1), negando ad un tempo e la *legittimità* dell'accettazione (non essendo possibile, secondo essa, accettare quello che si sottrae nel momento stesso in cui sembra offrirsi); ed il *fondamento* (per la negata concepibilità di un soggetto che *riceve semplicemente*; che fa per così dire entrare in sè, scomparendo egli medesimo, una realtà diversa da sè); ed il *criterio* (negandosi al senso dell'evidenza ogni virtù di *significazione oggettiva,* e riducendolo ad un puro stato soggettivo, salvo a togliergli poi, quando diventa oggetto di riflessione, anche questa sua ultima qualità).

A — Primo grado della scepsi positivistica.

La scepsi puntualizzante.

Di tutti i frammenti temporali (questo è il motivo fondamentale della scepsi positivistica, nel suo 1° grado), *uno solo* s'impone alla accettazione, e porta con sè stesso il *titolo* sufficiente a garantirne la positività. Esso (ma esso soltanto) è, direbbero gl'Inglesi, *selfverifying*; ad esso può essere attribuita, secondo l'espressione tedesca, la *Alleinwirklichkeit.* È ben vero che in lui sono contenuti i *ricordi* e le *aspettazioni,* accompagnate da un *senso di proiezione* verso *altri* frammenti anteriori o successivi. Ma la positività di queste *rappresentazioni* (contenute nella *presentazione*) si esaurisce nella *rappresentazione* stessa, e nel *senso* che l'accompagna; non può estendersi invece fino a far diventar positiva la *realtà* passata o quella futura. La realtà passata è positiva in quanto *presente ricordo* di realtà passata; ma non altrimenti: e così dicasi per la realtà futura, positiva questa come presente aspettazione di realtà futura. Il frammento temporale positivo è allora concepito come un punto rigido, inestensibile, ma tuttavia insufficiente a sè medesimo, ed aspirante ad una totalità che gli è negata dalla sua stessa natura. *Realitas ipsa est condemnatio.*

---

(1) Una distinzione che bisogna assolutamente fare è quella fra *scepsi* e *scetticismo.* La prima è *pura ricerca*; il secondo è *risultato,* che si dà come definitivo (od almeno come più probabile di altri).

Digitized by Google

Il frammento temporale, di cui si parla in questo caso, non è il presente-blocco (periodo di tempo più o meno lungo, considerato per quel tanto per cui esso è *tenuto presente* dall'atto di pensiero, che lo conquista); è invece il *presente,* che bisogna presupporre *non conquistato,* e per quel tanto per cui esso *rimane non conquistato*: *si impone* cioè ineluttabilmente ed ineluttabilmente *si sottrae.*

La ineluttabilità di questo frammento è assunta, come già abbiamo osservato, a garanzia della sua positività. E soggettivamente questa ineluttabilità si configura come senso di *evidenza* immediata ed irresistibile.

È naturale che la garanzia di realtà, quale il positivismo spera trovare nell'ineluttabile presentato empirico, non possa estendersi di là dai limiti, entro ai quali si può veramente parlare di *effettiva ineluttabilità.* Ora una costrizione, per essere effettiva, deve essere avvertita dal soggetto che la subisce; ma per essere avvertita deve avere una certa *durata*; quel *minimum* di durata che è indispensabile affinchè l'azione della forza esterna possa indurre, nella facoltà ricettiva del soggetto, il senso della *passio.* D'altra parte però, se questa *durata minima* è necessaria alla piena efficacia dell'impressione, la durata non può neanche estendersi di là da questo *minimum,* senza perdere *ipso facto* (per quella parte che oltrepassa il *minimum* stesso) la garanzia della assoluta ineluttabilità.

Il frammento temporale a cui arriva la scepsi puntualizzante può esser dunque provvisoriamente definito come *un presente puntuale, la cui positività s'impone, ma soltanto per quel minimo di durata che gli è necessario affinchè esso possa effettivamente presentarsi.*

Per quel che riguarda poi l'attività pratica (in senso stretto) del soggetto, due alternative sono possibili.

O si attribuisce al soggetto, nel campo della pratica, quella facoltà che gli si è negata nel campo della conoscenza, sotto la forma di un *libero arbitrio,* o capacità di produrre per sua propria virtù; e questa è, per esempio, la via seguìta dal Descartes. In questo caso però non si tratta di un positivismo puro, ma di una interpretazione nettamente dualistica dello spirito umano, con un vero e proprio conflitto di due opposte facoltà. E in ogni modo questo libero arbitrio, se vuol essere dimostrato, o dovrà

Digitized by Google

essere *constatato* come qualche cosa di positivo in noi, o dovrà essere *argomentato* mediante un processo discorsivo. Il secondo caso rientra nel metodo *trascendentale,* in senso largo (quello cioè che mira a saggiare la *possibilità* del reale, e non a subirlo nella sua immediata positività); e rientra perciò nella seconda parte di questo scritto. Il primo si riattacca al positivismo; ma non riesce a dimostrare una vera e propria libertà produttiva, ma piuttosto *la semplice spontaneità dell'agire puntuale*, rientrando così nell'altra alternativa, che ora ci accingiamo ad esaminare.

Oppure, dunque, l'azione umana non è più in alcun modo radicata in una facoltà di produrre *ex novo*, ed è invece considerata come una *reazione* alla stimolo che giunge dall'esterno, e formante con esso un circolo chiuso. Allora è salvata la positività dell'azione; ma questa non si distingue più dalla *passio,* e cioè dal *presentato empirico,* di fronte al quale il soggetto è *illuminato* e *passivo*, se non come una delle faccie del presentato stesso; come, si potrebbe dire, la parte rivolta all'innanzi di quel minimo di durata, entro cui il presentato si contiene. Questo punto merita di essere un po' meglio chiarito.

Congiungere in modo indissolubile lo *sforzo*, che muove dall'interno, col *risultato* raggiunto nel mondo esterno, in modo da fare di tutti e due insieme un *immediato*, in cui l'*io* si riveli a sè medesimo come iniziatore o causatore; questo è sempre stato il còmpito che si è assunto lo psicologismo volontaristico (quale fu, p. es., quello del Maine de Biran). Ma traduciamo subito questo modo di pensare in un esempio, tratto anche questa volta dall'attività pedagogica.

Supponiamo che io mi trovi, come insegnante, di fronte ad una scolaresca fredda ed ostile; e che, per vincere questo ostacolo, io getti tutto il mio animo allo sbaraglio, tenda tutto me stesso in uno sforzo disperato. Lo psicologo volontarista mi dice: in questo sforzo tu hai coscienza della tua attività iniziatrice e causatrice, quella coscienza di cui sentivi la mancanza finchè rimanevi nel limbo dell'astratta teoria.

Senonchè, quando esamino, momento per momento, il contenuto veramente positivo della mia azione, m'accorgo che la *forza,* la quale *mi si presta* dall'interno, è altrettanto *data* a me come la *resistenza*, che *mi si oppone* dall'esterno. Il mio stesso *nisus* è puntuale, e non ha in sè alcuna garanzia di stabilità.

Digitized by Google

Cerco, p. es., la parola suggestiva, che operi come un raggio di sole, e dissolva quella crosta gelata, di cui il mio uditorio si corazza contro di me. La cerco, e procedo per tentativi, rinnovando il mio sforzo nell'atto di pronunziare ogni parola, sempre sostituita a quella di prima che si è rivelata insufficiente. Oltre che contro la resistenza del mio uditorio, il mio sforzo è diretto contro a me medesimo: contro i moti di irritazione, l'aridità, il vuoto interiore, il senso della sfiducia e dell'impossibilità. Di tutti questi ostacoli *io non mi scorgo vincitore* se non in quanto trovo data in me, come costituente positivo, *anche* una forza, che si dirige contro di essi. Ma questa forza, non può se non esser posta (qualitativamente) sullo stesso piano di tutte le altre forze, che frammentariamente s'impongono e si esauriscono.

La coscienza di me come forza si riduce allora alla semplice recezione passiva di una forza che mi è data, e che anzi mi costituisce come soggetto capace di agire; e poi, sottraendosi, trascina nella sua rovina irreparabile anche il *me*, che con essa è congiunto in modo indissolubile. E, ad ogni modo, ogni frammento di forza non solo si *manifesta* ma si *esaurisce* senza residuo nello sforzo puntualmente compiuto; e non può *toccare realmente* alcun risultato, che oltrepassi il suo effettivo prodursi, come semplice sforzo. E d'altra parte esso non può, *in quanto semplicemente constatabile nella sua positività*, concepirsi come una conquista sopra uno stato antecedente; come un atto cioè, la cui caratteristica starebbe nel prodursi, *potendo anche non prodursi* (e la cui sorgente perciò non potrebbe essere se non una forza libera, capace d'iniziare).

Ma (come abbiamo già detto) il *nisus* positivo frammentario è, per così dire, privo di comunicazione anche all'innanzi, col risultato che dovrebbe produrre. Sforzarsi di parlare non è parlare; sforzarsi di far capire non è far capire. Il fatto positivo puntuale dello sforzo non tocca nulla che non sia sè stesso. Chi trovasse queste constatazioni un po' forzate, o ci vedesse degli *exploits* da tagliatori di capelli in quattro, non mostrerebbe di possedere una gran pratica di quel che sia, p. es., lo sforzo didattico, quale realmente nelle scuole si fa; e forse anche tradirebbe una certa *paura* di scendere nei bassi fondi dell'anima, là dove le radici del nostro essere sembrano impigliarsi in un nero fango vischioso.

Digitized by Google

La parola, per esempio, che il maestro pronunzia è un *miracolo* per lui medesimo, che la pronunzia. La comprensione dell'allievo arriva anch'essa a un dato punto, come una concessione fatta dalla realtà; come una realizzazione a cui lo sforzo mirava bensì, ma senza *sapere di avere* (anche se *aveva*) la forza di produrla. Dopo una lunga serie di sforzi infecondi, egli si accorge ad un tratto che l'allievo ha capito; e non potrebbe dire nè quando nè come ciò sia avvenuto, nè quale precisamente tra i suoi atti abbia, per così dire, *centrato* il bersaglio.

Concludendo: il *nisus* stesso, la forza iniziatrice, che ci sembra poter cogliere in noi come dato positivo, non può aver neppur esso, in quanto semplicemente constatabile, altra realtà da quella della sua puntuale presentazione. E rientra perciò nella definizione del frammento temporale empirico: *un presente puntuale, la cui positività s'impone solo per quel minimo di durata, che gli è necessario affinchè possa effettivamente presentarsi.* E tanto è vero questo, che per dare al *nisus* un valore di reale attività, bisognò che nella storia del pensiero se ne operasse una *transvalutazione* metafisica, o nel senso di un'*anima sostanziale individua,* o nel senso di un *Wille* originario, concepito quest'ultimo come una cieca brama inestinguibile, che *è pensato come* stante dietro a quel che noi empiricamente constatiamo in noi, e denominiamo sforzo. L'una e l'altro entità permanenti, e perciò pensabili ma non constatabili.

Qui terminiamo il rapidissimo schizzo di quella corrente generale di pensiero, la quale tenta puntualizzare fino al *minimo atomico* il dato empirico, per poter trovare in esso la garanzia dell'assoluta positività. Bisogna vedere ora se sia possibile, per la scepsi, fermarsi a questo punto.

B — Secondo grado della scepsi positivistica.

La scepsi polverizzante.

Per poter meglio circoscrivere il frammento empirico temporale, che dovrebbe costituire l'ultima ma inespugnabile roccaforte della positività, la scepsi, proseguendo per la sua via, deve ancora staccare l'*impressione non evitabile,* che il fram-

Digitized by Google

mento stesso produce su di noi, dall'atto con cui noi riconosciamo l'impressione effettivamente subìta. Quest'ultimo atto invero, anche se concepito come una *reazione necessaria,* e perciò, in ultima analisi, come un fatto anch'esso, che non ci obbliga a postulare in noi nessuna facoltà autonoma di volere; questo atto, dico, presuppone in ogni modo sempre l'impressione prima avuta; *si fonda* cioè sulla positività della impressione anteriore, e (appunto per ciò) non ne può far parte costitutiva. In altri termini: l'impressione anteriore deve esser già completamente positiva, prima che intervenga l'atto che ne riconosce la positività. Ma il *completarsi* dell'impressione, l'acquistar cioè questa la sua positività sufficiente, segna anche (come abbiamo notato prima) la fine del suo durare. E potremo dunque concludere: la positività dell'impressione non può estendersi, quanto al suo durare, fino a comprendere il momento, in cui è possibile si produca l'atto che la riconosce.

Se noi chiamiamo *atto di ripiegamento empirico* (1) l'atto con cui il soggetto riconosce la positività dell'impressione subìta, potremo dunque dire: l'atto del ripiegamento empirico non può mai affermare se non una positività, che non s'impone più nel momento in cui esso la afferma; e che pertanto esso (secondo il criterio gnoseologico adottato dal positivismo rigoroso) non sarebbe, in ultima analisi, autorizzato ad affermare.

I limiti di spazio in cui devo contenermi non mi permettono se non di accennare all'interessante tentativo di formulare un *positivismo*, per così dire, *fluido*; indirizzo speculativo di cui il Bergson ci ha dato ultimamente un esempio, con la sua teoria della *durata pura.* Quest'ultima teoria ripone il *minimo avvertibile* (= imponentesi come reale effettivo) non in uno *stato,* che rimanga presente per quel tanto (e non più) di durata che gli è necessario per essere avvertito; ma invece in uno *slancio* di mutazione da uno stato ad un altro. Lo slancio tutto intero (compresi, e quasi direi *travolti* in lui, il punto di partenza e il punto d'arrivo) ha il *minimo* di durata che è necessario per

(1) Per distinguerlo da un atto di ripiegamento diverso (e che sarà esaminato nella seconda parte), mediante il quale il soggetto afferma sè stesso non come *fatto,* ma come *condizione trascendentale* di tutti i fatti, come almeno sono dati nell'esperienza.

Digitized by Google

la sua positività; non vi è (non essendo positivamente constatabile) una durata minore della sua.

Questa dottrina, mentre è della massima importanza per il contributo apportato alla delucidazione del concetto di positività, non sembra però che possa sottrarsi alle difficoltà sopra notate, e che riguardano il rapporto fra il *positivo subìto*, e l'*atto del ripiegamento*, per mezzo del quale esso viene constatato. Anche lo slancio vitale, o movimento puro, ha la sua positività ristretta in quel minimo di durata, che gli occorre per farsi valere come tale. E il *completarsi* della sua positività non può essere, anche per lui, se non un *esaurirsi*. Pertanto, anche di lui si deve ripetere che la *garanzia* della sua realtà è fuggita, proprio quando l'atto del ripiegamento dovrebbe giovarsene per *legittimare* la sua affermazione.

La *scepsi* deve allora orientarsi verso lo scetticismo. Non soltanto devo concepire ogni mia attività come esaurita nel suo *frammento temporale* (come una delle faccie, anzi, del frammento temporale in cui si trova), in modo da non potere scorgere in essa alcuna capacità accertabile di muovere verso qualche cosa di diverso da quello che essa presentemente è; ma quello stesso frammento temporale, e l'opera da noi in esso compiuta, *svaniscono* innanzi all'atto del ripiegamento, che li cerca per poter riposare sulla loro inconcutibile realtà.

In altri termini: sono io autorizzato ad affermare la positività della parola che ho detta, dell'opera che ho terminata, dell'azione che ho compiuta? No; perchè tutte queste cose, essendosi compiute, sono anche estinte, come la candela che ha *finito* di consumarsi; e sopra di loro (ammesso che ci siano veramente state) la mia riflessione non ha più alcuna presa. Dalla definizione stessa del *frammento positivo* scaturisce l'impossibilità di poterlo mai avere innanzi a noi quale lo abbiamo definito. Quel criterio della *coazione subìta dalla passività del soggetto*, che *sola* il positivismo ritiene sufficiente a garantire il contatto con la realtà positiva; questo *strumento criteriologico* ci si frantuma irreparabilmente nelle mani, ogni volta che lo vogliamo adoperare.

Digitized by Google

C — Il ripiegamento della scepsi sopra di sè.

I diritti dell'atto di fede empirico.

Lo scetticismo si distingue dalla scepsi, perchè si dà non come una *ricerca*, ma come il *termine di una ricerca*; termine, col quale si proclama l'inutilità della ricerca stessa. Lo scetticismo (1) si accorda col positivismo, nel senso che accetta anch'esso l'identificazione del *criterio della verità* col *criterio della positività*. Ma poi, negando la possibilità di raggiungere la seconda, nega anche *ipso facto* la possibilità di raggiungere la prima. Ma la *scepsi* conserva i suoi diritti anche sullo *scetticismo*; e deve determinare, con una serie di sottili distinzioni, a che cosa può ed a che cosa invece non può riferirsi questo verdetto di impotenza.

L'atto del ripiegamento (sulla cui intima contradditorietà lo scetticismo insiste per dimostrare l'incertezza radicale del conoscere) può, anzi deve, esser considerato sotto due aspetti ben diversi. Egli è qualche cosa, anzitutto, di per sè stesso; ma poi è (o almeno pretende essere) qualche cosa anche in riferimento a quella realtà sulla quale esso si ripiega, affermandola. Nè si potrebbe qui prendere in esame la dottrina, secondo la quale quest'altra realtà non sarebbe se non la *creatura* dell'atto medesimo, il quale la riconoscerebbe soltanto perchè la porrebbe. Ciò sarebbe passare in un campo del tutto diverso: al campo delle dottrine non più positivistiche ma trascendentali.

Torniamo all'analisi dell'atto di ripiegamento. In quanto è soltanto per sè, esso si risolve tutto in uno *stato di certezza*, certezza che tende però ad estendersi di là dallo stato medesimo; consiste anzi tutto, a ben guardare, nel *senso del tendere* verso qualche cosa, nella presupposizione della quale è tutta la significazione della certezza stessa. E questa cosa è appunto il *fatto positivo*, precedente al manifestarsi soggettivo della certezza. La quale ultima si deve perciò chiamare positiva, od

---

(1) Almeno quella particolar forma di scetticismo, di cui tratto qui.

Digitized by Google

empirica; e deve essere distinta da una certezza d'altro genere (1), la quale si appuntasse non ad un *fatto*, ma ad una *forma* (idea), pensata come condizione della possibilità di qualsiasi realtà.

In questa certezza empirica qualcuno potrebbe scorgere un giudizio *già formulato* in noi in modo *pre-volontario*, o addirittura *pre-cosciente* (prima, cioè, della coscienza perfettamente chiara). Ed effettivamente, quando questa certezza si formula in un giudizio (ed in un giudizio essa si formula sempre, benchè in modo più o meno rudimentale), la sua formulazione non può non essere accompagnata dal senso della *familiarità*, dalla persuasione cioè di riformulare un giudizio che sia stato *già pronunziato*, per opera di un irresistibile impulso anteriore, di cui *permane*, sotto all'attuale formulazione (che si sforza di adeguarlo), una *reminiscenza* più o meno impallidita. Ma questo *senso di già formulato giudizio* non è altro appunto se non la certezza empirica, quale noi sopra l'abbiamo caratterizzata. E bisogna distinguere, da questo *senso*, il *fatto* che un *giudizio-base* (per così dire) sia stato effettivamente pronunziato prima. Il secondo non è punto implicito nel primo, anche se il primo consista tutto in una testimonianza resa al secondo.

L'affermazione già compiuta, e che rimane, di un fatto, si può chiamare *intuizione* del fatto stesso, in quanto si ritenga che il *fatto* si trovi ormai *fermo* innanzi al soggetto, senza bisogno di un *atto ulteriore* per fermarlo (anche se di un atto particolare il soggetto debba far uso per *rendersi conto* che il fatto si trova fermo innanzi a lui). Occorre appena avvertire che qui si parla solo dell'intuizione empirica, con la quale il soggetto afferma il fatto, e non di quella con la quale il soggetto affermi sè stesso, o qualche cosa in sè stesso, non come fatto ma come *condizione trascendentale* di qualsiasi fatto.

Ma tanto dalla *certezza empirica*, quanto dalla *intuizione empirica* (o giudizio immediato e presupposto) si stacca nell'analisi l'atto del *riconoscimento* vero e proprio, col quale il soggetto fondandosi su quello stato di certezza, *riafferma* l'in-

---

(1) Per quest'altra io propongo — come si vedrà poi — il nome di certezza mistica.

Digitized by Google

tuizione antecedente, colmando con un atto di fede l'abisso che ormai lo separa da lei.

E finalmente deve distinguersi, da tutto ciò che avviene nel soggetto, la realtà stessa trascorsa, la realtà stessa passata trascendente.

La scepsi polverizzante non può toccare nè lo stato di certezza empirica, nè l'atto di fede (empirica) che il soggetto compie; giacchè essa stessa presuppone (come processo discorsivo) tanto l'una come l'altro. Essa può negare solo la *realtà corrispondente* dell'*intuizione empirica* e del *passato effettivo*; rimanendo tuttavia ben fermo che è *impossibile non credere* (anche dopo averla negata) a quella corrispondenza.

Resterebbe così messo in chiaro che ogni affermazione contiene in sè anche (benchè non si esaurisca tutta quanta in esso) un atto di *fede empirica*. Più chiaramente ogni affermazione ha sempre nel suo oggetto una parte di passato, che è affermata *in quanto tale*, e cioè come qualche cosa la cui caratteristica sta nel non essere più come realtà presente, ma di essere tuttavia in quella speciale forma di essere che è l'*anteriorità*. Questa realtà anteriore è sempre ed ineluttabilmente affermata mediante un atto, che le attribuisce l'*essere in sè*, trascendente all'immagine memorativa che la *segue* (ma che, appunto perciò, non è più lei). Il suo *contenuto conoscibile* è invece dato da formulazioni presenti; le quali però presuppongono sempre l'affermazione della realtà sconosciuta, e girano intorno ad essa senza mai poterla esprimere adeguatamente.

Quest'atto di fede, che non può non esser fatto, si appoggia sopra la rivelazione improvvisa e sempre nuova di una realtà fuggevole per sua natura; di una realtà, si potrebbe dire, materiale (ὕλη); pura diffusione: oscuro inafferrabile irreversibile passaggio all'anteriorità. Ma la positività di questo reale non consiste in altro, per noi, se non nell'irresistibilità di un *atto di fede*, che sgorga *dal profondo*, benchè non *per opera*, di noi stessi.

Digitized by Google

II.

L'atto trascendentale.

Considerazioni generali.

L'identità di colui che lavora, attraverso alla serie di movimenti che esso compie, è anch'essa, come abbiamo notato, una presupposizione necessaria (almeno a prima vista), per la possibilità di comprendere e giustificare il lavoro umano. I momenti della serie sono staccati l'uno dall'altro; ma, essendo in serie, sono anche unificati. Se noi poniamo che il principio della loro unificazione risieda nel *fine*, dobbiamo tuttavia presupporre una mente, la quale si propone il fine, ed agisce in vista di quello, *mantenendolo* fermo innanzi a sè, e cioè *confermandolo* in ogni momento. Il mio presupposto è ancora *una* mente che rimane *identica*, più in generale, un *soggetto immobile*. Giacchè, se il soggetto operante variasse con ogni sua operazione, è certo che ogni nuova operazione avrebbe un nuovo fine (il fine che il nuovo operante si propone). Neanche si può parlare, in questo caso, di *mantener fermo* il fine; giacchè non si mantiene se non ciò che già si aveva; ma l'espressione *io avevo* non può acquistar senso se non in chi riconosca in sè medesimo l'identità del *sè* attraverso agli stati successivi, fra i quali in questo modo (ma in questo modo soltanto) egli può istituire un confronto, riconoscendone le relazioni di somiglianza o dissomiglianza, ed affermandone così (eventualmente) il variare.

Quello che abbiamo detto riguardo al fine si potrebbe ripetere a proposito di qualunque altro principio d'unificazione; questo dev'esser sempre supposto immobile (anche se concepito come un'attività); come permanente, identico (e identico o non vuol dir nulla, o vuol dire identico in modo assoluto) attraverso al variare.

Se io chiamo *certezza mistica* quella che s'impone come una *base*, sulla quale, o in dipendenza dalla quale, possano edificarsi diverse costruzioni, o sistemi di molteplicità, mi accorgo poi che questa certezza è il nocciolo, oserei dire l'*anima* di una quantità di concetti filosofici. E per esempio — solo in via di

Digitized by Google

enumerazione indicativa — della *materia cosmica,* della *sostanza,* della *forma* (in contrapposizione alla materia), della *potenza* (in contrapposizione all'atto). E nel campo pratico: del *sommo bene,* della *vera beatitudine,* dell'*autarchia.*

Questa certezza iniziale ed inconfutabile di un permanente trascendente ha dunque trovato, nella storia del pensiero, molte formulazioni. E qui viene naturale la domanda: queste formulazioni si seguono esse anarchicamente, variazioni capricciose simili a quelle con le quali il cantante d'opera si permette di adornare o di nascondere pudicamente la nudità del tema quale il Maestro lo ha voluto? La loro diversità è essa semplicemente casuale e superficiale, indifferente al contenuto identico che solo importa (il quale, *benchè* o forse *perchè* inesprimibile, è sempre da tutti intuito)? In questo caso, lo sforzo della formulazione sarebbe uno sforzo vano, un po' simile a quello di chi volesse saltare al di là della propria ombra. E la rassegna storica delle diverse formulazioni proposte dai diversi pensatori potrebbe destare soltanto le curiose brame di un collezionista di rarità; press'a poco come, durante una certa epoca, alcune qualità di tulipani per i ricchi collezionisti olandesi, o la raccolta delle papere, o degli sbagli di stampa, che si fa, per divertimento dei lettori, in certe rubriche di giornale.

Prima di dare una risposta, non sarà inopportuno vedere se del ricorso a questa certezza mistica si possa fare a meno. Se cioè sia possibile rimanere nella rigida immanenza; fermarsi cioè ad un punto di vista critico, evitando lo scoglio della sostantivazione metafisica.

A — Il Kantismo.

Il tentativo più energico che sia stato fatto in questa direzione è indubbiamente quello kantiano, con l'elaborazione del concetto dello spirito come attività trascendentale (e non come sostanza trascendente). Il nodo della questione sta tutto nella possibilità o meno di dimostrare che veramente l'attività trascendentale del pensiero sia perfetta luce a sè medesima. Occorre giustificare razionalmente l'attribuzione ad una certa forma dei caratteri di unicità e permanenza; *alias* l'affermazione che la forma, da me trovata come correlativa ad un certo conte-

Digitized by Google

nuto, è la sola forma possibile, quella che sarebbe (ed effettivamente fu e sarà) la forma di qualsiasi altro contenuto (e sia pure anche soltanto dell'esperienza umana).

La prova fornita dal Kant consiste nell'accentuare vigorosamente il principio dell'*autonomia della ragione,* come *potere di giudicare* (Urtheilskraft). E la *Urtheilskraft* (1) in questo particolarmente si rivelerebbe, che la ragione *non si soddisfa, non si lascia tenere a bada* („ sich nicht länger *hinhalten lässt* „) da quel che *sembra* (cioè dal sapere come mera apparenza o *Scheinwissen* ; o, come alcuni oggi preferirebbero dire, semplice *presentazione*); ma vuol conoscere sè medesima, il suo proprio potere (*Vernunftvermögen*), le sue proprie leggi (*canoni* permanentemente validi), „ *unabhängig von aller Erfahrung* „. Per trovare questo potere, nessuno ha bisogno di andar lontano da sè stesso; perchè ognuno lo possiede nel suo intimo, e dal suo intimo, mediante la riflessione, può trarlo alla luce; ognuno anzi è *egli stesso*, nella sua parte veramente attiva ed essenziale, questo potere. E non ha bisogno di richiamare i suoi ricordi, nè di raccogliere e vagliare le esperienze altrui (come sarebbe invece necessario per chi volesse costruire una prova di fatto); basta che ciascuno rifletta sul potere che *attualmente possiede*; non in quanto però lo applica a questo o a quel determinato contenuto, ma in quanto lo riconosce come una *energia*, come un *principio di attività*, che scaturisce dall'intimo dello spirito, ed è applicabile (consiste anzi, essenzialmente, in una *possibilità di applicazione*) a qualunque contenuto. Ed allora questo potere, staccato dal gruppo di contenuti a cui momentaneamente si applica, è *a priori* non soltanto rispetto al mondo fisico (dato alla *Rezeptivität*, o passività, del senso esterno), ma anche rispetto al mondo psichico (dato, questo, alla *Rezeptivität* del senso interno). Non è allora più soltanto un *potere presente* del soggetto individuale empirico, ma è il potere di qualunque soggetto umano in qualunque luogo ed in qualunque tempo; il

(1) L'idea di *potere*, centrale nella parola tedesca *Urtheilskraft*, sparisce nella traduz. ital. del *Lombardo*: *Radice* (Bari, Laterza, 1919, vol. I, pag. 7); probabilmente per evitare una certa pesantezza e goffaggine stilistica, che deriva quasi sempre dalla traduzione letterale dei composti tedeschi.

Digitized by Google

potere cioè che costituisce il soggetto umano, facendolo essere effettivamente tale; la caratteristica essenziale della sua organizzazione (1), in mancanza della quale esso cesserebbe senz'altro di esistere.

In questo potere (*Vermögen*) del soggetto è contenuta la condizione della possibilità di qualunque esperienza (la quale non può essere se non esperienza di un soggetto). Si badi che qui la parola esperienza può esser presa nel suo significato più largo, tanto come esperienza teorica (conoscere), quanto come esperienza pratica (agire). Il potere del soggetto stesso come attività, in altri termini, è presupposto a qualunque applicazione di questa attività ai contenuti (per varî che essi siano) offerti dal mondo empirico. Ciò che è essenziale allora a questo potere; ciò senza di cui un tal potere non potrebbe più esercitarsi, non solo *si presenta come* fornito dei caratteri della universalità e della necessità (*Allgemeingültigkeit* e *Notwendigkeit*); ma noi non possiamo concepirci (come soggetti umani), se non in quanto partecipiamo a questa universalità ed a questa necessità; e partecipare ad esse vuol dire anche (inscindibilmente) riconoscerle come tali. Il sospetto che questi attributi eminenti possano esser dati, in un momento successivo, a qualche cosa d'altro, non sarebbe in questo caso (secondo la deduzione kantiana) possibile; appunto perchè non si tratta qui di un contenuto (che può variare da momento a momento), ma della condizione formale perchè vi sia un'esperienza (in virtù della quale soltanto un contenuto qualsiasi può esser dato).

Di un contenuto si può dire *a priori* che esso non potrà mai (qualunque esso sia per essere) contraddire alla forma necessaria. La contraddizione sarebbe possibile soltanto ove si trattasse di una forma particolare: di una forma cioè che può applicarsi soltanto ad un certo numero o ad una certa qualità di contenuti. I contenuti *esclusi* allora, in quanto effettivamente si presentassero, contraddirebbero alla forma (2), o l'adatte-

---

(1) Cfr. W. Windelband, *Geschichte der neueren Philosophie*, 2er Band, Leipzig, 1899, pag. 71: le categorie kantiane sono *leggi* (*Gesetze*), " nach denen der menschliche Geist *vermöge seiner eigenen Organisation* denken muss... „. Il corsivo è mio.

(2) Ammesso, per esempio, che la *forma spaziale* escluda ogni fenomeno

Digitized by Google

rebbero a loro, trasfigurandola, e quindi distruggendola. Ma qui si tratta della forma di *qualsiasi* contenuto; essa non *predice* assolutamente nulla dei contenuti ai quali potrà applicarsi, e non corre perciò alcun pericolo di essere smentita. Allo stesso modo, p. es., che le leggi del contare non possono subire alterazioni per effetto del variare qualitativo degli oggetti, ai quali vengono applicate.

Ora lo spirito, riflettendo sopra quello che vi è in lui di assolutamente iniziale e generico, trova un *potere*, una capacità di *funzionare*; più precisamente, di riferire a sè, come unità operosa e stabile (in modo formale), la molteplicità dei contenuti (qualunque essi siano) che potranno presentarsi; la capacità, insomma, di *unificare il vario* (indipendentemente dal fatto che il vario si trovi già, *in sè*, del tutto o molto o poco o punto unificato). Il K. restringe questa funzione, chiamandola attività del giudicare nello stretto senso teoretico (" ... Einheit der Handlung verschiedene Vorstellungen unter einer gemeinschaftlich zu ordnen „). Ma già nella parola *Handlung*, che egli adopera, è facile intravvedere il concetto, molto più vasto, di *attività in generale*. E del resto il K. medesimo usa, nel campo più specificamente pratico, un criterio del tutto analogo, allorchè si propone di trovare una norma del tutto *a priori* dell'agire; e la fa consistere nella *intenzione* conforme alla natura assolutamente generica dell'attività in sè considerata, indipendentemente dalla rappresentazione, o dalla raggiungibilità, di un fine qualsiasi; del volere cioè che vuole sè stesso, la propria universalità, la *non contraddizione* con sè; sola norma che possa regolare l'azione di qualunque soggetto in qualunque circostanza.

B — Il fenomenismo critico.

In questa dottrina, imponente per la sua complessità, e resa miracolosamente feconda dal travaglio delle contraddizioni, che in essa si annidano, il pensiero non si poteva certo fermare

---

non-fisico dal campo della sua applicabilità; è certo che il presentarsi, p. es., anche di un solo fenomeno psichico basta ad escludere l'universalità e necessità della forma spaziale.

Digitized by Google

a lungo. E due grandi correnti filosofiche scaturirono da questa *Hauptquelle:* l'una delle quali, a forza di accentuare il carattere immanente delle categorie finì col negare ad esse l'*aprioritàà* effettiva (nel senso realistico-cronologico), l'*universalità* e la *necessità*; l'altra invece, per salvare la forma, la fece *insistere in sè medesima*, come attività pura, auto-sufficiente; non bisognosa di nessun sostrato sostanziale semplice, di nessuna realtà metafisica di cui essa fosse un *accidente* (riprendendo, su questo punto, la critica kantiana), ma non bisognosa neppure di alcuna *Sinnlichkeit,* o potenza puramente ricettiva, che le fornisse il materiale su cui esercitarsi.

Perchè effettivamente il Kant non tanto si era preoccupato di pensare la possibilità della stessa unità sintetica' (o meglio dell'atto sintetico permanente) quanto piuttosto di accertare il modo ed i limiti della sua applicabilità nel campo dell'esperienza, salvando le scienze fisiche dallo scetticismo humiano, e le matematiche da un possibile estendersi offensivo di quel medesimo scetticismo. La categoria ha importanza per lui, *principalmente*, in quanto salva la conoscenzà scientifica; in quanto cioè (in sostanza) è strumento di interpretazione.

Quello che importa a noi adesso è tenere ben fermi i due punti seguenti: 1°) il criticismo kantiano non può essere integralmente accettato se non da chi accetti anche, per ciò che riguarda la *materia* dell'esperienza, i risultati dello scetticismo humiano, e cioè la puntualità irrelativa dei dati *ante synthesin;* 2°) per il K. la dimostrazione della universalità e necessità (*Allgemeingültigkeit* e *Notwendigkeit*) si identificava con la dimostrazione della apriorità, e cioè della inderivabilità da qualsiasi esperienza *(Unabhängigkeit von aller Erfahrung)*. Dav. Hume, svegliandolo dal sonno dogmatico, gli aveva fatto aprire un occhio completamente, ma gli aveva lasciato l'altro ancora socchiuso. Il K. rimase convinto che nessuna universalità o necessità potesse trovarsi nel mondo empirico quale è presentato alla capacità ricettiva della *Sinnlichkeit*; ma non meno convinto rimase che dell'uno e dell'altro carattere fossero *ipso iure* rivestite le affermazioni che lo spirito trae dall'intimo di sè stesso, secondo le leggi della propria costituzione, non obbedendo ad alcuna necessità che non sia quella del proprio procedere (necessità logico-gnoseologica). Nè gli venne il dubbio (od almeno, se

Digitized by Google

venne, fu presto esorcizzato) che i dati empirici, tolta ogni affermazione di stabilità, svaniscano nel nulla (non possano, cioè, neppure essere affermati come dati); nè, d'altra parte, che anche le leggi formali trovate dallo spirito in sè medesimo, non garantiscono, per il semplice fatto che lo spirito le trova in sè, la loro universalità e necessità.

Lo sviluppo dell'empirio-criticismo ha giovato a mettere bene in chiaro questa seconda difficoltà. Pur tenendo fermo l'ossequio all'esperienza, ed ai suoi dati come unica materia possibile dell'umano conoscere, fu osservato come l'unità sintetica di cui parla il K., si trova nell'esperienza medesima in quanto si presenta, ed è riconosciuta come presente, senza bisogno di far intervenire un'attività spirituale soggettiva, la quale preesistesse come una certa capacità (*Vermögen*).

Il presentato, secondo il modo con cui lo consideriamo, o è un *molteplice unificato*, od è *l'unificazione di un molteplice*. In quanto è preso come semplice contenuto, non è affermabile in lui se non il *diverso*, come succedersi di momenti. La realtà poi di questi momenti non può essere appunto se non una realtà *momentanea*: provvisoria ed effimera, sempre trapassante in altro, non mai stabile in sè. Certo, tutte queste realtà atomiche si presentano aggruppate nella coscienza; e la critica gnoseologica del fenomenismo stesso può benissimo arrivare a concludere che esse realtà esistono solo in quanto sono aggruppate; che esse *non* hanno, cioè, un'esistenza *separatamente propria*, e metafisicamente salda nella sua atomicità. Ma (appunto per questo) si può affermare che l'*esperienza come gruppo* (od entità) non è se non l'*esperienza come parti*, quando sia vista nel suo aspetto formale, nell'aspetto cioè del suo presentarsi unita. La forma, in quanto tale, ha caratteristiche opposte a quelle del contenuto: è unica, permanente, necessaria, universale. Ma rimanendo fedeli al rigoroso punto di vista critico, e cioè ad uno degli elementi del kantismo, dire che la forma ha certe caratteristiche non vuol dire punto che essa le abbia in sè, indipendentemente dal gruppo empirico di cui essa è la forma unificante. La sostantivazione non dev'essere negata soltanto nel senso che alla forma non sia lecito dare una realtà in sè, indipendente *da qualsiasi contenuto*; dev'essere negata anche (rimanendo sulla stessa via, e percorrendola sino in

Digitized by Google

fondo), nel senso che alla forma non è lecito attribuire una potenza, o virtualità di manifestarsi (essa rimanendo identica) in *altri* gruppi empirici, diversi da *questo unico,* che costituisce la mia esperienza momentanea concreta.

Nè si creda che la forza del fenomenismo critico sia tutta nell'astrarre la conoscenza dalla connessione con la rimanente vita spirituale, e studiarla così soltanto dopo averla falsificata. Perchè in realtà esso può benissimo accettare (già lo abbiamo detto) il pensiero kantiano in quello che esso ha di più profondo, e cioè nel riconoscere anche alla conoscenza il carattere di *attività.* E può anche riconoscere che l'attività teorica è congiunta con la pratica, in modo che le due si possano distinguere, ma non separare l'una dall'altra. E può resistere sulle sue posizioni anche accettando di scorgere, nell'esperienza concreta, due elementi irreducibili l'uno all'altro: una molteplicità che viene data *a parte obiecti,* ed un'attività unificante *a parte subiecti.* E può sempre tuttavia negare (non ribellandosi, anzi rimanendo fedelissimo alle premesse kantiane) la trasformazione dell'attività soggettiva in un *potere,* che il soggetto possa affermare come costitutivo della sua natura; e permanente in sè; mentre variano i dati, sui quali esso si esercita. Il *potere* del soggetto diventa così una virtualità, un'entità metafisica, che un criticismo non può ammettere senza decretare la sua propria morte.

C. — I diritti della certezza mistica.

Quel che accomuna, quanto al motivo fondamentale, il fenomenismo critico col trascendentalismo kantiano, è, a ben guardarci, la premessa relativistica od immanentistica: il rifiuto di quella *certezza mistica,* alla quale abbiamo alluso poche pagine fa. Ma io ritengo che questo rifiuto, svolto nelle sue estreme conseguenze, ci deve portare molto più in là del fenomenismo; ad una specie cioè di nullismo critico (nullismo il quale — e ci tengo a dirlo subito — è degno, al pari di *qualsiasi* posizione filosofica, del massimo rispetto); a dover rinunciare cioè anche alla concreta momentanea presentazione.

Ed invero l'*affermazione* della validità di una forma o non può esserci in nessnn modo, o, se c'è, non può mai riferirsi alla forma in quanto conoscibile; quel che si afferma non è mai

Digitized by Google

un contenuto conoscibile; è sempre una *realtà in sè*. Andare alla ricerca di una forma *necessaria* dell'attività pensante non si può, se non presupponendone la validità come già pienamente effettiva (benchè non riconosciuta) nel pensiero stesso che muove alla ricerca. Il pensiero ricercante, la riflessione graduale, *si muovono* attraverso al tempo. Vero è che questo muoversi non è concepibile se non affermando (oltre ed in contrapposto alle posizioni successive dei momenti) una forma, secondo la quale quei momenti siano unificati. Ma la forma che unifica questo momentaneo gruppo empirico, se è soltanto immanente a questo, con questo deve sparire; e un atto di riflessione posteriore, come non si trova più innanzi il contenuto, così neppure trova la forma di quel contenuto. Bisognerebbe dunque che nel momento empirico (comunque esteso, o *presente-blocco*, lo si voglia concepire) io possa prender conoscenza della forma, nell'atto medesimo in cui essa si fa valere, formando il momentaneo contenuto. Ma a questo si oppone il fluire cronologico che già abbiamo visto ineliminabile dal processo del conoscere umano. La mia attività di pensante e di operante si sdoppia cioè, riflettendo sopra di sè medesima. In quanto attività *mia*, di questo momento, essa non può essere se non una realtà diffusa, la cui caratteristica sta nella *impermanenza assoluta*, nel passaggio continuo all'anteriorità. In quanto è forma di qualunque agire possibile, o *possibilità* dell'agire, essa non può essere invece se non sottratta al tempo, *presente* nel senso rigoroso della parola, e cioè eterna. Questa possibilità metafisica è sempre affermata come presupposta; essa è la *forma attiva*, la *potenza feconda*, l'*atto immobile*. Ed essa è *affermata* appunto in quel che a noi è inconoscibile: nella sua *permanenza in sè*.

Il nostro Rosmini osserva (1) che la semplice idea della *possibilità* o *pensabilità* (implicante, come egli a buon diritto afferma, quella di universalità e necessità) non può essere illusoria, perchè non contiene alcun riferimento ad una *sussistenza reale*; ed il pensiero invece può ingannarsi soltanto allorchè " addita una cosa che non è „. Ora è certo che l'idea pura e semplice della possibilità non può ingannare, in quanto la si consideri semplicemente come un *oggetto di intellezione*, come la

(1) V. il *Nuovo saggio sull'Origine delle Idee*, vol. III, sez. 6ª, parte 2ª, cap. 1°, art. 3°, a p. 39 sgg. nell'ediz. Bertolotti (Intra, 1877).

Digitized by Google

non-contraddittorietà, necessariamente pensata, di *questo mio* pensiero con sè stesso; nell'atto in cui penso *ad una cosa,* non è possibile ch'io non ammetta la possibilità di pensare *a qualche cosa in generale.* Ma la possibilità, così strettamente intesa, non può essere *scissa da,* nè può esser *fatta trascender a,* questo singolo mio pensiero effettivo, che essa formalmente accompagna; in essa non posso scorgere la *potenza* di far scaturire dal suo seno *altri pensieri,* all'infuori di *questo qui.* Se rimango nella *semplice idea* della possibilità (senza far *sostenere* quest'idea, mediante la intuizione mistica, da una *potenza* metafisica, inconoscibile *da me* in quello che appunto la caratterizza come reale *in sè*); devo allora concludere che l'estensione della possibilità ad *altri* momenti, diversi da questo, è un'espressione puramente negativa, in cui l'*altri* sta soltanto a testimoniare l'astrazione, da me operata, *dal* contenuto effettivo della mia esperienza momentanea, *della* forma (da cui essa è indissolubilmente accompagnata) della sua stessa possibilità.

L'affermazione della forma sempre attuale (e cioè della energia metafisica eterna, nel senso trans-cronologico della parola) è *analoga* all'affermazione del contenuto sempre diffuso e sfuggente nel tempo (di cui abbiamo parlato nella prima parte), in quanto l'una e l'altra sono affermazioni sempre presupposte, giudizi già fatti, intuizioni iniziali riconfermate dall'atto di fede. Ma le due affermazioni si oppongono anche dualisticamente, per qualunque pensiero finito.

Se l'intuizione del contenuto diffuso nel tempo fu da noi chiamata *intuizione empirica*, l'intuizione invece della forma immobile attuale nella sua intemporalità, potrà esser detta *intuizione mistica* (nel senso puramente speculativo della parola). E tutte le formulazioni, che si aggirano, intorno all'una come intorno all'altra delle due realtà trascendenti, sono *inadeguate*, ma *tutte preziose.*

In altra occasione, se mi basteranno le forze, mostrerò come l'*opera* umana deve necessariamente orientarsi secondo uno di quei due fini, che sono (per noi) contraddittorii; *senza poter mai raggiungere* quel vertice di *assoluta concretezza* dove (*forse*) il *valore* assoluto si identifica, in un *istante monade* che è la somma di tutti i tempi, *con* la *positività totale* di tutti i fatti, producentesi nell'eterno come *attualità pura.*

Digitized by Google

Documenti giuridici assiro-cappadocî

Nota di GIUSEPPE FURLANI

Presentata dal Socio nazionale residente Gaetano De Sanctis

I più antichi documenti giuridici assiri, ancora più antichi delle Leggi Assire (1), le quali risalgono probabilmente ai tempi di Aššur-uballiṭ (attorno al 1390) (2), non ci sono stati conservati nelle rovine di qualche città dell'Assiria vera e propria, ma provengono dall'Asia Minore, e precisamente dalla Cappadocia.

Nell'interno della penisola anatolica, nelle vicinanze del paese di Qaysâriyyeh, a sud del fiume Halys, sulla collina chiamata dai Turchi Kül-tepé, che racchiude probabilmente i resti dell'antica città di Kaniš (o Ganiš), si sono trovate parecchie tavolette inscritte con caratteri cuneiformi, simili a quelli in uso in Babilonia ai tempi della III^a dinastia di Ur (III° millennio av. Cr.), e contenenti quasi tutte documenti giuridici e lettere. Il primo a pubblicare alcune di queste tavolette cappadocie, che essendo scritte in un dialetto assiro arcaico si chiamarono assiro-cappadocie, fu il Pinches nel 1881. Il Golenischeff diede poi alla luce una collezione di tavolette di sua proprietà, però in edizione poco corretta. Il Delitzsch e lo Jensen riuscirono ad apportare parecchie correzioni e rettificazioni all'edizione dello scienziato russo. Una nuova fase nello studio delle tavole assiro-cappadocie fu iniziata dalle pubblicazioni degli ultimi anni.

(1) Ho pubblicato recentemente una versione italiana di queste leggi: *Frammenti di leggi assire* in *Rivista degli studi orientali*, v. X, pp. 110-139.

(2) La redazione più antica risale al principio del II° millennio.

Digitized by Google

G. Contenau diede fuori nel 1919 a Parigi *Trente tablettes cappadociennes* e nell'anno seguente rese accessibili le tavole assiro-cappadocie che si conservano nel Museo del Louvre: *Tablettes cappadociennes* (Musée du Louvre, textes cunéiformes, t. IV). Inoltre si conservano simili tavolette nel Museo Britannico, nella Vorderasiatische Abteilung der staatlichen Museum di Berlino e nel Museo di Filadelfia. Quelle del Museo Britannico sono state edite da Sidney Smith sotto il titolo *Cuneiform texts from Cappadocian tablets in the British Museum*, p. I, London, 1921; di quelle di Filadelfia ha discorso il Sayce nell'articolo *The Museum collection of Cappadocian tablets* (The Museum Journal of Philadelphia, IX, 2 [1918]).

Le tavole sono scritte in un dialetto accado molto arcaico, il quale presenta non poche affinità con quel dialetto paleo-assiro che ora conosciamo a traverso le Leggi Assire; esso è però ancora più arcaico del paleoassiro delle LA, perchè parecchi fenomeni linguistici che in quest'ultimo dimostrano già uno stadio avanzato di evoluzione si trovano in quello appena nel loro stadio iniziale. La popolazione che parlava questo dialetto deve essere stata dunque una colonia assira, e non babilonese, come credette recentemente di poter sostenere il Weidner, oppure deve aver costituito le propaggini più settentrionali di quella unità linguistica e colturale tra i popoli semitici che chiamiamo Assiri, ciò che è dimostrato anche dalla identità del dio principale — Ašur o Ašir —, del calendario, dell'uso di denominare l'anno secondo un alto funzionario (*limu*) e dalla somiglianza della terminologia dei testi giuridici ed economici (1). Con pieno diritto possiamo quindi parlare di testi *assiro*-cappadoci.

Non siamo in grado di dire a quale secolo avanti Cristo essi risalgano. È certo però che appartengono al III° millennio av. Cr.

La capitale o città principale della colonia assiro-cappadocia sembra essere stata Kaniš. Una città importante era Burušhatum.

---

(1) J. Lewy, *Studien zu den altassyrischen Texten aus Kappadokien*, Berlin, 1922, pp. 40-42. Si veda anche la mia recensione di questo scritto nella *Rivista degli studi orientali*, v. X, fasc. III.

Digitized by Google

Accanto a questa si conoscono finora i nomi di ancora quindici altre città, situate nelle vicinanze (1). Che i commercianti assiro-cappadoci non limitarono la loro attività alle vicinanze immediate dimostrano una lettera indirizzata ad una persona abitante nella città di Aššur ed una tavoletta cappadocia trovata nei dintorni di Mossul (2).

I documenti giuridici presentano molte analogie coi contratti della I^{a} dinastia babilonese. Si distinguono però da questi specialmente nella datazione, la quale procede secondo cinquine, *ḫamuštu*, cioè periodi di cinque settimane (?), denominate, secondo un magistrato eponimo, *limu*.

J. Lewy ha pubblicato recentemente nell'appendice ai suoi *Studien zu den altassyrischen Texten aus Kappadokien*, Berlin, 1922 (3), pp. 41-76, undici documenti giuridici assiro-cappadoci in trascrizione scientifica e traduzione tedesca, tratti dalle summenzionate edizioni di Golenischeff, Contenau e Smith, e corredati di succose note di carattere filologico e giuridico. Onde dare un saggio di tali documenti anche a quegli studiosi italiani di storia del diritto, ai quali non sia accessibile il libro del Lewy, ne ho tradotto, secondo quei principî, che ho adottati nella mia versione delle Leggi Assire, nove, e illustrati con note che valgano a delucidare i punti più oscuri del testo.

Facilmente accessibili sono invece i quattro documenti inseriti da Bruno Meissner in versione tedesca nel VII capitolo del suo libro *Babylonien und Assyrien*, I. Bd., Heidelberg, 1920, pp. 174-175.

---

(1) Lewy, l. c., p. 41, n. 2.

(2) È stata edita dallo Scheil in *Recueil de travaux relatifs à la philologie égyptienne et assyrienne*, 1909, p. 55.

(3) Il Lewy ha pubblicato nel 1921 un importante lavoro sulla lingua delle Leggi Assire: *Untersuchungen zur akkadischen Grammatik*, I. *Das Verbum in den "Altassyrischen Gesetzen" mit Berücksichtigung von Schrift, Lautlehre und Syntax*, Berlin, 1921. Si veda il mio articolo *Recenti pubblicazioni sulla raccolta di Leggi Assire* in *Rivista degli studi orientali*, v. IX, pp. 496-502.

Digitized by Google

I.

Debitoriale

[CTCT 5a]

(1) 2 mine e $^1/_3$, 4 sicli d'argento (2) puro sopra (3) Puzur-Ištar Gimil-Adad (4) ha. Dal (5) principio del mese *ša tînâte* (6) in due mesi egli pagherà. (7) Posto che nei (8) suoi giorni pieni (9) egli non paghi, (10) secondo la parola (11) del tribunale $1\ ^1/_2$ siclo (12) per 1 mina (13) egli aggiungerà. (14) Eponimato (15) di Abia, figlio di Gimil-Dagan. (16) L'argento a Kaniš (17) egli pagherà. (18) Davanti a Kurub-Ištar; (19) davanti a Qama-Ašur.

[Lewy, p. 48-49].

2-4. sopra... ha = *i-zi-ir... i-šu*. Gimil-Adad è il creditore di Puzur-Ištar, su cui il debito grava quasi come una soma. Si confronti la frase araba *'alayka dayn'*, " sopra di te (è) un debito, hai un debito „, o *'alayhi li-Ḥasan ṭalâṭ qurûš'*, " egli deve a Ḥasan tre piastre „. Si veda inoltre il Koschaker in *Hammurabi's Gesetz*, VI, p. 22 (1464*).

6. pagherà = *i-šá-gal*, cioè letteralmente " egli peserà „.

8. nei suoi giorni pieni: prima della scadenza del termine.

10-11. secondo la parola del tribunale = *ki-ma a-wa-at ga-ri-im*. Il L. interpreta nel senso che è data facoltà al tribunale di fissare l'ammontare dell'interesse. Nel nostro documento si constaterebbe dunque colle parole surriferite espressamente che l'interesse pattuito corrisponde all'interesse legale. Sarebbe però ammissibile anche un'altra interpretazione: il debitore pagherà l'interesse dopo che il tribunale avrà constatato la sua inadempienza.

13. aggiungerà = *ú-za-áb*, quale interesse.

Digitized by Google

II.

Debitoriale

[CTCT 6c]

(1) 2 mine d'argento lucido, (2) buono, sopra (3) Dalašu Gimilie (4) ha. Dalla cinquina (5) di Ašurmalik, (6) figlio di Luzina, (7) 3 sicli d'interesse (8) al mese (9) per 1 mina (10) egli aggiungerà. L'argento (11) alla sua testa (12) e alla sua casa è legato. (13) Davanti a Wadabra; (15 davanti a...du; (15) davanti a ... malik.

[Lewy, p. 49-53].

1-2. argento lucido, buono = *kasap li-tí damqam*. Il significato non è sicuro.

5. cinquina = *ḫa-muš-tim*. È il periodo di cinque, probabilmente, settimane, durante le quali Ašurmalik fungeva da magistrato, ed era quindi il magistrato eponimo che dava il suo nome alla " cinquina „. Si veda però L., p. 50, n. d.

11-12. La frase: l'argento alla sua testa e alla sua casa è legato = *kaspum i-na ga-ki-dí-šú ù bi-tí-šú ra-ki-is* significa che il debitore risponde per il suo debito con tutto il suo patrimonio mobile ed immobile e che il creditore non accetta il pagamento da parte di altri. Sembra però che questo modo di dire avesse riguardo specialmente al secondo caso, perchè in una lettera assiro-cappadocia (Cont.[30] 14), trascritta e tradotta dal L. (p. 49, n. 1), si legge tra l'altro: *kaspum i-na ga-ga-ad qa-mešú-nu ra-ki-is*, " l'argento è legato alla testa di loro stessi „ (si tratta di due debitori) e si respinge l'intercessione di un terzo, offerta dal debitore mediante la frase: *ga-ti li-ki*, " prendi la mia mano! „, cioè un terzo che garantisca e paghi per me. In altri documenti l'argento è legato alla testa *qamišúm ù qinnišúm*, " di loro stessi e delle loro famiglie „, per la quale ultima parola ricorre anche il termine *bîtu*, " casa „ (L., p. 49, n. 1).

Digitized by Google

III

Copia di una convenzione ereditaria

[Cont. 79]

(1) Sigillo di Ṭâbzilá-Ašir, figlio di Gimil-Nunu.
(2) „ di Gimil-Laban, figlio di Alṭâb.
(3) „ di Bilaḫ-Ištar, figlio di Aširbani.
(4) „ di Anina, figlio di Uzur-šá-Ašir.
(5) „ di Idinabim, figlio di Aširmalik.
(6) „ di Zuea, figlio di Buśúkin.
(7) „ di Buzazu, figlio di Bušúkin.
(8) „ di Ikubašá, figlio di Bušúkin.
(9) „ di Aḫaḫa, figlia di Busúkin.

(10) 40 mine d'argento che Ikubia, figlio di Ata, (11) a Kaniš a Bušúkin (12) deve: Aširmutabil (13) e Bilánum, il custode, (14) l'argento hanno preso. Per questo argento (15) i figli di Bušúkin e la figlia (16) di Bušúkin, ciascuno contro (17) Aširmutabil, il loro fratello, (18) non reclameranno. Quando egli salirà (19) a Kaniš, la tavola (20) del debito di Ikubia, figlio di Ata, (21) i figli di Bušúkin (22) e la figlia di Bušúkin, ciascuno (23) a Aširmutabil daranno. (24) Secondo la sentenza della città rispetto all'argento (25) i figli di Bušúkin (26) e la figlia di Bušúkin sono saziati. (27) Iddinabum, figlio di Aširmalik, (28) in luogo di Aḫaḫa stette.

[Lewy, p. 53-55].

13. il custode = *ra-bi-zu-um*. È difficile dire che cosa significhi veramente *râbiṣum*. A. Ungnad propose il significato di *Wachthabender*, cioè di magistrato o funzionario esecutivo o di controllo. Così traduce anche il L., il quale adduce ancora altri passi per i quali questo significato va benissimo. Potrebbe trattarsi di un giudice pupillare, se — come è probabile — Aḫaḫa è ancora minorenne.

18. non reclameranno = *ú-lá i-du-ru-ú*. Cioè non faranno nessun processo.

26. sono saziati = *šá-bu-ú*. Cioè sono pienamente soddisfatti.

Digitized by Google

27-28. Iddinabum... in luogo di Aḫaḫa stette = ... *kima* [lett. " come „] *A-ḫa-ḫa i-zi-iz*. Questo vuol dire che Iddinabum agì per Aḫaḫa, la quale è però presente, perchè il documento porta anche il suo sigillo. Essa sarà stata quindi minorenne. Si veda però il L., p. 53, n. 1.

Il L. dice che questa è la copia di un *contratto* e che trattasi precisamente di liquidare un'eredità. Bušúkin ha lasciato a Kanis un credito verso Ikubia, il quale — come puro Ašurmuttabil, uno dei figli ed eredi del defunto — non abita però in città. Il credito viene trasferito contrattualmente, dopo la sentenza del tribunale della città, ad Ašurmuttabil, il quale lo ha però già riscosso. Gli altri figli si obbligano a consegnare la debitoriale ad Ašurmuttabil (p. 53, n. 1).

Secondo me Ašurmuttabil è l'amministratore dell'asse relitto, ed è sorvegliato in questa sua qualità dal *râbiṣu*. Il debitore ha pagato il suo debito all'amministratore. Il tribunale ha diviso l'eredità tra gli eredi Ašurmuttabil, Zuea, Buzazu, Ikubaša ed Aḫaḫa ed ha assegnato il credito al primo. Il presente documento contiene la convenzione relativa, che non è altro dunque che l'esecuzione della sentenza o del decreto del tribunale. Siccome la debitoriale del debitore Ikubia si trova ancora a mani di due degli eredi, questi si obbligano a consegnarla al coerede ed ora unico erede, per quanto concerne il credito, Ašurmuttabil. Aḫaḫa è minorenne e perciò è rappresentato da un suo rappresentante o dal tutore.

Si tratta dunque, secondo me, di una *convenzione ereditaria*. Non so spiegarmi però perchè il documento non porti il sigillo di Ašurmuttabil.

IV.

Quietanza

[Cont. 71]

(1) 6 sicli d'argento (2) che Alṭâb, figlio di Ištarlába (3) a Ura, figlio di Manana, (4) deve. 6 sicli, il suo argento, in luogo (6) di Alṭâb, figlio di Ištarlába, (7) Aširnada, figlio di Amur-Ištar, (8) a Úra (9) ha pagato. Riguardo all'argento, (10) Úra è saziato. (11) Ura contro (12) Alṭâb, suo fratello, (13) e Ašir-

Digitized by Google

nada non (14) reclamerà. (15) Davanti a Kúrub-Aŝir, figlio di Zilia; (16) davanti a Zuzuwa, figlio di Ìlídan; (17) davanti a Amurilam, figlio di Amurru-bani.

[Lewy, p. 55-56]

È una quietanza, colla quale il creditore dichiara che in luogo (*ki-ma*) del debitore il pagamento è stato fatto da un terzo e che egli non ha più nessuna pretesa nè verso il debitore, nè verso il terzo, pagatore. Il terzo non è detto nel nostro documento che pagatore, non sappiamo perciò a quale titolo egli sia intervenuto per il pagamento.

4. deve = *ḫa-bu-lu-ni*.

9. ha pagato = *iš-kul*, " ha pesato „.

V.

Quietanza

[LC 239]

(1) Sigillo di Ḫanu, figlio di Gabatum.

(2) „ di Aširmutabil, (3) figlio di Idínabim.

(4) „ di Aširmalik, figlio (5) di Aširmutabil.

(6) $^1/_3$ di mina d'argento, proprietà (7) di Gimil-Ištar, figlio di Puzur-Ašir, (8) della quale Aširití, figlio di Buzazu (9) dispone e la cui tavola (10) nella città (11) è conservata. (12) Riguardo all'$^1/_3$ di mina d'argento in luogo (13) di Gimil-Ištar, figlio di Puzur-Ašir, (14) Aširmalik, figlio di Aširmutabil, (15) è saziato. La copia (16) di questa tavola il fiduciario (17) ha passato. (18) Davanti a Lákibum, (19) figlio di Irtum; (20) davanti a Šamašbani, (21) figlio di Enam-Aa.

[Lewy, p. 56-58]

6. proprietà = *bi-ú lá-at* (da *bêlu*, " signore, padrone „).

9. dispone = *ú-ga-lu-(ma)*. Significa disporre di qualcosa, di cui non si è padroni, come risulta anche da altri passi di documenti assiro-cappadoci, citati dal L. a p. 56, n. c.

11. è conservata = *lá-áb-du*, da *lapâtu*, " dare in custodia „, sinonimo di *paqâdu*. Si dice anche *ina ṭuppim lapâtu*, " consegnare in iscritto „.

Digitized by Google

16. il fiduciario ha passato = *ták-lam e-tí-iq*. Secondo il L., che verte con *den Zuverlässigen (hat) passiert*, si tratta di un organo di controllo, il quale però non si sarà limitato ad autenticare le copie dei documenti — e questo sembra essere appunto il nostro caso, — ma le avrà forse anche prese in consegna per conservarle — mi sembra che il presente documento ammetta anche questa interpretazione, — tanto le copie dei documenti, *me-eḫ-ra-at dub-be-im*, quanto anche gli originali (10), e persino denaro e merci (v. L., p. 57, n. f.).

VI.

Sentenza

[Cont. 77]

(1) Il tribunale di Burušḫatum, (2) tutto, la sentenza (3) ha dato circa (4) la merce, (per) la quale 50 mine d'argento (5) Ennam-Ašur a Kuzia (6) diede (e che) Zuea (7) ha sottratte: posto (8) che qualche importo, sia argento, (9) sia oro, sia piombo, (10) sia un abito Zuea (11) a Kuzia (12) dia, (13) a Zuea (14) la merce Kuzia (15) restituirà. (16) Copia della tavola (17) invalidata (18) della sentenza del tribunale.

[Lewy, p. 58-60].

1. Il tribunale = *ga-ru-um*.

2. tutto = *za-ḫi-ir rabû*, lett. " piccolo, grande „. Perchè la sentenza rileva espressamente che il collegio giudicante era al completo? Oppure si tratta dell'unanimità? Così il L., p. 16, n. 32.

7. ha sottrate = *iq-ta-du-ni*.

17. invalidata = *ḫa-ar-me-im*.

Il L. interpreta la sentenza così: Kuzia è debitore di Zuea e gli ha dato merci in pegno, che egli ha poi vendute per 50 mine ad Ennam-Ašur. Quest'ultimo ha già pagato il prezzo e può pretendere quindi le merci. Egli può chiedere da Kuzia la restituzione del prezzo pagato e recedere con ciò dalla compravendita oppure pretendere da parte di Zuea la consegna della merce. Ora, Ennam-Ašur rinuncia alla consegna della merce da parte di Zuea, ma si fa promettere il pagamento delle 50 mine

Digitized by Google

anche da parte di Zuea, il quale detiene il pegno. In strettissimo nesso col presente documento sta quello immediatamente seguente (L., p. 58, n. 1).

La spiegazione del L. non mi sembra però molto convincente.

Le righe 16-18 sembrano riferirsi ad altri documenti precedentemente rogati.

VII.

Transazione

[CTCT 9a]

(1) Sigillo di Ìlíašrani, figlio di Ašurṭâb.
(2) „ di Libtí-Ištar, figlio di (3) Dagánmalkum.
(4) „ di Ìlíšrani, figlio di Danumel.
(5) „ di Ennam-Ašur, figlio di Aninum.

(6) Le 50 mine d'argento, che sopra (7) Kuzia e Zuea (8) ha Ennam-Ašur (9) e la cui tavola egli ha invalidata, (10) sulla testa (11) di loro stessi sono legate. (12) Per le 50 mine d'argento, (13) (14) per questa tavola Enum-Ašur, (15) figlio di Anum, contro (16) Zuea, figlio di Bušúkin, (17) alcunchè (18) non reclamerà.

[Lewy, p. 60].

9. ha invalidata = *iḫ-ri-mu-(ma)*.

10-11. sulla testa di loro stessi sono legate = *i ga-ga-ad qa-me-sú-nu ra-ak-zu*.

In questa tavola Ennam-Ašur è il creditore tanto di Kuzia che di Zuea. Egli rinuncia espressamente nell'ultima clausola alla fornitura della merce da parte di Kuzia e si contenta colla restituzione delle 50 mine che egli aveva già pagate quale prezzo (L., p. 58, n. 1).

Io proporrei invece la seguente interpretazione dei due documenti: Zuea è il procuratore o mandatario di Kuzia, il quale gli ha consegnato merce per la vendita. Zuea vende una partita di merci ad Ennam-Ašur, dal quale egli si fa pagare il prezzo di 50 mine senza avergli consegnata ancora la merce. Però egli non consegna le 50 mine a Kuzia, ma se le trattiene. Allora Kuzia, temendo di perdere i soldi e la roba, si fa consegnare

Digitized by Google

da lui la merce e Ennam-Ašur resta in asso. Il tribunale regola la faccenda nel seguente modo: o Zuea o Kuzia devono pagare le 50 mine ad Ennam-Ašur, essi sono cioè obbligati solidalmente a restituirgli il prezzo pagato, visto che egli non insiste sulla esecuzione del contratto da parte del, rispettivamente dei venditori. Kuzia dovrà riconsegnare le merci a Zuea, se questo è disposto a versargli il corrispettivo in argento o oro o piombo, ecc.

Ho detto sopra che Zuea è il procuratore o mandatario di Kuzia. Precisando meglio il mio pensiero, mi pare di poter affermare che Zuea è un venditore al dettaglio o un commesso-viaggiatore. Il tribunale obbliga Kuzia a consegnargli le merci soltanto verso pagamento, perchè Zuea si è dimostrato poco onesto. Così si capisce facilmente, perchè il tribunale ritenga tutti e due solidalmente obbligati alla restituzione del prezzo.

Da questi e da altri documenti ancora risulta che gli Assiri della Cappadocia avevano un diritto commerciale molto sviluppato.

VIII.

Riconoscimento di debito

[CTCT 46a]

(1) Copia di Ištarbelâḫ, (2) figlio di Enum-Ašir, (3) Idin-Kubum, figlio di Puzur-Ašir, (4) mio collega. Anakuilum (5) contro Ištardulizu, figlio (6) di Ilía, ci ha presi. (7) Così (disse) Anakuilum: (8) l'argento, il prezzo della schiava (9) del mercante, nel tuo conto (10) è? (11) Ištardulizu (12) ad Anakuilum (13) rispose. Così (disse) (14) Ištardulizu: (15) sì! L'argento, il prezzo (16) della schiava del mercante, (17) nel mio conto (18) è. Mes$_e$ (19) Zibu, (20) eponimato di Súrama. (21) Secondo (22) queste parole il tribunale (23) di Uršú ci ha giudicati. (24) Davanti alla spada (25) di Ašir (26) le nostre testimonianze (27) demmo.

[Lewy, p. 65-68].

Questo documento ci è stato conservato in due copie, *a* e *b*, che il L. trascrive e riproduce. Non ho tradotto che la prima, *a*.

4. mio collega = *tab-ba-i*.

6. ci ha presi = *iṣ-ba-at-ni-a-tí-ma*. Cioè ci ha impetiti davanti al tribunale.

Digitized by Google

9. nel tuo conto = *i-na li-be-ga*, cioè *libbika*, lett. " nel tuo cuore „. Che *libbu* può rivestire anche il significato di conto, estratto del libro dei conti, credito, o *Guthaben*, come dice il L., risulta anche da altri documenti assiro-cappadoci: Cont. 19, 32 seg. ... *kaspam i li-be I-din-Ištar, ... kaspam i li-be A-šur-tâb šu-pur-šu-nu-ti*, " ... argento dal conto di I., ... argento dal conto di A. manda per essi „; CTCT 23, 6 segg. (L., p. 66, n. d).

24. spada = *šú-ga-ri-a-im*, probabilmente *šugurrum* = *paṭrum*, " pugnale „, simbolo del dio Ašur, davanti al quale si prestavano i giuramenti (L., p. 67, n. g).

IX.

Copia di un contratto sponsalizio

[Cont. 67]

(1) Sigillo di Enanatum, (2) figlio di Dídínari.
(3) „ di Gimil-Sin, figlio di Elmetí.
(4) „ di Adad-damiq, figlio di Beláḫ-Ištar.

(5) Adad-damiq (in) moglie (6) la figlia minore (7) di Ištarnada ha preso. (8) Una seconda moglie (9) egli non prenderà. (10) Posto che una moglie (11) seconda egli prenda, (12) 1 mina d'argento egli pagherà. (13) Posto che per due mesi egli non venga (14) e del bisogno di sua moglie (15) non s'informi, (16) la minore (17) a un secondo marito (18) si darà. I miei fratelli (19) egli non legherà.

[Lewy, p. 68-72].

5. moglie = *a-šá-tám*, ma trattasi della sposa.
6. minore = *zu-ḫa-ar-tám*, lett. " piccola „.
9. ha preso = *e-ḫu-uš*.

14. bisogno = *da-tám*, potrebbe trovare riscontro anche nell'ebraico *de'ah*, " cognizione, notizia, nota „ (Landsberger). Si potrebbe quindi anche tradurre (14-15) " e di sua moglie non prenda notizia „, ciò che andrebbe benissimo nel contesto.

18-19. I miei fratelli [*a-ḫi-a*] egli non legherà [*lá ú-ga-za*]. Questa clausola è oscurissima.

Digitized by Google

Il L. parla di un *Ehevertrag*, ma si tratta di sponsali, quantunque i termini giuridici adoperati siano quelli in uso nel diritto assiro per il matrimonio. La ragazza è forse orfana e suo fratello è il tutore, il quale, come *walî* della sposa, rileva espressamente che, se lo sposo non contrae il matrimonio, egli non avrà più nessun obbligo verso lo stesso.

Gorizia, luglio 1923.

Digitized by Google

PREMIO DI FONDAZIONE GAUTIERI

La Reale Accademia delle Scienze di Torino conferirà nell'anno 1924 un premio di fondazione Gautieri a quell'opera di Letteratura, Storia letteraria, Critica letteraria, che sarà giudicata migliore fra le pubblicate negli anni 1920-1922, non escluse quelle che riguardino le letterature classiche e straniere. Il premio di L. 1600 sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i Soci nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in lingua italiana.

Gli autori possono inviare all'Accademia, non più tardi del giorno 29 febbraio 1924, le pubblicazioni sulle quali desiderano richiamare l'attenzione, avvertendo che non saranno restituite le opere ad essa per tal fine pervenute.

Torino, dicembre 1923.

L'Accademico Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
GIOVANNI VIDARI

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Dicembre 1923

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, PEANO, GUIDI, SACCO, HERLITZKA, POCHETTINO e il Segretario MATTIROLO.

Scusano l'assenza il Presidente RUFFINI e i Soci NACCARI e GRASSI.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Socio HERLITZKA ringrazia l'Accademia per l'onorevole incarico affidatogli di commemorare il Socio FOÀ.

Il Presidente porge al Socio GUIDI le congratulazioni dell'Accademia per l'insigne onore accordatogli dalla Società Nazionale degli Ingegneri, la quale attribuivagli la 1ª Medaglia di Benemerenza. Il Socio GUIDI ringrazia.

Il Presidente comunica quindi una lettera del nostro Socio straniero Émile PICARD, il quale ringrazia per l'incarico conferitoglio di rappresentare l'Accademia al Cinquantenario della Società francese di Fisica.

Con lettera il Socio ROSA ringrazia per l'incarico di commemorare il suo Maestro e nostro Socio anziano Tommaso SALVADORI.

Digitized by Google

L'Accademia Polacca di Scienze e Lettere presenta pure ringraziamenti per i voti e gli augurii che il nostro Sodalizio le ha rivolto nell'occasione del suo Cinquantenario.

Nel nome del figlio del compianto Socio Foà il Presidente fa omaggio all'Accademia dei fascicoli IV, X e XI del grandioso Trattato italiano di Anatomia patologica. Questi fascicoli contengono rispettivamente lavori dei Prof.: Cevedali, *I veleni quali fattori di malattia*; B. De Vecchi, *Teratologia generale*; P. Guizzetti, *Sistema nervoso.*

Il Socio Herlitzka fa omaggio di un volume da lui pubblicato nella Serie medica delle attualità scientifiche di Bologna dal titolo: *Fisiologia ed Aviazione.*

Il Presidente ringrazia i donatori.

Viene quindi approvata per gli *Atti* una Nota del nostro Socio Daniele Rosa, *Sulla necessità di carte anadiomeniche e catabaptiche in sussidio della biogeografia.*

Digitized by Google

LETTURE

Sulla necessità di carte anadiomeniche e catabaptiche in sussidio della biogeografia

Nota del Socio nazionale DANIELE ROSA

Chiamo " anadiomenica „ una carta di una qualsiasi regione terrestre dalla quale appaia l'epoca relativa dell'emersione (ultima) delle varie parti della regione stessa, una carta dunque in cui sia indicato (con tinte o tratteggiature più o meno intense) quali di queste parti sono emerse senza discontinuità solo, poniamo, dal pleistocene, quali già dal pliocene, dal miocene e così via.

Chiamo " catabaptica „ la carta di un mare dalla quale appaia analogamente l'età relativa delle singole parti di esso.

Mi tratterrò solo sulle carte anadiomeniche.

Non è a mia conoscenza che di simili carte già ne esistano, eppure esse avrebbero per i biogeografi un'utilità grandissima.

Le solite carte geologiche hanno dal punto di vista biogeografico ben scarso interesse.

Esistono bensì serie di carte paleogeografiche indicanti la configurazione successivamente presentata da una stessa regione in varie epoche (1) ma, quali sono, esse non rispondono bene al nostro scopo, sia perchè sono complicate da dati riguardanti terre che furono altra volta emerse ma che oramai sono sommerse, sia perchè il ricavare i dati che ci servono dal confronto di più carte riferentisi ad epoche successive è lavoro lungo e faticoso, sia sopratutto perchè una regione segnata su due carte imme-

(1) In questo scritto intendo il termine " epoca „ nel senso volgare, non nello stretto senso geologico.

Digitized by Google

diatamente successive come emersa può benissimo, senza che ciò consti al biogeografo, essere stata nell'intervallo sommersa. È tuttavia in base a serie di carte di questo tipo che si può costruire per ciascuna regione una carta anadiomenica corrispondente alla definizione che ne ho data in principio.

Sarebbe desiderabile che per ciò che riguarda i terreni più recenti queste carte fossero, dal lato cronologico, un po' dettagliate, mentre i terreni più antichi, quelli, per es., il cui attuale stato emerso data già da epoche preterziarie, potrebbero senza inconveniente essere indicati complessivamente con una medesima tinta o tratteggiatura.

Noto espressamente che le terre che furono sepolte sotto i ghiacci devono, durante questo periodo, essere considerate come terre sommerse.

Forse non tutti i biogeografi sentono fin d'ora di quale utilità sarebbero loro codeste carte, ma lo sentirebbero certo tosto che esse ci fossero, perchè da esse ricaverebbero subito che fra i fattori che determinano il carattere faunistico o floristico di una regione, quello dell'antichità (intesa nel senso qui indicato) ha importanza grandissima. Cito solo un paio d'esempii.

Tutta l'Europa settentrionale, al di là di una linea sinuosa che giunge sino al cuore della Germania, manca di forme proprie (endemiche) di lombrichi. Ora il Michaelsen ha spiegato bene questa singolarità notando che quella linea coincide quasi esattamente con quella che segna il limite delle terre che nel periodo glaciario rimasero interamente coperte dalle nevi e dai ghiacci. Evidentemente le terre a Nord di questa linea avevano, durante questo periodo, perduto i loro lombrichi e, dopo la loro riemersione, furono invase da quelli delle regioni limitrofe; perciò esse mancano di lombrichi endemici mentre questi nel resto dell'Europa sono numerosissimi.

Nel fatto qui citato si tratta di " emersione „ dai ghiacci, ma fatti ugualmente eloquenti e che si riferiscano invece all'epoca relativa dell'ultima emersione dal mare se ne possono facilmente citare in gran numero.

È un fatto ben noto quello dello speciale carattere biogeografico delle isole di emersione relativamente recente, come pure quello della localizzazione di certe forme antiche su taluni nuclei (asili) di antica emersione, del quale ultimo fatto ci dà un bel-

Digitized by Google

l'esempio un geco (*Phyllodactylus europaeus*) che da noi non si trova che in Sardegna (terra in buona parte emersa fin dal paleozoico) e poi sul Monte Argentaro (parimente paleozoico).

Ma ci son pure già noti molti fatti più imponenti, fra i quali molto degni di nota sono quelli recentemente messi in luce dal Colosi (1) riguardo alla distribuzione geografica dei potamonidi, gruppo affatto cosmopolita, del quale ci è esempio ben noto il nostro granchio d'acqua dolce (*Potamon edule* o *Thelphusa fluviatilis*).

Il Colosi ha trovato che, fra questi potamonidi, i tricodrilini occupano aree che " corrispondono perfettamente alle terre che nell'America centrale e meridionale si trovavano emerse durante il cretaceo e che non subirono ulteriori immersioni „, che invece i pseudotelfusini abitano in America le terre emerse dopo il cretaceo e che molti fatti analoghi ci sono presentati da altri gruppi di potamonidi anche nelle altre parti del globo.

Il riconoscimento di simili rapporti fra il carattere faunistico o floristico di una regione e l'antichità di questa come terra ininterrottamente emersa è di capitale importanza perchè sul campo della biogeografia si trovano ora di fronte due tesi fondamentali e diametralmente opposte.

Abbiamo in fatti, da un lato, la solita tesi dei " centri di creazione o di apparizione „ (col relativo corteo di fantastiche migrazioni e di creazioni di continenti) e, dall'altro, la nuova tesi del cosmopolitismo originario delle forme più semplici e primitive e della successiva localizzazione delle specie procedente di pari passo col moltiplicarsi e l'evolversi di queste, tesi, quest'ultima, che è stata quasi contemporaneamente enunciata da me (" Boll. Museo Zoolog. „, Torino, 1909) e da H. B. Guppy (" Petermann's Mitteilungen „, 1910) e che io ho poi ampiamente svolta nella mia " Ologenesi „ (2) [Vedi anche Willis (3)].

(1) Colosi G., *La distribuzione geografica dei " Potamonidae „* (" Rivista di Biologia „, vol. III, fasc. III, Roma, 1921).

(2) Rosa D., *Ologenesi, nuova teoria dell'evoluzione e della distribuzione geografica dei viventi* (Firenze, ed. Bemporad, 1918).

(3) Willis J. C., *Age and Area* ... with chapters by Hugo de Vries, H. B. Guppy, E. M. Reid, James Small (Cambridge University Press, 1922) (V. recensione in " Rivista di biologia „, vol. IV, fasc. VI, Roma, 1922).

Digitized by Google

Come ho spiegato nel mio volume, noi, partendo dalla seconda di queste due tesi, siamo necessariamente condotti a porre le migrazioni da terra a terra in seconda linea ed a ritenere che " la prima base delle concordanze o delle differenze biogeografiche fra due terre è data dalla maggiore o minore concordanza dell'epoca della loro emersione ". Il verificare dunque se i fatti sono veramente quali la nostra teoria li prevede ci darebbe modo di decidere fra le due opposte tesi.

Tale decisione interessa i biogeografi e, in generale, i biologi, ma deve pure interessare gli stessi geologi, i quali, se vince la nuova tesi, saranno finalmente liberati dalle insistenze della biogeografia ortodossa che continuamente li assedia con richieste, spesso terribilmente indiscrete, per ottenere che le vengano concesse tutte quelle passate connessioni e sconnessioni fra le terre o fra le acque che le tornano comode per salvare i suoi principii.

Forse talune carte anadiomeniche interesseranno un poco anche gli antropologi. Ho in memoria una certa seduta nella quale un valente antropologo aveva rilevato come fatto singolare la mancanza di traccie dell'uomo paleolitico nella pianura del Po. Un geologo che si trovava presente gli ricordò che ai tempi dell'uomo paleolitico la pianura del Po era ancora in buona parte sepolta sotto le acque.....

Modena, R. Istituto zoologico, novembre 1923.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Dicembre 1923

PRESIDENZA DEL COMM. PROF. FABRIZIO PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci BRONDI, EINAUDI, SCHIAPARELLI, PATETTA, CIAN, PACCHIONI, FAGGI, LUZIO e PRATO che funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci RUFFINI Presidente dell'Accademia, DE SANCTIS, STAMPINI e VIDARI.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente 25 novembre 1923.

Il Presidente comunica che il Socio STAMPINI, nello scusare l'assenza, ha inviato in omaggio alla Classe, in nome del professore USSANI, l'edizione critica dell'opera: *Josippi historiae liber I.*

A nome del Socio corrispondente prof. BERTACCHI presenta una commemorazione del compianto Socio corrispondente Vittore BELLIO. Sarà inserita negli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

VITTORE BELLIO

Commemorazione fatta dal Socio naz. corrisp. COSIMO BERTACCHI

presentata dal Vice Presidente Parona

I.

Degna in particolar modo è la figura di questo geografo nostro, anch'esso, come Filippo Porena, socio corrispondente della Reale Accademia, mancato in Pavia il 16 dicembre 1909 dopo lunga e tormentosa malattia, affrontata con forte animo.

Il Bellio si segnalò specialmente per le sue ricerche originali nella Storia della Cartografia, più che per vere e proprie descrizioni geografiche e osservazioni personali raccolte sui luoghi. Anch'egli, come il Porena, come l'Hugues, come lo stesso Dalla Vedova, non esplicò la sua operosità in lunghi viaggi all'Estero o in paesi di oltre mare, e neppure misurò laghi, nè prese di mira alcun ghiacciaio, nè tentò, come i due Marinelli, grandiose raccolte di elementi altimetrici sulle Alpi, o di fatti morfologici nelle varie regioni d'Italia, o fuori; ma rimase in tutto un "geografo da tavolino„ che seppe dare ad alcuni rami della scienza una nuova direzione, particolarmente nel campo della Geografia storica.

Alludo in modo speciale alle sue indagini originali su "l'Arcipelago e il lido toscano nelle Carte nautiche medievali„ pubblicate nel *Bollettino della Società Geografica* nei primi anni del secolo (1903-907).

Digitized by Google

II.

Nacque il Bellio a Vicenza il 31 Agosto 1847. Si laureò in Giurisprudenza a Padova, ed entrò come impiegato negli Uffici del Ministero di Agricoltura Ind. e Commercio, intorno agli anni 1871-72. Ottenne per concorso la Cattedra di Geografia dell'Università di Palermo e fu colà l'immediato predecessore di Giuseppe Pennesi. Passò nel 1885, a Pavia, dove ebbe anche la direzione del Museo Colombiano. Fu per molti anni preside della Facoltà di Lettere e Rettore dell'Università nel 1898-99, nella qual carica si distinse come amministratore.

In giovinezza si dilettò di pittura; e la sua perizia nel disegno può dirsi una delle caratteristiche della sua complessa figura di Geografo. Avrebbe potuto esser questa la sua qualità preminente, se egli si fosse dedicato alla Cartografia, nella quale forse avrebbe potuto stampare un'orma propria e durevole.

Ho ricordato le sue indagini sulle Carte nautiche medievali, che meritano una maggior attenzione da parte degli studiosi, e di cui brevemente tratterò in queste pagine dedicate, pur dopo tanto ritardo, alla sua memoria. Voglio sperare che questi miei richiami inciteranno altri a completare siffatte indagini, e che qualcuno dei Colleghi, o amici, o scolari di Lui, sappia riempire le lacune del mio quadro biografico, non avendo io potuto raccogliere tutte le informazioni. Anche il prediletto scolaro che doveva essere il suo biografo, morì innanzi tempo e gli elementi che dovevano meglio lumeggiare il suo profilo come insegnante e come tecnico, andarono dispersi.

III.

Da alcuni appunti, che ho potuto recentemente trovare fra le mie carte, rilevo che nel 1883, il Bellio pubblicò un lavoro sul *Turchestan* e un altro sul *Periplo della Sicilia nel Medio Evo.* Nell'anno successivo scrisse della Georgia e della Mingrelia, a proposito di un Missionario del Secolo XVII. Un manuale Hoepli " Il Mare „ venne in luce nel 1886, da lui compilato, e un altro sull' " Africa „ in collaborazione col prof. Torquato

Digitized by Google

Taramelli. La parte generale dell'Asia trattò nel V vol. della " Terra „ di Giov. Marinelli con vedute di assieme molto sicure e ben formate, tenuto conto delle conoscenze che si avevano sull'Asia Centrale in quel tempo, cioè più di 40 anni addietro. Sostenne anche la possibilità di colonizzare l'Abissinia, in una conferenza pubblicata nel 1887, e che nel Bollett. della Soc. Geogr. non mi è stato possibile di ritrovare. Sarei stato curioso di vedere con quali argomenti il B. avrebbe sostenuta la non facile tesi.

Fin d'allora Egli incominciò ad occuparsi di Cartografia nautica, a proposito di *una carta fatta a Messina nel 1553*. Pubblicò pure un Manuale Hoepli su Cristoforo Colombo, volumetto d'occasione per le feste colombiane di Genova del 1892; ma i suoi fecondi studi di Geografia Medievale vennero solo iniziati nel 1895 col libro: " Le cognizioni geografiche di Giovanni Villani „.

Nel 1903 pubblicò il Lessico geografico di Giov. Villani, che gli fece nascere l'idea di un " Dizionario Geografico dell'Italia nel Medio Evo „. Su questo importante argomento espose il suo disegno in una Relazione alla Sezione IV del VI Congresso Geografico Italiano tenutosi a Venezia nel 1907.

In quella Relazione, che merita di essere letta attentamente, Egli ci faceva sapere di avere fatto lo spoglio di testi di vario genere, raccogliendo così più di 17.000 schede, ordinate per lettera d'alfabeto; e soggiungeva essere sua opinione che si possa " molto più proficuamente discutere quando si ha davanti un fatto positivo „.

Non vi ha chi non veda con quanta utilità e opportunità si dovrebbe dagli studiosi tornare sull'idea del Bellio per vedere di organizzare l'arduo lavoro con una commissione di Colleghi fra i più competenti in questo genere di ricerche dotte e pazienti (1).

(1) Ignoro in quali mani siano rimasti i materiali da lui lasciati. Sarebbe utile rintracciarli da chi può farlo. Colleghi nutriti di forti studi sull'argomento, come Alb. Magnaghi, G. L. Bertolini ed altri, non mancano in Italia.

Digitized by Google

IV.

Ma dobbiamo sopra tutto occuparci della parte presa dal Bellio nella grande *Raccolta Colombiana* pubblicata dal Ministero della Pubblica Istruzione per cura della Società Geografica in occasione del IV centenario dalla scoperta dell'America.

L'opera del B. si può leggere nella parte IV, vol. II degli " Studi e Documenti „ a pag. 100 e segg., dopo la memoria sulla " Declinazione Magnetica „ del p. Timoteo Bertelli. Occupa la seconda metà del volume, ed è seguìta da sette tavole, sei delle quali sono riproduzioni fedeli di importanti cimelii cartografici dell'Epoca delle Scoperte oceaniche, e l'ultima riproduce un grafico dell'A. che riassume opportunamente le varie forme dei contorni marittimi della terra d'oltre oceano date dai diversi cartografi dell'Età, almeno nei loro tipi principali: la *carta della Biblioteca Oliveriana* di Pesaro; quella *Estense*, detta " del Cantino „ perchè donata da Alb. Cantino al Duca Ercole d'Este; quella dell'Anonimo Spagnuolo, in possesso dei marchesi Castiglioni di Mantova, la più elegante di tutte, e le carte del Verrazzano, dell'Agnese, del Maggiolo.

Il B. su trenta carte manoscritte, elencate e, in parte, rappresentate nei noti *Studi Biografici* e *Bibliografici* pubblicati per cura della Società Geografica nel 1875 in prima edizione, e poi nel 1882, e compilati da Amat di San Filippo e da Gustavo Uzielli, escludendo tutte le carte di data posteriore al 1535, fissò la sua attenzione su 18 soltanto, che divise in due gruppi. Un primo gruppo comprende le carte che si possono assegnare ai primi anni del secolo XVI, ed è formato da due carte: l'Estense già citata, risalente al 1502 (ultimi mesi di quell'anno secondo l'Harrisse, non posteriore secondo il B.); la carta della Biblioteca Oliveriana, anch'essa già menzionata, che rappresentano rispettivamente le due fonti geografiche del tempo, la spagnuola e la portoghese.

Un secondo gruppo è formato dalle due carte dei Maggiolo, dalle tre dei Ribero, dall'atlante anonimo dell'Archivio di Stato di Firenze (1526-30), dalle carte del Verrazzano, dell'Anonimo di Propaganda e dell'Anonimo di Torino, che rap-

Digitized by Google

presentano le cognizioni degli Europei sulle nuove terre di là dell'Atlantico fino al 1535.

Un terzo gruppo può essere formato dalle carte attribuite all'Agnese.

Dall'esame di queste carte si avverte il graduale passaggio dal sistema lossodromico al sistema della rete geografica secondo il metodo scientifico dell'antichità classica fissato da Tolomeo e risorto nell'Epoca del Rinascimento in una specie di sovrapposizione della rete graduata sulle carte "a ragnatela „.

Di questa sovrapposizione fatta o tentata anche prima del Secolo del Rinascimento, abbiamo qualche indizio nelle opere di Dante e nella stessa Divina Commedia, al c. IX del Paradiso. Certamente l'edizione fiorentina della Geografia di Tolomeo fatta dal Berlinghieri, ne porta la testimonianza nelle carte nuove.

Ma ciò che è più curioso a pensare è che le parti si siano invertite, e sulle prime carte graduate moderne si siano poi sovrapposte per abitudine, e quasi per ornamento artistico, le Rose nautiche accuratamente miniate dai disegnatori cartografi. E questo è ciò che pare si sia andato verificando dall'esame accurato condotto sulle carte oceaniche del secolo XVI, secondo gli elementi dedotti da alcuni tipi appartenenti al primo ventennio di quel secolo.

Acute osservazioni fa il B. sulle distanze e sulle posizioni dei luoghi figurati nelle carte per dedurne nuove derivazioni. Il tracciato è quasi sempre quello delle carte piane quadrate con graduazione diligentemente eseguita, e con le divisioni di grado in grado e la numerazione di 5 in 5°. Le latitudini si contano dall'Equatore, che talora è l'unico circolo tracciato, le longitudini dal meridiano della Gran Canaria. Una Rosa a otto rombi è tracciata nel mezzo, senza indizio di declinazione.

Così si presenta la mappa dell'Anonimo del Sec. XVI, che si trova nell'Archivio di Stato di Firenze, mentre la *carta piatta* dell'Anom. Spagnuolo (detta di Castiglione) pure senza indizio di declinazione, porta due Rose a sedici rombi, con indicazione dell'Equatore, dei due Tropici, del meridiano dell'Isola di Ferro e della "linea di partizione„ tracciata in mezzo fra le due Rose, ad ognuna delle quali appartiene un emisfero. La "linea„ è a 27° W. del merid. dell'Is. di Ferro. Su questo

Digitized by Google

son segnati i gradi di latitudine uno ad uno, come di solito, e numerati di 5 in 5° fino a 66° $^1/_2$ a N. e a S. Nello stesso modo su l'Equatore sono segnati i gradi di longitudine.

In modo particolare si esercita l'acume del B. nell'esame del Planisfero del sec. XVI esistente nella Biblioteca Reale di Torino, che nell'Elenco della Soc. Geogr. porta il N. 406. Anch'esso appare opera di anonimo Spagnuolo, e non se ne conosce la provenienza.

In essa l'Asia Orientale sembra essere mancante: la qual cosa " ha fatto pensare anche a qualche illustre straniero „ che il lavoro, in origine completo, fosse rimasto monco. Il B. sostiene che il cartografo *non volle compierla*, non possedendo sufficienti dati positivi per farlo, e non volendo lavorare di fantasia. A prova del proprio asserto rileva il fatto che la graduazione sull'Equatore si vede completa. Si osserva inoltre un precedente spostamento delle coste americane verso ponente; errore che domina le posteriori carte italiane. Da molti elementi della figurazione qua e là mancante di dati nuovi, il B. deduce che l'epoca a cui la carta si può assegnare può essere intorno all'anno 1520-21, certamente prima del 1525. Date certe affinità, egli riconduce il lavoro ai sistemi del Ribero.

Il B. però, in tutto questo lavoro condotto sui documenti geografici nei quali appare primamente il contorno ancora incerto delle terre d'oltre Oceano, non sembra entrato definitivamente nel concetto che domina la sua tesi nelle ricerche posteriori.

V.

Questa appunto è l'opera nella quale meglio si può forse esercitare l'acume degli studiosi dei documenti cartografici medievali per conclusioni nuove nel campo della storia della Geografia.

Veggasi la memoria intitolata " L'Arcipelago e il lido Toscano nelle Carte nautiche medioevali „ (1) o l'altra sulla " Cartografia Medioevale del Mar Baltico „ stampata a Firenze due

(1) " Bollettino della Società Geografica Italiana „, vol. XII, 1905.

Digitized by Google

anni dopo (1) con una carta dimostrativa, per rilevare la nuova convinzione del Nostro, che cioè " le carte nautiche medioevali non siano state tracciate seguendo la Bussola per quel che riguarda le direzioni, come si crede comunemente, ma invece col calcolo delle distanze e seguendo nel Mediterraneo indicazioni provenienti probabilmente dalla marina Bizantina, erede della classica „. In questo medesimo scritto così egli si esprime: " Io penso, dopo esaminato alcuni rapporti di posizione in queste regioni continentali (Europa Orientale, Asia e Africa) che la Rosa dei venti fosse (in queste carte) sovrapposta per abitudine, o a scopo decorativo, dai disegnatori copisti „ (2).

Fondamentali su questo argomento sono le osservazioni riassunte nella prima delle due memorie su indicate: quella su l'*Arcipelago Toscano.*

L'Autore prese in esame le seguenti carte:

1° *La carta Pisana*, nel fac-simile dei " Monuments de la Geographie „ del Jomard, conservato nella Biblioteca del Re in Torino ;

2° *L'Atlante Tamar Luxoro*, originale conservato a Genova dal sig. Alfredo Luxoro ;

3° *Le carte nautiche di Pietro Vesconte* del 1311 e 1318, riprodotte dall'Ongania e illustrate da Teob. Fischer, Venezia 1875;

4° *Le carte di Marin Sanudo il Vecchio*, del 1321, Cod. Vatic. Reg. Crist. 548, pubblicate e illustrate dal prof. A. Magnocavallo nel Bollettino della S. G. I., Maggio 1902 (3);

5° *Il Mappamondo di Angelino Dalorto*, del 1325, fac-simile dovuto a iniziativa del princ. Corsini, illustrato e pubblicato da Alberto Magnaghi, Firenze, 1899 ;

6° *Il Portolano Laurenziano Gaddiano*, fac-simile dell'Ongania, ill. dal Fischer, Venezia, 1881;

---

(1) " Rivista Geografica Italiana „, anno XIV, 1907.

(2) V. la memoria sul Baltico, Firenze, pag. 15 dell'Estratto.

(3) Nell'annata 1902 del Bollettino si possono vedere le 9 tavole che riproducono nitidamente l'opera del Vesconte messa a servizio del Sanudo. Paolo Revelli ha riprodotto nella sua importante opera "*L'Italia nella D. C.*„ il Planisfero Vaticano-Palatino, che ce ne dà l'insieme.

Digitized by Google

7° *La Carta Catalana*, fac-simile della *Collezione Onken* e dell'Atl. Lelewel (Géographie du Moyen Age, Brux. 1850);

8° *Il Portolano di Francesco Pizzigani* del 1373, fac-simile dell' Ongania, con illustrazioni del Fischer, Venezia, 1881 (1);

9° *Il Portolano di G. Giraldi* del 1426, orig. Bibl. Marciana pubbl. dall' Ongania, ill. dal Fischer, Venezia, 1881.

10. *La Carta di Cola da Briatico*, del 1430, orig. della Bibl. Com. di Siena;

11° *La Carta di Battista Beccario* del 1435, Bibl. Reale di Parma, bel fac-simile annesso al volume degli " Studi Bibl. e Biogr. „ edizione del 1875;

12° *La Carta di Andrea Bianco*, orig. della Marciana, riprod. Ongania, illustr. dal Peschel, Ven., 1881;

13° *Le Carte di Grazioso Benincasa* del 1469, orig. dell'Ambrosiana;

14° *La Carta anon.* ill. dal Peschel della Collez. Ongania del 1881, creduta del sec. XIV.

Vide Egli inoltre le Carte Benincasa del Museo di Vicenza e di Casa Trabia di Palermo, quella dell'Eufreduzio della Bibl. Com. di Mantova e alcune dell' Atl. Nordenskjöld (Periplus).

Generalmente è ammesso che in tutte queste carte vi sia un errore di tracciamento dovuto alla creduta invariabilità dell'indicazione dell'ago magnetico. Le carte così disegnate, essendo uguale l'errore nella indicazione della Bussola con quello della Carta, erano — almeno per un certo tempo — le più utili ai piloti. La non corrispondenza che col tempo si rendeva sensibile nella carta antiquata, con l'indicazione della Bussola, si soleva attribuire a cattiva qualità del magnete, a insufficiente calamitazione dell'ago, ecc.

Il Bellio rileva che due opinioni principali vengono messe innanzi dagli scrittori intorno all'origine di queste carte: o esse sono una derivazione di carte antiche già in uso nei tempi

---

(1) Se ne vide già una riproduzione bellissima del Della Croce, nel volume degli Studi pubbl. dalla S. G. It. nel 1875.

Digitized by Google

classici sulla base della Rosa dei venti, o sono nate con l'uso della Bussola Nautica, di cui il p. Bertelli assegna un prototipo risalente al Mille (1).

La maggior parte degli scrittori accenna ad uno spostamento dell'asse del Mediterraneo di 5°, causa l'ignoranza della declinazione magnetica. Ora, osserva il Bellio, ammettere un simile errore significa ammettere che un punto orientale del Mediterraneo sia collocato 5° più a N. o più a S. del punto occidentale realmente corrispondente per latitudine, significa ammettere esistente per tutto l'asse del Mediterraneo la medesima declinazione, mentre si sa che essa varia da luogo a luogo, e può variare anche di segno passando per la linea di declinazione nulla. Nè questa variazione si presenta soltanto da luogo a luogo, bensì col volgere degli anni in un tempo relativamente breve.

Nota il nostro Autore — a differenza degli altri scrittori — che le Carte comprese fra il 1300 e il 1500 hanno generalmente gli stessi errori di direzione, e che per di più, gli errori non combinano affatto con le variazioni dell'ago magnetico.

Questa la ragione per cui Egli si risolse di condurre su un gruppo notevole di portolani, o carte Nautiche di quel tempo, una serie di osservazioni libere, senza preoccupazioni intorno al parere degli autori che l'hanno preceduto in questo genere di ricerche.

VI.

Egli procedette col seguente metodo: notò anzitutto il punto ov'è disegnata la Rosa principale, prendendo di mira, per ogni carta, la tavola dov'è indicato l'Arcipelago toscano, oggetto primo del suo studio; misurò l'angolo che fa la costa italica (linea *bocca d'Arno-Salerno*) con la linea che segna la direzione Ponente-Levante; misurò l'angolo formato dal parallelo Palo-Aiaccio col vento W.-E.; misurò ancora l'angolo for-

(1) Timoteo Bertelli, *Studi storici intorno alla Bussola Nautica*, Roma, 1893.

Digitized by Google

mato dal meridiano di Biserta con la linea normale all'asse W.-E., cioè col vento N.-S., e l'angolo del meridiano di Bugia con la detta linea, nonchè gli angoli formati dai due meridiani suddetti coi meridiani veri. E i risultati di tutte queste misure raccolse accuratamente in una tavola, che ci mostra in 14 disegni le osservazioni fatte, una per una, sulle 14 carte esaminate.

In queste figure il B. rappresentò con linee continuate le direzioni vere dei paralleli e dei meridiani della carta Tirrenica, con linee punteggiate gli elementi corrispondenti quali risultano dalle carte. Una linea retta a puntini rappresenta il parallelo di Gibilterra secondo le carte (circa il 36° di lat.) e una linea continuata lo stesso parallelo secondo le carte moderne. Aggiunse infine con linee a tratti l'indicazione delle linee suddette quali avrebbero dovuto figurare sulle carte, se queste fossero state disegnate secondo le indicazioni della Bussola nell'anno della costruzione accertata o probabile della carta.

Per meglio fissare una base comune a tutte queste osservazioni, l'A. costruì un diagramma delle variazioni della declinazione magnetica nel Tirreno dal 1300 fino ai giorni nostri, desumendolo dai dati offerti dai fisici e meteorologi del nostro tempo, quali il Meli, il Chistoni, il Gehlers.

Avuto riguardo a tutti questi elementi di osservazione eseguì Egli le misure sulle carte sunnominate, ripetendole ben tre volte e prendendo la media. Dalla discussione di questi risultati trasse le seguenti conclusioni:

1° la Rosa dei venti, base del tracciamento, che vuolsi di regola collocata nel centro del Tirreno, su 14 carte, solo in 4 si presenta nel mezzo;

2° l'asse W.-E. che da Gibilterra dovrebbe finire a levante presso Alessandretta e che dovrebbe prossimamente corrispondere al 36° parall. (all'incirca il Diaphragma di Dicearco) termina in un punto vicino a Gaza, cioè 5° più a S.

Adunque il *grande asse del Mediterraneo* di cui tanto si parla sulla fede di un passo di Oscar Peschel, presenta spostamenti varii e, propriamente, fra un minimo di 7° 30′ e un massimo (Carta Pisana) di 10°.

Osserva giustamente il nostro Geografo che, ammessa la

Digitized by Google

disorientazione delle carte medioevali per la variazione magnetica, il dato di 5° non può valere che per le mappe costruite in un dato anno e restringendosi a luoghi in un'area ristretta del Mediterraneo. Nè si può costruire un vero " asse del Mediterraneo „ inteso in questo senso, poichè se si prende come tale il parallelo di Gibilterra, ne risulterebbe, col tracciamento a Bussola, una linea spezzata; e lo stesso si potrebbe dire per gli altri paralleli presi in esame dal Bellio.

Ma v'ha di più. Questo asse che deve, secondo il Peschel, risolvere l'enigma dell'errore di orientazione delle carte e dimostrare che esse sono tracciate secondo le direzioni fornite dalla Bussola, tenuto conto dei soli due punti estremi, ha *lo stesso errore di direzione in tutte le carte per ben due secoli* (XIV e XV). La qual cosa vorrebbe dire che, dal 1300 al 1500, la declinazione rimase invariabile per grandezza e per segno, il che non è.

Già il P. Bertelli — come ne attesta il Bellio — si era accorto di questa verità nelle sue diligenti ricerche sulla declinazione nelle Carte Nautiche di quei secoli. E contraddizioni si trovano persino nelle carte dello stesso autore. Per es., nelle tavole di Andrea Bianco, a partire da Gibilterra e andando verso Oriente, seguendo il tracciamento a Bussola, si andrebbe a finire sul parallelo di Pelusio, con una variazione di 9°. Non è certamente ammissibile che nello stesso tempo e nello stesso spazio l'ago magnetico desse due indicazioni così diverse. Dunque: non l'ago magnetico è stato causa di questo tracciamento.

Altre osservazioni porterebbero il Nostro a questa grave conclusione: che la Bussola non può aver servito al tracciamento dei mappamondi che portano questo simbolo cartografico come base apparente della loro costruzione tecnica.

Questo risultato non è chi non veda quale scompiglio possa portare nella storia della Geografia di quell'oscuro periodo, il più interessante forse per la evoluzione della carta geografica e la sua moderna trasformazione.

Però lo stesso nostro Geografo ammette che " tali carte sieno come un riassunto, un'opera di assieme desunta da *carte speciali in iscala più grande, che servivano propriamente ai marinai*, le quali, forse, erano le vere " carte a venti e a misure „

Digitized by Google

cioè i rilievi originali eseguiti con la Bussola, le vere " carte azimutali „ o " Kompasskarten „ di cui tanto si scrive, e che dovevano conservare sullo stesso piano (almeno in approssimazione!) le direzioni e le distanze, per aree non troppo estese di superficie terrestre.

Si comprende come nella composizione di grandi mappe di assieme, risultanti dalla riunione di carte speciali tracciate in epoche diverse, dovessero nascerne discordanze ed errori, causa le diverse declinazioni in luoghi e tempi non tutti vicini, senza una conveniente coordinazione.

Sarebbe però desiderabile che dai competenti, e specialmente dai giovani geografi, si riprendesse l'esame della aggrovigliata materia per vedere quando e fin dove le conclusioni a cui è giunto il compianto Collega dell'Università di Pavia possano essere accettate. Si tratta di estendere lo stesso esame ad un maggior numero di documenti cartografici del tempo, con un opportuno controllo delle osservazioni già fatte.

Lo stesso prof. Bellio termina il suo laborioso scritto con queste parole:

" Credo sia necessario compiere, anzi, *rifare il Catalogo delle Carte Medievali* pubblicato da *Amat di San Filippo* e da *Gustavo Uzielli*. Quest'opera, nel tempo in cui fu pubblicata, era pregevole, e del pregio ne conserva ancora; ma molte carte sono state scoperte dopo. E queste rendono necessaria un'opera più completa e più corretta da errori, che l'ordinatore non potè evitare per difetto di organizzazione di lavoro. I dati di fatto erano forniti da persone di competenza disuguale, mentre il lavoro dovrebbe essere condotto da persone competenti sotto una direzione unica „.

Oggi che la Società Geografica in pieno accordo col Comitato di Firenze presieduto dal Generale Nicola Vacchelli, intende di pubblicare la terza edizione riveduta e rifatta dell'Opera ben nota, ma oramai invecchiata, che porta i nomi dei due benemeriti cultori della Storia della Geografia, Amat di San Filippo e G. Uzielli, giungerà tanto più opportuno l'avvertimento autorevole del compianto Geografo, in quanto esso potrà servire d'utile guida a nuove importanti indagini su un più esteso numero di Carte dei secoli XIV e XV, atte a chiarire la loro derivazione vera e a fissare una stabile classifica-

Digitized by Google

zione dei vecchi cimelii geografici, che ci rimangono di un'Epoca singolarmente complessa, tanto e in così vario modo illustrata da scrittori italiani e stranieri, e tuttavia così poco conosciuta.

N. B. — Avrei corredato questo scritto di un elenco delle pubblicazioni di Vittore Bellio, come ho fatto per il Porena, ma disgraziatamente nessuna notizia di appoggio, nessun cenno necrologico, nessun elenco mi fu dato di ritrovare nelle Riviste e neppure negli Annuarii dell'Università di Pavia dell'anno 1909, che fu quello della Sua morte, o in quello del 1910 e successivi.

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Dicembre 1923

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Pochettino e il Segretario Mattirolo.

Scusa l'assenza il Presidente Senatore Ruffini.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Socio D'Ovidio fa omaggio all'Accademia nel nome dell'autore Prof. Giuseppe Bernardi di due suoi lavori, dai seguenti titoli:

1° *Tre teoremi notevoli, dei quali il primo di Trigonometria e gli altri di Poligonometria;*

2° *Soluzionario di Esercizi di Trigonometria piana*; e ne discorre brevemente.

Il Presidente interessa l'Accademia a due opuscoli del Prof. Carlo Bertone, di cui uno è dedicato alla memoria del nostro compianto Presidente Michele Lessona, e l'altro a ricordo di Frate Paolo Sarpi, considerato come anatomico e fisiologo.

Digitized by Google

Dal Socio Sacco si fa omaggio dell'annata XII^a^ dell'*Urania* e di una sua Memoria: *Una placca isolata di cretaceo sul Miocene nell'Appennino reggiano*, che l'A. ritiene dovuta ad una ripiegatura e ad un rovesciamento.

Lo stesso Socio Sacco presenta per la pubblicazione negli *Atti* accademici un suo recentissimo studio dal titolo: *I fenomeni selenologici in rapporto colla gravità e l'attrazione.*

Il Socio Sacco brevemente accenna all'importanza della gravità e della attrazione geosolare sulla luna nella spiegazione dei grandiosi e così accentuati fenomeni di ribollimento e connessi, che si osservano sulla superficie della Luna.

Digitized by Google

LETTURE

I fenomeni selenologici in rapporto colla gravità e l'attrazione

Nota del Socio nazionale residente prof. FEDERICO SACCO

Nello studio e nell'interpretazione della superficie lunare, lasciando da parte le teorie di turbini, di sprofondamenti, di precipitazioni meteoritiche e simili, pare più logico e naturale di adottare l'idea di un particolare vulcanismo o meglio di una specie di ribollimento un po' analogo a quello che presentano oggi sulla terra i Vulcani hawaiani, come cercai di dimostrare in un mio " Essai schématique de Sélénologie „ (1907); rimane però sempre aperto il problema riguardante la grandiosità straordinaria di tale fenomeno selenologico, avendo i Circhi lunari diametri di diecine ed anche centinaia di chilometri, come pure sono di dimensioni gigantesche le così dette raggiere o zone brillanti, i corrugamenti della superficie dei *Maria*, le fratture con enormi spostamenti verticali, la elevazione veramente straordinaria delle montagne lunari, ecc.

Già nel sovracitato " Essai de Sélénologie „ per spiegare tali fenomeni avevo accennato alla *minor forza di gravità* alla superficie lunare rispetto a quella verificantesi alla superficie terrestre, cioè $^1/_6$ circa, in causa sia del minor volume ($^1/_{49}$), sia della minor densità del globo selenico (3,4) rispetto a quello geico (5,6); ma tale fatto, per quanto certamente importante, non basta per spiegare la straordinaria grandiosità di detti fenomeni selenologici.

La *mancanza di atmosfera* sulla Luna rappresenta pure, rispetto alla Terra, una pressione minore ed anche un ostacolo minore per la produzione di certi fatti esistenti sulla superficie lunare, come per es. le raggiere luminose; ma tale mancanza ha un'importanza relativamente piccola.

Digitized by Google

Di un altro fatto importante, già accennato dal Faye (C. R. Ac. Sc. Paris, 1858, e Ann. Long. 1881, secondo calcoli di Newton e Lagrange), devesi tener conto per tale spiegazione, cioè della forte *attrazione geo-solare sulla Luna*. Infatti noi sappiamo quanta influenza abbia l'attrazione luni-solare sulla Terra, specialmente sulle masse acquee come generatrice di marea, tanto più quando, nei periodi di sizigie, le due influenze (che stanno fra loro come *7* e *3* circa) si sommano, producendo un sollevamento che teoricamente sarebbe anche solo minore di un metro ma che in realtà, per cause diverse, è spesso di varii metri, anche di oltre una ventina in certe regioni.

Inoltre dalle ricerche recenti sappiamo come, in causa dell'attrazione lunare, si verifichi pure una specie di marea litosferica che in periodi di congiunzione può essere anche di quasi $^1/_2$ metro nelle regioni equatoriali, malgrado la rigidità che ha ormai acquistato la crosta terrestre ; ed è facile comprendere quante importanti azioni meccaniche (p. es. di compressione, di stiramento, ecc.) possano esser prodotte dalla somma degli sforzi che deve quindi subire la Litosfera.

È probabile che, come pensano Mesnard e Berget, l'attrazione lunisolare, producendo movimenti alternati di sollevamento e di abbassamento della crosta terrestre, possa facilitare o provocare i terremoti; giacchè le statistiche indicano che i terremoti sono specialmente frequenti all'epoca degli equinozi, cioè delle grandi maree. Inoltre, siccome tale attrazione può verificarsi anche sulle masse magmiche giacenti, a varia profondità, sotto la crosta terrestre, questa, specialmente là dove è fratturata od altrimenti indebolita, deve risentirne gli effetti con speciali movimenti sismici o simili; del resto parecchi studiosi, come Perry, Falb, Vogler, ecc., ammettono una certa influenza dell'attrazione lunare sul vulcanismo terrestre.

Stabilita ad ogni modo una notevole influenza dell'attrazione lunisolare sulla Terra, specialmente sulle sue masse liquide, naturalmente devesi ammettere un'influenza ben maggiore del globo terrestre sulla Luna, considerando la sua massa tanto maggiore.

Orbene calcoli, per quanto solo approssimativi (per i quali ebbi gentile aiuto dai colleghi professori Silva e Roggero, che cordialmente ringrazio), indicherebbero che il valore del rapporto

Digitized by Google

tra la diminuzione della gravità in un punto della Terra per effetto dell'attrazione lunisolare e la diminuzione della gravità in un punto della Luna per effetto dell'attrazione geosolare sarebbe ad un dipresso (in casi di *maximum*) come **1 a 15**; per cui, tenendo anche conto che la gravità sulla Luna è circa $^1/_6$ di quella sulla Terra, tale rapporto diventa addirittura di **1 a 90** circa, il che servirebbe già abbastanza a gettar molta luce sulla produzione dei fenomeni selenologici.

Ma un'altra importante considerazione è ancora da farsi sull'argomento in questione. È noto come, secondo gli studi di parecchi fisici ed astronomi, con a capo G. Darwin, la Luna, staccatasi dalla Terra, sia poi andata a poco a poco allontanandosene; io credo che questo distacco siasi verificato in un'epoca molto anteriore a quella generalmente indicata da alcuni studiosi ed in uno stato piuttosto gasoso che non magmico quale molti credono; ma ad ogni modo si può ben ammettere che il globo lunare siasi trovato ancora in stato magmatico quando la sua distanza dal globo terrestre era minore che non oggi.

Orbene noi sappiamo che l'azione perturbatrice di un astro sopra un altro è in ragione inversa del cubo della distanza tra di loro; così per esempio se la Luna si trovasse a metà dell'attuale sua distanza dalla Terra, la sua forza generatrice della marea sul globo terrestre sarebbe 8 volte maggiore che non oggi.

Ciò posto, se il globo lunare fosse per esempio a metà distanza, dell'attuale, dal globo terrestre (sempre considerando il caso, direi, massimo, di sizigie e di posizione zenitale), il rapporto tra l'azione lunisolare attuale sulla Terra e l'azione geosolare d'allora sulla Luna sarebbe, non più semplicemente di **1 a 15** come oggi, ma bensì come **1 a 120** circa; ciò che, moltiplicato per 6 (minor gravità lunare rispetto alla terrestre, in rapporto colla relativa massa), ci dà la notevole cifra di rapporto come **1 a 720** circa.

Ma anche considerando i casi non massimi e che la distanza tra Terra e Luna non fosse la metà ma solo un po' minore dell'attuale, come è probabile si verificasse in un'epoca astrale non molto lontana (quando il globo lunare era ancora magmatico o solo parzialmente incrostato alla superficie), noi possiamo razionalmente ammettere che l'azione gravitazionale sulla super-

Digitized by Google

ficie lunare fosse allora qualche centinaia di volte minore che non quella che siamo abituati a considerare come normale, cioè quella verificantesi oggi sulla superficie terrestre.

Allora i problemi riguardanti molti dei fenomeni selenologici si rischiarano di nuova e viva luce e ne risulta una grande semplificazione nella loro spiegazione.

Allora infatti comprendiamo facilmente come sulla superficie della Luna abbia potuto verificarsi un fenomeno così generale e così intenso di ebollizione da assumere quel carattere di grandiosità che ci mostra oggi la sua irrigidita superficie (1).

Comprendiamo come per lo stesso motivo i rilievi esterni ed interni dei circhi, crateri, ecc. prodotti da questi ribollimenti sulla superficie lunare abbiano potuto raggiungere altezze relativamente assai notevoli, anche di 6-7 e più mila metri.

Comprendiamo varii fenomeni dei circhi e crateri, anche in rapporto ad antiche maree magmatiche subcrustabili, quando essi erano ancora attivi, rappresentando fori di comunicazione fra l'interno e l'esterno della crosta lunare.

Comprendiamo come per la stessa causa, unita alla quasi mancanza di atmosfera sulla Luna, abbiano potuto prodursi quelle lunghissime zone chiare, luminose (irradiantisi sulla superficie lunare per centinaia ed anche per oltre un migliaio di chilometri dal punto di origine), dovute (per esplosione vulcanica) a violente proiezioni di fini ceneri con Cloruri, Solfuri, ecc., zone analoghe alle tristamente famose *Nuées denses* o *ardentes* così ben descritte dal Lacroix per la terribile eruzione della Montagne Pelée alla Martinica nel 1902.

Comprendiamo come abbiano potuto prodursi certi speciali forti spostamenti di crosta lunare (nonchè certi *efforts de soulèvement* di cui spesso parlano nei loro studi i signori Loewy e Puiseaux), che dovettero a loro tempo originare fortissimi sele-

(1) Ricordiamo in proposito la legge fisica che la tensione o forza elastica del vapore che si svolge da un liquido in ebollizione è eguale alla pressione che esso sopporta; ciò che ci spiega, per es., il noto fatto che, mentre l'acqua bolle a 100° a pressione ordinaria, bolle già a 84° sulla cima del M. Bianco (4810 m. s.l.m.), e bolle anche a 50° se portata alla pressione di solo più 9 centim. di mercurio.

Digitized by Google

nomoti; quantunque però gran parte delle fratture con scorrimento siano invece collegate a sprofondamenti.

Nella stessa causa, cioè una relativamente debole forza di gravità sulla Luna, e fors'anche negli antichi suoi movimenti grandiosi di maree, possiamo trovare una delle ragioni per cui si poterono costituire quelle curiose, interessantissime, forti rughe ondulate che (un po' analogamente a quelle che formansi d'estate sui nostri pavimenti di asfalto) vediamo svilupparsi su quasi tutti i *Maria* lunari (vedi la Carta selenologica nel libro sopracitato), più o meno numerose, più o meno alte, estese anche centinaia di chilometri, fra loro distinte o raggruppate, spesso ramificate o contorte, disposte in vario senso, ma, in complesso, allineate prevalentemente da Nord a Sud ad un dipresso; quasi immense onde irrigidite della antica pasta magmica del globo lunare (allora forse più rapidamente ruotante che non oggi attorno al suo asse polare); ciò ricorda certi giganteschi allineamenti montuosi, pure di andamento talora submeridiano (per es. quello grandioso americano) e specialmente tante collane o ghirlande (per es. quelle della Polinesia e Melanesia, delle Aleutine, delle Antille, delle Sandwich meridionali, ecc.) che sono così caratteristiche dell'Orogenia terrestre.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Dicembre 1923

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Stampini, Brondi, Einaudi, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Valmaggi, Faggi, Mosca e Vidari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza del 9 dicembre 1923.

Il Presidente comunica una lettera dell'Accademia dei Lincei, con la quale si invita il prof. De Sanctis, Socio delegato da questa Accademia nell'Unione accademica nazionale, a trovarsi a Roma il 27 corr. per formulare con gli altri rappresentanti lo statuto dell'Unione e prendere varii accordi.

Comunica pure una lettera del Presidente della Università imperiale di Tokyo, con la quale si fa caldo appello alle Accademie straniere perchè contribuiscano coi doni delle loro pubblicazioni a ricostituire quella Biblioteca distrutta dal terremoto e dall'incendio.

Digitized by Google

Il Socio De Sanctis presenta per la pubblicazione negli *Atti* uno scritto del prof. A. Minto, *Di una singolare figurazione di Hermes*; esso sarà pubblicato.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata, procedette alla nomina di un Socio nazionale residente, e riuscì eletto, salva l'approvazione Sovrana, il prof. Gioele Solari della R. Università di Torino.

Si addivenne quindi alla nomina della Commissione aggiudicatrice del premio Gautieri per la Letteratura (triennio 1920-22) e furono eletti a costituirla i Soci Stampini, Cian, Luzio e Faggi.

Digitized by Google

LETTURE

Di una singolare figurazione di Hermes

Nota di ANTONIO MINTO

presentata dal Socio naz. resid De Sanctis

All'elenco dei monumenti figurati che riproducono, in scene desunte dalla vita reale il trastullo caro ai fanciulli greci della trottola, già fornito per le ceramografie da P. Hartwig (1) e successivamente per gli altri monumenti da G. van Hoorn (2) e da P. Wolters (3), siamo lieti di poter aggiungere una nuova rappresentazione figurata, che viene per il soggetto a risollevare una questione già toccata dal Wolters (4) sulla possibile concezione artistica di Hermes che gioca, od insegna a giocare, con la trottola.

Trattasi di una pittura vascolare, disgraziatamente assai lacunosa (fig. 1), che adorna il centro interno, a medaglione incorniciato da un meandro di quattro segmenti distinti da motivi a croce, di una kylix attica a figure rosse, dell'ultima fase dello stile severo, scoperta, in una tomba costruttiva a camera con tumulo del Campo delle Caldane, nella necropoli saturnina di Pian di Palma (5).

---

(1) Cfr. P. Hartwig, *Griech. Meisterschalen*, p. 658 sgg.

(2) Cfr. G. van Hoorn, *De vita atque cultu puerorum*, p. 60 sgg.

(3) Cfr. P. Wolters, *Ein salbgefäss aus Tarent*, in "Münchner Jahrbuch der bildenden Kunst„ VIII, 1913, pp. 83-96.

(4) Cfr. P. Wolters, op. cit., p. 90 sgg.

(5) Proviene dagli scavi compiuti nella necropoli di Saturnia, nel 1898-99, dal sig. Riccardo Mancinelli, e si conserva nel R. Museo arch. di Firenze (n. d'inv. 80528).

Digitized by Google

Nonostante lo stato assai frammentario della kylix, parzialmente messa insieme con i pochi pezzi rimasti, riesce facilmente ricostruibile il soggetto della pittura, che riproduce Hermes intento al trastullo della trottola. Il nume, vestito di clamide leggera e finemente drappeggiata, provvisto ai piedi di calzari alati, e con il petasos legato al collo ed abbandonato dietro

Fig. 1. — Kylix attica frammentaria, proveniente da Saturnia, del R. Museo Arch. di Firenze (n. d'inv. 80528).

alle spalle, appoggia il dorso ad un albero sui cui numerosi rami appaiono degli incipienti germogli; Hermes, curvo della persona, tiene con la sinistra il *κηρύκειον*, e con la destra sollevata una frusta (*μάστιξ*), sotto le cui sferzate viene alimentato il movimento ad una grossa trottola, che gira immobile sopra un piccolo piano sollevato dal suolo.

Digitized by Google

La forma della trottola (*στρόβιλος, βέμβιξ, κῶνος*) (1) risulta simile a quelle che si riscontrano sulle altre ceramografie, che riproducono tale trastullo, già parzialmente elencate dallo Hartwig e riprodotte ed illustrate più completamente dal Wolters. Il Wolters (2) si è soffermato a studiare questo tipo comune di trottola di forma conica, che egli ha ben distinto dal *ῥόμβος ὁ χάλκεος* delle *φαρμακεύτριαι* di Teocrito (II, 30), la rotellina magica la quale aveva funzione profilattica ed era altresì collegata alla cleromantica amorosa (3); e la distingue pure dal *τροχός*, provvisto di scanalature, ed il cui movimento era pure impresso a semplice funicella, senza il sussidio della frusta. La forma, o perfettamente conica, ovvero con la parte superiore cilindrica (che è quella fornita di scanalature) e l'inferiore conica, risulta manifesta dagli esemplari conservati nel British Museum e nell'Antiquarium di Monaco, nonchè da quelli, in bronzo ed in terracotta, scoperti negli scavi del Kabirion tebano, che rientravano fra gli *anathemata* al *παῖς Καβίρου*, secondo anche la testimonianza delle liste inscritte delle offerte (4).

Le trottole per il gioco dei fanciulli erano fabbricate in legno di bosso (*πύξος*) e si procurava di tornirle accuratamente per rendere più perfetto e duraturo il loro movimento (5). Le scanalature orizzontali, che osserviamo sulle trottole rappresentate nelle ceramografie surricordate, fanno pensare alle scanalature a vite del *τροχός* metallico, e che in conseguenza il primo movimento fosse ottenuto facendo sfilare con rapidità una funicella avvolta all'ingiro, e che solo successivamente il movimento venisse alimentato a colpi di frusta.

Era nel colpo maestro di questa prima impressione di movimento, oltre che per la perfetta tornitura, che la trottola po-

(1) Cfr. Lafaje, in Daremberg et Saglio, *Dict. des ant.*, V, 541, s. v. *turben*.

(2) Cfr. Wolters, op. cit., p. 87 sgg., figg. 4-8.

(3) Cfr. Lafaje, loc. cit.; Hug, in Pauly-Wissowa, *Real Encycl.*, I A1, s. v. *ῥόμβος*; "Journ. of hell. Stud.„, VII, 1886, pp. 157-160; XXII, 1902, p. 26. Lewis R. Farnell, *Magic and Religion in Early Hellenic Society*, in "Archiv f. Religionswissenschaft„, XVII, 1914, p. 18.

(4) Cfr. in "Athen. Mitt.„, XIII, 1888, p. 426; XV, 1890, pp. 374, 375, 380; Kern, in "Hermes„, XXIII, 1890, p. 5 sgg.; Wolters, op. cit., p. 88 sgg.

(5) Cfr. Blümner, *Techn. und Termin. der Gewerbe u. Künste*, II, p. 254

Digitized by Google

teva fissarsi ed immobilizzarsi come nota benissimo Platone (*Resp.*, p. 436 D):

οἱ στρόβιλοι ὅλοι ἑστῶσί τε ἅμα καὶ κινοῦνται, ὅταν ἐν τῷ αὐτῷ πήζαντες τὸ κέντρον περιφέρωνται.

Ma non minore doveva essere la maestria richiesta nel maneggio della frusta, per mantenere in movimento la trottola, con opportune e ben impresse sferzate, senza farla uscire nel giro dal determinato e per lo più ristretto spazio circolare. E di questa maestria nel maneggio della frusta, e delle speciali qualità che la frusta doveva possedere nel gioco, si accenna in Aristofane (*Aves*, 1460), là dove sono ricordate, con allusione metaforica incomprensibile, le fruste speciali di Corcira.

Nel primo degli epigrammi di Callimaco (*Epigr.* I, vv. 9-10) sono descritti i fanciulli che, con frequenti sferzate, fanno girare le trottole nel largo trivio:

οἳ δ' ἄρ ὑπὸ πληγῆισι θοὰς βέμβικας ἔχοντες ἔστρεφον εὐρείῃ παῖδες ἐνὶ τριόδῳ.

E con maggiore vivezza e realismo e con più copiosi particolari descrive il gioco Virgilio (*Aen.*, VII, 378 sgg.):

Ceu quondam torto volitans sub verbere turbo,
Quem pueri magno in gyro vacua atria circum
Intenti ludo exercent; (ille actus habena
Curvatis fertur spatiis; stupet inscia supra
Impubesque manus, mirata volubile buxum
Dant animos plagae); ...

E Tibullo pure rievoca la speciale arte del fanciullo nell'alimentare con la frusta il moto della trottola (I, 5, 3):

Namque agor, ut per plana citus sola verbere turben,
Quem celer adsueta versat ab arte puer.

E similmente Persio (*Sat.*, III, 51) richiama a tale maestria:

Neu quis callidior buxum torquere flagello.

Digitized by Google

Questi ricordi letterari, ed altri ancora che omettiamo per non dilungarci, dipingono al vivo il trastullo della trottola, caro ai fanciulli, e trovano una documentazione illustrativa nelle pitture vascolari attiche che P. Wolters ha posto in giusto rilievo.

Ma ritornando alla nostra kylix saturnina noi vediamo rappresentato lo stesso Hermes intento al dilettevole trastullo.

Fig. 2. — Kylix attica del Museo di Baltimora

La pittura espressa presenta un bellissimo riscontro con due note ceramografie attiche che qui riproduciamo e brevemente descriviamo:

a) Kylix attica proveniente da Chiusi e conservata nel Museo di Baltimora (fig. 2), dipinta a figure rosse nello stile di Duris (1). Nel centro interno, a medaglione incorniciato da

(1) Cfr. Hartwig, in " Röm. Mitt. „, II, 1887, p. 169, IX; *Griech. Meisterschalen*, p. 657 sgg., tav. LXXII, 2; Beazley, *Attic red-figured Vases in American Museums*, p. 99; Hoppin, *A handbook of attic red-figured Vases*, I, p. 277, n. 46. La ceramografia è attribuita da Hartwig al pittore cosidetto del *Viticcio*, mentre Beazley ed Hoppin vi riconoscono lo stile di Duris.

Digitized by Google

un meandro, è figurato un personaggio barbato, con petasos e clamide, che agita una frusta, e sta per dare delle sferzate ad una grossa trottola che gira nel piano, mentre un giovanetto, avvolto nello himation, sta guardando il gioco e stende la mano in atto di ammirazione.

b) Lekythos attica a figure rosse (fig. 3), della collezione archeologica dell'Università di Tübingen (1). Un personaggio

Fig. 3. — Lekytos attica conservata nella collez. archeologica dell'Università di Tübingen.

barbato, vestito di clamide e con il petasos sulle spalle, provvisto di calzari alati, tiene con la sinistra un kerykeion e con la destra una frusta, con la quale imprime il movimento ad una trottola che gira sul piano; dinanzi, ad osservare attentamente il trastullo, sta immobile un giovanetto tutto avvolto nello himation.

---

(1) *Arch. Samml. der Universität*, n. 814; Wolters, op. cit., p. 90, fig. 8. Dobbiamo alla gentilezza del prof. Watzinger la riproduzione in sviluppo della *lekythos* che offriamo alla fig. 3.

Digitized by Google

La figura del personaggio barbato, con clamide e petasos in capo, che ammaestra il giovanetto nel gioco della trottola nella kylix di Baltimora, serve mirabilmente ad integrare la figura di Hermes della nostra kylix frammentaria di Saturnia, riscontrandosi una notevole corrispondenza nell'atteggiamento e nei movimenti.

Il Wolters, illustrando la lekythos di Tübingen, ha posto in rilievo gli attributi del kerykeion e delle alette nei calzari che caratterizzano il personaggio barbato; ma egli non si mostra persuaso a riconoscere Hermes nel giocatore della trottola, ed intravvede nel kerykeion l'attributo generico dell'araldo; la forma speciale a due anelli distinti saldati insieme, anzichè a duplice verga ripiegata ed incrociata, conduce il Wolters ad analizzare le forme diverse della *ῥάβδος* araldica, ed il tipo consimile di verghe adoperate dai *ῥαβδονόμοι* nei certami della palestra (1). Certamente il tipo generico dell'araldo, come quello consimile di alcuni eroi mitici, risulta perfettamente corrispondente nel vestiario della clamide, del petasos, dei calzari talvolta alati, e nell'attributo del kerykeion al tipo di Hermes, l'araldo divino. Ma in qual modo potrebbe spiegarsi la figura di un *ῥαβδονόμος* generico in una scena di gioco infantile? Il *ῥαβδονόμος* divino, Hermes stesso *παιδοκόρος*, riconosciamo figurato nelle rappresentazioni vascolari surricordate. La figura del nume appare completa, nel vestiario e negli attributi, nella pittura della kylix saturnina che illustriamo, alla stessa guisa che nella lekythos di Tübingen: la clamide, il petasos, i calzari alati, il kerykeion determinano chiaramente nel loro insieme la figura tipica di Hermes.

Non possiamo dimenticare che, accanto al più noto tipo di Hermes *Ἀγώνιος* od *Ἐναγώνιος* (2), protettore con Herakles della gioventù nelle esercitazioni della palestra, abbiamo copiosi ricordi nelle fonti letterarie di Hermes protettore dei giochi

---

(1) Per la forma del *κηρύκειον* vedasi: Münsterberg, in "Arch. Epigr. Mitt. „, XV, 141; Preller-Robert, *Griech. Myth.*, p. 411 sgg.; Eitrem, in Pauly-Wissowa, VIII, 764, s. v. *Hermes*.

(2) Per il tipo di Hermes *Ἀγώνιος* od *Ἐναγώνιος* vedasi: Preller-Robert, op. cit., p. 415 sgg.; Habich, in "Arch. Jahrb. des Inst. „, XIII, 1898, p. 57 sgg.; Weege, in "Arch. Jahrb. des Inst. „, XXXI, 1916, p. 133 sgg.

Digitized by Google

dell'infanzia e della fanciullezza, e che il nume era venerato come tale in speciali festività (1).

Nel rappresentare alcuni tipi di divinità giovanili, in scene particolari desunte dalla vita reale, è noto come l'arte greca si sia compiaciuta di fornire ai numi attribuzioni e manifestazioni di vita proprie dei mortali, in armonia con l'età e con il simbolismo religioso. Una delle concezioni preferite dall'arte è quella di Hermes, custode e protettore del fratellino Dionysos, che ha offerto delle creazioni meravigliose di aggruppamento dei due numi in dolce idillio fraterno (2). Hermes, come protettore dell'infanzia e della giovinezza, era anche il datore delle *strenae* ai fanciulli; a lui, come ad Artemis le fanciulle (*Anth. Pal.*, VII, 280), i *παῖδες* divenuti *ἔφηβοι* consacravano in *ex voto* i giocattoli tanto amati e cari; e di questa consacrazione si ha un ricordo in un epigramma (*Anth. Pal.*, VI, 309):

Εὔφημόν τοι σφαῖραν, ἐϋκρόταλόν τε Φιλοκλῆς
Ἑρμείῃ ταύτην πυξινέην πλατάγην
ἀστραγάλας θ' αἷς πόλλ' ἐπεμήνατο, καί τὸν ἑλικτὸν
ῥόμβον, κουροσύνης παίγνι', ἀνεκρέμασεν.

La pittura di una kylix attica dell'Antiquarium di Berlino, attribuita allo stile di Peithinos (3), riassume con magnifica sintesi tutto l'amaro distacco del fanciullo dai giochi dell'infanzia: Eros alato precipita inesorabile, ed armato di sandalo, con tutta veemenza, minaccia due fanciulli intenti al gioco della trottola e del cerchio, che fuggono atterriti abbandonando i dilettevoli trastulli.

***

Nulla adunque di strano nella concezione di Hermes tutto assorto, come i fanciulli descritti da Callimaco nel largo trivio, ad alimentare con frequenti sferzate il moto della trottola; giu-

---

(1) Cfr. Roscher, *Hermes der Windgott*, p. 36 sgg.; Farnell, *Cults of the greek States*, V, p. 70 sgg.; Stengel, in Pauly-Wissowa, VIII, 708, s. v. *Ἑρμαῖα*; Eitrem, in Pauly-Wissowa, VIII, 786, s. v. *Hermes*.

(2) Per Hermes *κουροτρόφος* veda3i: Preller-Robert, op. cit., pp. 171, 400.

(3) Cfr. Hartwig, op. cit., tav. 27; G. van Hoorn, op. cit., p. 97.

Digitized by Google

stificata riesce altresì la presenza dei giovanetti che, in atteggiamento dignitoso e composto di venerazione, osservano ed apprendono dal nume protettore le regole del gioco. Hermes è il nume della strada (*Ἐνόδιος*) e del trivio (*Τριόδος*), l'agone dei fanciulli: ben si addice quindi a lui l'ufficio di maestro di uno dei trastulli più cari ai ragazzi.

Qualcuno potrebbe pensare che, nella concezione del nume intento al gioco della trottola, vi possa essere una allusione simbolica. Abbiamo già accennato che nella *τέχνη μαγική*, al pari della *ἀστραγαλομαντεία*, anche il *ῥόμβος*, la rotellina magica, aveva una funzione speciale nella cleromantica amorosa: è probabile che una funzione divinatoria e profilattica analoga avesse anche lo *στρόβιλος*. Hermes è il nume *κληρομάντις* per eccellenza (1), ed è quindi possibile che fra i *κλῆροι Ἑρμοῦ* rientrassero anche quelli derivati da una *στροβιλομαντεία*. Ma ci sembra assai difficile che si possa pensare ad una concezione di Hermes *στροβιλομάντις* nelle figurazioni che abbiamo illustrato: esse ritraggono Hermes in una manifestazione viva e reale della vita del fanciullo, alla stessa guisa di Apollo Sauroctonos: il nume gioca ed insegna a giocare alla trottola.

---

(1) Cfr. Roscher, op. cit., p. 83 sgg.; Bouché Leclercq, *Hist. de la divination dans l'antiquité*, I, p. 191 sgg.; II, p. 397 sgg.

L'Accademico Segretario
Giovanni Vidari

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Dicembre 1923

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Grassi, Panetti, Sacco, Pochettino e il Segretario Mattirolo.

Scusa l'assenza il Socio Somigliana.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Socio Sacco presenta e fa omaggio all'Accademia di due lavori del D^r^ Adriano Gianelli dai titoli: *Meccanismo d'azione dei Fermenti.* — *Catalisi e Catalizzatori.*

Il Segretario Mattirolo a nome del Socio Naccari presenta una Nota del D^r^ Felice Capra, *Sulla Fauna della Grotta del Pugnetto in Val di Lanzo.* Il D^r^ Capra, unitamente ad altri naturalisti, ha durante alcuni anni ripetutamente esplorata la detta Grotta, raccogliendovi notevole materiale zoologico che egli descrive nella sua Nota, avendo specialmente riguardo ai coleotteri anoftalmi, tra i quali egli descrive un nuovo Sottogenere la *Della Beffaella* ed una specie la *Della Beffaella Roceae* che descrive minutamente. Il lavoro del D^r^ Capra è accolto per la pubblicazione negli *Atti.*

Digitized by Google

Il Vice Presidente presenta quindi una Nota sua dal titolo: *Osservazioni sopra alcune specie della Fauna a rudiste del Colle di Medea (Friuli)*, che viene accolta per gli *Atti*.

Il Vice Presidente, osservando che la presente adunanza chiude l'anno 1923, presenta ai Colleghi augurii cordiali di buon anno.

Digitized by Google

LETTURE

Osservazioni sopra alcune specie della fauna a rudiste del Colle di Medea (Friuli)

Nota del Socio nazionale residente C. F. PARONA

Da tempo mi proponevo la revisione della fauna a rudiste del Colle di Medea presso Cormons (Udine), sulla base dei tipi della collezione che servì al PIRONA per la sua classica monografia (1). Ma ritardai troppo: l'incendio ed il saccheggio, durante la guerra, dell'Istituto Tecnico di Udine ebbero anche per conseguenza la perdita della preziosa collezione e quindi l'impossibilità di una revisione vera e completa della fauna. Le descrizioni dell'autore ed i disegni dei fossili lasciano spesso insolubili le incertezze riguardo ai caratteri sui quali sono ora essenzialmente fondate le diagnosi e le determinazioni generiche e specifiche, e di conseguenza sono scarsi gli elementi per l'esame critico e l'interpretazione di parecchie fra le forme distinte dal benemerito geologo e paleontologo friulano.

Dal compianto prof. TARAMELLI e dall'amico e collega DAL PIAZ ebbi in cortese comunicazione le collezioni dei musei di Pavia e di Padova, alle quali si aggiunse il materiale che il dott. E. FERUGLIO, accogliendo molto gentilmente e premurosamente una mia raccomandazione, volle raccogliere sul posto e inviarmi, accompagnandolo con uno schizzo stratigrafico dimostrativo. Se non che il giacimento è ormai spogliato dei fossili resi liberi, in stato di buona conservazione, dalla lenta e delicata azione meteorica, e l'estrazione diretta dal calcare compatto e

(1) G. A. PIRONA, *Le ippuritidi del Colle di Medea*, " Mem. d. R. Istit. Veneto „, XIV, 1869.

Digitized by Google

tenace dà un materiale frammentizio, poco utile per uno studio paleontologico di revisione. Devo dunque limitarmi a poche parziali osservazioni, e portare un ben modesto contributo allo studio della ricca, singolare e caratteristica fauna, non trascurando di ricordare che qualche sua specie fu oggetto di studio per parte di Douvillé, Toucas e Klinghardt e che la stratigrafia e l'età del giacimento fossilifero furono prese in considerazione dal Dainelli (1).

Ciò premesso, passo ad esporre l'elenco delle specie, nell'ordine adottato dal Pirona, aggiungendo per ciascuna di esse gli apprezzamenti suggeriti dall'esame che ne ho potuto fare.

Sauvagesia Meneghiniana Pir. — Pirona, 1869, pag. 14, tav. I, fig. 1, 2 (*Sphaerulites*); Toucas, 1907-09, pag. 90, tav. VII, fig. 9-13. Controllando il riferimento generico e specifico di una valva inferiore, del Museo di Pavia, ho notato che l'interfascia è ben distinta, perchè le costelline longitudinali sono appena percettibili, mentre sono marcati i solchi di accrescimento. Spetta al gruppo della *S. Sharpei*. Essa fu raccolta anche nel Carso istriano, e uno dei due esemplari di valva inferiore (Museo Civ. di Trieste), di statura corrispondente a quella dell'esemplare più grande (del giacimento di Medea) figurato da Toucas, presenta la fascia anteriore (E) in rialzo, a differenza del grande esemplare della tavola del Pirona.

Sphaerulites Visianica Pir. — Pirona, pag. 16, tav. II, fig. 1-7: specie imperfettamente sconosciuta, probabilmente *Sauvagesia*.

Sphaerulites Pasiniana Pir. — Pirona, pag. 18, tav. V, fig. 1-5. Toucas (op. cit., pag. 66) dice che questa forma sembra avvicinabile a *Rad. Sauvagesi* d'H. F.: io non ho esaminato esemplari della specie del Pirona, ma, a giudicare dalle figure del Taramelli, non risulta molto fondato questo ravvicinamento,

---

(1) H. Douvillé, *Sur quelques Rudistes à canaux*, "Bull. Soc. géolog. France", IV, 1904. — A. Toucas, *Études sur la classif. et l'évolut. des Radiolitidés*, "Mém. Soc. géolog. France", Paléontologie, N° 36, 1907-09. — G. Dainelli, *Introduz. allo Studio del Cretaceo friulano*, "Soc. tosc. Sc. Nat.", Mem. XXVI-XXVII, 1911. — F. Klinghardt, *Neue Rudistenfauna a. d. Maastrichtien von Maniago (Friaul)*, "Archiv f. Biontologie", Berlin, V, 1921.

Digitized by Google

non fosse altro perchè la forma di Medea ha la valva superiore alta e cupolare, mentre nel *R. Sauvagesi* è piana o leggermente convessa: spetta al gen. *Radiolites*.

Radiolites (Radiolitella) ***Guiscardiana*** Pir. — PIRONA, pag. 19, tav. III, fig. 2-7 (*Sphaerulites*). Il DOUVILLÉ (op. cit., 1904, pag. 533), istituendo la sezione *Radiolitella*, fissa come tipo la *Radiolitella forojuliensis* Pir. e la figura in una tavola di riuscitissima riproduzione fotografica (fig. 1-3, tav. XIV): se non che, al semplice esame delle figure, risulta evidente che esse non corrispondono affatto alle figure della *Chama forojuliensis* del PIRONA (tav. X, fig. 13-16); mentre la corrispondenza è assai più stretta, e potrei dire identità, colle figure della *R. Guiscardiana* e con parecchi esemplari del Museo di Torino, avuti da B. GASTALDI dal PIRONA, e con altri del Museo di Pavia raccolti dal TARAMELLI: e tale corrispondenza si verifica nella forma conica a vaso della valva inferiore, in quella appiattito-depressa della valva superiore, nei caratteri ornamentali, nella conformazione dell'apparato sifonale, nonchè nello sviluppo, distintivo della sezione, dei canali poligonali entro le lamine esterne, sboccanti sul lembo dell'apertura. Nessun dubbio sul fatto che tipo della sezione *Radiolitella* non è la *Chama forojuliensis*, bensì la *Rad. Guiscardiana* Pir. Sta per altro l'affinità rilevata dal DOUVILLÉ fra *Chama forojuliensis* e *Sphaer. Massalongiana* Pir.; ed anche a questo riguardo è a deplorare che i tipi siano andati distrutti, e che non sia possibile di verificare direttamente se realmente esse siano *Radiolitella*, e se si tratti, come propendo a ritenere, di una sola e non di due forme specifiche. Posso soltanto notare che un esemplare, raccolto da TARAMELLI ed attribuibile alla *Sph. Massalongiana*, secondo la figura del PIRONA (fig. 8, tav. III), presenta il margine d'apertura della valva inferiore, a pieghe ben marcate, senza traccia di apertura di canali. TOUCAS (op. cit., pag. 76, tav. XV) descrive la *R. Guiscardi* Pir. sp., ma non accenna a presenza di canali, e figura due esemplari tipici di Medea; e vi attribuisce anche due valve del Santoniano di Francia, che certamente appartengono ad altra specie. Nè parmi possa essere ritenuto esatto il riferimento a *Radiolitella forojuliensis* (secondo DOUVILLÉ) dell'esemplare con valva superiore ad alta cupola conica, illustrato dal KLINGHARDT (op. cit., pag. 31, tav. VIII, fig. 4). A giudicare

Digitized by Google

dall'abbondanza di frammenti di guscio a canali, la *Radiolitella Guiscardiana* è una delle specie più frequenti della fauna.

Sphaerulites Beaumonti Bayle? — Pirona, pag. 20, tav. VI, fig. 1 e 2. — Descrizione e figure non dànno modo di controllare il riferimento dubbioso del Pirona al *Radiolites Beaumonti.*

Sphaerulites ponsiana d'Arch.? — Pirona, pag. 20, tav. II, fig. 8 e 9. — Le recenti descrizioni e le fotografie date da Toucas e Douvillé per il *Praeradiolites ponsanius* escludono evidentemente l'avvicinamento proposto con dubbio dal Pirona; più probabile sembra il riferimento al *Rad. spinulatus* Par.

Sphaerulites medeensis Pir. — Pirona, pag. 21, tav. VI, fig. 4-6. — Non conosco esemplari di questo *Radiolites*, nè ho elementi per giudicare della sua realtà come specie, che in ogni caso è imperfettamente conosciuta.

Sphaerulites Catulli Pir. — Pirona, pag. 22, tav. VIII, fig. 15 e 16. — Toucas (op. cit., pag. 126) considera il frammento come indeterminabile. Si può trascurare anche perchè Pirona ha messo in dubbio che provenga dal giacimento di Medea.

Sphaerulites ponderosa Pir. — Pirona, pag. 23, tav. IV, fig. 1 e 2. — Toucas (ibid.) ha già notato come descrizione e figure non diano elementi sufficienti per la determinazione precisa del genere e per un sicuro confronto con specie presumibilmente affini.

Radiolites Zignana Pir. — Pirona, pag. 25, tav. VII, fig. 1-11. — Questo radiolite, ben descritto e ben figurato nell'opera del nostro autore, non è da scambiare col *Rad. squamosus* d'Orb., al quale è attribuito dal Toucas (pag. 71, tav. XIII, fig. 12). Basta a contraddistinguerla la valva inferiore cilindroide, esile, lunghissima rispetto al tenue suo spessore, alquanto contorta, colla superficie del guscio pressochè liscia. La valva del Colle di Medea figurata dal Toucas (fig. 12) già si distingue dalla specie d'Orbignana per la sua lunghezza: ma nel confronto è necessario riferirsi al tipo, quale risulta dalla figura della maggiore valva nella tavola del Pirona: sebbene incompleto, perchè spezzato alla base di attacco, esso ha una lunghezza di mm. 175, col diametro all'apertura di soli mm. 23. E le differenze mi sono confermate dall'esame diretto di parecchi esem-

Digitized by Google

plari; uno dei quali porta tracce di pieghe ottuse longitudinali, carattere eccezionale al quale non accenna l'autore.

L'esame della sezione trasversale (fig. 1), qualora non presentasse la piega legamentare (L), per quanto pochissimo sviluppata fra le tracce dell'apparato cardinale, suggerirebbe l'avvicinamento al gen. *Bournonia*, data la differenziazione sifonale per l'accentuata convessità della parete interna, fra due depressioni corrispondenti alle prominenti esterne fasce dei seni, similmente a quanto si nota nella *Bournonia excavata*. Ma i rari individui che hanno sufficientemente ben conservata la valva inferiore all'apertura e la valva superiore, meglio ancora quelli che hanno le due valve riunite e a posto, presentano una particolarità assai interessante sulla quale conviene soffermarci. Vi si osservano cioè due osculi evidenti ai punti di contatto del margine della valva superiore coi due prolungamenti, che le sporgenti e crestate fasce dei seni sopraelevano a guisa di cor-

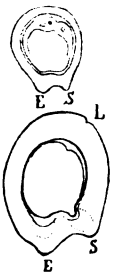


Fig. 1.

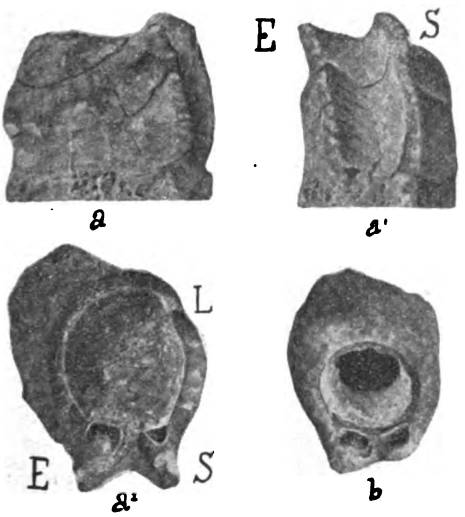


Fig. 2 $\left(\frac{2}{1}\right)$.

netti dal margine dell'apertura (fig. 2, *a*, a^1, a^2, *b*): più precisamente si rileva che una distinta cavità, alla base dell'uno e dell'altro cornetto, contribuisce a formare l'osculo. Nei campioni

Digitized by Google

in esame il margine della valva superiore non è conservato quanto sarebbe necessario per permetterci di verificare precisamente in che misura e come la valva superiore contribuisca a costituire gli osculi. Appare ben chiara per altro la conformazione delle cavità osculari dei cornetti: l'una e l'altra sono a nido di rondine: ad apertura triangolare quella corrispondente alla via d'uscita (S), più ampia e subtriangolare quella d'entrata (E).

Nei radiolitidi la presenza di osculi non è un fatto nuovo: ma, all'infuori di qualche accenno in poche forme del gen. *Sphaerulites*, soltanto il gen. *Lapeirousia* è caratterizzato da veri osculi nella valva superiore, corrispondentemente a protuberanze arrotondate interne della valva inferiore (pseudopilastri) (1). Per il gen. *Radiolites* l'esistenza di osculi non era stata finora avvertita, ed è nuova l'osservazione, che le vie di comunicazione, d'ingresso e d'uscita fra l'esterno e l'interno, siano, parzialmente o totalmente, scavate e a riparo nella base delle protuberanze a cornetto, che coronano le robuste ed eccezionalmente sporgenti fascie crestate dei seni. Qualora tale carattere si riscontrasse in altre forme, ed è probabile che ciò si verifichi ad es. nel *Rad. Gastaldiana* Pir., e quando più esattamente se ne potesse valutare l'importanza funzionale, si potrebbe pensare all'opportunità di istituire almeno un nuovo sottogenere (*Medeella*), considerando anche il fatto che nel complesso l'abito quasi liscio di questo radiolitide, dall'evidente solco esterno del legamento, è notevolmente diverso da quello ornato-costato delle forme del gen. *Radiolites*. Frequente nel giacimento di Medea, è fra le specie più caratteristiche della fauna, e si ripresenta in calcari dei dintorni di Gradisca (M. S. Michele) e di Trieste (Opcina, Grapada, ecc.).

Radiolites Gastaldiana Pir. — PIRONA, pag. 27, tav. VIII, fig. 1-5. — TOUCAS (pag. 71) riunisce *R. Zignana* e *R. Gastaldiana* al *R. squamosus* d'Orb.: a questo riguardo occorre osservare, che se è evidente l'affinità dei due radioliti di Medea colla specie del D'ORBIGNY, in modo particolare per il

(1) H. DOUVILLÉ, *Étud. sur les Rudistes*, « Mém. Soc. géolog. France », Paléontol., N° 41, 1910, pag. 25.

Digitized by Google

carattere delle lamine esterne, della valva inferiore, a margine rovesciato verso il basso e per l'ondulazione del margine dell'apertura, specificamente sono ben distinte; la *R. Zignana* per i caratteri già considerati, la *R. Gastaldiana* per la statura sempre piccola, la forma della valva inferiore sempre molto svasata e bassa e per le pieghe di accrescimento assai avvicinate. Nell'aspetto complessivo e nei caratteri della regione sifonale ricorda piuttosto assai da vicino il *Rad. Beaumonti* Bayle, dello stesso gruppo nella ripartizione delle specie secondo Toucas.

A questa forma del Colle di Medea, che dunque conviene di conservare distinta, spettano parecchi esemplari di valve inferiori provenienti dal calcare grigio, marnoso tra S. Croce e Prosecco presso Trieste, e dal calcare bianco-cinereo marnoso del M. Subiente presso Montana.

Radiolites lumbricalis d'Orb. — Pirona, pag. 28, tav. VIII, fig. 13 e 14. — La corrispondenza colla *Distefanella lumbricalis* d'Orb. non è affatto dimostrata.

Radiolites Taramellii Pir. — Pirona, pag. 29, tav. IX, fig. 1-7. — Toucas (pag. 126) dice, a torto, che le figure non permettono una determinazione nemmeno approssimativa; ma è da notare che la descrizione è chiara e particolareggiata e che la specie, frequente, è buona. Non appartiene al gruppo della *Durania cornupastoris* e non è una *Durania*; ha invece caratteri di affinità col *Rad. spinulatus* Par., già ricordato a proposito della *Sphaerul. ponsiana* d'Arch. in Pirona.

Eoradiolites fascicularis Pir. — Pirona, pag. 30, tav. VIII, fig. 6-12 (*Radiolites*). — Toucas (pag. 22, tav. I, fig. 13 e 14) attribuisce questa forma al gen. *Agria*; ma le osservazioni del Douvillé su questo genere e la illustrazione del suo n. g. *Eoradiolites* persuadono a ritenerla appartenente a quest'ultimo genere. Ciò risulta giustificato dai caratteri dell'apparato sifonale, che perfettamente corrispondono a quelli dell'*Eorad. Davidsoni* Hill, tipo del genere, dal quale non differisce molto nei caratteri ornamentali.

Biradiolites angulosus d'Orb. — Pirona, pag. 31, tav. IX, fig. 8-16 (*Radiolites*). — In considerazione della nuova illustrazione fatta dal Toucas di questa specie del Turoniano (angoumiano), propenderei ad eliminare il dubbio sul riferimento del Pirona, e a ritenere esatta l'attribuzione al *Biradiolites angulosus* d'Orb.

Digitized by Google

Radiolites Massalongiana Pir. — PIRONA, pag. 32, tav. III, fig. 8-10. — Indiscutibilmente è una rudista, come mi risulta dall'esame di un esemplare, parzialmente infisso nel calcare compatto della collezione TARAMELLI nel Museo di Pavia. Non è una *Radiolitella*: è una forma subequivalve, colla valva inferiore quasi appiattita; la struttura del guscio non è evidente, senza canali manifesti, e nulla si conosce degli apparati cardinale e sifonale. L'interessante rudista resta quindi imperfettamente conosciuta.

Radiolites monoptera Pir. — PIRONA, pag. 33, tav. VI, fig. 7-10. — TOUCAS (pag. 126) dice senz'altro che le figure sono indeterminabili: ma, considerando descrizione e figure, si può con fondamento ritenere che sia un *Biradiolites* del gruppo del *Bir. quadratus* d'Orb., e che probabilmente lo studio di buoni esemplari dimostrerà che questa forma di Medea è la stessa del D'ORBIGNY, che è angoumiana.

Radiolites trialata Pir. — PIRONA, pag. 34, tav. VI, fig. 11 e 12. — A TOUCAS (pag. 126) sembra vicina al suo *Biradiolites angulosissimus* (santoniano). È effettivamente un *Biradiolites* ed è altra delle forme " sub judice „ di Medea.

Biradiolites Stoppanianus Pir. — PIRONA, pag. 35, tav. X, fig. 1-10 (*Synodontites*); TOUCAS, pag. 106, tav. XX, fig. 8 e 9 (*Biradiolites*). — L'assegnazione di questa rudista al gen. *Biradiolites* è giustificata dal complesso dei caratteri. È una delle forme più caratteristiche della fauna, ma i due soli esemplari incompleti di valva inferiore, che ho in esame, non mi concedono di aggiungere alcunchè per un più completo suo studio.

Chama forojuliensis Pir. — PIRONA, pag. 37, tav. X, fig. 13-16. — Questa forma resta colle sue incertezze, specialmente riguardo ai caratteri del genere. Non conosco altri esemplari e non ripeto quanto già riferii a proposito della *Radiolit. Guiscardiana.*

Eoradiolites liratus Conrad. — Rappresentata da frammenti e da un esemplare di valva inferiore ben caratterizzato, raccolto dal TARAMELLI, fa parte della fauna di Medea anche questa specie della Siria, abbastanza frequente nel Turoniano dell'Appennino e che ho pure riconosciuto nel triestino (Gropada, Opcina).

Digitized by Google

Radiolites Trigeri Coq.? — Con qualche dubbio, non permettendo l'incompleta valva inferiore un esame esauriente, accenno alla presenza di questa specie turoniana, già segnalata per l'Istria.

Le rudiste ora ricordate non costituiscono da sole la fauna del Colle di Medea. Certamente essa ne comprende altre, che rimangono indeterminate, alle quali si accompagnano altri molluschi per quanto rari, oltre agli echinidi descritti dal TARAMELLI: infatti nel materiale inviatomi dal dott. FERUGLIO ho riconosciuto frammenti di una *Nerinea* e di una *Pleurotomaria*?, oltre numerosi foraminiferi, già notati dal PIRONA; anzi il calcare può dirsi a miliolidi, con frequenza di grandi forme. Come si osserva, in generale, nei calcari a miliolidi, non mancano le alghe calcari.

Considerando l'elenco delle rudiste, risulta che gli elementi della fauna, più o meno apprezzabili e significativi per deduzioni cronologiche, sono i seguenti:

Eoradiolites liratus Conrad, *Eorad. fasciculatis* Pir., *Radiolites Trigeri* Coq.?, *Radiol. Taramellii* Pir., *Rad. Pasiniana* Pir., *Rad. Zignana* Pir., *Rad. Gastaldiana* Pir., *Rad.* (Radiolitella) *Guiscardiana* Pir., *Sauvagesia Meneghiniana* Pir., *Biradiolites angulosus* d'Orb., *Birad. Stoppanianus* Pir.

A proposito dell'età della fauna di Medea, il DOUVILLÉ (1904, pag. 537) si riferisce all'opinione di MUNIER-CHALMAS che l'attribuiva al Daniano inferiore, e cioè al Maestrichtiano; e maestrichtiana ritiene del pari il KLINGHARDT la fauna a rudiste di Maniago (Friuli), che comprenderebbe quattro specie di Medea. A. TOUCAS, che pure ebbe modo di considerare parecchie forme di Medea, ma di interpretarle, a mio avviso, non sempre felicemente, le giudicò alquanto più antiche, ma sempre senoniane e precisamente del Santoniano superiore. Il DAINELLI, nella introduzione allo studio del Cretacico friulano, riferendosi specialmente ad appunti manoscritti del TARAMELLI sulla serie degli strati fossiliferi del Colle, nonchè alla presenza di talune specie, si crede autorizzato ad attribuire la zona dei calcari colla fauna di Medea al Turoniano superiore.

È caratteristica della fauna a radiolitidi di Medea l'associazione di parecchie forme particolari con poche altre più o meno lontanamente affini o sicuramente corrispondenti a specie

Digitized by Google

note di larga diffusione geografica, così da presentare un tipico esempio di localizzazione di forme, attribuibile presumibilmente a speciali condizioni d'ambiente e di vita. Ma qualche genere e qualche specie guidano alla determinazione dell'età del giacimento: il gen. *Eoradiolites* e la sua specie *liratus*, il *Radiolites Trigeri*, il *Biradiolites angulosus*, il gen. *Sauvagesia*, mentre dànno alla fauna un'impronta di antichità presenoniana, ne dimostrano l'età turoniana. Possiamo dunque concludere che era fondata ed esatta l'opinione del PIRONA (pag. 13), il quale riteneva doversi attribuire la fauna, da lui scoperta ed illustrata, al Turoniano inferiore.

Qualificando la fauna di Medea come accantonata non intendo per altro di confinarla al piccolo Colle: infatti, come risulta dalle notizie sulle singole specie, le più caratteristiche di esse si vanno scoprendo nel *carso* goriziano e triestino. La facies tutta propria di questa fauna turoniana appare tanto più notevole, se si considera quanto essa sia diversa, non solo dalla fauna a caprine del giacimento turoniano del Col dei Schiosi (Cansiglio), che similmente a questo di Medea fa seguito ad un orizzonte di calcari e scisti bituminosi ritenuti cenomaniani, ma anche, nella prevalenza delle specie, dalla fauna istriana, del pari a radiolitidi e turoniana, che dirò di Pisino, la quale caratterizza i calcari connessi ai depositi di bauxite e che sto studiando (1).

---

(1) Per le ricerche sulle rudiste istriane, posso approfittare anche del materiale del Museo Civico di Trieste, cortesemente inviatomi per studio dal Direttore sig. Dott. Mario Stenta, al quale esprimo vivi ringraziamenti.

Digitized by Google

Sulla fauna della Grotta del Pugnetto in Val di Lanzo

Nota del Dott. FELICE CAPRA

Presentata dal Socio nazionale residente A. Naccari.

La Grotta o " Borna del Pugnetto „, nota da molto tempo ai turisti (1), non è stata finora oggetto di alcun studio. Si apre a circa 825 metri s. m. nei calcescisti mesozoici (2) a circa 300 metri a S. della borgata Pugnetto sul versante N. E. della Punta delle Lunelle nella Val grande di Lanzo. È lunga parecchie centinaia di metri con un andamento vario, con frequenti diramazioni laterali; lo stillicidio delle acque la rende molto umida.

Le raccolte zoologiche, argomento di questa Nota, vennero fatte da me cogli amici prof. Giuseppe Della Beffa e Luigi Rocca in varie gite, in una delle quali (29 aprile 1923) a noi si unirono i Prof. G. Negri, Mario Bezzi e i Dott. Crida e Perez.

Le nostre ricerche, pur avendo fornito un numero limitato di specie, diedero dei risultati interessanti, specialmente per la scoperta di un Silfide e di un Isopodo, proprii di questa Grotta. Notevole la mancanza, od almeno l'estrema rarità, di miriapodi (così frequenti nelle grotte liguri), di molluschi, di lombrici, ecc.; ma forse nuove esplorazioni contribuiranno ad aumentare il numero delle specie.

Quanto alla flora, il prof. Negri raccolse sul legno fradicio alcuni micelii indeterminabili.

---

(1) Martelli e Vaccarone, *Guida delle Alpi Occid.* Vol. II. *Alpi Graie e Pennine*, Parte I, pag. 60, Torino 1889. — Rag. Guido Muratore, *Brevi cenni sulla G. d. P.-U. G. E. T.* " Boll. mens. „, N. 6, giugno 1923.

(2) *Carta geologica d'Italia al 100.000.* F. 55 (Susa), 1913.

Digitized by Google

Mammalia, Ordo *Chiroptera*.

Rhinolophus ferrum-equinum ferrum-equinum Schreber (gentilmente controllati dal dott. Moltoni), due esemplari raccolti dal Rocca il 3 novembre 1923. Nelle precedenti gite, pur avendone visto qualche esemplare, non ci riuscì a catturarne: il guano era piuttosto scarso. A quanto dissero le guide del paese, in certi anni i pipistrelli si radunano in gran numero a svernare.

Insecta.

Ordo *Coleoptera*, Fam. *Carabidae*.

Sphodropsis Ghilianii Schaum. — Alcuni adulti ed una larva lunga 9 mm. (1), sul fango e sotto i sassi. Citato di molte grotte delle Alpi Marittime e di Liguria; si trova raramente anche all'aperto sotto i sassi. Colgo l'occasione per segnalare una nuova località che ne estende maggiormente l'habitat: Alp Finestre, m. 1730 s. m., presso la Cima di Bo (Biellese), in un armadio ed in uno stanzino buio, dove lo *Sphodropsis* usciva dagli interstizii del pavimento. Credo che ad Alp Finestre questa specie possa trovare favorevoli condizioni di vita nelle parti profonde dei *ciapei* (detriti di falda) assai estesi, dove gli interstizii lasciati dai massi costituiscono delle microcaverne umide ed oscure e donde questi insetti salgono attirati dal cibo. Gli esemplari della Grotta del Pugnetto e di Alp Finestre, come gli esemplari liguri, presentano una notevole variabilità nella forma del pronoto e delle elitre.

Fam. *Silphidae*, Subfam. *Bathysciinae*.

Royerella nov. subg. Della Beffaella mihi. — Distinto dalle *Royerella* s. str. per le elitre striolate in traverso, per il II articolo delle antenne lungo come una volta e mezzo il III; per il I articolo dei tarsi posteriori lungo come II e III riuniti, per le

---

(1) Xambeau, *Description de la larve de " Sphodropsis Ghilianii „*. " Ann. Mus. Civ. Genova „, serie III, vol. III (XLIII), 1907, pag. 324.

Digitized by Google

spine infero-interne delle tibie fittamente pettinate (9-10 dentelli) sui margini; per la carena mesosternale elevata e ad angolo ottuso.

Le *Royerella* s. str. (*R. Tarissani* Bed. e Var.; *R. Argodi* Fagn.; *R. Villardi* Bed.) (1) hanno invece le elitre punteggiate senza alcun ordine, il II articolo delle antenne lungo circa come il III; il I articolo dei tarsi posteriori sempre più breve dei due seguenti riuniti; le spine infero-interne con al più 3 spinule lunghe ed esili sui margini, la carena mesosternale assai bassa.

Ero propenso a considerare la specie del Pugnetto come tipo di un nuovo genere, ma il dott. Jeannel, profondo conoscitore delle *Bathysciinae*, ritiene debba ascriversi alle *Royerella*. Ad ogni modo i caratteri enunciati credo siano più che sufficienti ad autorizzarmi a creare questo nuovo sottogenere, che differisce per essi non solo dalle *Royerella*, ma da tutti gli altri generi della serie dei *Cytodromus*, le cui specie abitano in grotte del versante francese delle Alpi ed a gran distanza dalla Grotta del Pugnetto.

Royerella (Della Beffaella) Roccae n.sp. Lunghezza 2,7-3,6 mm. Ovale allungata, attenuata all'indietro; colore bruno ferruginoso; pubescenza dorata, lunga, depressa. Punteggiatura del protorace fitta, fine e leggermente a raspa, riunita in fitte striole trasversali sulle elitre; la superficie tra i punti assai finemente reticolata. Antenne lunghe, che non raggiungono la metà delle elitre, ad articoli allungati, un po' più brevi nella ♀.

L'articolo II più stretto ed un po' più lungo del I; lungo come una volta e mezzo il III; III, IV, V, VI cilindrici, i primi tre lunghi ugualmente, il VI un po' più breve del precedente; VII lungo come il V, a cono tronco; VIII subcilindrico, lungo come metà del VII, circa del doppio più lungo che largo; IX, X a cono tronco, lunghi il doppio della larghezza all'apice, il IX un po' più lungo del X; XI lungo una volta e mezzo il precedente, coll'apice un po' attenuato ed appiattito.

Protorace circa del doppio più largo che lungo, convesso,

---

(1) Ringrazio i signori Dr. R. Jeannel e Ch. Fagniez che mi hanno gentilmente procurato dei co-tipi di *R. Argodi* Fagn.; *R. Tarissani* subsp. *Hustachei* Fagn. e subsp. *ferrierensis* Fagn.; *R. Villardi* subsp. *Matheyi* Jeann.

Digitized by Google

un po' più largo delle elitre, a lati incurvati, ristretto alla base, specialmente nel ♂, base bisinuata, angoli posteriori salienti all'indietro, acuti.

Elitre circa del doppio più lunghe che larghe, più convesse nella ♀ che nel ♂, posteriormente declivi a partire dalla metà, senza traccia di coste longitudinali; massima larghezza presso la base, attenuate in leggera curva all'indietro, più nel ♂ che nella ♀, subtroncate all'apice, ogni elitra ha l'angolo apicale suturale largamente arrotondato. Doccia marginale stretta, giungente presso l'angolo posteriore esterno. Linea suturale intiera, ben marcata, un po' convergente colla sutura in avanti, massima distanza da essa nel primo terzo, subparallela nel tratto mediano, poi convergente all'indietro e tangente alla sutura poco prima dell'apice. Sutura non depressa anteriormente, non rilevata all'indietro. Carena mesosternale elevata, lamellosa, ad angolo ottuso, leggermente dentata, a margine anteriore convesso, a margine inferiore assai debolmente ed irregolarmente seghettato con corte setole dirette all'indietro, prolungata in piccola, breve, acuta apofisi tra le anche posteriori.

Pezzo metatergale (apofisi del metanoto) mediocremente sviluppato, simile a quello della *Bathysciola Aubei Kiesw.* (1).

Zampe allungate, solo i femori posteriori oltrepassano i margini del corpo. Tibie anteriori ricurve all'infuori, più larghe e più ricurve nel ♂, con breve frangia di peli sul margine interno e robuste spine all'apice; tibie medie mediocremente arcuate all'indentro, tibie posteriori diritte. Spine infero-interne di tutte le tibie fittamente pettinate sui margini, quelle delle tibie anteriori solo brevemente (2).

Tarsi posteriori lunghi come i tre quarti delle tibie corrispondenti, col I articolo lungo come i due seguenti assieme e come il V. Tarsi anteriori del ♂ pentameri, coi tre primi ar-

---

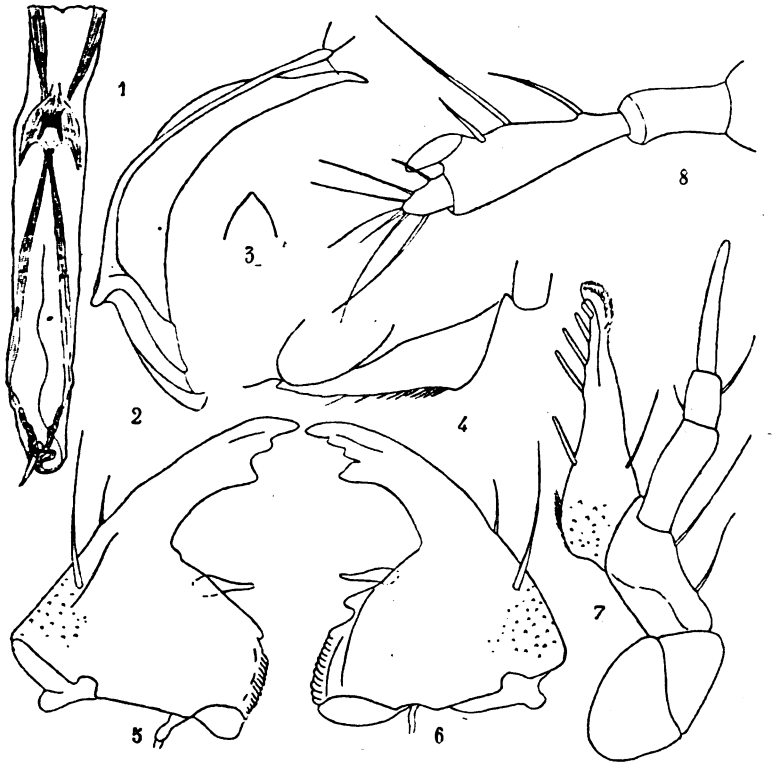
(1) Jeannel, *Revision des Bathysciinae.* "Arch. de Zool. exp. et gén. ". Paris 1911, serie 5ª, vol. VII, pag. 62, fig. XLV.

(2) Anche le spine supero-interne sono pettinate. — Jeannel, loc. cit., pag. 36 e 193, accenna solo alle spine infero-interne delle tibie medie e posteriori, ma in moltissime *Bathysciinae* (*Bathysciola, Royerella, Speonomus*, ecc.) anche le spine supero-interne sono denticolate più brevemente delle corrispondenti infero-interne.

Digitized by Google

ticoli dilatati, cordiformi, il I lungo come i due seguenti insieme e più largo che l'apice delle tibie; nella ♀ tetrameri.

Pene lungo circa un terzo della lunghezza del corpo, robusto, ricurvo, a faccia ventrale scavata a cucchiaio verso l'apice, a parte dorsale convessa nel mezzo, appiattito in senso dorso-ventrale nel terzo apicale. A visione dorsale leggermente atte-



Royerella (Della-Beffaella) Roccae — Adulto: 1. sacco intrapeniale; 2. pene visto di lato; 3. apice del pene; 4. carena mesosternale. — Larva: 5. mandibola sinistra; 6. mandibola destra; 7. mascella destra; 8. antenna sinistra.

nuato nella metà apicale, a punta in ogiva, base mediocremente lunga con margine ispessito e riflesso. Parameri un po' più brevi del pene, gracili, gradatamente attenuati, leggermente rigonfi all'estremità con tre brevi setole divergenti. A visione dorsale sono leggermente ripiegati in fuori a partire dalla metà

Digitized by Google

del pene, l'ingrossamento apicale è un po' concavo sulla faccia interna.

Il sacco intrapeniale nel terzo apicale presenta una placca munita di due brevi e gracili spine rivolte all'indietro e due brevi liste rivolte obliquamente all'indietro; inoltre vi sono due lunghe listerelle, quasi diafane nel tratto mediano, che si congiungono colle braccia pari del pezzo ad Y, questo grande a braccia lunghe e col braccio impari prolungato in un lungo ed esilissimo filamento.

Dalle *Royerella* s. str. note si distingue inoltre per la forma notevolmente più convessa; è poi distintissima da tutte le *Bathysciinae* italiane e si avvicina a certi *Speonomus* Jeann. nell'aspetto, per la striolatura delle elitre, per la forma dei tarsi posteriori.

Tipo: Numerosi esemplari nella parte profonda della grotta sul legno fradicio e sulle esche.

Larva: Cinque esemplari raccolti cogli adulti sotto le esche, lungh. 3,5-4,5 mm., corpo allungato, bianco gialliccio, con capo, zampe, antenne gialle, ultimo articolo delle antenne nerastro, a setole cupuliformi lunghissime (più lunghe che nella larva di *Breuilia triangulum* Sharp (1)). Capo grande, largo quasi come il protorace, col labbro superiore trasversale, leggermente ristretto all'indietro, a margine anteriore convesso prolungato nel mezzo in breve lobo troncato. Mandibole forti a punta larga ed appiattita, asimmetriche: la destra presenta l'apice a quattro denti, un retinacolo allungato, attenuato nella metà distale, diretto verso l'interno ed un dente tra esso e la mola, questa con dieci pieghe trasversali rivolte in avanti; la mandibola sinistra ha l'apice trifido, retinacolo simile al destro, ed un abbozzo di dente presso la mola, questa con 10 pieghe trasversali più gracili e rivolte all'indietro.

Mascelle col margine interno del lobo interno (lacinia) provvisto di alcuni corti peli alla base, e di 5 robuste spine, una prima della metà, le altre verso l'apice; la galea oltrepassa la lacinia sotto forma di doppia cresta frangiata.

Palpi mascellari ad ultimo articolo lungo, gracile; mediano

(1) Jeannel, loc. cit., Tav. XXIII, fig. 641.

Digitized by Google

lungo circa una volta e mezza la larghezza ed un po' più stretto del basale, questo lungo due volte e mezza la larghezza.

Labbro inferiore (labium) trasversale a margini anteriore e posteriore convessi, a linguetta di poco più breve dei palpi labiali, un po' strozzata nel quarto apicale e bifida. Palpi labiali gracili ad ultimo articolo un po' claviforme, poco più lungo della metà del precedente.

Antenne lunghe circa come la fronte con lunghe setole facilmente caduche.

Torace a segmenti trasversali; protorace del doppio più largo che lungo, con tre serie trasversali di setole cupuliformi; sul margine esterno vi sono quattro setole cupuliformi per lato, di cui la terza è la più lunga. Meso e metatorace più trasversali con solo due serie di setole cupuliformi e con due setole sul margine.

Addome a segmenti molto trasversali con quattro setole cupuliformi presso il margine posteriore dirette all'indietro, due sul margine laterale, una trasversale e l'altra diretta obliquamente all'indietro. Inferiormente le setole sono più numerose, di lunghezza diversa, disposte con minor ordine, solo sui lati cupuliformi, una delle quali, la più lunga, sporge obliquamente ai lati del corpo.

Nono segmento con una lunga setola semplice agli angoli posteriori ed una serie di setole sul margine inferiore. Cerci lunghi come i tre ultimi segmenti addominali, biarticolati, coll'ultimo articolo assai esile e non segmentato.

Pseudopodo anale saliente, troncato all'apice con due brevi setole cupuliformi sul lato dorsale. Zampe lunghe e gracili coi femori anteriori oltrepassanti di poco i margini laterali del corpo, i medi e posteriori sporgenti ai lati di metà della loro lunghezza.

Ordo *Diptera*.

Nematocera, Fam. *Rhyphidae*.

Trichocera (*Petaurista*) *maculipennis* Meigen, 1818. — Numerosi esemplari sulle pareti della grotta. Il prof. Bezzi, che volle gentilmente studiare i ditteri raccolti e che qui ringrazio, così mi scrive: " Questa specie, a larga distribuzione geografica, una volta ascritta alla fam. dei Tipulidi, fu trovata abbastanza

Digitized by Google

frequentemente nelle grotte dell'Olanda, della Germania, della Stiria e della Balcania. In Italia fu rinvenuta al Covolo di Costozza ed in qualche altra grotta. Non è però un vero troglobio, trovandosi anche all'aperto, ma però rara „.

Athericera, Fam. *Phoridae*.

Parastenophora (Pseudostenophora) antricola Schmitz. — Tijdschr v. Entom, LXI, 1918, pag. 233. — Un piccolo numero d'esemplari ♂ e ♀ sulle pareti e sul fondo. " Descritta della Balcania su esemplari riferiti da prima ad *aptina* Schiner; ma parecchi dei reperti riferiti da me, come *aptina* di caverne dell'Italia e della Francia, devono appartenere a questa specie, il cui ♂ non fu ancora descritto. Gli esemplari del Pugnetto furono visti dallo Schmitz e così determinati da lui. Come per la *aptina* si tratta di un troglobio tipico, non ancora trovato fuori delle grotte „ (Bezzi).

Pupipara, Fam. *Nycteribiidae*.

Nycteribia (Stylidia) biarticulata Hermann, 1804. — Parassita del *Rhinolophus*.

Ordo *Hymenoptera*, Fam. *Formicidae*.

Myrmica rubra L. subsp. *laevinodis* Nylander, 1846. — Alcune operaie nel terriccio sotto un'esca alla biforcazione fra la galleria principale e la galleria della Consolata, quasi al fondo della grotta (Prof. Della Beffa det.).

Aracnida.

Ordo *Araneae*, Fam. *Argiopidae*.

Leptyphantes pallidus Cbr. — Quattro esemplari in più riprese su un asse fradicio ad un centinaio di metri dall'ingresso. Specie troglofila (Dr. L. di Caporiacco det.).

Digitized by Google

Crustacea.

Ordo *Isopoda*, Fam. *Trichoniscidae.*

Trichoniscus (Trichoniscoides) Caprae n. sp. Colosi. — Specie notevolmente affine a *T. Mancinii* Brian delle grotte delle Alpi Apuane.

" Corpo bianco, ovale-allungato, lungh. mm. 10 (compresi gli uropodi); largh. mm. 3,5. Occipite e tergiti del torace abbondantemente tubercolati; solo i tubercoli presso il margine posteriore di ciascun tergite toracico sono allineati; una linea di tubercoli minori sul primo segmento pleonale; granuli radi nel secondo e terzo segmento pleonale. Capo con lobi laterali piccoli, attenuati, granulosi. Antenne lunghe poco più che un terzo del corpo, con flagello di 10 articoli (raramente 9); scapo con I articolo lungo quanto il II, il II lungo poco più della metà del III, il IV di lunghezza doppia del III ed uguale al V, il quale è appena più lungo del flagello. Gli occhi mancano. Angoli latero-posteriori degli epimeri del 1° e 2° segmento toracico retti e smussati, del 3° subacuti e smussati, del 4°-7° acuti e prodotti posteriormente. Pleon gradatamente ristretto all'indietro, segmenti 3°-5° subeguali in lunghezza; epimeri mediocri decrescenti in lunghezza dal 3° al 5°. Pleotelson attenuato arrotondato (non troncato!). Esopodite degli uropodi conico grosso, lungo più del doppio dell'endopodite „ [Colosi].

Numeroso in tutta la grotta, specialmente nella parte più profonda, sul terriccio, sul legno fradicio, sui pezzi di carta bagnata.

Torino - R. Museo Zoologico - Dicembre 1923.

L'Accademico Segretario
Oreste Mattirolo

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 13 Gennaio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. GAETANO DE SANCTIS
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci BRONDI, EINAUDI, SCHIAPARELLI, PATETTA, PRATO, VALMAGGI, FAGGI, LUZIO, MOSCA, JANNACCONE e VIDARI Segretario.

Scusano l'assenza il Presidente Senatore RUFFINI e i Soci STAMPINI, CIAN, PACCHIONI.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente 23 dicembre 1923.

Il Socio JANNACCONE presenta a nome dell'autore un'opera del prof. Carlo RIST, della Università di Parigi intitolata *La déflation en pratique*, con queste parole: " La chiarezza con la " quale vi sono esposti i metodi seguìti dall'Inghilterra, dagli " Stati Uniti e dalla Ceco-Slovacchia per praticare una politica " di deflazione monetaria, e il rigore col quale sono indicate le " condizioni necessarie perchè l'uno o l'altro metodo possa essere " utilmente adottato, nonchè i limiti e le conseguenze della sua " applicazione, conferiscono a quest'opera dell'economista fran- " cese il pregio di essere una delle più istruttive letture che " presentemente possano farsi su questa complessa e contro- " versa questione di teoria e di politica economica. Merita spe-

Digitized by Google

" ciale rilievo l'energia con la quale il RIST ripetutamente " afferma e dimostra che in un paese, le cui finanze siano ancora " dissestate, ogni politica di meccanica riduzione della circola- " zione monetaria, intesa a migliorare il cambio ed a ridurre il " livello dei prezzi, torna fatalmente vana o di lentissimo effetto; " mentre lo sforzo verso il raggiungimento del pareggio del bi- " lancio porterebbe naturalmente con sè il miglioramento del " cambio, e questo, a traverso la diminuzione dei prezzi, per- " metterebbe il ritiro di una parte del medio circolante: e " quindi lo stabilizzarsi del valore della moneta ad un punto, " il quale non subito e non per tutt'i paesi può esser quello " dell'antica parità con l'oro. La Francia offre essa stessa una " riprova delle affermazioni del RIST, in quanto la restituzione " da parte del Tesoro dello Stato delle somme prestategli dalla " Banca di Francia o non ha potuto essere proseguita nella " misura convenuta, oppure, a cagione appunto delle condizioni " del bilancio, è stata annullata nei suoi effetti dal continuo " aumento del debito fluttuante che provoca un aumento anche " nella circolazione dei biglietti. E le pagine molto misurate, " ma non perciò meno chiare, che l'autore dedica alla politica " monetaria e finanziaria del proprio paese, non sono, per l'ef- " ficacia del contrasto, le meno istruttive di questo eccellente " volume ".

Il Socio EINAUDI offre a nome del prof. G. SOLARI, recentemente nominato Socio, la collezione delle ultime dieci annate del " Marzocco ". La Classe ringrazia.

Il Presidente DE SANCTIS riferisce, anche a nome del Socio SCHIAPARELLI, intorno al lavoro del D^r^ BAROCELLI presentato per l'inserzione nelle *Memorie* sotto il titolo *Le strade e le costruzioni romane delle Alpi Graie.*

Si mette a partito l'approvazione della relazione; è approvata. Si procede quindi, a norma dello Statuto, alla votazione segreta per decidere intorno alla stampa. L'Accademia delibera

Digitized by Google

che il lavoro del Dr Barocelli sia stampato nelle *Memorie* accademiche.

Il Presidente De Sanctis dà conto della seduta del 27 dic. tenuta alla R. Accademia dei Lincei per la compilazione dello Statuto dell'Unione Accademica Nazionale, nella quale egli rappresentava ufficialmente questa Accademia. Lo Statuto, in quella riunione approvato, deve essere ora sottoposto all'approvazione delle singole Accademie aderenti alla U. A. N. perchè poi debba essere sanzionato dai Ministeri degli Esteri e della P. I.

La Classe, udita la relazione del Presidente De Sanctis e la lettura degli articoli dello Statuto, prende atto con compiacimento del lavoro compiuto, ringrazia il suo rappresentante, e approva alla unanimità lo Statuto medesimo.

Digitized by Google

Relazione sulla Memoria del Dr P. Barocelli intitolata: *La strada e le costruzioni romane della "Alpis Graia „.*

La Memoria del Dr Piero Barocelli su *La strada e le costruzioni romane della "Alpis Graia „*, intorno alla quale abbiamo l'onore di riferirvi, può dirsi in certo modo una continuazione del fondamentale lavoro di Carlo Promis su *Le antichità di Aosta*, edito nel 1864 nelle *Memorie* di questa Reale Accademia. Essa contiene brevi e succosi cenni intorno alle principali scoperte archeologiche avvenute di recente nella valle d'Aosta; e dà poi ampie notizie intorno alla strada romana da Aosta al Piccolo S. Bernardo e agli edifizi che la fiancheggiavano all'altezza del passo. Le opere murarie superstiti di questa strada furono, com'è noto, in larga misura consolidate e liberate da sopra-strutture posteriori a cura della R. Sopraintendenza delle antichità del Piemonte. Di tali lavori fa cenno il Barocelli, che dà poi una diligente descrizione dei resti, accompagnata da illustrazioni, e ci fornisce così un nuovo documento della cura solerte che i Romani ponevano ad assicurare la regolarità delle comunicazioni nei territori del loro vasto impero. Di siffatta cura sono documento anche le *mansiones* sorte durante l'età imperiale nel breve ripiano che costituisce il passo della "Alpis Graia „. La descrizione che ne dà il Barocelli si fonda sui lavori di sterro e di esplorazione condotti negli anni 1912-14, dei quali lavori ora per la prima volta sono resi di pubblica ragione con rigore scientifico i risultati. C'è appena bisogno di dire che essa, oltrechè illustrata con piani e figure, è anche corredata di tutti gli opportuni raffronti circa la costruzione e circa la suppellettile rinvenuta nello scavo. Queste *mansiones* sorgevano non lontano da un cerchio di piccole pietre fitte nel suolo cui è stato dato non impropriamente il nome di *cromlech*, sebbene le dimensioni delle pietre sieno senza paragone inferiori a quelle dei grandi monumenti megalitici di

Digitized by Google

Francia e d'Inghilterra; sicchè in quel breve ripiano abbiamo, può dirsi, sott'occhio il sovrapporsi della civiltà romana alla barbarie preistorica.

Lo studio del Barocelli, sobrio, preciso, metodico, fa degno riscontro agli altri lavori del Barocelli in cui sono illustrate antichità pedemontane o liguri; e noi ne raccomandiamo caldamente la stampa nel volume delle *Memorie*, ritenendo che tra i primi doveri di questa R. Accademia sia quello di favorire gli studi archeologici, topografici e storici intorno alla regione di cui essa Accademia costituisce uno dei massimi centri scientifici e che favorendoli essa non faccia se non seguire le proprie, gloriose, tradizioni.

E. Schiaparelli.
G. De Sanctis, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Giovanni Vidari.

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Gennaio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, PEANO, PARONA, SOMIGLIANA, PANETTI, SACCO e il Segretario MATTIROLO.

Il Segretario dà lettura del verbale della adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente dà comunicazione all'Accademia dei seguenti doni:

Dal Socio corrispondente Desiderato BOIS:

Essais de culture des variétés de Soja en 1921.

Essais de culture faits au jardin d'Expériences du Muséum en 1922.

Dal signor Niccolò MANCINI:

Un volume dal titolo: *La gravitazione Universale.*

Il Socio SEGRE presenta per la pubblicazione negli *Atti* un lavoro del sig. Alessandro TERRACINI, *Sui punti di flesso delle quartiche piane generali*, e ne discorre brevemente facendo rilevare l'importanza di questo studio.

Il Presidente comunica all'Accademia che in relazione alle condizioni del bilancio leggermente migliorate, il Consiglio di

Digitized by Google

Amministrazione ha deciso di portare il numero delle pagine da concedersi ai Soci per le loro pubblicazioni da 45 a 60, con che 32 pagine possano essere cedute ad estranei, le Note dei quali non dovranno eccedere il numero di 16 pagine.

Il Presidente comunica infine che nella prossima adunanza si procederà alla votazione per la nomina del Direttore della Classe, posto reso vacante per scadenza ordinaria, e che in detta seduta saranno ripresi gli Atti ufficiali per la nomina di nuovi Soci.

Digitized by Google

LETTURE

Sui punti di flesso delle quartiche piane generali

Nota di ALESSANDRO TERRACINI
presentata dal Socio nazionale residente Corrado Segre.

1. — Nulla è conosciuto, si può dire, riguardo alla configurazione dei 24 punti di flesso di una C^4 piana generale. Ma nei pochi casi particolari in cui quella configurazione è, o si può ritenere, nota (1), esistono delle coniche contenenti (almeno) 6 punti di flesso: così per la C^4 di KLEIN vi sono 147 coniche per 8 e 112 coniche per 6 punti di flesso; più in generale, per le C^4 trasformate in sè da un gruppo di collineazioni contenenti una omologia involutoria, vi sono pure delle coniche dotate della proprietà in questione; per le C^4 di CAPORALI vi sono addirittura delle quaterne di flessi allineate; e per le C^4 dotate di tre nodi i 6 flessi sono appunto su una conica. Tutto ciò lascia la via aperta alla presunzione che la proprietà possa sussistere in generale, presunzione in qualche modo suffragata dalle classiche proprietà della configurazione dei flessi di una cubica. Effettivamente, vi è stato un tentativo di giustificare tale presunzione (2), anzi di dimostrare un teorema più preciso, secondo il quale *la conica passante per cinque flessi di una* C^4 *conterrebbe ulteriormente tre altri flessi*. Il tentativo non è riuscito, giacchè la dimostrazione e il teorema stesso erano errati; ciò di cui si

(1) Cfr., per indicazioni bibliografiche, l'*Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, III C 5, n^i 76-78.

(2) J. GRASSMANN, *Zur Theorie der Wendepunkte, besonders Curven vierter Ordnung*, Berlin, 1875, Inauguraldissertation.

Digitized by Google

avvide il KLEIN [1]) dall'esame di alcuni disegni di C^4. Ma ciò non basta ancora a risolvere la questione, in quanto il supposto teorema che *per una qualsivoglia* C^4 *piana esista sempre qualche conica che ne contiene sei flessi* potrebbe sussistere, senza essere suscettibile dell'enunciato più preciso che sopra si è detto: per es. si potrebbe pensare che, presi di una C^4, comunque, 4 flessi (oppure 3, o 2, o 1), per essi passi sempre un certo numero di coniche, ciascuna delle quali contenga ancora altri 2 flessi (oppure 3, o 4, o 5).

Ebbene, vogliamo provare che invece *per una* C^4 *piana generica* NON *esistono delle coniche che ne contengano sei flessi.*

2. — Supponiamo infatti che così non sia: cioè che valga il penultimo enunciato in corsivo. Questo supposto teorema (di cui vogliamo dimostrare la falsità) sarà in seguito denotato brevemente come teorema Z.

Ammesso dunque il teorema Z, la totalità delle C^4 aventi 6 flessi su una data conica irriducibile γ (totalità la cui dimensione, com'è chiaro, non dipende dalla scelta di γ) sarebbe una ∞^9. Con ciò più precisamente intendiamo affermare che, anche se quella totalità è costituita da parti irriducibili di dimensioni diverse, tra esse ve n'è qualcuna ∞^9.

D'altro lato, le C^4 aventi sei punti prefissati su una conica γ come flessi non possono (anche per posizioni particolari di quei sei punti) essere più di ∞^3; giacchè, se fossero anche solo ∞^4, l'imposizione del passaggio per tre ulteriori punti generici di γ porterebbe ad almeno ∞^1 C^4 spezzate in γ e in una ulteriore conica passante per i sei punti prefissati come flessi; ciò che è assurdo.

Perciò, dal supposto teorema Z, discenderebbe che, non potendo nessuna sestupla di punti di γ essere *inflessionale* per più di ∞^3 C^4, e dovendo, complessivamente, le sestuple di γ essere inflessionali per ∞^9 C^4, ogni sestupla *generica* di punti di γ dovrebbe essere inflessionale per ∞^3 C^4.

Si osservi che, nell'enunciato finale del n. 1 e nel supposto

---

[1]) *Ueber den Verlauf der Abel'schen Integrale bei den Curven vierten Grades*, " Mathematische Annalen „, Band X (1876); v. la pag. 397.

Digitized by Google

teorema Z, il significato della parola " flesso " si può assumere *in senso stretto* (1) escludendosi (come si fa ordinariamente) dai flessi gli eventuali punti multipli delle C^4: parleremo di flessi *in senso esteso* quando non si faccia tale esclusione. Ebbene, anche l'affermazione dell'ultimo capoverso è valida *in senso stretto*. Inoltre, sempre per una sestupla *generica* di punti di γ, le corrispondenti ∞^3 C^4 sono generalmente irriducibili; perciò, assuntane una irriducibile, le sei tangenti di flesso nei punti di γ considerati non sono tali per nessun'altra C^4 del sistema ∞^3 (che verrebbe ad avere almeno 18 punti in comune con essa). Quindi le sestuple delle rette tangenti di flesso in quei sei punti alle ∞^3 C^4 sono anche ∞^3; vale a dire, fra i sei punti ne esistono certamente tre in cui le tangenti di flesso alle ∞^3 C^4 in questione sono fra loro indipendenti. Perciò (in conseguenza del supposto teorema Z), assunti in modo *generico* sei punti A, B, C, D, E, F, di una conica γ irriducibile, e, ancora *genericamente*, tre rette passanti rispettivamente per (*certi*) tre fra essi, esiste (almeno) una C^4 che ha quei sei punti come flessi, *in senso stretto*, e le tre rette come tangenti tripunte nei flessi corrispondenti.

3. — Prima di procedere è bene completare l'ultima osservazione.

Dico che in essa, anzichè " ... rispettivamente per (*certi*) tre fra essi ... " si può leggere " ... rispettivamente per tre *qualunque* fra essi, p. es. per A, B, C ... "; e che, inoltre, si possono sopprimere le parole " *generico* " e " *genericamente* ", purchè contemporaneamente si sopprima la frase " *in senso stretto* "; dove però è essenziale osservare che, pure caduta questa frase, se si chiamano a, b, c le tre rette prefissate per A, B, C, ciascuna di esse ha incontro tripunto rispettivamente in A, B, C colla C^4 (anche se il punto in questione è doppio per la C^4).

Tutto ciò risulta dalle seguenti considerazioni. Se p, q, r sono le tre rette di cui si parla nell'osservazione in discorso, indichiamo con

$$R = R(A, B, C, D, E, F; p, q, r)$$

---

(1) Ove si escludano, come è ovvio, per quanto riguarda il teorema Z, le quartiche che, in senso stretto, hanno meno di 6 flessi.

Digitized by Google

il risultante del sistema delle 15 equazioni omogenee nei coefficienti dell'equazione di una C^4, nelle quali si traducono le seguenti imposizioni:

passaggio della C^4 per i sei punti A, B, C, D, E, F fissati;

contatto tripunto della C^4 colle p, q, r (naturalmente, in quelli fra quei sei punti in cui queste rette, ordinatamente, passano);

passaggio della Hessiana della C^4 per gli ulteriori tre punti.

Conveniamo inoltre di dire che una determinata terna di punti estratta dalla sestupla $ABCDEF$ è *accettabile*, se le tangenti tripunte nei suoi punti alle ∞^3 C^4 per cui la sestupla è inflessionale costituiscono un sistema ∞^3.

Ciò posto, per quanto riguarda la soppressione della parola " *genericamente* " basta osservare che R è funzione razionale intera, e quindi continua, delle coordinate delle rette p, q, r (entro i fasci in cui esse possono variare); cosicchè, se, per una sestupla $ABCDEF$ prefissata, R è nullo per p, q, r generiche, esso è nullo qualunque siano le p, q, r.

Le altre due parti dell'asserto si verificano insieme nel seguente modo. Fissata la conica γ, e scelto comunque un punto di una sestupla generica $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F}$, p. es. $\bar{F}$, si fissi un suo intorno $I(\bar{F})$ tale che, al variare di F in esso, fermi restando gli altri cinque punti, la sestupla si conservi sempre generica agli effetti della osservazione finale del n. 2. Fra queste sestuple ne esistono certamente infinite, prossime quanto si vuole ad $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}\bar{E}\bar{F}$, che hanno come accettabili delle terne fra loro omologhe. Costruendo per ognuna di esse, e per la sestupla originale, il risultante R *corrispondente a queste terne*, si ha che esso si annulla per infinite posizioni del sesto punto, tendenti ad $\bar{F}$, identicamente rispetto ai parametri da cui dipendono p, q, r, dunque identicamente anche rispetto ad $\bar{F}$. Perciò, fissato comunque un punto di quella sestupla generica, p. es. $\bar{F}$, fra le terne per essa accettabili ve n'è una (almeno) che, comunque si sposti $\bar{F}$ sulla conica γ, rimane sempre accettabile e, o non contiene $\bar{F}$, oppure, ove lo contenga, varia omologamente alla sua posizione iniziale. Procedendo poi in modo analogo, per ricorrenza, si giunge a stabilire che, fra le terne accettabili per

Digitized by Google

una sestupla generica $\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E}\,\bar{F}$, ve ne è una (almeno) che rimane sempre accettabile e omologa di sè stessa comunque i sei punti della sestupla si spostino sulla conica γ; cosicchè, volendosi stabilire, come sopra si è enunciato, che *ogni* terna, p. es. ABC, estratta da una sestupla *generica* $ABCDEF$, o addirittura *qualunque*, è per essa accettabile, basta spostare i sei punti $\bar{A}$, B, $\bar{C}$, $\bar{D}$, $\bar{E}$, $\bar{F}$ in modo che questa sestupla vada a sovrapporsi alla $ABCDEF$ e precisamente in modo che i tre punti fra $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, $\bar{D}$, $\bar{E}$, $\bar{F}$ che costituiscono una delle terne di cui ora si è detto vadano a sovrapporsi uno ad A, uno a B e uno a C.

4. — Orbene, partiamo ora da una quartica piana irriducibile e siano A, B, C tre suoi flessi (in senso stretto) e a, b, c le rispettive tangenti. Le C^4 che hanno ordinatamente in quei tre punti incontro tripunto colle tre rette a, b, c costituiscono *sempre* un sistema lineare ∞^5 e non più ampio (come si vede p. es. imponendo a quelle C^4 di contenere due fra le rette a, b, c). Se A, B, C non sono allineati, applicando a ognuna delle ∞^2 coniche per A, B, C, e a ognuna delle ulteriori terne D, E, F di punti di ciascuna di queste coniche l'osservazione finale del n. 2 — così come fu poi completata — si deduce l'esistenza di un sistema continuo ∞^5 di C^4 che hanno in A, B, C rispettivamente incontro tripunto con a, b, c, per ciascuna delle quali esiste una conica per A, B, C contenente ancora tre flessi. Ma quel sistema non può differire dal sistema lineare ∞^5 di cui sopra si è detto.

Dal teorema Z discenderebbe dunque, che per tre flessi non allineati di una C^4 piana irriducibile passerebbe qualche conica, contenente ancora tre flessi della C^4.

E di qui poi seguirebbe, con un procedimento di limite, che, se A è un punto di ondulazione, colla tangente a, di una C^4 piana, e B ne è un ulteriore flesso, esisterebbe sempre una conica (irriducibile) passante per A e B e tangente ad a (in A), contenente ancora tre flessi della C^4.

5. — Dall'ultimo enunciato (che sarebbe vero, se tale fosse il teorema Z) ragionando in modo analogo a quello seguìto nel n. 2, si può trarre questa conseguenza: fissata una conica γ, e cinque suoi punti *generici* A, B, C, D, E, e chiamando a la retta

Digitized by Google

ad essa tangente in A, vi sono ∞^8 C^4 (generalmente irriducibili) che hanno un'ondulazione (*in senso stretto* [1]), cioè nel senso di punto semplice con tangente quadripunta) in A, colla retta a quale tangente di ondulazione, e quattro flessi *in senso stretto* nei punti B, C, D, E. In tal caso, le quaterne delle tangenti tripunte in questi punti, siano rispettivamente b, c, d, e, sono ancora ∞^3; infatti le C^4 irriducibili del sistema ∞^3 che ammettono una stessa quaterna, avendo già sedici punti in comune, appartengono tutt'al più a un fascio; e, se esse devono appartenere a un fascio, b, c, d, e devono avere incontro tripunto rispettivamente in B, C, D, E con una C^3, resto della quartica del fascio contenente la a; ciò che, fissati i punti B, C, D, E, conduce a ∞^1 quaterne b, c, d, e [2]: perciò le quaterne b, c, d, e comuni ad almeno ∞^1 C^4 (irriducibili) della ∞^3 non possono condurre, complessivamente, che, al massimo, a ∞^2 C^4 (irriducibili). Con considerazioni analoghe a quelle contenute nell'ultimo capoverso del n. 2 e nel n. 3, si è condotti allora (sempre in conseguenza del supposto teorema Z) al seguente enunciato: presi comunque su una conica γ cinque punti A, B, C, D, E, chiamando a la retta ad essa tangente in A, e b, c, d tre rette condotte arbitrariamente per B, C, D, esiste (almeno) una C^4 che ammette quei cinque punti come flessi (in senso esteso), e precisamente ha colla a incontro quadripunto in A, e colle b, c, d incontro tripunto rispettivamente in B, C, D.

6. — Riusciremo dunque a provare che il teorema Z è falso, dimostrando la falsità dell'ultimo enunciato.

Partiamo dalla notissima quartica (di Dyck), che ha per equazione (in coordinate proiettive omogenee x, y, z)

$$x^4 + y^4 + z^4 = 0; \tag{1}$$

---

[1] Appunto per poter affermare questo, abbiamo preso la via, alquanto indiretta, seguìta nel testo, anzichè valerci senz'altro del penultimo capoverso del n. 2: il passaggio al limite a ciò necessario avrebbe potuto lasciare il dubbio che nel punto A si venisse ad avere, anzichè un'ondulazione, un punto doppio (senza tangenti quadripunte).

[2] Per giustificare quest'asserzione, è da osservare che, volendo ottenere delle C^4 irriducibili, le quattro rette b, c, d, e sono da ritenere a due a due distinte, dimodochè le C^3 in questione si possono supporre anche irriducibili.

Digitized by Google

i suoi flessi si riducono a dodici ondulazioni situate nelle intersezioni della quartica coi lati del triangolo di riferimento. Chiamo μ tale quartica; e assumo i cinque punti A, B, C, D, E nel modo che ora si dirà. Anzitutto pongo

$$A \equiv (\alpha, 1, 0), \qquad C \equiv (\alpha, 0, 1),$$
$$B \equiv (-\alpha, 1, 0), \qquad D \equiv (\alpha^3, 0, 1),$$

con

$$\alpha^4 + 1 = 0;$$

dimodochè i quattro punti considerati sono di ondulazione per la μ. Assumiamo poi come rette a, b, c, d le tangenti (di ondulazione) della μ in A, B, C, D, e come conica γ la conica che passa per A, B, C, D, toccando in A la a. L'equazione di γ (irriducibile) è

$$(2) \qquad (x - \alpha y)(x + \alpha y - [\alpha + \alpha^3] z) - z^2 = 0.$$

Nelle intersezioni di γ col lato $x = 0$ del triangolo di riferimento si ha

$$(3) \qquad \alpha^2 y^2 + (1 - \alpha^2) yz + z^2 = 0,$$

e perciò γ non passa per nessuna delle ondulazioni di μ situate su tal lato, come si vede, p. es., osservando che il risultante delle due forme

$$(4) \qquad y^4 + z^4,$$

$$(5) \qquad ly^2 + myz + nz^2$$

è

$$l^4 + m^4 + n^4 + 2l^2n^2 - 4lm^2n,$$

e che esso non si annulla sostituendo alla (5) la (3).

D'altra parte, la conica γ non è tangente a μ in B, nè in C, nè in D, come subito si verifica.

In base a tutto ciò, vi sono ancora tre intersezioni di γ con μ essenzialmente distinte da A, B, C, D, nessuna delle quali è flesso per μ. Ebbene, si assuma il punto E in una di esse. Verificheremo che, con questi dati, l'enunciato finale del n. precedente non sussiste.

Digitized by Google

Invero, le C^4 che soddisfanno a tutte le condizioni di quell'enunciato, quando si tralasci quella di avere in E un flesso, costituiscono un fascio Φ; perchè, nell'ipotesi che costituiscano un sistema lineare più ampio, dovrebbero esistere delle cubiche aventi in B, C, D incontro tripunto rispettivamente con b, c, d, senza che esse si riducano alla terna di rette bcd; e si verifica che così non è. Siccome poi il punto E non sta certo su nessuna delle rette a, b, c, d, esso non è punto base per il fascio Φ (che si può ritenere determinato dalla μ e dalla quartica spezzata in quelle quattro rette). Dunque, per E passa una sola quartica del fascio Φ, vale a dire la μ. E siccome per essa il punto E non è di flesso, così tutto quanto risulta dimostrato.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 27 Gennaio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Einaudi, Cian, Faggi e Jannaccone. Funge da Segretario il Socio Einaudi.

Scusano l'assenza i Soci Prato, Luzio e Vidari.

Il Segretario legge il verbale della seduta precedente, 13 gennaio, il quale è approvato senza osservazione.

Il Presidente dà notizia di una lettera del 22 gennaio 1924 del Ministro della Pubblica Istruzione, il quale comunica che il Decreto Reale per l'approvazione della nomina del prof. Gioele Solari a Socio residente è in corso di registrazione.

Il Presidente dell'Unione Geografica Internazionale invita l'Accademia a partecipare al Congresso Internazionale di Geografia che si terrà al Cairo (Egitto) nel 1925.

L'Accademia ringrazia e delibera di officiare il Socio Schiaparelli a rappresentare in quella occasione la Classe.

Il Presidente Ruffini presenta a nome del rev. sig. Alberto M. De Agostini, missionario salesiano, un'opera intitolata *I miei viaggi nella Terra del Fuoco*, con 407 vedute e panorami da fotografie originali dell'autore e tre carte geografiche.

Digitized by Google

" Questa pubblicazione (egli dice) deve attirare in modo " speciale l'attenzione dell'Accademia per una triplice ragione.

" Innanzi tutto, essa costituisce una emanazione e quasi " una nuova espressione di quell'opera grandiosa, che precisa- " mente nella nostra città ebbe ed ha tuttavia il suo centro " di irradiazione nel mondo, vale a dire l'opera della pia Società " Salesiana, fondata dal venerabile Don Bosco. Fin dal 1875, " invero, essa aveva intrapresa la prima spedizione di Missionari " salesiani nell'Argentina, all'intento di prestare assistenza spi- " rituale agli emigrati italiani e di iniziare la evangelizzazione " degli Indi della Patagonia e della Terra del Fuoco. E fu ap- " punto quale missionario salesiano che l'Autore di questo libro " ebbe modo di risiedere dal 1910 al 1918 in quelle estreme " regioni e di esplorarne le selvaggie montagne, le vergini fo- " reste e i burrascosi mari, raccogliendo così il prezioso mate- " riale di questo libro.

" Il quale comprende quindi una grande copia di osser- " vazioni e di notizie preziose sotto più rispetti. Sotto quello " della costituzione geologica di quel paese poco conosciuto, " sotto quello delle condizioni climatiche, della vita vegetale " ed animale, e finalmente sotto l'aspetto etnografico, avendo " il De Agostini fatto seguire alla sua trattazione un capitolo " destinato alla storia dei popoli che abitano quelle regioni, ai " loro usi, alle loro condizioni sociali, nonchè alle loro partico- " larità antropologiche ed etnografiche.

" Finalmente il libro stesso si segnala per lo splendore " della edizione, per la bellezza delle illustrazioni e delle carte " che vi sono annesse; così da costituire anche da questo punto " di vista cosa, che fa altamente onore, innanzi tutto alla Casa " editrice, che è quella ben meritamente nota dei Fratelli " De Agostini, e poi alla nostra industria del libro ".

Il Presidente crede di interpretare il pensiero della Classe,

Digitized by Google

rivolgendo al donatore le più vive felicitazioni e i più sinceri ringraziamenti.

La Classe accoglie con compiacimento le parole del suo Presidente, le quali tornano ad onore dell'Autore della preziosa monografia.

Il Socio Luzio, nello scusare la sua assenza, " richiama " l'attenzione dell'Accademia su' due volumi offerti in dono dal " generale Nicola Brancaccio: *L'esercito del Vecchio Piemonte* " *1560-1859, Sunti storici dei principali Corpi,* Roma, 1922; e " *L'esercito del Vecchio Piemonte, Gli ordinamenti,* Parte I, *Dal* " *1566 al 1814,* Roma, 1923. Sin da' primi tempi della sua " carriera militare il generale Brancaccio ebbe, d'incarico del- " l'Ufficio storico dello Stato Maggiore, a compiere nell'Archivio " di Torino lunghe, assidue ricerche sugli atti della nostra Se- " zione IV (Guerra e Marina), traendone materia a interessanti " memorie erudite. Ritornato ora qua, come Direttore della " R. Biblioteca, il gen. Brancaccio presenta un'opera insigne, " per ampiezza e maturità e importanza di risultati; dacchè " con organica trattazione, e con grande ricchezza di autentici " dati, attinti alle fonti dirette, passa in rassegna, ed espone " e documenta tutti i fasti gloriosi del guerriero Piemonte da " Emanuele Filiberto fino alla guerra liberatrice del '59. Ognuno " comprende quanto prezioso riesca il contributo del generale " Brancaccio per completare o rettificare tutto ciò che nelle " notissime opere del Saluzzo, del Pinelli poteva esservi di " meno preciso, di meno affidante. I suoi due volumi — adorni " anche di curiose illustrazioni iconografiche — costituiscono " dunque una fonte di ineccepibile positiva consultazione: e " prendono degnamente posto nelle pubblicazioni dell'Ufficio " storico, che è doveroso segnalare per la coscienziosità e " l'acume con cui sono compilate, mettendo il nostro esercito " in grado di conoscere ed emulare le migliori opere prodotte " dalla letteratura militare contemporanea „.

Digitized by Google

La Classe si compiace per la pubblicazione di così importante lavoro e delibera che sia, per il dono, ringraziato l'Autore.

Il Socio Faggi legge una Nota intorno ad *Eraclito di Efeso*, del quale ha voluto illustrare la figura e il pensiero.

La Nota sarà senz'altro inserita negli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

ERACLITO DI EFESO

Nota del Socio nazionale residente ADOLFO FAGGI

Un illustre storico moderno, anzi contemporaneo, il Gomperz, ha detto [1]: Quasi tutta la nostra cultura è di origine greca. Si può non essere informati intorno alle dottrine e alle opere dei grandi maestri dell'antichità, di un Platone o di un Aristotele, p. es.; si può anche non averne mai udito il nome, non si è perciò meno dominati dalla loro autorità. Non solamente la loro azione si estende fino a noi per il tramite dei loro successori antichi e moderni; ma il complesso del nostro pensiero, le categorie in cui egli si muove e le forme del linguaggio di cui si serve e che per conseguenza lo governano, tutto ciò è in gran parte artificiale, dovuto cioè non alla spontaneità della natura, ma all'opera personale dei grandi pensatori del passato. Posto anche che noi volessimo sostituire a questa chiamiamola pure artificiata impalcatura qualche cosa che, almeno al nostro tempo, sembrasse più vicino alla natura e alla verità delle cose, dovremmo sempre conoscere a fondo, nelle sue ragioni e nel suo svolgimento, l'eredità intellettiva che ci è pervenuta dai nostri padri e in cui siamo stati, consciamente o inconsciamente, formati e educati. Poichè non si può refutare e ripudiare se non ciò che si conosce e di cui ci siam dati ragione. Del resto a noi è toccato di vivere in una delle svolte più decisive della storia, e un avvenire non remoto potrebbe rispondere alla domanda se il pensiero umano debba aprirsi altre vie, o riconoscere che la direzione fondamentale impressagli dai grandi maestri

[1] Th. Gomperz, *Les penseurs de la Grèce*, trad. fr., Paris, 1904, vol. I, pag. 47.

Digitized by Google

dell'antichità è quella più conforme al suo genio, alla sua essenza, al suo còmpito nel mondo, e invece di essere artificiale è quella meglio rispondente a natura.

Gettiamo un'occhiata su d'una carta della Grecia. Vediamo subito ch'essa è aperta dal lato dell'oriente e del mezzogiorno, verso l'Asia e verso l'Egitto. Ora, poichè il cammino della civiltà è dall'oriente verso l'occidente, quasi seguendo il moto apparente del sole, la Grecia viene ad essere il tramite naturale per cui la civiltà dall'Oriente e dall'Egitto passò in Europa. Perciò l'Italia fu incivilita dalla Grecia; e per mezzo della conquista romana la civiltà si diffuse oltre nell'occidente e verso il settentrione dell'Europa. La civiltà sembra anzi continuare il suo cammino da oriente a occidente, se veramente, come fu almeno detto subito dopo la guerra mondiale, il primato della civiltà sia passato dall'Europa all'America; e qualcuno ha anche vaticinato, che, attraverso il Pacifico, il cammino finale della civiltà potrebbe ritornare all'Oriente, cioè al suo punto d'origine, per forse perdersi, dopo una lunga e dolorosa esperienza della vita e una vana ricerca della felicità, in un'ultima visione di sogno.

Il mare Egeo colla sua moltitudine d'isolette sembra un ponte naturale fra la Grecia e l'Asia Minore. E sulle coste dell'Asia Minore si stabilirono fiorenti colonie greche. Là sorse una nuova Ellade, l'Jonia colle sue città di Mileto, di Efeso, di Colofone, di Clazomene, di Samo. Orbene, le prime grandi figure della filosofia greca non nascono in Grecia, ma nelle colonie: prima nelle colonie greche dell'Asia Minore, poi anche nella Magna Grecia, cioè nell'Italia meridionale: Parmenide nasce ad Elea, Empedocle ad Agrigento. Solamente con Anassagora la filosofia e la scienza della natura sembrano passare dall'Jonia nell'Attica. Ma si noti che anche Anassagora nacque, verso il 500 av. C., a Clazomene nell'Asia Minore, nelle vicinanze immediate di Smirne; più tardi, a 40 anni, venne a fissarsi ad Atene, e, divenuto amico di Pericle, il famoso uomo di stato ateniese, che mirava a fare della sua città oltre che il centro politico anche il centro letterario della Grecia, fu l'anima del circolo intellettuale che quegli avea raccolto intorno a sè. Ma tramontato l'astro di Pericle, un'accusa d'empietà fu portata contro Anassagora, ed egli ritornò nell'Asia Minore, dove finì la vita.

Digitized by Google

Le colonie hanno dunque avuto un'azione decisiva sulla vita intellettuale dei Greci. Là, sulle coste dell'Asia Minore, essi son venuti a contatto colle idee orientali: là è anche avvenuto un incrociamento delle razze. Erano soprattutto i giovani pieni di vigore e di coraggio quelli che lasciavano la terra natale e trasmettevano, nelle nuove sedi da loro scelte, ai numerosi discendenti le loro attitudini eccezionali. Così nelle colonie, mentre si mantenevano le belle qualità costitutive dell'ingegno greco, si rompevano facilmente coll'incrociamento delle razze le barriere del nazionalismo e i ciechi pregiudizi delle convenzioni o delle tradizioni regionali e locali.

La prima dottrina filosofica della Grecia sorge appunto nell'Jonia, a Mileto, intorno al VI sec. av. C. Talete di Mileto passa appunto per iniziatore del movimento filosofico. A lui succede Anassimandro, nato nel 610; il terzo dei grandi Milesi è Anassimene, morto fra il 528 e il 524. Il problema che questi filosofi primitivi si posero è quello dell'origine del mondo. Sono filosofi dunque della Natura, come oggi si direbbe: Aristotele li chiama *fisiologi*, non già nel senso moderno della parola, ma conforme al significato greco di ricercatori o indagatori della φύσις, della natura. Essi furono colpiti dal cangiamento continuo delle cose, dalle trasformazioni che incessantemente avvengono intorno a noi, e pensarono di riportare tutti questi cangiamenti, tutte queste trasformazioni a una materia primordiale capace di assumere successivamente figure e aspetti diversi. Così Talete pensò che tutte le cose fossero trasformazioni dell'acqua; Anassimandro, di una materia prima indeterminata ch'egli chiamò appunto τὸ ἄπειρον; Anassimene, dell'aria. Tutti sanno che per gli antichi, i quali non conoscevano l'analisi chimica, la terra, l'acqua, l'aria, il fuoco erano elementi semplici e irriducibili. La dottrina dei 4 elementi non fu formulata scientificamente (rispetto alle idee del tempo, s'intende) che da Empedocle; ma anche prima di lui si erano potuti facilmente riconoscere i tre stati della materia: lo stato solido, il liquido e il gaseiforme. Al primo corrispondeva la terra, al secondo l'acqua e l'aria umida, al terzo l'aria secca e il fuoco. E si era altresì facilmente potuto osservare che ciascuno di questi stati può passare nell'altro. Prendiamo ad esempio l'acqua. Essa è materia allo stato liquido, ma evaporando passa allo stato aeriforme, conso-

Digitized by Google

lidandosi diventa ghiaccio, cioè terra o materia solida. Così l'aria condensandosi diventa acqua, e questa condensandosi alla sua volta diventa ghiaccio, cioè terra. Era dunque facile prendere come punto di partenza (origine del *divenire* o della *γένεσις*) l'uno o l'altro di questi elementi, che per via di condensazione o di rarefazione, di solidificazione o di evaporazione, poteva sempre passare negli altri, e così, poichè il mondo non è altro che una trasformazione di questi elementi, spiegare la realtà nelle sue molteplici parvenze.

Eraclito di Efeso considerò come materia fondamentale primitiva il Fuoco. Egli fiorì verso la 69ª Olimpiade (504-501 a. C.), ed è senza dubbio il più importante degli Jonici per la grandezza e novità delle sue dottrine, per il carattere veramente *speculativo* della sua intelligenza. Se gli Jonici che lo hanno preceduto sono, applicando il linguaggio moderno, dei *naturalisti*, egli è veramente il primo *filosofo* della Natura; della Natura non solo, ma anche in un certo senso dell'umanità, poichè la sua dottrina ha una larga applicazione dal mondo fisico al mondo umano. Discendente dei re d'Efeso, rinunciò a ogni dignità regale e sacerdotale per darsi tutto alla solitudine e alla contemplazione della Natura. La sua dottrina si è infatti schiusa, come dice il Gomperz, all'ombra di un santuario, lungi dalla folla dei mercati e delle piazze, lungi dal rumore degli affari e dei cantieri marittimi. Le splendide colline che circondano la sua città natale, ricoperte di una vegetazione lussureggiante e quasi tropicale, lo videro forse fino dai suoi primi anni errare meditabondo, tutto inteso a cogliere le arcane parole della onnipossente Natura. Arcane veramente, che non si svelano cioè all'uomo profano o comune, ma solo a chi abbia l'abito del raccoglimento e del silenzio.

Egli è il primo fra gli antichi pensatori che possa dire: Ho ricercato, ho indagato me stesso: *ἐδιζησάμην ἐμαυτόν* (Diels, *Fragmente der Vorsokratiker*, Her. 101). E lamenta che gli uomini si lascino ingannare nella conoscenza stessa delle cose visibili (56), dal che non si sarebbe salvato neppure Omero, che fu tuttavia il più saggio dei Greci. Vi è nella Natura un'armonia *nascosta* che è molto superiore a quella *apparente* (54). Ma gli uomini sogliono giudicare con precipitazione anche delle cose più importanti (47); hanno gli occhi e

Digitized by Google

gli orecchi, ma si comportano come fossero ciechi e sordi [1]. Egli dà bensì a questi organi una grande importanza, e arriva a dire [2]: Io do la preferenza a tutto ciò che si può vedere e udire (55). Anzi, come Leonardo fra noi, egli sembra dare il primato su tutti i sensi all'occhio: per lui gli occhi sono testimoni più sicuri degli orecchi (101ª). Con ciò egli intendeva di liberarsi dalla tradizione orale, dall'insegnamento della scuola; val più una cosa veduta direttamente che sentita dire o raccontare da altri, quali si sieno questi altri. Ma non basta aver gli occhi e gli orecchi, non basta *vedere* e *udire*; bisogna *guardare* e *ascoltare*, bisogna dirigere l'attenzione e avere un animo che comprenda; perciò, dice Eraclito (107): Cattivi testimoni sono agli uomini gli occhi e gli orecchi, se hanno l'anima barbara (non colta cioè e non fatta per intendere). Bisogna tener sempre presente che, secondo il motto eraclitèo, *la Natura ama nascondersi* (123).

Le sue solitarie e cogitabonde peregrinazioni lo debbono spesso aver condotto sulle rive del Caistro, il fiume che bagnava la sua città natale, alle cui foci anzi essa era costruita. E in quel correre continuo, incessante delle acque verso il mare egli vide raffigurato il passare e il fuggir delle cose. Abbiam detto che i filosofi ionici aveano già osservato che tutto nel mondo cangia, tutto *diviene*. Eraclito è quegli che dà a questo concetto la sua espressione più filosofica e più profonda. Tutto scorre, *πάντα ρεῖ, πάντα χωρεῖ* è il motto che di lui ci riferisce Platone. Nulla v'ha di stabile, di fisso nel mondo; anche là dove a noi sembra quiete e riposo, non c'è che flusso e cangiamento continuo. Perciò, egli dice, non puoi tuffarti due volte nello stesso fiume (Plat. *Cratyl.* pr. 402 A). Anzi, mentre ti bagni, scorre intorno a te un'acqua sempre diversa, perennemente nuova e rinnovellata. Egli dà al suo pensiero questa forma pa-

---

[1] Il fram. 34 dice veramente: " Quelli che ascoltano senza comprendere son come i sordi: ad essi s'applica il detto, *essendo presenti sono assenti* ".

[2] *ὅσων ὄψις ἀκοὴ μάθησις, ταῦτα ἐγὼ προτιμέω.* Invece d'intendere col Diels: " Io preferisco tutto ciò che si può vedere, udire e imparare ", io intendo: " Do la preferenza a tutto ciò di cui la vista e l'udito è l'apprendimento (che si può imparare o apprendere colla vista e coll'udito) ".

Digitized by Google

radossale: Noi discendiamo e non discendiamo nello stesso fiume, noi siamo e non siamo (49ª). Ossia noi *crediamo* di discendere nello stesso fiume, ma *in realtà* non vi discendiamo, perchè egli ad ogni momento si cangia, diventa un altro, non rimanendo lo stesso che nell'apparenza superficiale; noi *siamo* ad ogni momento, benchè *si cessi di essere* e quindi *non siamo* più quello che eravamo un momento prima; ogni momento dunque ciascuno di noi, come il fiume, si rinnova e diventa un altro. *Vivre c'est naître et mourir à chaque instant*, dice anche Victor Hugo. Ecco come il sapiente sa leggere nel profondo della Natura.

Ora, fra tutte le materie primitive, fra gli elementi che gli antichi conoscevano, il fuoco era quello meglio adatto ad esprimere il significato di questo movimento, di questo cangiamento continuo delle cose. Il fuoco, divora, consuma; ma nello stesso tempo restaura e crea. E il mondo, nell'alterna vicenda dei suoi mutamenti, è appunto costruzione e distruzione, distruzione e costruzione. Il fuoco come divora e consuma, così restaura e crea, perchè se è fuoco quello che crepitando incenerisce in pochi istanti una casa e in poche ore un villaggio o una città, è fuoco anche il calore del sole che avviva la terra dopo le tenebre della notte, sveglia le radici dal torpore invernale, dà il verde ai prati e agli alberi e fa biondeggiar di messi i campi: è fuoco anche l'alito da cui l'uomo e tutti gli animali hanno la vita; i cadaveri sono freddi. La Natura non solo cangia continuamente, ma passa da un contrario all'altro. Basterebbe l'opposizione di luce e di tenebre, di giorno e di notte: eppure quanti l'hanno saputa cogliere e comprendere nella sua vera essenza? Esiodo era un poeta molto noto, come Omero; ebbene di lui, che pure scrisse un poema sulle *Opere* e i *Giorni*, dice Eraclito: Maestro a molti è Esiodo, e si crede che sapesse molte cose, egli che non capì il giorno e la notte (57)! Ma di queste opposizioni se ne possono enumerare quante si vogliono in natura: vivo e morto, freddo e caldo, estate e inverno, pace e guerra, sazietà e fame, salute e malattia, bene e male, e via di seguito. Ora le cose e gli esseri non solo passano insensibilmente dall'una all'altra di queste opposizioni; ma si deve anche riconoscere che senza l'una l'altra non sarebbe, che esse sono dunque intimamente congiunte e inseparabili, ossia sono reciprocamente l'una condizione dell'altra. Qui Eraclito abbonda in

Digitized by Google

esempi. La malattia è appunto quella che fa desiderabile la salute; così la fame ci fa desiderare e gustare la sazietà, la fatica il riposo (111). Se non ci fosse l'ingiustizia, come gli uomini potrebbero conoscere il nome e il valore della giustizia e del diritto? Se non ci fosse il male, che significato avrebbe il bene? Si può anzi osservare che molte volte il bene si ottiene col male e viceversa. I medici, p. es., curano spesso i malati col ferro e col fuoco: cauterizzano, oggi si direbbe, e fanno amputazioni (58). E quello che noi giudichiamo bene, la ricchezza e la potenza ad esempio, quante volte non è a noi cagione di male! Non è bene, dice perciò Eraclito, che avvenga agli uomini tutto ciò che essi desiderano (110): la ricchezza ci può far molli e dissoluti, la potenza arroganti e crudeli.

Del resto, continuando il pensiero di Eraclito, si può dire che in natura la morte di una cosa è la vita dell'altra, ogni cosa cioè *vive la morte* e *muore la vita* d'un'altra (36, 62, 77). Noi abbiam visto che gli elementi, l'aria, l'acqua, la terra, il fuoco, passano continuamente l'uno nell'altro; ciò esprime Eraclito dicendo che la morte del fuoco è la vita dell'aria, ossia il fuoco muore per nascere come aria, l'aria muore per nascere come acqua e via dicendo; o anche l'aria vive la morte del fuoco, l'acqua vive la morte dell'aria e simili. Ma c'è ancora di più. Non solo le cose passano successivamente nei loro contrari; qualità contrarie possono anche sussistere contemporaneamente nelle stesse cose. Prendete, dice Eraclito, l'acqua di mare: per i pesci è potabile e salutare, per gli uomini imbevibile e funesta: dunque è nello stesso tempo pura e sozza, buona e cattiva (61). A è buono con B, ma è cattivo nello stesso tempo con C, A è giovane rispetto a B, ma è vecchio rispetto a C. A è nello stesso tempo vecchio di corpo e giovane di mente o vecchio di mente e giovane di corpo.

Qual è la conclusione di tutto ciò? Se avviene che le cose non solo passino *successivamente* da uno stato a uno contrario per acquistare così un senso e un significato, ma che i contrari *coesistano*, esistano cioè *contemporaneamente* nella stessa cosa, vuol dire che i contrari si riducono necessariamente ad unità: che la saggezza consiste nel riconoscere appunto l'unità al di sotto di tutte le contrarietà e di tutte le opposizioni. Non ascoltando me, ma la ragione, dice Eraclito (50), dovete convenire che

Digitized by Google

tutto è uno. Stolti sono quelli che non comprendono come ciò che è contrastante sia in sè concordante, come l'unità, la concordia, l'armonia non si possono ottenere se non per mezzo del contrasto. Ora noi scorgiamo qual era il pensiero profondo che si presentava a Eraclito nelle sue solitarie contemplazioni della Natura, e perchè in questa egli non si voleva fermare alle semplici sensazioni della vista o all'opinione comune degli uomini. Che anzi in un frammento l'occhio è detto ingannatore e l'opinione o presunzione volgare una specie di epilessia o di mal caduco (46). Egli è che l'occhio dell'uomo comune vede dappertutto i contrasti, le opposizioni, le disarmonie nella Natura e non sa risalire all'unità e all'armonia, nè sa spiegarsi come queste non siano possibili senza di quelle. Per questo verso, strano e maraviglioso a dirsi, aveano un'anima barbara (incapace cioè di *leggere* nei dati della sensazione e di intender la *parola* della Natura) anche Esiodo e Omero.

Esiodo, lo abbiam veduto, non conobbe, secondo Eraclito (57), il giorno e la notte, benchè avesse scritto un poema sulle *Opere* e i *Giorni*; e perchè non li conobbe? Perchè non capì che, malgrado la loro opposizione, sono una sola cosa (*ἔστι γὰρ ἕν*). Sono una sola cosa e stessa cosa, perchè dipendono dalla stessa causa, e se non ci fosse l'uno non ci sarebbe l'altro; perchè possiamo aggiunger noi con cognizione d'esperienza, nello stesso tempo che in una parte della terra è giorno, in un'altra è notte. Omero poi ebbe il torto di augurarsi che la discordia scomparisse dal mondo degli uomini e degli dei, senza comprendere che qualora il suo augurio si avverasse, il mondo (che è, secondo la parola greca *κόσμος*, ordine, armonia) cesserebbe di esistere, perchè non vi può essere armonia senza disarmonia. Al concetto fondamentale di Eraclito allude anche Aristotele con quelle parole del *De mundo* 59: La Natura procede per gli opposti, e da essi, non già dagli uguali, ricava l'armonia; così, per esempio, unisce il sesso mascolino col femminile che sono opposti e non uguali. E l'Arte imita in questo la Natura. La Pittura mescola sulla tavolozza colori opposti, il bianco e il nero, il giallo e il rosso, per riprodurre nella sua integrità l'originale; la Musica mescola toni alti e bassi, brevi e lunghi in diverse voci per ottener l'armonia.

Questa unificazione o conciliazione dei contrari, questa che

Digitized by Google

potremmo chiamare con brutta parola *armonizzazione delle disarmonie,* è la *legge* suprema della Natura. Perchè Eraclito è il primo che arriva al concetto di *legge naturale.* Si badi che il concetto più antico di legge è quello di costume, norma o legge civile (*νόμος* in greco): legge cioè posta dagli uomini per la convivenza sociale. Eraclito intravide che c'è una legge profonda, un *λόγος*, anche nella Natura: e il significato profondo di *λόγος* è *ratio,* cioè *misura, ragione, proporzione.* C'è un frammento che dice: Questo mondo, lo stesso per tutti gli esseri, non lo fece alcuno degli uomini o degli dei, ma sempre fu ed è e sarà. Fuoco eternamente vivo che con *misura* (*μέτρα*) si accende e con misura si spenge (30). Tutto è dunque contenuto in Natura entro certi limiti: la distruzione non può andare più in là del termine segnato per la ricostruzione: le disarmonie non possono svolgersi fino al punto da non render più possibile l'armonia. C'è un altro frammento che dice: " Il sole non sorpasserà la sua *misura*: altrimenti lo sapranno raggiungere le Erinni, ministre della Giustizia „ (94). Che vuol dir ciò? Il sole non si allontanerà troppo dalla terra in modo da rendere impossibile il riscaldamento, nè si avvicinerà troppo in modo da bruciarla. Non è ammissibile nè il caso di Fetonte, nè l'inverso. Vegliano al mantenimento dell'ordine le Erinni, che Eraclito chiama appunto ministre anzi sgherri della Giustizia, servendosi di un mito popolare per indicar l'impero del *λόγος*, l'imprescindibilità, la *necessità* della legge. L'opposizione di giorno e notte è necessaria all'armonia del mondo, non si può dunque ammettere nè un giorno eterno, nè una notte eterna.

Ho rammentato più sopra fra i Milesi, che hanno preceduto Eraclito, Anassimandro. Di lui c'è stato tramandato un frammento (Diels, *Anax.* 9) che dice così: " Principio di tutte le cose è l'Indeterminato o l'Infinito, e là donde le cose hanno avuto origine debbono per necessità ritornare, poichè esse si pagano l'una all'altra il fio e la pena della loro ingiustizia secondo l'ordine del tempo „. Misterioso frammento che è stato molto discusso, ma infine non può essere interpretato se non in un modo. Gli esseri, nascendo, entrando cioè nella serie del tempo, si fanno ingiustizia l'uno all'altro, in quanto che l'uno vive alle spese o ai danni dell'altro, si rubano, per così dire, vicendevolmente la materia e la sostanza della vita; il ritorno nell'unità primitiva è

Digitized by Google

dunque il ristabilimento della giustizia. Ebbene Eraclito ha un'idea perfettamente opposta: davanti a quello che si potrebbe chiamare il trascendentalismo o misticismo di Anassimandro, egli è un realista dichiarato. Infatti, per lui lo svolgersi della lotta e della contradizione nel seno dell'Unità primitiva è conforme a necessità e giustizia. Poichè l'unità che è armonia non può risultare che dalla moltiplicità e dalla disarmonia. Le Erinni, per riprendere il mito di cui più sopra s'è dato un cenno, intervengono solamente per far pagare la pena e il fio quando si oltrepassino i limiti segnati dalla *legge* alle opposizioni e alle contradizioni inerenti alla natura delle cose e necessarie al loro ritmo. Ma esse potrebbero anche col loro scudiscio mettere in moto le cose che si rifiutassero di entrare nel turbine e nel vortice della realtà, per riposare all'ombra infeconda della Pace e del Quietismo; potrebbero anche mettere in moto il Sole, se gli saltasse in mente, come immagina il Leopardi nel suo dialogo che s'intitola da Copernico, di starsene a suo bell'agio, tralasciando la diurna fatica. A questo proposito si può citare il frammento eraclitèo (11): " Tutto ciò che striscia sulla terra va al pascolo sotto la sferza del Dio „ [1].

Tutto nel mondo degli uomini avviene come nel mondo della Natura. Se qui la discordia e la contradizione è indispensabile, là è indispensabile la guerra. Ecco il famoso passo di Eraclito (53): " La guerra è madre di tutte le cose, di tutte

---

[1] *πᾶν γὰρ ἑρπετὸν (θεοῦ) πληγῇ νέμεται.* — *ἕρπω* non è forse tradotto bene qui per *strisciare*, sebbene anche il Diels traduca col v. tedesco *kriechen*: *πᾶν ἕρπετον* indica in generale ogni bestia, ogni animale. *Every beast is tended with blows*, traduce infatti il Burnet. Il senso del frammento è reso manifesto da quel che precede nel luogo di Aristotele (*de mundo* 6, p. 401ª, 8): " Fra gli animali e i selvaggi e i domestici e quelli, che pascono nell'aria e sulla terra e nell'acqua, nascono, crescono e muoiono obbedendo agli ordini del Dio „. Vuol dire dunque che nessuno degli animali si può sottrarre alla *legge divina*, e quando ricalcitrasse sarebbe costretto colla sferza. Riferendoci all'ora del mattino, quando gli animali sono svegliati per esser condotti al pascolo anche se ricalcitranti perchè pigri o mezzo assonnati (*ἕρπω* significa anche *camminare a stento e penosamente* e si dice di malati o di fanciulli), e perciò sono spinti avanti colla sferza, si potrebbe forse vedere qui un'analogia col concetto fondamentale che ispira il *Cantico del gallo silvestre* del Leopardi: Su, mortali, destatevi: il dì rinasce, sorgete, ripigliatevi la soma della vita, ecc.

Digitized by Google

le cose regina: essa gli uni ha designati come *dei*, gli altri come *uomini*: gli uni come *schiavi*, gli altri come *liberi* „. Se la prima parte potrebbe far interpretare questo frammento anche in senso puramente fisico e cosmologico, la seconda manifestamente ci obbliga a intenderlo in senso etico e politico. Quelli che qui Eraclito chiama *dei* sono gli eroi morti in battaglia. In un suo frammento (24) si legge: " Gli dei e gli uomini onorano i caduti in guerra „, e in un altro (25): " Morte più grande riceve più gran premio (ottiene più gran sorte, bisticcio nel testo fra *μόροι* e *μοίρας*) „. Gli schiavi sono i prigionieri di guerra e i loro discendenti; i liberi sono i loro vincitori e padroni. La guerra dunque mettendo le forze alla prova, fa una selezione tra i forti e i vili, tra i potenti e i deboli, fonda lo stato e organizza la società. Essa crea le classi sociali e le permuta secondo la vittoria o la sconfitta: quelli che oggi sono padroni possono domani diventar servi, e viceversa.

Poichè ho qui ricordato gli uomini e gli dei, citerò un altro passo di Eraclito (62) che dice così: " Gli immortali sono mortali, i mortali immortali: essi vivono scambievolmente la loro morte e muoiono la loro vita „. Noi abbiamo qui al solito l'unione di termini contrastanti, *mortali* e *immortali*, *vita* e *morte*; ma che vuol dir ciò? L'anima, principio di calore e di vita, è, secondo Eraclito, fuoco; e morte è per l'anima diventar acqua (36). Quanto più l'anima è secca, asciutta, ignea, tanto più è saggia, forte, vivace (118). Del che Eraclito vedeva una conferma nel fatto che l'uomo ubriaco non è più *compos sui*, e deve farsi condurre da un bambino perchè non sa più dove vada, avendo l'anima umida (117). Il vizio, la mollezza, la malattia producono lo stesso effetto; l'anima diventa sempre più umida e muore, perde cioè il calore e col calore la forza vitale. Ma se questa è una morte per difetto, c'è anche una morte per eccesso. La morte dell'eroe in battaglia non è la stessa di chi finisca la vita nei languori dell'ozio e della crapula o in una malattia esauriente e consuntiva (136); è la morte che coglie nel fior della vita, nel colmo dell'entusiasmo e della forza. L'anima allora diventa tutto fuoco, brucia per così dire in sè stessa, *arde con fiore*, per usare una non so più quale frase greca. E allora l'uomo diventa Dio; il Dio vive dunque la morte dell'uomo. Ma poichè è nella natura delle cose che tutto si tras-

Digitized by Google

formi e che, come dice Eraclito (126), l'ardore si raffreddi, il freddo si riscaldi, l'umido si asciughi e l'asciutto si inumidisca, la divinità così intesa non è che un vertice, un culmine da cui tosto si discende; il dio dura tanto quanto la purissima fiamma; il suo corpo ritorna terra, vil polvere, oscura cenere, e da queste può risorgere una qualunque altra creatura mortale, un uomo, p. es., comune e mediocre; l'uomo vive dunque la morte del dio. — O anche: l'eroe *muore* come tutti gli altri uomini, ma vive *immortale* nella memoria dei suoi concittadini; e questi debbono a lui e al suo generoso sacrifizio l'esser rimasti in vita e aver salvo lo stato dall'invasione nemica. Mai forse sarebbe stata celebrata così più splendida apoteosi dei morti in guerra; e non è forse vero che anche noi quanti siamo superstiti del recente immane conflitto europeo anzi mondiale, *viviamo* in certo qual modo la *morte* dei nostri eroi che son caduti per noi sui campi di battaglia?

Sul ciclo delle trasformazioni, in cui, come ogni altra più vile cosa, possono esser travolti i resti mortali dell'eroe, si ricordino anche le parole di Amleto:

> . . . La mente a immaginar non vale
> La nobil polve d'Alessandro usata
> Il cocchiume a turar di vecchia botte.
> . . . . . .
> . . . Alessandro, io dico, è morto,
> Alessandro è sepolto e tornò in polve:
> La polve è terra e della terra istessa
> Si fa l'argilla. Non potrebbe forse
> Codest'argilla in ch'egli fu converso,
> Fesso baril di birra aver turato?
> — Cesare imperator fatto cemento
> Ora un breve pertugio appena serra:
> La creta che tremar fece la terra
> Difende un muro dal fischiar del vento. —

Abbiam veduto che nella Natura vige una *legge* profonda che è l'anima delle cose, perchè ne segna i limiti e ne compone i contrasti; or bene anche la *legge* domina e governa la società umana. Dice un frammento (44): " Conviene che il popolo combatta per la legge (*νόμος*) come per le mura „. E un altro (43): " Conviene spengere l'oltracotanza (*ὕβρις*, tutto ciò che oltrepassa

Digitized by Google

la misura, cioè la legge) più presto che un incendio „. Tutte le leggi umane (*ἀνθρώπειοι νόμοι*) si nutrono di una sola legge, della legge divina, che domina e governa l'universo mondo della Natura (114). Il *νόμος* s'identifica dunque, nella sua vera essenza, col *λόγος*.

Questa legge universale, comune a tutti gli esseri e a tutte le cose, è scritta nel cuore dell'uomo; ma gli uomini molto spesso la dimenticano per seguire una loro ragione individuale che non può condurli se non all'errore e alla follia. Dice precisamente Eraclito (2): " Bisogna seguire ciò che è comune, poichè ciò che è comune è universale: e pure essendo la ragione, cioè la legge, universale, i più vivono come se avessero una loro propria intelligenza individuale „. Qualcuno ha inteso questo frammento nel senso che Eraclito predicasse l'ossequio al senso comune. Nulla di più falso. Il *comune*, l'*universale* su cui Eraclito insiste è qualche cosa di molto diverso dalla pubblica opinione, per la quale egli ha anzi il massimo disprezzo: Eraclito è antidemocratico per eccellenza. I pensieri della maggior parte degli uomini sono per lui giuochi di fanciullo (70): li avverte spesso di non agire e parlare come i dormienti (73). Un suo frammento (104) dice: " Poichè qual è il loro senso e la loro ragione? Credono ai cantastorie girovaghi e pigliano per guida la moltitudine, la plebe. Ma essi non sanno che i più sono malvagi e solamente i pochi sono buoni „.

Il *comune*, l'*universale* su cui Eraclito tanto insiste è la gran legge di natura, che, pur essendo la cosa più intima, più familiare all'uomo, diventa a lui giorno per giorno più lontana ed estranea (72). Essa è immortale, e l'uomo per quanto la fugga non può sottrarsi a lei: come si può, dice con sublime parola Eraclito, nascondersi a ciò che mai non tramonta? (16). Il saggio solo può ritrovarla in sè stesso nella meditazione e nel raccoglimento; ma benchè egli debba confessare che a tutti gli uomini è dato di conoscere sè stessi e di raggiungere così la sapienza e la verità (116), di sè solo può dire con sicurezza e con orgoglio: Ho ricercato, ho indagato me stesso.

Il saggio, dice chiaramente Eraclito, è separato da tutti (108). I voti per lui non si contano, ma si pesano: " uno per me vale diecimila, se è il migliore „; sono sue testuali parole (49). E altrove: " È conveniente seguire il parere di un solo „ (33).

Digitized by Google

Nelle guerre civili dell'epoca egli abbracciò naturalmente il partito aristocratico, e arrivò a dire dei suoi concittadini: " Gli Efesii farebbero bene ad impiccarsi uno per uno e abbandonare la loro città agli infanti, essi che hanno cacciato via Ermodoro con queste parole: *Fra noi non ci dev'essere nessun uomo eccellente; se c'è, vada altrove e presso altri uomini* „ (121). Questo Ermodoro bandito dalla folla efesia dovette essere veramente un uomo insigne, se, come alcuni credono, egli è quell'Ermodoro, alle cui cognizioni giuridiche i redattori della legge romana delle 12 Tavole fecero appello; onde la sua memoria sarebbe stata onorata di una statua, che Plinio dice di aver veduta.

Eraclito combatte anche la religione popolare, e giunse a dire di Omero, il poeta nazionale, in cui i miti della Grecia aveano trovata la più splendida espressione: " Omero dovrebbe esser cacciato dal pubblico agone e preso a staffilate come Archiloco „ (42). La coscienza filosofica comincia già con Senofane a muover dubbi sulla realità delle creazioni mitiche, ed Eraclito sente già il bisogno di inalzarsi a un concetto più puro e più razionale della divinità. Noi abbiam già veduto che egli riconosceva come dei o demoni le anime dei grandi morti, degli eroi caduti in guerra; ma, benchè il loro culto possa continuare indefinitamente nella memoria degli uomini, essi non sono, come s'è visto, in sè e nel loro essere particolare considerati, per usare una frase del Leibniz, che spiriti o divinità momentanee: non sono cioè che l'apice d'una vita, da cui, per la legge della trasformazion delle cose, tosto si discende. Il vero Dio supremo invece è per Eraclito l'Unità che sa, compendia e concilia tutte le contrarietà e tutte le opposizioni, come risulta da quel passo: " Dio è Giorno-Notte, Estate-Inverno, Guerra-Pace, Sazietà-Fame „ (67). Egli si trasforma come il Fuoco, rimanendo uno nella molteplicità delle sue trasformazioni. E questo principio, questa fonte e origine prima di tutte le cose e di tutti i mutamenti vuole (è detto in un altro frammento, il 32°) e non vuole esser chiamato col nome di Giove: vuole, se si prende in prestito dalla tradizione popolare soltanto il nome per indicare il Dio Supremo, padre degli uomini e degli dei (" Sommo Giove „ diremmo noi nel significato di Dante); non vuole, se col nome si trasporta anche la leggenda mitica e antropomorfica che i poeti, specialmente Omero, hanno elaborata. Eraclito combatte anche i riti

Digitized by Google

e le cerimonie della religione popolare: è il primo iconoclasta perchè l'adorazione delle immagini equivale secondo lui a dialogizzare colle muraglie (5): rimprovera ai suoi concittadini di purificarsi dal sangue dei delitti col sangue dei sacrifici, come se un uomo insozzato di fango volesse lavarsi col fango (5). Tutto ciò che piace al gran pubblico e fa entrar nelle sue grazie non trova accoglienza presso di lui. Anche nell'istruzione egli preferisce all'ornamento esteriore dello spirito e alla moltiplicità delle cognizioni la formazione interiore della mente. Un suo frammento dice (40): " La polimatia, cioè l'apprendimento o lo studio di molte cose, non insegna ad avere una mente, altrimenti l'avrebbe insegnato a Esiodo, a Pitagora, a Senofane, a Ecateo „. E queste erano le grandi personalità del tempo: Pitagora il filosofo matematico, Senofane il filosofo-rapsodo, Esiodo il poeta georgico che abbiam già più volte nominato, Ecateo lo storico e geografo.

Eraclito fu dunque un solitario che visse nell'appartata e meditabonda serenità del suo pensiero. Ma la sua non fu la solitudine dell'uomo bisbetico, vano e presuntuoso; fu quella che con la celebre frase del Byron potrebbe chiamarsi la solitudine dei Re. I suoi contemporanei si vendicarono di lui chiamandolo *ὁ σκοτεινός*, l'oscuro, l'incomprensibile, e la leggenda si compiacque a presentarlo come l'*uomo che piange*.

E senza dubbio egli, come tutti i grandi pensatori, conobbe il dolore. Già la sua fine lo attesta. Stanco del giogo popolare, dice il Gomperz, abbandonò la sua città insozzata d'arbitrio e d'ingiustizia, si ritirò nella solitudine dei boschi sulle montagne e vi finì i suoi giorni, dopo aver deposto nel tempio di Artemide, il famoso santuario di Efeso, il rotolo di papiro ove avea consegnato il frutto di una vita di pensiero da lasciarsi in eredità ai posteri. Ma anche nella sua concezione filosofica sono palesi orme di pessimismo. Tutto questo permutarsi delle cose, tutto questo andare di qua e di là, di su e di giù, tutto questo salire e scendere gli apparisce qualche volta come un gioco. C'è un suo frammento, il 52°, che dice: " Il tempo è come un fanciullo che giuoca e pone or qua or là le pedine „. Noi abbiamo infatti veduto che nel mondo i morti e i vivi, gli uomini e gli dei cangiano continuamente di luogo come le pedine in una scacchiera. Il frammento termina con queste parole, *παιδὸς ἡ*

Digitized by Google

βασιλήη: Reggimento, governo d'un fanciullo! Poichè il mondo si svolge nel tempo, e il tempo altro non è che un fanciullo che giuoca. Anche nel nostro Leopardi troviamo l'oprar della Natura paragonato al giuoco d'un fanciullo:

> Quale un fanciullo con assidua cura
> Di fogliolini o di fuscelli, in forme
> O di tempio o di torre o di palazzo,
> Un edificio innalza; e, come prima
> Fornito il mira, ad atterrarlo è volto,
> Perchè gli stessi a lui fuscelli e fogli
> Per novo lavorìo son di mestieri;
> Così natura ogni opra sua, quantunque
> D'alto artificio a contemplar, non prima
> Vede perfetta, che a disfarla imprende,
> Le parti sciolte dispensando altrove.
>
> (*Palinodia*, v. 154 e seg.).

In un'altra ora grigia l'insonne agitazione o rimescolamento delle cose gli ispira questo tetro pensiero (124): " Il mondo è come un mucchio di quisquilie e di ciarpami agitato a caso dalla scopa „. Il mondo che per i Greci è *κόσμος*, ordine, bellezza! Era comune in Grecia la bevanda detta *κυκεών*, composta di vino, miele, farina d'orzo e formaggio tritato. Eraclito la nomina in quel passo (125), dove dice: " Anche il *κυκεών* si scompone se non è agitato „, alludendo ancora una volta alla necessità dell'eterno movimento e rimescolamento delle cose. Or bene Luciano, il famoso satirico greco di un'età assai posteriore, introduce Eraclito a parlar così: " Io reputo, o straniero, dolorose e lamentevoli le sorti degli uomini e tali da esser sempre esposte al più triste fato; perciò li compiango e ne ho pietà. Se il presente è brutto, il futuro sarà anche peggiore. Soprattutto di questo piango, che nulla è stabile, ma, come nella bevanda detta *κυκεών*, tutte le cose si mescolano ed è la stessa cosa il piacere e il dolore, la morte e la vita, il sapere e l'ignoranza, il grande e il piccolo, l'inferiore e il superiore, portati in giro e cangianti di posto nel gioco del tempo „ (*Vit. auct.* 14).

Chi non ricorda la scena dell'*Amleto* di Shakespeare, quando il Re rivede Amleto dopo l'uccisione di Polonio, il padre della povera Ofelia, e gli domanda, *dov'è Polonio*? Amleto risponde:

Digitized by Google

A cena. E il Re: *A cena? Dove?* — *In un luogo,* replica Amleto, *dove non si mangia, ma si è mangiati. Un certo sciame di vermi politici è intorno a lui. Il verme è il nostro solo imperatore, l'arbitro del convito. Noi ingrassiamo tutte le creature per ingrassarci, e, quando siam diventati grassi, ingrassiamo le larve. Re grasso e mendicante magro non sono che una varietà nel servizio. Due piatti per una sola tavola: ecco la conclusione.*

In queste parole del triste e malinconico principe di Danimarca, come in quelle che di lui abbiam più sopra riferite, noi abbiamo ancora un eco del pensiero di Eraclito.

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 3 Febbraio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. C. F. PARONA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Herlitzka, Pochettino e il Segretario Mattirolo.

Scusa l'assenza il Presidente Senatore Ruffini.

Il Segretario dà lettura del verbale della adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica una Circolare della *Unione Geografica Internazionale* colla quale si annunzia all'Accademia che, per iniziativa di S. M. Fouad 1°, Re d'Egitto, si terrà al Cairo nel 1925 un *Congresso Internazionale di Geografia*, al quale ha aderito anche il Consiglio internazionale per le Ricerche.

Egli comunica inoltre una lettera dei figli del Professore H. J. Hamburger dell'Università di Groninga, colla quale dànno l'annunzio della morte del loro genitore avvenuta il giorno 4 gennaio. Il Presidente ricorda che il Prof. Hamburger era nostro Socio corrispondente della Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata. Il Socio Herlitzka, associandosi alle parole di rimpianto espresse dal Presidente, deplora la perdita di questo eminente scienziato che fra i meriti grandissimi ebbe

Digitized by Google

pur quello di essere stato fra i primi ad applicare agli studii Fisiologici le dottrine della Fisico-chimica. Capo venerato di una Scuola informata ai più moderni concetti scientifici, ha dato alla Scienza buon numero di valenti scolari. Organizzatore per eccellenza, aveva elevato il suo Laboratorio ad un grado tale di illuminata e sapiente organizzazione da essere considerato come uno dei primi del mondo. Il Socio HERLITZKA esprime il desiderio che alla famiglia siano espresse ufficiali e profonde condoglianze dall'Accademia.

Il Presidente presenta all'adunanza il volume del M. R. Don Alberto DE AGOSTINI dal titolo: *I miei viaggi nella Terra del Fuoco*, che l'autore invia in omaggio all'Accademia.

Il Presidente ricordando come questa opera sia stata già presentata alla seduta del 27 gennaio della Classe di Scienze morali, dà comunicazione delle parole che ad essa si riferiscono e che furono consegnate in verbale. Egli però rilevando i pregi eccezionalissimi di questa opera importante dal punto di vista geografico ed etnografico, elogia l'autore che ha saputo renderla preziosa per le geniali osservazioni geologiche e per le ricerche da lui fatte nel campo della Botanica e della Zoologia. Ai ringraziamenti già espressi all'autore dalla Classe morale, unisce anche quelli che egli desidera esprimere nel nome della nostra Classe.

Viene in seguito presentato in omaggio dal Cav. Aldo CRESPI di Milano uno studio dal titolo: *Il moto oscillatorio pendolare e le ideali celesti rivoluzioni.*

Il Socio PANETTI, nel nome del suo assistente Ing. Antonio CAPETTI, presenta alcuni lavori dai titoli seguenti:

1) *Il Saggio meccanico dei lubrificanti.*

2) *Elementi pel calcolo dei Turbocompressori.*

3) *Contributo allo studio del flusso nei cilindri dei motori veloci.*

4) *Considerazioni sul bilancio termico della motrice a vapore e sulla influenza del surriscaldamento del vapore.*

Digitized by Google

Terminata la presentazione degli omaggi, il Socio SOMIGLIANA riferisce in merito ad una sua Nota, *Intorno ad alcune questioni di elastostatica.*

L'A. richiama l'attenzione dei cultori della Scienza delle costruzioni sulla utilità che può ricavarsi dall'uso della serie di soluzioni delle equazioni della statica elastica, che hanno forma di funzioni omogenee, razionali, intere e che sono analoghe alle armoniche della teoria del potenziale.

Di queste soluzioni l'A. studia alcune equazioni che sono le più semplici e generali.

La Nota del Socio SOMIGLIANA è accolta per gli *Atti*.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata, procedette alla nomina del suo Direttore, e venne riconfermato per un secondo triennio, salva l'approvazione Sovrana, il Socio Corrado SEGRE.

Digitized by Google

LETTURE

Intorno ad alcune questioni di elastostatica

Nota 1ª del Socio nazionale residente CARLO SOMIGLIANA

I.

Una recente Nota del prof. L. Burgatti (1) ha richiamato alla mia memoria alcune formole di cui mi sono valso molti anni fa per rappresentare gli integrali delle equazioni della statica elastica, poichè mediante di esse si può risolvere immediatamente non solo il problema di cui tratta il prof. Burgatti, ma anche altri analoghi assai più generali.

Quelle formole d'altra parte rientrano come caso speciale in altre già indicate da Cauchy per rappresentare gli integrali di un sistema qualsiasi di equazioni lineari di 2° ordine, omogenee a derivate parziali, con coefficienti costanti, mediante funzioni indipendenti, che siano integrali di una stessa equazione, la così detta *caratteristica*.

Ma nel caso delle equazioni dell'equilibrio dei corpi isotropi quelle formole assumono una forma estremamente semplice, ed anche la equazione caratteristica, anzichè essere di 6° ordine, come avviene in generale per i sistemi di tre equazioni con tre funzioni incognite, si riduce ad essere di 4° ordine, e non è altro che l'equazione biarmonica.

Se indichiamo con U, V, W tre funzioni biarmoniche, tali cioè che

$$\Delta_2 \Delta_2 U = 0 \quad \Delta_2 \Delta_2 V = 0 \quad \Delta_2 \Delta_2 W = 0$$

(1) P. Burgatti, *Sopra una soluzione molto generale delle equazioni dell'equilibrio elastico.* " Rendiconto delle sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna „, Anno accademico 1922-23.

Digitized by Google

e poniamo per le componenti u, v, w del vettore spostamento $\boldsymbol{s}$,

$$(1)\quad u = \alpha \frac{\partial H}{\partial x} + \Delta_2 U, \quad v = \alpha \frac{\partial H}{\partial y} + \Delta_2 V, \quad w = \alpha \frac{\partial H}{\partial z} + \Delta_2 W,$$

ove α è una costante e

$$H = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}$$

si vede subito che le equazioni dell'equilibrio elastico, quando le forze di massa sono nulle,

$$(\lambda + \mu)\,\text{grad div}\,\boldsymbol{s} + \mu \Delta_2 \boldsymbol{s} = 0\,,$$

sono soddisfatte se la costante α verifica l'equazione

$$(\lambda + \mu)(\alpha + 1) + \mu\alpha = 0 \qquad \text{cioè} \qquad \alpha = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu}\,;$$

λ, μ sono le costanti di Lamé [1].

Di qui risulta immediatamente che prendendo per U, V, W delle biarmoniche che siano funzioni omogenee razionali intere, di un certo grado n, le u, v, w risulteranno, per le formole (1), razionali intere parimenti omogenee, di grado $n - 2$. Similmente le componenti di deformazione e di tensione saranno razionali intere di grado $n - 3$.

Ora il problema che si è proposto, e che ha risolto, il professore Burgatti è quello di trovare le deformazioni per le quali le espressioni

$$\Delta_2 X_x\,, \quad \Delta_2 Y_y\,, \quad \Delta_2 Z_z\,, \quad \Delta_2 Y_z\,, \quad \Delta_2 Z_x\,, \quad \Delta_2 X_y\,,$$

cioè i secondi parametri differenziali delle componenti di tensione siano delle costanti. Ora è chiaro da quanto precede che ciò avverrà tutte le volte che per U, V, W prendiamo delle funzioni biarmoniche di grado 5, poichè in generale le espressioni $\Delta_2 X_x, \ldots \Delta_2 X_y$ sono di grado $n - 5$, quando le U, V, W sono di grado n.

---

[1] Somigliana, *Sulle equazioni dell'elasticità.* "Annali di Matematica".

Digitized by Google

Il problema del Burgatti è quindi suscettibile di una soluzione immediata assai semplice.

Ma in modo perfettamente analogo potremmo risolvere anche il problema generale di trovare le deformazioni per cui i Δ_2 delle tensioni siano funzioni razionali intere omogenee, o non omogenee, di qualunque ordine, o tali siano le tensioni o le deformazioni, od i loro parametri differenziali di qualunque ordine. Non esistono quindi, in conseguenza delle formole (1), difficoltà di alcuna specie nella risoluzione di problemi di questo genere.

Ma poichè nella forma (1) si possono far rientrare tutti gli integrali delle equazioni dell'equilibrio elastico, come ho dimostrato nella Memoria citata, può essere utile di vedere quali siano le espressioni generali delle componenti di tensione e di deformazione in funzione delle U, V, W, il che porta anche alla forma definitiva di risoluzione dei problemi sopra indicati. Inoltre quando le U, V, W sono omogenee esse vengono a generare delle soluzioni delle equazioni d'equilibrio, che hanno una analogia completa con quelle soluzioni dell'equazione di Laplace che gli autori inglesi chiamano *armoniche solide*, e che costituiscono la base di tutta la teoria delle funzioni sferiche. Esse hanno anche con queste funzioni delle relazioni assai semplici, che cercherò di mettere in evidenza.

Abbiamo anzitutto dalle formole (1), adottando le notazioni di Kirchhoff per le componenti di deformazione,

$$x_x = \alpha \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial x} \qquad y_z = 2\alpha \frac{\partial^2 H}{\partial y \partial z} + \frac{\partial \Delta_2 W}{\partial y} + \frac{\partial \Delta_2 V}{\partial z}$$

$$y_y = \alpha \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial \Delta_2 V}{\partial y} \qquad z_x = 2\alpha \frac{\partial^2 H}{\partial z \partial x} + \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial z} + \frac{\partial \Delta_2 W}{\partial x}$$

$$z_z = \alpha \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Delta_2 W}{\partial z} \qquad x_y = 2\alpha \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \Delta_2 V}{\partial x} + \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial y}$$

e analogamente per le componenti di tensione

$$X_x = \lambda(\alpha + 1)\Delta_2 H + 2\mu\alpha \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + 2\mu \frac{\partial \Delta_2 U}{\partial x}.$$

$$Y_z = 2\mu\alpha \frac{\partial^2 H}{\partial y \partial z} + \mu\left(\frac{\partial \Delta_2 W}{\partial y} - \frac{\partial \Delta_2 V}{\partial z}\right).$$

Digitized by Google

Da queste formole ricaviamo

$$(2)\qquad \begin{cases} \Delta_2 x_x = \alpha \dfrac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial x^2} & \Delta_2 y_z = 2\alpha \dfrac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial y\, \partial z} \\ \Delta_2 y_y = \alpha \dfrac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial y^2} & \Delta_2 z_x = 2\alpha \dfrac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial z\, \partial x} \\ \Delta_2 z_z = \alpha \dfrac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial z^2} & \Delta_2 x_y = 2\alpha \dfrac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial x\, \partial y} \end{cases}$$

e analogamente

$$(2')\qquad \Delta_2 X_x = 2\mu\alpha \frac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial x^2} \qquad \Delta_2 Y_z = 2\mu\alpha \frac{\partial^2 \Delta_2 H}{\partial y\, \partial z}, \text{ ecc.}$$

per cui osservando che

$$x_x + y_y + z_z = \Theta = (\alpha + 1)\, \Delta_2 H$$
$$X_x + Y_y + Z_z = T = (3\lambda + 2\mu)\, \Theta = (3\lambda + 2\mu)(\alpha + 1)\, \Delta_2 H,$$

e sostituendo nelle equazioni precedenti a $\Delta_2 H$ rispettivamente Θ e T, otteniamo

$$\Delta_2 x_x = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} \qquad \Delta_2 y_z = \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y\, \partial z}$$

e anche

$$\Delta_2 X_x = -\frac{2\alpha}{(3\alpha + 2)(\alpha + 1)} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \Delta_2 Y_z = -\frac{2\alpha}{(3\alpha + 2)(\alpha + 1)} \frac{\partial^2 T}{\partial y\, \partial z},$$

che sono formole note della teoria dell'elasticità. Si ha anche

$$\frac{\Delta_2 X_x}{\Delta_2 x_x} = \frac{\Delta_2 Y_y}{\Delta_2 y_y} = \ldots = \frac{\Delta_2 Z_z}{\Delta_2 z_z} = \frac{\Delta_2 Y_z}{\frac{1}{2}\Delta_2 y_z} = \ldots = 2\mu,$$

perciò nei problemi considerati la sostituzione delle componenti di deformazione a quelle di tensione non porta alcuna differenza sostanziale.

Le formole (2) (2') fanno vedere che in generale non possiamo fissare ad arbitrio i valori di $\Delta_2 x_x$, $\Delta_2 y_y$, ... oppure di $\Delta_2 X_x$, $\Delta_2 Y_y$, ... poichè queste espressioni devono essere le derivate seconde di una stessa funzione. Se però sono costanti, esse non sono soggette ad alcuna condizione.

Digitized by Google

Una funzione biarmonica è sempre esprimibile mediante due funzioni armoniche, e noi possiamo porre perciò

$$(3)\quad U=\rho^2 U_{n-2}+U_n,\quad V=\rho^2 V_{n-2}+V_n,\quad W=\rho^2 W_{n-2}+W_n,$$

ove U_{n-2}, V_{n-2}, W_{n-2} sono omogenee armoniche di grado $n-2$, e U_n, V_n, W_n di grado n, e

$$\rho^2 = x^2+y^2+z^2.$$

Sostituendo queste espressioni nelle formole (1) noi possiamo costruire gl'integrali omogenei più generali di grado $n-2$ delle equazioni della statica elastica. Se poniamo, per qualsiasi valore di n,

$$H_n=\frac{\partial U_n}{\partial x}+\frac{\partial V_n}{\partial y}+\frac{\partial W_n}{\partial z}$$

troviamo

$$H=\rho^2 H_{n-2}+H_n+2\,(x\,U_{n-2}+y\,V_{n-2}+z\,W_{n-2})$$

e quindi

$$\Delta_2 H=2\,(2n-1)\,H_{n-2}$$

e le equazioni (2) (2′) prendono la forma

$$\Delta_2 x_x=2\alpha\,(2n-1)\,\frac{\partial^2 H_{n-2}}{\partial x^2}\qquad \Delta_2 y_z=4\alpha\,(2n-1)\,\frac{\partial^2 H_{n-2}}{\partial y\,\partial z},\ \text{ecc.}$$

$$\Delta_2 X_x=4\alpha\mu\,(2n-1)\,\frac{\partial^2 H_{n-2}}{\partial x^2}\qquad \Delta_2 Y_z=4\alpha\mu\,(2n-1)\,\frac{\partial^2 H_{n-2}}{\partial y\,\partial z},\ \text{ecc.}$$

e sono quindi indipendenti dalla terna delle funzioni U_n, V_n, W_n.

Se n fosse negativo le formole precedenti darebbero delle soluzioni delle equazioni d'equilibrio omogenee fratte, che corrispondono ad altrettante di grado positivo, come le armoniche omogenee di grado n e $-(n+1)$.

Digitized by Google

II.

Dalle formole generali di rappresentazione delle componenti di spostamento di una deformazione regolare risulta che queste componenti possono in generale essere espresse mediante serie di funzioni omogenee della stessa specie di quelle che abbiamo considerate. Si presenta quindi naturale lo studio di ciascuna di queste speciali deformazioni per vedere quale contributo ciascuna di esse porti alla deformazione generale.

Una ricerca di questo genere può essere istituita in base alle espressioni (3) delle funzioni U, V, W e prendendo in esse tutti i possibili tipi delle armoniche di grado n ed $n-2$, e costruendo le corrispondenti deformazioni. Quante queste possano essere, lo si vede facilmente osservando che se prendiamo per u, v, w delle funzioni omogenee intere di grado n, e scriviamo che debbano soddisfare alle equazioni d'equilibrio, troviamo, fra i loro $\frac{3}{2}(n+1)(n+2)$ coefficienti, $\frac{3}{2}(n-1)n$ relazioni. La soluzione generale conterrà quindi $3(2n+1)$ coefficienti arbitrari indipendenti, ed altrettanti quindi saranno i tipi di deformazioni di grado n.

Ma può essere più utile a tale intento di trovare dapprima le deformazioni che dipendono da due sole variabili. Consideriamo le equazioni di equilibrio in questo caso

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}+\kappa\Delta_2 u=0 \qquad \frac{\partial\theta}{\partial y}+\kappa\Delta_2 v=0 \qquad \Delta_2 w=0$$

ove

$$\kappa=\frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

e ricordando la forma generale delle armoniche di due variabili omogenee, di grado n, poniamo

$$u=\alpha\rho^2(x+iy)^{n-2}+\beta(x+iy)^n \qquad i=\sqrt{-1}$$
$$v=\gamma\rho^2(x+iy)^{n-2}+\delta(x+iy)^n$$

Digitized by Google

essendo $\rho^2 = x^2 + y^2$ ed α, β, γ, δ costanti. Per la dilatazione cubica θ troviamo

$$\theta = 2(\alpha x + \gamma y)(x + iy)^{n-2} + (n-2)(\alpha + i\gamma)\rho^2(x + iy)^{n-3} + \\ + n(\beta + i\delta)(x + iy)^{n-1}$$

e quindi, poichè θ deve essere armonica,

$$\alpha + i\gamma = 0 \qquad \text{cioè} \qquad \gamma = i\alpha$$

e sarà

$$\theta = [2\alpha + n(\beta + i\delta)](x + iy)^{n-1}.$$

Abbiamo inoltre

$$\Delta_2 u = 4\alpha(n-1)(x + iy)^{n-2} \qquad \Delta_2 v = 4i\alpha(n-1)(x + iy)^{n-2}.$$

Perchè le equazioni d'equilibrio siano soddisfatte, basterà quindi che sia

$$2\alpha + n(\beta + i\delta) + 4\alpha\kappa = 0.$$

Ed a questa equazione possiamo soddisfare ponendo:

1° $\quad \delta = 0 \qquad \beta = -\frac{2}{n}(2\kappa + 1)\alpha.$

2° $\quad \alpha = 0 \qquad \delta = i\beta.$

Abbiamo così due tipi di soluzioni:

I) $\quad u = \rho^2(x + iy)^{n-2} - \frac{2}{n}(2\kappa + 1)(x + iy)^n$
$\qquad v = i\rho^2(x + iy)^{n-2}$

II) $\quad u = (x + iy)^n \qquad v = i(x + iy)^n$

ciascuno dei quali si scinde in due soluzioni reali. In tutto quindi per ogni grado n abbiamo quattro deformazioni, che ponendo

$$(x + iy)^n = U_n + iV_n$$

prendono forma reale assai semplice. Dalle (I) si ha:

Digitized by Google

$$(I') \qquad \begin{aligned} u &= \rho^2 U_{n-2} - \frac{2}{n}(2\kappa+1)U_n & \qquad u &= \rho^2 V_{n-2} - \frac{2}{n}(2\kappa+1)V_n \\ v &= -\rho^2 V_{n-2} & \qquad v &= \rho^2 U_{n-2} \end{aligned}$$

e dalle (II):

$$(II') \qquad \begin{aligned} u &= U_n & \qquad u &= V_n \\ v &= -V_n & \qquad v &= U_n. \end{aligned}$$

Da queste deformazioni dipendenti dalle sole variabili x, y con semplici sostituzioni circolari sulle variabili x, y, z ed u, v, w si possono poi dedurre altre deformazioni dipendenti dalle sole y, z oppure z, x. Per la terza componente, la w, si potrà sempre assumere una qualsiasi delle armoniche dipendenti dalle sole variabili x, y; oppure z, y o z, x.

Si ottengono così delle deformazioni di carattere assiale, le cui proprietà si possono facilmente ricavare dalla forma polare delle componenti dello spostamento. Indicando con s_ϱ, s_τ queste componenti si ha dalle (I)

$$s_\varrho = \rho^n \left[e^{i(n-1)\theta} - \frac{2}{n}(2\kappa+1)\, e^{in\theta} \cos\theta\right]$$

$$s_\theta = \rho^n \left[e^{i(n-1)\theta + \frac{i\pi}{2}} + \frac{2}{n}(2\kappa+1)\, e^{in\theta} \operatorname{sen}\theta\right].$$

La prima di queste componenti rappresenta, in senso largo, una dilatazione radiale, la seconda una deformazione torsionale.

È chiaro poi che nelle formole precedenti si può supporre che n sia negativo, ed allora si hanno delle soluzioni fratte con un punto di singolarità nell'origine. La deformazione del primo ordine è sempre riducibile ad una deformazione omogenea del tipo

$$u = \alpha x \qquad v = \beta y \qquad w = \gamma z$$

e ad uno spostamento rigido.

Applicando le formole precedenti al caso di $n = 2$, troviamo come dipendenti da x, y le seguenti deformazioni elementari:

Digitized by Google

(3′)

$$u_1 = x^2 + y^2 - (2\kappa + 1)(x^2 - y^2) \qquad u_2 = -2(2\kappa + 1)xy$$
$$v_1 = 0 \qquad v_2 = x^2 + y^2$$

$$u_3 = x^2 - y^2 \qquad u_4 = 2xy$$
$$v_3 = -2xy \qquad v_4 = x^2 - y^2.$$

E da queste potremo ricavarne altre otto con sostituzioni circolari, a cui possiamo aggiungere

$$u = \alpha yz \qquad v = \beta zx \qquad w = \gamma xy$$

ove α, β, γ sono costanti arbitrarie.

Ma per studiare da un punto di vista generale le deformazioni omogenee dipendenti da tutte le tre variabili x, y, z, osserviamo che dovendo u, v, w essere biarmoniche di grado n, potremo sempre porre

$$(4) \qquad u = \rho^2 U_{n-2} + U_n \qquad v = \rho^2 V_{n-2} + V_n \qquad w = \rho^2 W_{n-2} + W_n$$

ove u_{n-2}, v_{n-2}, w_{n-2} e U_n, V_n, W_n sono armoniche di grado $n-2$ ed n rispettivamente. Poniamo per semplicità di scrittura

$$H_{n-3} = \frac{\partial U_{n-2}}{\partial x} + \frac{\partial V_{n-2}}{\partial y} + \frac{\partial W_{n-2}}{\partial z},$$
$$H_{n-1} = \frac{\partial U_{n-1}}{\partial x} + \frac{\partial V_{n-1}}{\partial y} + \frac{\partial W_{n-1}}{\partial z}.$$

Dalle (4) formando le espressioni della dilatazione cubica θ e delle componenti p, q, r della rotazione elementare troviamo

$$\theta = 2(xU_{n-2} + yV_{n-2} + 2W_{n-2}) + \rho^2 H_{n-3} + H_{n-1},$$
$$p = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = \rho^2\left(\frac{\partial W_{n-2}}{\partial y} - \frac{\partial V_{n-2}}{\partial z}\right) + \frac{\partial W_n}{\partial y} - \frac{\partial V_n}{\partial z}, \text{ ecc.}$$

e siccome sia θ che le p, q, r debbono essere armoniche, dovrà essere

$$H_{n-3} = \operatorname{div}(U_{n-2}, V_{n-2}, W_{n-2}) = 0,$$
$$\operatorname{rot}(U_{n-2}, V_{n-2}, W_{n-2}) = 0,$$

Digitized by Google

e potremo porre perciò

$$(U_{n-2}, V_{n-2}, W_{n-2}) = \text{grad } S_{n-1},$$

dove S_{n-1} è una armonica di grado $n-1$ che possiamo subito determinare. Difatti posto

$$(5) \qquad u = \rho^2 \frac{\partial S_{n-1}}{\partial x} + U_n \qquad v = \rho^2 \frac{\partial S_{n-1}}{\partial y} + V_n$$

$$w = \rho^2 \frac{\partial S_{n-1}}{\partial z} + W_n$$

si ha

$$\theta = 2(n-1) S_{n-1} + H_{n-1},$$

$$\Delta_2 u = 2(2n-1) \frac{\partial S_{n-1}}{\partial x} \qquad \Delta_2 v = 2(2n-1) \frac{\partial S_{n-1}}{\partial y}$$

$$\Delta_2 w = 2(2n-1) \frac{\partial S_{n-1}}{\partial z},$$

quindi le equazioni d'equilibrio sono soddisfatte quando sia

$$2(n-1) S_{n-1} + H_{n-1} + 2\kappa(2n-1) S_{n-1} = 0$$

cioè

$$S_{n-1} = -\frac{1}{2((2n-1)\kappa + n - 1)} \left(\frac{\partial U_n}{\partial x} + \frac{\partial V_n}{\partial y} + \frac{\partial W_n}{\partial z} \right).$$

Le (5), quando S_{n-1} abbia questo valore, dànno l'espressione della deformazione omogenea di grado n, mediante le tre armoniche, di grado n, U_n, V_n, W_n.

Notiamo che le espressioni più generali di queste contengono ciascuna $2n+1$ costanti arbitrarie. Quindi nelle (5) compariranno nel caso più generale $3(2n+1)$ costanti arbitrarie, quante appunto ne deve contenere la deformazione armonica generale di grado n. Queste formole (5) daranno quindi le espressioni esplicite di queste deformazioni, quando si assuma per le armoniche una qualsiasi delle molte espressioni, che sono conosciute per tali funzioni.

Mediante di esse si arriva anche facilmente alla soluzione per serie dei problemi di deformazione della sfera.

Digitized by Google

Gli integrali delle equazioni d'equilibrio mediante i quali De Saint Venant ha risolto il problema della torsione e della deformazione del cilindro, non sono che combinazioni di deformazioni armoniche di 1°, 2° e 3° grado speciali e possono perciò essere dedotte facilmente dalle nostre formole.

Se consideriamo, ad esempio, il gruppo di termini di 2° grado che rappresenta la così detta flessione semplice (1), esso è dato da

$$u = \frac{1}{2}\left[\eta\,(x^2 - y^2) + z^2\right] \qquad v = \eta xy \qquad w = -xz$$

ove η è il coefficiente di Poisson. Ora se nelle (5) facciamo $n = 2$, e poniamo, come è lecito,

$$U_2 = \alpha\,(x^2 - y^2) \qquad V_2 = \beta xy \qquad W_2 = \gamma xy \tag{6}$$

troviamo

$$u = \omega\rho^2 + \alpha\,(x^2 - y^2) \qquad v = \beta xy \qquad w = \gamma xz$$

colla condizione fra le quattro costanti α, β, γ, ω:

$$2\omega\,(3\kappa + 1) + 2\alpha + \beta + \gamma = 0\,.$$

Una combinazione lineare delle (6) colle (3′) ci dà la deformazione

$$u = \frac{1}{2}z^2 + \left(\frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\epsilon}{2}\right)(x^2 - y^2) \qquad v = \frac{\beta}{2\omega}xy \qquad w = \frac{\gamma}{2\omega}xz$$

dove $\epsilon = 2\kappa + 1$.

Basta ora porre

$$\frac{\beta}{2\omega} = \frac{1}{2}(1 - \kappa) \qquad \frac{\gamma}{2\omega} = -1\,.$$

per avere dalla (6)

$$\frac{\alpha}{2\omega} = -\frac{1}{2}(1 + 5\kappa) \qquad \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\epsilon}{2} = \frac{1 - \kappa}{4}$$

---

(1) Cfr. Cesaro, *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità*, pag. 153.

Digitized by Google

e si ottengono così le formole (6) della flessione semplice, poichè si ha $2\eta = 1 - \kappa$.

Se ora si considera che la soluzione del problema di De Saint Venant utilizza soltanto alcuni tipi semplici delle deformazioni omogeneo di 1°, 2° e 3° grado, e che essa rappresenta ancora forse l'unica completa applicazione della teoria dell'elasticità a problemi della pratica tecnica, si può facilmente pensare a quali più larghe applicazioni potranno condurre le soluzioni generali considerate. Esse costituiscono una miniera inesauribile di soluzioni speciali perfettamente rigorose, di forma analitica semplicissima, e quindi opportuna pei calcoli numerici; e inoltre contenenti quanti si vogliono coefficienti arbitrari, che potranno servire ad adattarle ai più svariati problemi, od anche ad approssimare fino al limite necessario le condizioni che devono essere verificate alla superficie dei corpi. Si può anche credere che l'aver finora trascurato, o quasi, tali soluzioni sia la cagione della scarsa applicazione che i metodi rigorosi della Meccanica teorica hanno trovato nella teoria della resistenza dei materiali.

Per queste ragioni ci è sembrato utile di stabilire sotto una forma, che ci sembra la più semplice, le loro espressioni generali (sebbene di esse vi siano indicazioni ed applicazioni particolari in quasi tutti i trattati), colla speranza anche di facilitarne l'uso a chi vorrà tentarne qualche applicazione nei problemi della tecnica.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 10 Febbraio 1924

PRESIDENZA DEL GR. UFF. PROF. GAETANO DE SANCTIS
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci EINAUDI, PATETTA, CIAN, PACCHIONI, LUZIO e JANNACCONE che funge da Segretario.

Hanno scusata l'assenza il Presidente RUFFINI, il Segretario VIDARI e i Soci SCHIAPARELLI e VALMAGGI.

Il Socio LUZIO, chiesta la parola sul verbale della precedente adunanza, propone che siano raccolte nella Biblioteca dell'Accademia le pubblicazioni dell'Ufficio Storico dello Stato Maggiore Italiano per la grande importanza loro per gli studii di storia politica e militare. La Classe approva.

Il Socio DE SANCTIS, Direttore della Classe, annunciando la morte del Socio straniero WOODROW WILSON, già Presidente degli Stati Uniti d'America, dice che, qualunque sia il giudizio che i posteri daranno dell'opera sua nella conclusione della pace di Versailles, non deve essere da noi dimenticato il grande contributo ch'egli arrecò alla vittoria dell'Intesa, sia col persuadere il popolo americano a prender parte attiva alla guerra, sia col proclamare i principii ai quali la pace avrebbe dovuto ispirarsi.

Digitized by Google

Propone anche d'inviare al Socio VIDARI le affettuose condoglianze della Classe pel grave lutto che l'ha colpito.

La Classe si associa.

Il Socio PACCHIONI presenta per la pubblicazione negli *Atti* una Nota del prof. Mario Attilio LEVI intitolata *L'ordinamento di una Federazione Ellenica*; e il Socio DE SANCTIS richiama l'attenzione della Classe sull'importanza storica del documento che nella Nota è illustrato.

Infine il Direttore invita i componenti delle Commissioni giudicatrici pel conferimento dei premii Gautieri e Vallauri ad iniziare i loro lavori per poterne riferire nei termini stabiliti.

Digitized by Google

LETTURE

L'ordinamento d'una federazione ellenica (303-302 a. C.)

Nota del Dr. MARIO ATTILIO LEVI

Presentata dal Socio nazionale residente G. Pacchioni

L'epigrafe d'Epidauro pubblicata dal Kavvadias nell' " *Ἀρχαιολογικὴ Ἐφημερίς* „ del 1918, pp. 128 sgg., fu giustamente riferita dal Wilcken (" Sitzbr. d. preuss. Akad. „, 1922, pp. 122 sgg.) e dal Roussel (" Revue Archéologique „, 1923, pp. 117 sgg.) al rinnovamento della Lega panellenica che Demetrio Poliorcete compì nel 303-2 av. Cristo (Plut. *Demetrio*, 25 e Diod. XX, 102-103). Il Roussel stesso (pp. 139-140) rispose acutamente al tentativo che il Kouyeas (" *Ἀρχαιολογικὴ Ἐφημερίς* „, 1921, pp. 1 sgg.) e lo Swoboda (" Hermes „, 1922, pp. 158 sgg.) fecero di attribuire l'epigrafe e gli ordinamenti ch'essa testimonia ad Antigono Dosone. Analogamente al Wilcken ed al Roussel cooperò notevolmente alla determinazione della data 302 a. Cristo anche il Tarn (" Journal of Hellenic Studies „, 1922, pp. 198 sgg.), onde forse è inutile, allo stato attuale delle nostre cognizioni, insistere ulteriormente sulla questione cronologica, poichè pare accettabile la soluzione sostenuta dai tre studiosi citati e seguìta anche dal Cary (" Classical Quarterly „, 1923, pp. 137 sgg.).

Quanto dal Kavvadias fu pubblicato dell'epigrafe, collegato con alcuni frammenti preesistenti (I. G., IV, 924), risulta in sostanza di tre parti, e cioè un grande frammento di 44 righe leggibile con integrazioni non impossibili dalla l. 6 alla fine, cioè alla metà della l. 44. Sussistono inoltre le due faccie di un frammento opistografo di 39 righe, di cui è leggibile solo minima parte.

Il Wilcken suppone che il grande frammento ch'egli indica con I non sia opistografo e faccia parte d'una tavola, e che i due frammenti della tavola opistografa, ch'egli indica con II e III, siano il seguito di I, continuato con altra epigrafe.

Digitized by Google

Il Roussel, per contro, sostiene invece che le tre parti del Wilcken siano parti d'una sola tavola, di cui il II W. sarebbe la prima parte, il frammento I W. il seguito, nella stessa faccia, ed il III W. il seguito nella parte di dietro. Così l'epigrafe sarebbe solo opistografa nelle prime 40 linee, mentre tutta la parte corrispondente, di dietro, all'I W. non lo sarebbe. Quindi, secondo questo ordinamento, i frammenti andrebbero ordinati così: II W. = I R.; I W. = II R.; III W. = III R.

Non è difficile esprimere dei dubbi e all'uno ed all'altro degli ordinamenti. Perchè facile fu al Roussel osservare al Wilcken che le linee 40-44 del suo fr. I sembrano aggiunte al resto per un tratto di linea che le precede e le separa e per il *καὶ* insolito che le inizia, come gli fu facile osservare che nel frammento che il Wilcken vuole secondo si parla evidentemente di cose politiche che non potevano essere relegate dopo le minuzie del grande frammento I W. = II R.

Ma anche al Roussel si può obbiettare che pare insolita la fattura dell'iscrizione che, abbastanza lunga come pietra, è così mal disposta che da una parte, al *verso*, la pietra non è incisa che per metà e forse meno, ed al *recto* stesso si era lasciato, secondo le ipotesi del Roussel, un inesplicabile spazio libero di cinque linee, poi riempito con una norma aggiunta in seguito, e ciò mentre il lavoro dovrebbe essere stato fatto dal lapicida tutto di seguito, trattandosi di un unico documento.

D'altronde se il Wilcken (p. 133) osserva giustamente che nel *recto* della parte opistografa (cioè II W) si parla di cose militari (cfr. ll. 7-8, 9, 16-17, e l'indicazione *συμμαχία* a ll. 10 e 24), il Roussel (p. 123) non è meno nel vero quando, contestando l'integrazione *στρ]ατείαις* a l. 23 e sostituendovi, come fa anche il Kouyeas, *πολ]ιτείαις*, e tenendo conto del *μηδ' ἐπὶ νεωτερι[σμῶι* di ll. 27-28 sostiene che la parte dell'epigrafe ch'egli indica con I parla di cose politiche.

In realtà il *recto* del frammento opistografo, che indicheremo con A, doveva parlare e di cose politiche e di cose militari, ed essendo segnate nel *verso* alcune norme non chiare ed il giuramento, ne risulta che A ed A′ dovevano costituire un tutto in sè perfetto. Quanto al grande frammento dell'altra tavola, che indicheremo con B, è indubbiamente un complesso di norme circa il funzionamento del sinedrio federale, ma non

Digitized by Google

convince però appieno l'ipotesi del Kouyeas che si tratti di una specie di " regolamento „ dell'*ὁμολογία* federale (p. 18). Non convince appieno poichè è tale l'importanza di B che si può dire sia fondamentale per la vita stessa del *κοινὸν*, e quindi difficilmente poteva essere separata, cronologicamente o giuridicamente, dall'*ὁμολογία*. Per contro a l. 16 troviamo citato un *βασιλεὺς* in luogo di *βασιλεῖς* che è la dizione costante e necessaria. Assai difficile pare che quella dizione sia esatta e solo con qualche sospetta contorsione giuridico-politica la si potrebbe giustificare. Ma si sarebbe anche restii a pensare, col Roussel, che si tratti di un errore del lapicida, se l'errore non potesse essere in qualche modo spiegato. Ancora le ultime cinque linee paiono aggiunte. Ma non lo paiono per altro che per una linea che le separa dalle precedenti: il che permette di credere che l'epigrafe di Epidauro abbia fedelmente riprodotte, sin nei tratti di linea, altre copie. E l'aggiunta potrebbe derivare dal fatto che B sia una copia del testo di un altro statuto d'un *κοινὸν* precedente, che parlava d'un *βασιλεὺς* solo, testo in cui sarebbero state fatte, un po' distrattamente, le correzioni necessarie per riferirlo a due re e le aggiunte che parevano opportune. Resta da determinare, se possibile, che statuto fosse, in origine, quello contenuto in B. E qui, oltre a tutto quanto sappiamo di Demetrio e delle sue intenzioni ed aspirazioni (cfr. fra l'altro Beloch, III[1], p. 166 e Costanzi, in "Annali delle Università Toscane „, XLII, 1923, p. 301), ci sovviene Plutarco (*Dem.* 25) che riattacca la lega di Corinto di Demetrio a quelle di Filippo e di Alessandro, sia pure per semplice incidenza. Le generali condizioni storiche, le due particolarità accennate della tavola, il suggerimento indiretto di Plutarco ci permettono di supporre fondatamente che le norme di B non siano che una riproduzione, appena ritoccata in qualche punto essenziale, delle norme che regolavano le precedenti leghe di Corinto di Filippo e di Alessandro Magno.

Ciò posto, non è chi non veda quale interesse possa avere lo studio di B. Attraverso le norme regolamentari non può essere difficile al critico d'intendere lo spirito informatore del *κοινὸν*: e quindi le organizzazioni panelleniche di Filippo, di Alessandro Magno e di Demetrio vengono illuminate di nuova luce.

Digitized by Google

***

ll. 5-11 — La lezione Kouyeas a l. 5 6: ... *μὴ ἐξεῖνα[ι μηδενὶ εἴ]ρ[γειν τοὺς συνέδρους μηδὲ τους π]ρεσβεύοντας*, κτλ., seguìta anche dal Cary, è certo preferibile a quella del Roussel perchè comprende anche i deputati fra coloro cui è fatta la concessione in questione: infatti non è logico pensare che proprio essi ne fossero esclusi.

Il Cary (p. 138), partendo dalle premesse del Kouyeas, sembra pensare che la disposizione conceda ai deputati ed a tutti coloro che sono comunque alle dipendenze del sinedrio od in relazione ad esso — ivi compresi i soldati delle truppe raccolte per le guerre comuni — qualcosa di simile alla moderna immunità parlamentare. Ciò non pare esatto nè sarebbe possibile. È noto (cfr. PARTSCH, *Griechisches Burgschaftsrecht*, pp. 66-67, 418 sgg.; DARESTE, " Revue des Études Grecques „, II, pp. 305 sgg. e *Nouv. Études d'histoire du droit*, I, Paris, 1902, pp. 38 sgg.) che esistevano varie forme di arresto per garanzia (*ἐγγύη ἐμφανείας*) o di arresto per rappresaglie (*ἀνδρολῆψία*). Ma tali facoltà potevano permettere di ostacolare l'attività funzionale del sinedrio fermandone i membri o le legazioni ad essi o da essi inviate, o che si trattenessero dal servizio militare ufficiali o soldati o per ragioni politiche o per comodo personale. E tutto ciò serve anche ad impedire che le sanzioni fissate alle linee 36-44 fossero eluse col comodo pretesto di arresti preventivi, di private rappresaglie.

D'altra parte, come si vedrà meglio in seguito, la lega di Corinto era una *συμμαχία*, e come tale non si doveva occupare che della politica estera delle città federate, delle guerre e delle amicizie; il sinedrio non si radunava che con una molto larga periodicità e volta per volta si eleggeva i suoi proedri ed i deputati dovevano essere inviati dalle città volta per volta. Non si tratta quindi di un parlamento di una Confederazione come quello Svizzero o quello degli Stati Uniti d'America, e non vi può essere neppure la materiale possibilità d'una " immunità parlamentare „, d'una *ἀσυλία καὶ ἀσφάλεια* per magistrati che restavano in carica pochi giorni, per l'occasione e la durata d'una sessione del sinedrio.

Digitized by Google

ll. 11-14 — In relazione a quanto si disse sopra è la determinazione delle riunioni ordinarie (in tempo di pace) dell'assemblea federale in occasione dei giochi *στεφανῖται*, cioè sei volte ogni quattro anni. Un'assemblea che si raduni con siffatta frequenza deve essere l'organo direttivo d'una *συμμαχία*, in quanto sono sufficienti tante riunioni per dirigere le grandi linee della politica estera, non certo, come in posteriori federazioni greche, per trattare questioni di politica interna e di amministrazione.

Relativamente alle norme per le riunioni in tempo di guerra, non sarà inutile una osservazione preliminare. A l. 13 il Wilcken suppone che il lapicida abbia scritto *συνέδροις* per errore, ed effettivamente tale ipotesi pare accettabile, come pure la lezione *προέδροις* che vi vorrebbe sostituire. Infatti, mentre è impossibile che i deputati possano richiedere la convocazione del sinedrio, e ciò non per le distanze o altro ma perchè i deputati non potevano esistere che, come si è detto, in occasione e per la durata delle riunioni federali, è evidente che, in tempo di guerra, colle modificazioni che si vedranno, doveva istituirsi una specie di continuità nella direzione del sinedrio e nella sua attività colla creazione di proedri permanenti. D'altra parte il testo dell'epigrafe dice che le decisioni delle assemblee sono sovrane, ora alla parola in questione segue un *καὶ* ecc., il che permetterebbe di supporre che alla decisione del sinedrio di convocarsi occorrerebbe ancora la ratifica di un potere superiore, il che è contradditorio col principio della sovranità. Ammessa quindi la lezione *προέδροις* resta la questione, sempre a l. 13, della integrazione della lacuna ove il Wilcken ed il Kouyeas vorrebbero leggere [*τῶι βασιλεῖ*] mentre il Roussel preferirebbe [*τῶι στρατηγῶ*]*ι*. È giusta l'osservazione del Roussel che non può venir citato un solo re, mentre il documento si deve riferire a due, ad Antigono ed a Demetrio. Nè vale l'osservazione che a l. 16 si parla di un solo re, perchè già si è visto come quell'accenno sia erroneo e si è spiegato l'errore. Nulla autorizza a supporre che l'errore sia ripetuto. Inoltre non pare probabile che per indicare lo stratego del presidio di Corinto si sia indicato semplicemente *τῶι* ....*ἐπὶ* etc.

Accettata quindi la lezione del Roussel, risulta che in tempo di guerra la *συμμαχία* doveva naturalmente, per il suo stesso scopo,

Digitized by Google

acquistare molto maggiore importanza, e quindi avere un ufficio permanente di presidenza che la potesse convocare con maggior frequenza, oltre alle convocazioni fatte dagli ufficiali diretti del Re. E così a ll. 15-18 viene stabilito che, per non creare gelosie, la sede dei giochi sia anche, volta per volta, la sede della riunione federale, mentre durante la guerra il luogo di riunione può venir stabilito, anche a seconda delle esigenze, dai proedri che dovranno mettersi d'accordo col Re, ovvero collo stratego da lui designato per la comune difesa. Queste norme sono perfettamente conformi a quelle circa le convocazioni.

In seguito, mentre a ll. 14-15 si lascia ai proedri di determinare la durata delle sessioni, a ll. 18-21 si stabilisce che le deliberazioni dell'assemblea, prese con la metà dei deputati, sono sovrane, e quindi che i deputati non hanno mandato *ad referendum*, ma bensì i pieni poteri. Queste norme sarebbero già di per sè sufficienti per intendere che al rinnovatore della Lega di Corinto come ai suoi fondatori non era estranea (cfr. KAERST, *Geschichte d. Hellenistischen Zeitalters*, Leipzig, 1901, I, pp. 206 sgg. e 243; WILCKEN, " Sitzbr. d. Preuss. Akad. „, 1922, pp. 97 sgg.; v. anche DROYSEN, *Hist. de l'Hell.*, ed. francese, I, pp. 111 sgg.) la preoccupazione panellenistica nel senso di indirizzare tutte le forze greche, unite, ai fini della loro politica.

ll. 21-23 — Il Roussel ove è scritto *ὅταν ὁ πόλε.... | μῆι* suppone che il *μῆι* sia da correggersi in *μή*. Il Wilcken preferisce restare agnostico di fronte a questa possibilità di integrazione (pp. 128 e 143): ma invece sembra si possa benissimo procedere a qualche tentativo, anche allo stato attuale della fonte, poichè tutto il resto di B è tale da non stupire se vi sono norme speciali per il tempo di guerra.

Il Kavvadias ed il Kouyeas, seguìti dal Cary, integrano: *ὅταν ὁ πόλεμος μή ἐνδη|μῆι..*; il Roussel invece: *ὅταν ὁ πόλεμος λυθῆι | μή..*. La lezione del Roussel contiene una correzione in fondo peggiorativa, poichè, se è vero che la frase da lui supposta si trova già altrove, è però in forma diversa (*ἕως μὲν ἂν ὁ κοινὸς πόλεμος λυθῆι*), mentre la lezione Kouyeas ha il vantaggio di dare una forma accettabile senza toccare il testo residuo.

ll. 23-28 — Cfr. le giuste osservazioni del Roussel al Wilcken e le sue integrazioni.

Digitized by Google

ll. 28-35 — Come in altre costituzioni greche, era anche nella Lega di Corinto ammesso che privati avanzassero reclami e denuncie al sinedrio e che questo avesse funzioni giudiziali (cfr. SWOBODA, *Griech. Staatsalt.*: per la lega Arcadica a p. 224, per la lega Etolica a pp. 360 sgg., per la lega Achea a p. 397; v. ARISTOT. *Ἀθ. Πολ.* 45; MICHEL, 16, l. 47; v. anche CARDINALI, *Il regno di Pergamo*, in " Studi di Storia Antica „ pubblicati dal BELOCH, V, Roma, 1906, pp. 255 sgg.).

l. 36 — Il Roussel vuole integrare così: *Ἕως (δ') ἂν κοινὸς πόλεμος λυθ[ῆι] προεδρεύειν [ἀεὶ τοὺς ὑπὸ τ]ῶν βασι[λέων...* κτλ. Il concetto informatore del Roussel pare giusto, e per i precedenti che ha (DIOD. XVI, 89; cfr. CARDINALI, o. c., pp. 231 sgg.) e per analogie nella tavola stessa; ma non convince appieno il suo modo d'integrare che mentre rende il testo un po' impreciso porta un *ἀεὶ* che pare troppo un riempitivo epigrafico. L'iscrizione non è *στοιχηδόν*, quindi non si è strettamente vincolati ad un determinato numero di lettere, e vi può essere un divario di una per eccesso o per difetto sulle dodici che parrebbero necessarie, data la lunghezza della linea e la forma delle lettere, per colmare la lacuna fra *προεδρεύειν* e *...ῶν*. Ora ricordando che il numero dei proedri è fissato a cinque, si potrà leggere: *προεδρεύειν [πέντε τῶν ὑπὸ τ]ῶν βασιλέων* κτλ. A questo modo i presidenti del tempo di guerra, che avevano un potere continuativo e che quindi non potevano ripetere la loro origine dal puro e semplice sorteggio, venivano ad essere scelti fra i rappresentanti dei Re, che, come già per altre norme, vengono ad avere una speciale sovraintendenza nel sinedrio, fissandosi così la loro caratteristica posizione di fronte ai Greci.

ll. 36-44 — Le norme contenute in queste linee sono forse una conseguenza di altre che non ci sono giunte; inoltre sono indubbiamente collegate, come si è già visto, alle ll. 5-11. Nulla esclude che effettivamente, come vuole il Roussel, il *καὶ* che inizia la linea 40 ed il tratto di divisione che la precede indichino che le ultime quattro linee siano aggiuntive: trattandosi del testo tradizionale del regolamento della lega di Corinto, può benissimo supporsi che in una delle sue rinascite si siano aggiunte quelle norme che poi, ricopiandosi distrattamente le tavole, restarono colle inavvertite caratteristiche delle aggiunte.

Digitized by Google

***

Le modificazioni apportate alle analisi sinora condotte sul notevole ritrovamento epigrafico di Epidauro ci permettono di giungere a conclusioni in parte diverse da quelle del Roussel o del Cary che vogliono vedere nella lega di Demetrio nient'altro che una " macchina di guerra „ più o meno abilmente montata.

L'importante documento che si inquadra nella storia delle leghe elleniche come la testimonianza sinora maggiore su quella lega di Corinto che visse con Filippo, con Alessandro Magno e che Antigono e Demetrio cercarono di risuscitare, ci testimonia perfettamente l'attitudine mentale e la posizione giuridica dei Re Macedoni di fronte ai Greci. " *τοῖς βασιλεῦσιν* καὶ *τοῖς Ἕλλησιν* „ dice la nostra epigrafe, ed è la formula " *Ἀλέξανδρος Φιλίππου καὶ οἱ Ἕλληνες* „ (PLUT. *Alex.* 16) che rivive. Tentativo in parte, in gran parte, sincero, di far vivere uno spirito nazionale ellenico per condurlo alle grandi imprese nazionali, tentativo quindi destinato ad avere assai meno fortuna con Antigono e con Demetrio che non con Alessandro, la lega di Corinto non si scosta, nella sua sostanza, dalle grandi linee tradizionali dei concilii panellenici, delle altre simmachie. Ed il potere straordinario attribuito al Re od ai Re in tempo di guerra non è che una conseguenza giuridica di quel predominio politico che i Re avevano nel *κοινὸν* e che si esplicava anche nella significativa loro contrapposizione agli Elleni. È una linea retta che unisce l'iscrizione di Epidauro alla lega di Alessandro Magno, e quel *βασιλεὺς* lasciato per errore da un lapicida o da un *γραμματεύς* distratto ne è un chiaro segno: ed è una linea di tentativi di risvegliare, di rafforzare lo spirito nazionale Greco dandogli istituzioni quasi libere e conformi alle sue tradizioni.

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Febbraio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Parona, Grassi, Somigliana, Panetti, Ponzio, Sacco, Majorana, Pochettino e il Segretario Mattirolo.

Scusano l'assenza i Soci Guidi ed Herlitzka.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che viene approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica una Circolare del " Touring Club italiano „ relativa al Bando di Concorso per un *Manuale di Educazione della volontà*, al quale è stato assegnato dal Commendatore Luigi Brioschi il premio di lire 20.000. Il Concorso che si svolgerà colle norme stabilite dal Bando di Concorso si chiuderà il 31 dicembre 1924.

Si comunica quindi una lettera del Rettore dell'Università di Napoli, nostro Socio Zambonini, nella quale si richiede alla Accademia che voglia designare il nome della persona che dovrà rappresentare il nostro Sodalizio nella imminente solenne occasione della celebrazione del settimo centenario della sua istituzione. L'Accademia delibera di interpellare anche l'altra Classe in proposito, nell'intento di dare tale incarico al Socio nazionale più anziano di nomina, e ricusando questi, al Socio Zambonini.

Digitized by Google

Il Presidente comunica quindi una lettera del Prof. TAKAYANAGI della Università imperiale di Tokio, nella quale si notifica la perdita della Biblioteca Universitaria, ricca di oltre 800.000 volumi, e si fa appello alla generosa cooperazione delle Accademie per raccogliere nuovi materiali di studio. Il Presidente notifica che di tale richiesta già si è occupato il Consiglio di Amministrazione nel senso di favorirla quanto più gli risulterà possibile.

Il Socio PANETTI presenta e fa dono all'Accademia di una sua Memoria *Sull'attrito cinetico nelle macchine* e la illustra brevemente.

Il Socio PARONA presenta per la inserzione negli *Atti* una Nota di L. COGNETTI DE MARTIIS sulle *Cellule di Senso diffuse sulle pareti dei canali laterali di un Teleosteo* (*Amiurus catus* L.).

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata procedette alla nomina di tre Soci nazionali residenti e riuscirono eletti, salva l'approvazione Sovrana, i professori Tommaso BOGGIO, Felice GARELLI ed Umberto PIERANTONI.

Digitized by Google

LETTURE

Cellule di senso diffuse alla parete dei canali laterali di un Teleosteo (*Amiurus catus* L.).

Nota del Dott. LUIGI COGNETTI DE MARTIIS, prof. inc.

(con una tavola)

Presentata dal Socio nazionale residente Parona

I molti dati che si trovano oggidì raccolti nella copiosa letteratura sugli organi di senso dei canali laterali dei Teleostei pare siano concordi su due caratteristiche ritenute come generali per gli organi in parola. Questi sono rappresentati dalla riunione in gruppo di *più cellule* morfologicamente differenziate in rapporto alla funzione sensoria, e accompagnate da buon numero di cellule di sostegno. Inoltre le piccole aree di senso sono disposte alla parete *prossimale* dei canali laterali. Quest'ultima condizione consegue alla posizione che le aree stesse hanno, durante l'ontogenesi, sul fondo di infossature destinate a trasformarsi in canali. Le due caratteristiche suddette sono riferite nelle opere sintetiche sull'anatomia dei Pesci, o sugli organi di senso in generale (1).

Recentemente ho avuto occasione di svolgere alcune ricerche sugli organi di senso di un noto Siluride nord-americano, l'*Amiurus catus* (L.), specie diffusa ormai anche nelle acque dolci europee. Il materiale fresco venne, con estrema cortesia, messo a mia disposizione dal D^r Comm. E. Festa, il quale possiede a Ceresole d'Alba (Cuneo) un allevamento di detta specie. All'egregio collega ed amico rinnovo l'espressione sincera della mia gratitudine.

(1) Per dati e bibliografia rimando ai recenti trattati di Plate 1924, di Bütschli 1921, e a quelli meno recenti di Vialleton 1911, di Perrier 1903, di Gegenbaur 1898, inoltre alla monografia di Hesse 1903 sugli organi di senso, e all'elenco — non completo — di opere ittiologiche compilato da Lichtenfelt 1906.

Digitized by Google

Esaminando in varî esemplari, grossi e piccoli, la struttura dei canali laterali ho potuto facilmente riconoscere la presenza delle aree di senso pluricellulari alla parete prossimale dei canali stessi, e porre a confronto le particolarità istologiche osservate con le descrizioni che varî autori hanno dato delle aree stesse in *Amiurus* o in altri Siluridi (1). Ma un'altra interessante particolarità, forse non notata finora, mi venne fatto di porre in chiaro nei canali laterali del Siluride nord-americano, e precisamente quella che forma il titolo della presente Nota.

In sezioni di pezzi fissati con diversi metodi (2) e tinte coll'ematossilina ferrica HEIDENHAIN m'è apparsa evidentissima la presenza di *due sorta di cellule di senso, non raggruppate in speciali aree, bensì distribuite senza ordine alcuno, sia alla parete prossimale che a quella distale dei canali laterali,* tanto del capo che del tronco. I due tipi di cellule sono nettamente diversi l'uno dall'altro, e offrono pure differenze dalle cellule di senso delle areole sensorie proprie dei canali. Entrambi i tipi di elementi o esteti abbondano nei canali; uno dei due sembra tuttavia essere meno frequente nei canali del capo. Non si tratta di tipi nuovi di cellule di senso, chè anzi si prestano bene a confronti con altre cellule sensorie della epidermide dello stesso *Amiurus*. L'epidermide superficiale di questo animale, provvisto abbondantemente di organi di senso pluricellulari (3), manca di regola di cellule sensorie isolate (4).

Dei due tipi d'elementi in parola, l'uno, più facilmente riconoscibile, sporge nel lume dei canali con robusto pelo di senso ed è percorso da una fibrilla; distinguo questo tipo col nome *trichesteto*. L'altro tipo manca del pelo di senso e di fibrilla, la sua estremità libera, attenuata ma non appuntita, affiora al

---

(1) Cfr.: WRIGHT 1884, FRITSCH 1887, LEYDIG 1894, BUNKER 1897. La disposizione dei canali laterali di *Amiurus* è descritta in COLLINGE 1885; essi sono suddivisi in brevi tratti provvisti di relativi pori d'accesso.

(2) Formol picrico acetico BOUIN e BOUIN HOLLANDE; miscela di sublimato, bicromato potassico, formalina e ac. osmico secondo MAXIMOW LEVI; sublimato alcoolico nitrico acetico di GILSON CARAZZI; sublimato picrico acetico di VOM RATH.

(3) Cfr. per la loro descrizione: HERRICK 1901 e 1903.

(4) Vedi avanti a pag. 229.

Digitized by Google

margine dell'epitelio; denomino *amblesteto* (da ἀμβλύς, ottuso) questo secondo tipo d'elementi di senso.

Alla minuta descrizione dei due tipi faccio seguire alcune considerazioni comparative, anche per porre in rilievo la speciale importanza offerta dalla distribuzione diffusa degli esteti medesimi nei riguardi dei Siluridi e dei Vertebrati.

Trichesteti (fig. 1-4). — Rispecchiano alcuni caratteri di cellule gangliari di senso, sia nella forma che nella struttura (1). La prima è molto allungata, sottile, e si svolge coll'asse principale di regola più o meno obliquo rispetto al margine epiteliale, od anche in parte ad esso parallelo. Il corpo cellulare è segnato dal nucleo ovale, mediocremente allungato nel senso dell'asse polare della cellula. La larghezza del nucleo e quella del corpo cellulare sono su per giù uguali (fig. 1), raramente il nucleo appare fiancheggiato da un alone citoplasmatico riconoscibile (fig. 2). Davanti e dietro al nucleo il corpo cellulare si attenua per continuarsi in modo uniforme nei due prolungamenti polari insinuati frammezzo alle cellule epidermiche. Dei due prolungamenti quello profondo è assai meno facilmente riconoscibile di quello receptore, proteso a sporgere col tratto distale sulla superficie epiteliale. Ciò dipende in special modo dalla difficoltà di penetrazione dei liquidi fissativi attraverso alla guaina osteoide che abbraccia i canali laterali. Analogo ostacolo incontrò Fritsch (loc. cit., pag. 51) nello studio istologico dei canali laterali di *Malapterurus*. Il prolungamento receptore sembra essere in ogni caso più lungo di quello prossimale; ma non oso affermarlo in modo assoluto, giacchè non mi è mai riuscito di riconoscere con esattezza l'estremità di quest'ultimo, il cui decorso si svolge sinuoso frammezzo alle cellule epiteliali profonde. Il prolungamento receptore è conico, si attenua gradatamente verso l'estremità, ed ha decorso rettilineo o poco incurvato. Trattiene facilmente l'ematossilina ferrica, ma differenziando a dovere risulta assai chiara la presenza nel suo interno di una fibrilla poco ondulata e indivisa, che potei seguire in vari casi fino a fianco del nucleo, ove essa appare più attenuata (fig. 3). Non mi è stato possibile riconoscere la continuazione della fibrilla nel pro-

(1) Non posso tuttavia affermare che vi sia identità nella natura.

Digitized by Google

lungamento prossimale dei trichesteti, ma credo ciò debba ascriversi piuttosto alla difficoltà di fissazione sopra accennata che ad interruzione della fibrilla stessa (1). L'ultimo tratto del prolungamento receptore costituisce un *pelo di senso*, lungo di solito 6-8 μ, di aspetto semirigido, che sporge nel lume del canale laterale. La base del pelo è spessa μ 0,3 a 0,6; talvolta vi si scorge ancora la fibrilla staccata dalla parete, mentre nel tratto apicale ciò non è più possibile, data l'estrema sottigliezza del tratto medesimo.

La massima lunghezza totale d'un trichesteto s'aggira sui 40 μ (fig. 1) o poco più; la larghezza massima del suo corpo è di circa μ 2,5; la distanza tra il nucleo e la punta del pelo di senso è di 15-30 μ; lunghezza del nucleo 5-8 μ, sua larghezza μ 1,5 a 2,5.

Nel citoplasma dei trichesteti non ho potuto riconoscere la presenza di vacuoli, di granulazioni o di altro materiale atto a comprovare un'attività secretoria. Il nucleo è ricco di cromatina, distribuita in grani su un fitto reticolo oltrechè contro la membrana (fig. 4).

Esaminando la disposizione dei trichesteti nel tratto iniziale di singoli canali, cioè in vicinanza del poro d'accesso, ove essi abbondano, è facile riconoscere la loro disposizione assai inclinata per modo da protendere il pelo di senso in direzione del poro, così dicasi del tratto del canale più lontano dal poro ove la cosa è tuttavia meno costante e i trichesteti sono meno fitti. Può pure verificarsi, lungo il decorso di un canale, una inversione nella disposizione dei trichesteti, ma si tratta allora, credo in ogni caso, di canali muniti di due (o più) pori d'accesso: il punto in cui si nota l'inversione in parola corrisponde verosimilmente all'incontro e comunione di due canali provenienti da due infossamenti epidermici contigui. Sono piuttosto rari i casi in cui i trichesteti mostrano il tratto distale diretto normalmente

(1) Ripetute prove con metodi destinati a colorare elettivamente cellule e fibre nervose non mi hanno dato risultati pratici nè per la fibrilla in parola nè per le fibre nervose: queste ultime mi apparvero ben spesso tinte in nero dall'ematossilina ferrica Heidenhain. Per i vantaggi che l'emat. ferr. H. offre in confronto ai metodi specifici neuroistologici vedasi in Franz (1923, p. 406, Acranî!).

Digitized by Google

o quasi all'asse longitudinale del canale (fig. 3, 4). Non ho potuto accertare se il tratto prossimale raggiunge la basalis per attraversarla o se si pone in rapporto di contatto con terminazioni nervose intraepiteliali. L'epitelio dei canali laterali è sottile, formato usualmente da tre o quattro piani di cellule un po' depresse: il suo spessore totale (20-25 μ) è notevolmente minore della lunghezza dei trichesteti, onde la posizione obliqua di questi ultimi.

Più volte ho trovato due trichesteti contigui (fig. 3), ma di regola a questi elementi s'interpongono in vario numero cellule epidermiche di rivestimento punto modificate nella forma. I trichesteti dei canali laterali, sia del capo che del tronco di *Amiurus catus*, non sono quindi mai raggruppati a formare delle areole sensorie; essi rispecchiano nettamente una distribuzione diffusa su tutta la parete dei singoli canali, ad eccezione delle areole o placche sensorie corrispondenti agli organi di senso propriamente detti dei canali laterali.

Non posso escludere in modo assoluto la presenza di rari trichesteti isolati nell'epidermide della superficie del corpo. In due casi notai la presenza di un robusto filamento siderofilo disposto nell'epidermide ortogonalmente alla superficie e con decorso rettilineo, terminato in un pelo libero all'esterno: non potei tuttavia riconoscere un corpo cellulare corrispondente.

Amblesteti (fig. 5-8). — Possiedono i caratteri di cellule di senso secondarie. Sono assai frequenti nei canali laterali del tronco, ma li ho trovati più rari nei canali del capo. Hanno forma a pera o clavata: misurano in lunghezza 10-13 μ, la massima larghezza è di 4-6 μ. Sono quindi assai più corti dei trichesteti, ma li superano nello spessore del corpo. In questo è contenuto il nucleo sferico, spesso 3-4 μ, assai ricco di cromatina distribuita su un fitto reticolo e contro la parete. Sensibilmente diverso è l'aspetto del nucleo delle cellule epiteliali di rivestimento, sferico od ovoide in sezione, ma meno siderofilo perchè più povero in cromatina e dotato di reticolo meno fitto.

Il citoplasma mi apparve omogeneo, privo di materiali che dimostrino attività secernente, nè vi potei riconoscere traccia alcuna di fibrille. La parte distale, attenuata, che costituisce il prolungamento receptore, è subconica, tronca, e s'insinua fra le cellule di rivestimento ad affiorare coll'estremità alla superficie

Digitized by Google

dell'epitelio, senza tuttavia sporgere nel lume del canale. La estremità è larga 1-2 μ, non è mai acuminata, bensì presenta nella maggioranza dei casi una piccola area piana o un po' incavata. Il tratto apicale così foggiato è lungo 1 μ o poco più, ed è facilmente riconoscibile per la spiccata siderofilia del suo contorno verosimilmente cuticolare. Ho potuto notare molte volte che il cappuccio siderofilo è un po' più sottile al centro dell'area apicale suddetta (fig. 8).

La parte dilatata manca di prolungamento alla base (1); essa si affonda nell'epitelio, formato, com'è detto sopra, di tre o quattro piani di cellule, ma senza attraversarlo in tutto il suo spessore, neppure nel caso in cui l'asse polare sia diretto normalmente alla superficie dell'epitelio (fig. 5-7). Tale condizione però si offre di rado, chè gli amblesteti sono di solito flessi in ampia curva fino a disporsi talvolta coll'asse maggiore parallelo alla superficie dell'epitelio, rimanendo allora protetti dal solo piano superficiale di cellule (fig. 8). La flessione degli amblesteti s'effettua in direzioni varie, nè si manifesta un ordinamento costante nell'orientamento del loro polo receptore verso i pori di entrata ai canali laterali. Anche gli amblesteti possono trovarsi accostati a due a due (fig. 7), ma per essi, come pei trichesteti, si ripete prevalentemente la distribuzione diffusa nella parete, sia distale che prossimale, dei canali laterali. Anche gli amblesteti — coi caratteri strutturali sopra descritti — mancano nelle aree o placche sensorie corrispondenti agli organi di senso propriamente detti dei canali laterali.

Aree o placche di senso dei canali laterali (fig. 9 e 10). — Un primo confronto che mi venne fatto di stabilire nei riguardi degli elementi di senso sopra descritti è quello con le cellule sensorie proprie delle aree o placche contenute anch'esse nei canali laterali di *Amiurus catus*. Dette aree vennero descritte, per la specie in parola, da Wright; ma più tardi Herrick (1901), che le studiò in *A. melas* (Raf.), giudicò " very unsatisfactory „ le figure di Wright, apprezzando invece l'esattezza della descrizione di Bunker per le aree di *A. nebulosus* (Le Sueur).

Le cellule sensorie, raggruppate in buon numero nelle aree,

(1) Piccoli lobi come quello riprodotto in fig. 5 si osservano di rado e sono verosimilmente artefatti della fissazione.

Digitized by Google

sono secondarie, piriformi al pari degli amblesteti, e si distinguono nettamente dai trichesteti che mai si trovano in dette aree. La fig. 9 ne mostra quattro intercalate a cellule di sostegno. Le particolarità citologiche figurate si ritrovano soltanto in parte nella descrizione di BUNKER, il quale si valse tuttavia, per le sue osservazioni, di metodi varî di tecnica microscopica, compresa la colorazione con ematossilina ferrica HEIDENHAIN.

La capocchia che ogni cellula sensoria porta all'estremità ricorda quella descritta e figurata da RETZIUS (1898, tav. XVIII, fig. 12) (1) per le cellule consimili presenti nelle ampolle di LORENZINI di *Acanthias*. In cima alla capocchia non ho trovato il pelo di senso ricordato da WRIGHT, BUNKER e HERRICK: ho invece notato che ben soventi la tenue cuticola di cui sono tappezzati i canali laterali appare corrugata, sollevata e lacerata sopratutto sulle aree o placche di senso. Tenui lembi di cuticola possono allora qui interpretarsi come peli di senso, ma un esame attento e ripetuto mi ha distolto da una simile interpretazione. I distacchi della cuticola sono dovuti a difetti di fissazione, quasi inevitabili per la causa sopra riferita (pag. 227). Se veramente le cellule in parola fossero fornite di pelo di senso, non vedo ragione perchè esso soltanto non si manifesti nei miei preparati, mentre è evidentissimo il pelo dei trichesteti, ed è pure evidentissimo il peluzzo delle cellule sensorie dei bottoni terminali (terminal buds) distribuiti alla superficie del corpo (v. sotto).

Dalla capocchia delle cellule sensorie delle placche dei canali laterali si protendono verso il corpo cellulare alcune fibrille brevi e sottili; esse sono probabilmente formazioni metaplasmatiche, uguali per natura alla sostanza propria della capocchia (fig. 9).

Meritano speciale menzione le formazioni granulari che si trovano nel citoplasma del corpo cellulare, mancando esse nel prolungamento distale. Tutte sono spiccatamente siderofile: parte di esse è confinata nella regione basale della cellula, mentre le altre formano uno, raramente due o più, gruppi di solito contigui al nucleo. Tali gruppi non sono tuttavia costanti

(1) La figura di RETZIUS è riportata da HESSE (loc. cit., pag. 39) e da BÜTSCHLI (loc. cit., pag. 670). Per pesci ossei cfr. fra altri il recente lavoro di HEILIG (1912).

Digitized by Google

in tutte le cellule di senso in parola: se intensamente tinti dall'ematossilina ferrica HEIDENHAIN, appaiono come masse compatte (fig. 9), ma differenziando a dovere si scorgono i granuli che li compongono (fig. 10). Le variazioni, talora sensibilissime, che si osservano nella quantità delle masse granulari, talora anche del tutto assenti, mi hanno spinto a considerare le granulazioni stesse quale indice di attività secretoria (1) piuttosto che condrioma.

Il nucleo, sferico o ovoide, è ricco di cromatina e mostra ben spesso un granulo sferico più grosso. Quest'ultimo è più costante nei nuclei ovoidi delle lunghe e tenui cellule di sostegno, la cui cromatina è invero assai più scarsa (fig. 9 e 10).

È già nota, nelle aree di senso qui descritte, la differente lunghezza dei due tipi di cellule: le cellule di sostegno formano un'alta (2) palizzata, e ognuna di esse raggiunge con le estremità sia il margine libero che la basalis dell'epitelio: i loro nuclei sono ravvicinati alla base. Le cellule di senso non superano, usualmente, la metà della lunghezza delle cellule di sostegno ad esse intercalate (fig. 10). Ciò vale pel centro delle aree di senso, chè ai margini questi rapporti variano sensibilmente.

Il confronto fra gli amblesteti e le cellule sensorie delle aree suddette consente di riconoscere somiglianze nella forma sia dei due elementi che del loro nucleo, come pure nella struttura e nella siderofilia di quest'ultimo. Ma altri caratteri (forma dell'apice, fibrille, granulazioni siderofile basali e adnucleari) forniscono delle differenze non prive di significato. È pure di regola diverso il volume dei due elementi; gli amblesteti sono di solito più piccoli. Di più, mentre gli amblesteti sono raramente orientati coll'asse principale normale alla superficie dell'epitelio, tale orientazione è tipica nelle cellule sensorie delle

---

(1) Ricordo a questo riguardo l'ipotesi avanzata da BOTEZAT (1909, 1910 *a*, *b*), secondo la quale le cellule di senso secondarie dovrebbero ravvicinarsi alle cellule sierose ghiandolari: le loro secrezioni sarebbero destinate ad eccitare le terminazioni nervose. Notevole nelle cellule qui descritte la presenza di granulazioni appunto nella regione basale (fig. 9), quella attorno alla quale è verosimile siano disposte le terminazioni d'una fibra nervosa. L'ipotesi di BOTEZAT pare tuttavia abbia incontrato poco favore (cfr. KOLMER 1910, e PLATE 1924, pag. 15).

(2) Circa 40-50 μ nella parte centrale delle aree.

Digitized by Google

placche; ma qui interviene senza dubbio l'azione meccanica delle lunghe cellule di sostegno intercalate (fig. 9). Rimane infine la differenza data dal fatto che mentre gli amblesteti sono diffusi e distanziati fra loro, le cellule sensorie delle placche — pur essendo anch'esse nella parete dei canali laterali — appaiono invece raggruppate. Nè mi pare che quest'ultima circostanza possa invocarsi quale causa determinante delle particolarità di struttura sopra indicate come caratteri differenziali dagli amblesteti.

È logico allora porre il quesito se l'esistenza nei canali laterali di *Amiurus catus* di tre elementi di senso fra loro più o meno diversi non sia indice di tre diverse capacità sensorie localizzate nei canali stessi. Tralascio, per brevità di spazio, di svolgere qui altre considerazioni a questo riguardo.

Cellule sensorie degli organi di senso superficiali. — Questi organi sono noti per lo studio che ne fece Allis (1897) in *Amiurus catus*, e più ancora per lo studio che ne fece Herrick (1901, 1903) in *A. melas*. Anche in *A. catus* sono facilmente riconoscibili gli organi chiamati da Herrick: *a*) " pit organs „, piccoli e grandi; *b*) " terminal buds „. In questi ultimi le lunghe e sottili cellule di senso sono dotate di due prolungamenti, e si estendono ciascuna per tutta l'altezza dello strato epidermico (fig. 11). Invece le cellule sensorie dei " pit organs „ sono piriformi e non raggiungono mai colla parte allargata la basalis.

Le cellule dei " terminal buds „ sono affatto simili ai trichesteti (fig. 1 e 11); il loro pelo di senso misura circa 3 μ, ed è quindi un po' più corto di quello dei trichesteti. Per tutta la loro lunghezza sono traversate da *una robusta fibrilla siderofila*, che potei riconoscere anche nel sottile prolungamento basale della cellula. Al pari dei trichesteti il tratto più prossimo al pelo di senso è più siderofilo, come risulta da preparati di sezioni molto differenziate coll'allume ferrico (1).

(1) In sezioni tinte col bleu di toluidina si distingue chiaramente che la porzione distale delle lunghe cellule dei terminal buds, ad eccezione del pelo di senso, è occupata da una sostanza fittamente granulosa che si colora allo stesso modo della mucina, cioè in rosso-violaceo, come già ebbi occasione di ricordare altrove (1923). Non mi è stato possibile riconoscere la medesima caratteristica nei trichesteti. La fibrilla assile non è messa in evidenza dal bleu di toluina.

Digitized by Google

Le cellule sensorie piriformi dei " pit organs „ (fig. 12) rassomigliano più agli amblesteti che alle cellule piriformi delle aree sensorie dei canali laterali. Invero esse mostrano di rado le granulazioni siderofile, in special modo quelle addensate di solito accanto al nucleo, nè sono provviste di fibrille siderofile presso il polo distale, che può essere piano, mediocremente allargato, e manca d'una vera capocchia siderofila, ma è protetto da un tenue cappuccio laminare siderofilo, facilmente deformabile. Trovai le loro dimensioni di regola alquanto superiori a quelle degli amblesteti e delle cellule piriformi delle aree dei canali laterali. Misurano in lunghezza 20-35 μ, in spessore 12-18 μ; il loro nucleo, sferico, ha il diametro di 8-11 μ.

Per le cellule sensorie dei " pit organs „ pare non vi sia dubbio che siano secondarie. Quelle dei " terminal buds „ è supponibile siano pure considerate come tali, vista la grande somiglianza dei bottoni terminali di *Amiurus* con quelli di altri Teleostei nei quali le cellule di senso vennero studiate ripetutamente con metodi di tecnica delicati e precisi, e riconosciute appunto come secondarie. Nei miei preparati non ho potuto scorgere arborescenze terminali di fibre nervose disposte a fiancheggiare le cellule di senso, ed ho già sopra ricordato l'insufficienza di risultati avuta dall'applicazione di metodi destinati a colorare elettivamente elementi nervosi.

Vanno ora considerati i due caratteri nuovi sopra riferiti: la fibrilla assile rivelata dall'ematossilina ferrica e la probabile attività secretoria dimostrata dalla presenza nel citoplasma di una sostanza colorabile col bleu di toluidina allo stesso modo della mucina. Il primo carattere ha particolare importanza: se la fibrilla assile è di natura nervosa, e si continua prossimalmente in una fibra, le lunghe cellule in parola dovrebbero considerarsi quali cellule primarie o gangliari di senso. Ho detto sopra che i trichesteti rispecchiano caratteri di quest'ultime, non senza esprimere tuttavia una riserva circa la natura.

Il secondo carattere richiama anche qui il ricordo dell'ipotesi di Botezat (1): va tuttavia notato, nel caso in parola, che il prodotto di secrezione, se veramente è tale, appare accumulato nel tratto distale della cellula. Sta forse ciò ad indicare che il

(1) Vedi sopra a pag. 232, nota 1.

Digitized by Google

prodotto è destinato ad essere emesso all'esterno? Oppure che la sua presenza — come materia alterabile per effetto di agenti esterni — ha azione di contatto sulla fibrilla assile? Alle due domande è difficile rispondere in modo sicuro.

Rimane comunque assodato anche più positivamente che i trichesteti sono elementi di senso, vista la loro grande somiglianza con le cellule di bottoni terminali, ai quali si ascrive funzione gustativa (1).

Rimane a spiegare la disposizione dei trichesteti diffusi isolatamente nella parete dei canali laterali in opposizione all'accentramento delle lunghe cellule consimili nei bottoni terminali. È opportuno richiamare a questo proposito l'idea espressa da PLATE (1924) per giustificare l'assenza di cellule di senso isolate nell'epidermide dei Vertebrati. In questi animali " es fehlen " einzeln stehende Sinneszellen in der Epidermis, weil diese " vielschichtig geworden ist und die zarten Tastzellen (2) sich " daher nur im zahlreichen Verbande, als Knospe, halten können, " und es fehlen primäre Sinneszellen; alle sensiblen Zellen der " Haut werden von Dendriten umsponnen, sind also sekundär „ (loc. cit., pag. 38). " Wir finden die primären Zellen bei den " Wirbeltieren nur in der Nasenhöhle, wo ein zartes Epithel " bestehen bleiben konnte, weil es mechanischen Verletzungen " kaum ausgesetzt war, und im Auge (3), dessen erste Stufe " durch die Umwandlung der Medullarrinne zum Ventrikel ge- " schützt wurde „ (loc. cit., pag. 762).

Le considerazioni giustificative di PLATE si conciliano singolarmente bene col caso da me illustrato nel presente lavoro di cellule sensorie diffuse isolatamente alla parete dei canali laterali. Quest'ultima è invero dotata di un epitelio rivestente molto più sottile dell'epidermide superficiale, sia nei tratti profondi

---

(1) Cfr. HESSE, pag. 55, e PLATE 1924, pag. 54 e 360 (*Amiurus*!).

(2) Nella categoria degli " Hautsinnes (Tast) organe „ dei Vertebrati PLATE comprende anche le " epitheliale Sinnesknospen „, tra le quali egli annovera i bottoni epidermici — Sinnesknospen e Sinneshügel (= terminal buds e pit organs) — dei Pesci ossei.

(3) Già nella prima parte della sua opera (1922, pag. 378) PLATE aveva ammesso che le cellulev isive dei Vertebrati fossero primarie, com'è ripetuto nella seconda parte (1924, pag. 13). Cfr. a questo riguardo l'opinione opposta di BOTEZAT (1910, pag. 518, ubi lit.).

Digitized by Google

dei canali che in vicinanza dei pori d'accesso (1): non sono così sottili le aree o placche sensorie. La sottigliezza dell'epitelio in parola è, in *Amiurus catus*, verosimilmente collegata all'assenza in esso epitelio di cellule ghiandolari (Kolbenzellen, cellule caliciformi), le quali appaiono, copiose e grosse, nell'epidermide superficiale (2), e può pure collegarsi alla minore influenza esercitata nell'interno dei canali laterali dalle " mechanische Verletzungen „ che agiscono direttamente sulla superficie del corpo.

Plate ammette infine un rapporto fra epitelio conservatosi sottile e la presenza in esso di cellule di senso primarie; così egli chiarisce l'esistenza di tali cellule nella cavità nasale dei Vertebrati. Lo stesso autore precisando i caratteri della cellula di senso primaria, o neurone periferico, così si esprime: " In vielen Fällen setzt sich die Nervenfaser „ — del neurone in parola — " mit einer oder mit mehreren Neurofibrillen durch " den Zellkörper bis zum distalen Pole fort, um hier entweder " frei auszulaufen oder in das der Zelle aussen aufsitzende " Stäbchen bzw. in mehrere Stäbchen überzugehen. Wenn nun " in den Sinneszellen solche Neurofibrillen noch nicht gefunden " sind, so sind sie vielleicht übersehen worden „ (1924, loc. cit., pag. 13) (3). E più sopra (pag. 12) definisce la cellula di senso primaria giacente " meist zwischen den Epithelzellen als eine " schmale spindelförmige Zelle etc. „.

Questa disposizione e questa forma si ripetono nei trichesteti, nei quali ho pure dimostrato l'esistenza di una fibrilla, che non posso tuttavia affermare sia di natura nervosa. Così dicasi per le cellule di senso dei bottoni terminali epidermici di *Amiurus catus*.

Trichesteti e filamenti sensori degli organi laterali di Labeo. — Nel lungo capitolo, denso di dati, che Plate (1924) dedica agli organi laterali, sono raccolti, a pag. 85, alcuni esempi tipici di organi laterali sparsi. Tra essi è annoverato quello fornito da *Labeo* e descritto da Collinge

(1) Vedi sopra a pag. 229.

(2) Per la produzione di muco a spese delle cellule epiteliali superficiali dei canali laterali rimando a una mia recente Nota (1923).

(3) Schneider (1908) distingue per la forma cellule di senso primarie e secondarie, e ammette che il loro " Sarc enthält längsverlaufende Fäden, die wohl immer den Charakter von Neurofibrillen aufweist „ (pag. 47).

Digitized by Google

(1895) (1), che qui particolarmente interessa per la forma e la struttura degli elementi di senso. *Labeo dussumieri*, Ciprinide delle Indie Orientali, possiede sul muso numerosi pori che conducono ciascuno in una cavità provvista alla parete di " a series of sensory filaments into which a fine branch of a nerve passes „ (fig. 287, tav. 19, fig. 8 e 9). COLLINGE non specifica quale metodo di tecnica gli abbia suggerito di chiamare nervosa la fibrilla che percorre i filamenti. Comunque è forse consentito ammettere che questi appartengono a cellule simili ai trichesteti. Notevole allora il fatto che tali elementi siano nelle fossette circumboccali di *Labeo* raggruppati — non molto strettamente però, a giudicare dalla fig. 8 di COLLINGE — mentre i trichesteti di *Amiurus catus* sono sparsi lungo i canali laterali. Sarebbe interessante conoscere se in *Labeo* i canali laterali sono essi pure dotati di filamenti sensorî, e come questi vi sono disposti.

Riassunto e conclusioni.

Le mie osservazioni sull'*Amiurus catus* (L.) hanno dimostrato che nei canali laterali di questo Siluride esistono TRE SORTA DI ORGANI DI SENSO rappresentati da:

A, placche o aree sensorie (organi laterali degli autori);

B, cellule di senso *isolate* e *diffuse*, distinguibili a loro volta in due tipi, diversi dalle cellule delle placche:

a) *trichesteti*, rassomiglianti a cellule di senso primarie, e dotati di pelo di senso;

b) *amblesteti*, cellule di senso secondario, prive di pelo.

I trichesteti forse compaiono isolati, ma eccezionalmente, anche nell'epidermide superficiale; gli amblesteti no. Entrambi i tipi di elementi si prestano bene a confronti con le cellule sensorie degli organi di senso superficiali. I trichesteti, per la forma allungata e sottile e pel possesso di una fibrilla assile, rassomigliano grandemente alle cellule sensorie dei bottoni terminali (terminal buds), nelle quali ho appunto riconosciuto la presenza di una fibrilla assile. Gli amblesteti rassomigliano più alle cellule piriformi degli organi a fossetta (pit organs) che a quelle delle aree o placche di senso contenute nei canali laterali.

La presenza di cellule di senso diffuse isolatamente nell'epidermide di Teleostei, sia pure alla parete dei canali laterali, ma in aggiunta qui alle caratteristiche aree sensorie, non mi consta sia stata finora segnalata. Essa è indice di localizzazione

(1) Non ho potuto consultare l'opera di LEYDIG citata in riguardo da questo autore.

Digitized by Google

meno accentuata degli elementi di senso intraepidermici. Tale deficenza di localizzazione potrebbe porsi in rapporto colla segregazione di determinate regioni dell'epidermide affondate a costituire appunto la parete sottile dei canali laterali, ma — fatto notevole — interessa due diversi tipi di cellule di senso, forse equivalenti ai due tipi che nell'epidermide superficiale, assai più spessa della parete dei canali, appaiono invece raggruppati.

Già altri (PLATE) ha ammesso un rapporto fra raggruppamento di cellule sensorie intraepidermiche e maggior spessore dell'epidermide per chiarire l'assenza nei Vertebrati di cellule sensorie isolate, così frequenti invece negl'Invertebrati. In questi ultimi — tranne gli Artropodi — si tratta ben soventi di cellule primarie, mentre le secondarie prevalgono negli organi di senso dei Vertebrati.

L'esistenza di cellule di senso isolate e diffuse nell'epidermide di Vertebrati non è un fatto nuovo. Pur lasciando in disparte i dati offerti dall'*Amphioxus*, alle cui cellule di senso intraepidermiche, considerate — non da tutti — come primarie, s'è ascritto un alto significato quale stadio filetico dello sviluppo dei neuroni afferenti, ponendole anche a confronto colle cellule primarie di Invertebrati (*Lumbricus*) (1), devesi qui ricordare la presenza ben accertata di cellule di senso sparse nell'epidermide dei Petromizonti (2). STUDNICKA (1913) ne ha studiato un tipo particolare in *Ammocoetes* giovanissimi (*Proammocoetes*), valendosi di colorazione con ematossilina ferrica, e di DELAFIELD. STUDNICKA ravvicina quel tipo di elementi sensori alle cellule primarie intraepidermiche dell'*Amphioxus*, ma non osa affermare la loro natura primaria, considerando la tecnica di colorazione usata, che non gli ha permesso di constatare se effettivamente i pro-

(1) Cfr. HEIDENHAIN (1911, pag. 747, ubi lit.). PLATE (1924, pag. 38) ammette non dubbia l'esistenza in *Amphioxus* di cellule di senso diffuse nell'epidermide, e tende ad ammettere ch'esse siano primarie. FRANZ (1923) ha riconosciuto che mancano di prolungamento nervoso e ritiene quasi certo che sono "sekundär innerviert".

(2) Per dati e indicazioni bibliografiche si consultino i lavori di RAZZAUTI (1915) e di FICALBI (1914-16). Merita particolare menzione la scoperta fatta da HÄGGQVIST (1914) di cellule di natura nervosa nell'epidermide umana.

Digitized by Google

lungamenti basali delle cellule stesse si continuano in fibre nervose. Analogo ostacolo s'è offerto a me nei riguardi dei trichesteti di *Amiurus catus* (1). Particolare menzione fa STUDNICKA della struttura dell'epidermide dei *Proammocoetes*, che è " fast " durchwegs einschichtig, während sie bei den grösseren Am- " mocoeten immer schon mehrschichtig ist „ (l. c., pag. 111). Ma anche nei grossi *Ammocoetes* esistono cellule sensorie diffuse nell'epidermide; in Petromizonti adulti la loro esistenza, dapprima affermata, è stata più tardi messa in dubbio da RAZZAUTI.

La presenza di cellule sensorie diffuse nella sottile parete epidermica dei canali laterali di *Amiurus catus* ben si presta al confronto col reperto di STUDNICKA nella sottile epidermide dei *Proammocoetes*. Entrambi i casi si possono considerare quali indici di semplicità di struttura e di primitività, specialmente il secondo. Ora è per lo meno interessante che in *Amiurus* il carattere di primitività che s'osserva in determinate aree della sua epidermide (canali laterali) sia accompagnato da un'altra notevolissima particolarità, alla quale ho pure ascritto (1923) carattere di primitività: la papilla multipla del nervo ottico, che ancora ultimamente (1924) ho ripreso in esame (2).

Ed è pure interessante ricordare qui la naturale cecità di *Amiurus nebulosus* riconosciuta da HERRICK (1903, pag. 64) sperimentando in giovani esemplari l'incapacità a scorgere il cibo, la cui presenza viene invece percepita col sussidio degli organi di senso cutanei. HERRICK ritiene probabile che anche gli adulti siano incapaci di cercare il cibo servendosi degli occhi. Lo stesso autore cita l'osservazione fatta dal D^r^ EIGENMANN che " the " retinal pattern ... of *Ameiurus* is decidedly degenerate „. Non conosco il lavoro del D^r^ EIGENMANN sulla retina di *Amiurus*, ma credo che in luogo di degenerazione sia il caso di parlare qui di organizzazione rimasta in condizione di inferiorità.

Ist. di Anat. e Fisiol. Comparata della R. Univ. di Torino.
Palazzo Carignano, febbraio 1924.

---

(1) V. sopra la nota 1 pag. 228.

(2) Secondo PLATE (1924, pag. 648) la papilla multipla sarebbe invece risultato di una " sekundäre Spaltung „. Vedasi la mia interpretazione (1923, p. 140!).

Digitized by Google

OPERE CITATE

Allis E. P., 1897. *The Cranial Muscles* etc. *Amia calva.* « Journ. Morph. „, XII.

Botezat E., 1909. *Die sensiblen Nervenendapparate in den Hornpapillen der Vögel in Zusammenhang mit Studien zur vergleichenden Morphologie und Physiologie der Sinnesorgane.* « Anat. Anzeig. „, 34 Bd.

— 1910 *a. Morphologie* etc. *Geschmacksorg. d. Vögel.* « Id. „, 36 Bd.

— 1910 *b. Ueber Sinnesdrüsenzellen u. Funkt. Sinnesapp.* « Id. „, 37 Bd.

Bunker F. S., 1897. *On the Structure of the Sensory Organs of the Lateral Linie of Ameiurus nebulosus Le Sueur.* « Anat. Anzeig. „, 13 Bd.

Bütschli O., 1921. *Vorlesungen über vergleichende Anatomie,* I Bd.

Cognetti de Martiis L., 1923. *Osservazioni sul nervo ottico e sulla retina degli Acantopsidi.* « Atti Soc. Ital. d. Sc. Nat. „, vol. 62.

— — 1923. *Osservazioni sull'epidermide di Amiurus catus.* « Natura „, vol. XIV.

— — 1924. *Osservazioni sul nervo ottico e sulla retina dei Siluridi.* « Atti Soc. Ital. d. Sc. Nat. „, vol. 63.

Collinge W. E., 1895. *On the Sensory Canal System of Fishes. Teleostei-Suborder A. Physostomi.* « Proceed. Zool. Soc. London „, 1895.

Ficalbi E., 1914-1916. *Struttura del tegumento dei Petromizonti,* I-III.

Franz, 1923. *Haut, Sinnesorgane und Nervensystem der Akranier.* « Jena Z. „, 59, 3.

Fritsch G., 1887. *Die elektrischen Fische,* I.

Gegenbaur C., 1898. *Vergleichende Anatomie der Wirbelthiere,* I Bd.

Häggqvist G., 1914. *Von Zellen nervöser Art in der Epidermis des Menschen.* « Anat. Anzeig. „, 47 Bd.

Heidenhain M., 1911. *Plasma und Zelle,* II Lief.

Herrick C. J., 1901. *The cranial nerves and cutaneous sense organs of the Nort American Siluroid Fishes.* « Journ. Compar. Neurol. „, vol. XI, 3.

— 1903. *The organ and sense of taste in Fishes.* « Bull. Sc. Laborat. Denison Univ. „, vol. XII, art. VI.

Hesse R., 1913. *Sinnesorgane,* in « Handw. d. Nat. wiss. „, IX, Fischer, Jena.

Kolmer W., 1910. *Strukturen Epithel Sinnesorg.* « Anat. Anzeig. „, 36 Bd.

Leydig F., 1894. *Integument* etc. *Knochenfische.* « Zool. Jahrb. Anat. „, 8 Bd.

Lichtenfelt H., 1906. *Literatur zur Fischkunde.*

Perrier E., 1903. *Traité de Zoologie,* fasc. VI. *Poissons.*

Plate L., 1922-1924. *Allgemeine Zoologie und Abstammungslehre*; I Teil, 1922: *Einleitung, Cytologie, etc.*; II Teil, 1924: *Die Sinnesorgane der Tiere.*

Razzauti A., 1915. *Struttura del tegumento dei Petromizonti. Nervi ed organi cutanei di senso.* « Arch. ital. di Anat. e di Embriol. „, vol. 15.

Retzius G., 1898. *Zur Kenntniss der Lorenzinischen Ampullen der Selachier.* « Biolog. Unters. „, N. 7, VIII, n° 6.

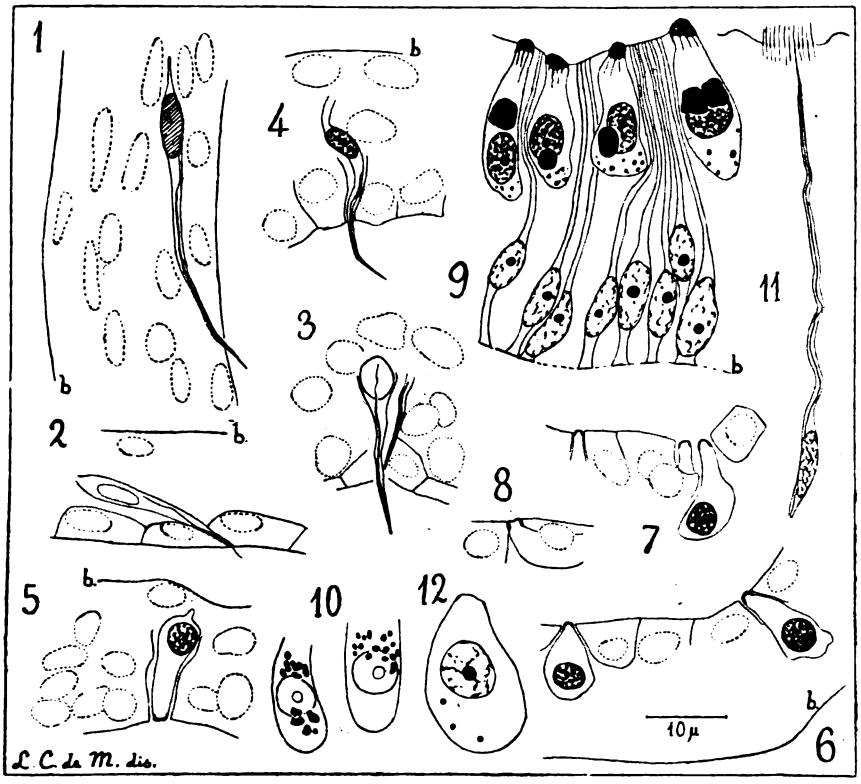
Schneider K. C., 1908. *Histologisches Praktikum der Tiere.*

Studnicka F. K., 1913. *Epidermoidale Sinneszellen bei jungen Ammocoeten (Proammocoeten).* « Anatom. Anzeig. „, 44 Bd.

Viallеton L., 1911. *Éléments de morphologie des Vertébrés.*

Wright R. R., 1884. *On the skin and cutaneous sense organs of Amiurus.* « Proceed. Canadian Inst. „, II, n. 3.

Digitized by Google



Amiurus catus (L.). — Fig. 1. Trichesteto della parete distale di un canale laterale del tronco. Picro-form. acet. Bouin-Hollande, emtss. ferr. Heidn. Esemplare lungo 17 cm. — Fig. 2. Trichesteto d'un canale laterale del tronco presso il poro d'ingresso. Sublim. alc., id. Esemplare lungo 21 cm. — Fig. 3. Trichesteti come in fig. 1. Sublim. alc. nitr. acet. Gilson-Carazzi, id. Esemplare lungo 17 cm. — Fig. 4. Trichesteto, id. Medesimo esemplare di fig. 3. — Fig. 5. Amblesteto, id., id. — Fig. 6. Due amblesteti della parete prossimale d'un canale laterale del tronco, id., id. — Fig. 7. Amblesteto e apici di altri due, id., id. — Fig. 8. Amblesteto, id., id. — Fig. 9. Quattro cellule sensorie e otto cellule di sostegno di un'area o placca di senso d'un canale laterale del tronco, id., id. — Fig. 10. Due corpi di cellule sensorie di un'area id. Fiss. e color. come in fig. 1. Esemplare lungo 29 cm. — Fig. 11. Cellula sensoria d'un bottone terminale (terminal bud). Medesimo preparato di fig. 1. — Fig. 12. Cellula sensoria d'un organo a fossetta (pit organ). Medesimo preparato di fig. 3.

I nuclei delle cellule epidermiche di rivestimento sono segnati col contorno punteggiato. — *b.* basalis.

Sistema ottico usato per tutte le figure: obb. imm. Zeiss apocromat. 2 mm., apert. 1,3, ocul. comp. 12 Koristka. Camera Nachet, disegno al piede d. stativo. Ingrandim. 2100 diam., ridotto a metà nella fotoincisione.

L'Accademico Segretario
Oreste Mattirolo

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Febbraio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Stampini, Brondi, Schiaparelli, Patetta, Prato, Cian, Luzio, Jannaccone e Vidari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Segretario Vidari ringrazia la Classe delle espressioni di condoglianza inviategli in occasione del suo grave lutto recente.

Comunica quindi la lettera ministeriale in data 20 febbraio, con la quale si annuncia il R. D. 24 gennaio che nomina il prof. Gioele Solari Socio nazionale residente dell'Accademia, nella Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Il Presidente invita il prof. Solari a entrare nell'aula, e lo saluta con parole di rallegramento e di augurio, certo che dalla attività del nuovo Socio avranno contributi notevoli gli studii dell'Accademia.

Il Socio prof. Solari ringrazia.

Il Segretario comunica quindi la lettera circolare del Comitato organizzatore del V Congresso internazionale di Filosofia

Digitized by Google

promosso dalla Società filosofica italiana per il prossimo maggio in Napoli, dove nel medesimo tempo si celebrerà il VII centenario della fondazione di quella R. Università. Il Socio VIDARI brevemente illustra l'importanza che assumerà il Congresso, il quale riprende, dopo la guerra mondiale, la consuetudine interrotta delle riunioni filosofiche internazionali prima svoltesi con crescente successo a Parigi, a Ginevra, in Heidelberg, a Bologna. Ricorda che nel prossimo Congresso si commemorerà da un eminente Prelato italiano il 650° anniversario della morte di S. Tommaso d'Aquino, e dal vice-presidente della *Kants-gesellschaft* il 200° anniversario della morte di E. Kant. Invita quindi la Classe a voler partecipare ufficialmente al Congresso, facendosi rappresentare.

Il Socio DE SANCTIS si associa alla proposta rilevando che la internazionalità del Congresso corrisponde a quella, che tuttavia finora non è stata pienamente raggiunta, delle Accademie.

Il Presidente propone che il Socio VIDARI sia incaricato di rappresentare l'Accademia al Congresso filosofico, e che, qualora egli non possa recarvisi, la rappresentanza passi al prof. FAGGI o al prof. SOLARI. La Classe approva.

Il Socio JANNACCONE riferisce intorno a un recente volume della signora M. L. GIARTOSIO DE COURTEN su *Shelley e l'Italia* (Milano, Treves, 1923) e ne illustra, con parole di vivo elogio, la contenenza e l'importanza letteraria.

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Marzo 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Somigliana, Sacco e il Segretario Mattirolo.

Scusa l'assenza il Presidente Ruffini.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Vice Presidente dà comunicazione di una lettera Ministeriale del 26 febbraio 1924 che approva la conferma del Socio Prof. Corrado Segre a Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali per un triennio a datare dal 9 febbraio 1923.

Egli dà quindi la parola al Socio Somigliana perchè voglia riferire in merito alle osservazioni e alle proposte che l'Accademia, dietro urgente richiesta, crede opportuno trasmettere al Ministero, riferentesi alle eventuali modificazioni o riforme da introdursi nel Calendario, secondo la risoluzione presa dalla Commissione consultiva e tecnica delle Comunicazioni.

Il Socio Somigliana, dichiarandosi alieno dal presentare proposte di riforme troppo radicali, legge la relazione compilata

Digitized by Google

da lui e dal Prof. SILVA, la quale, dopo alcune osservazioni del Socio PEANO, viene approvata dall'Accademia.

La relazione, di cui l'originale si conserva negli Archivi dell'Accademia, verrà al più presto comunicata al Ministero, in risposta alla richiesta urgente di parere, come da lettera 22 febbraio 1924.

Il Vice Presidente a nome della Classe ringrazia il Socio SOMIGLIANA e il Prof. SILVA.

Il Socio SACCO fa dono alla Biblioteca Accademica di una sua recente pubblicazione, dal titolo: *Come sorse la Grivola*, e ne discorre brevemente.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Marzo 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO COMM. PROF. GAETANO DE SANCTIS
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci STAMPINI, EINAUDI, SCHIAPARELLI, PATETTA, PRATO, PACCHIONI, FAGGI, LUZIO, MOSCA, SOLARI.

Scusano l'assenza il Presidente Senatore RUFFINI e i Soci VIDARI, CIAN, VALMAGGI e JANNACCONE.

Il Socio EINAUDI, in assenza del Segretario VIDARI, legge il verbale della seduta precedente del 24 febbraio, il quale è approvato.

Il Socio STAMPINI presenta per la pubblicazione negli *Atti* il discorso da lui letto nell'aula della R. Università col titolo: *Roma eterna ed il suo Natale presso gli antichi Romani.*

La Nota sarà pubblicata negli *Atti.*

Digitized by Google

LETTURE

Roma eterna ed il suo Natale presso gli antichi Romani (*)

Lettura del Socio nazionale residente ETTORE STAMPINI

Fra i pensieri e i sentimenti che più spiccatamente e più frequentemente ci si manifestano nella letteratura latina, sotto qualunque forma la si riguardi, va senza dubbio e sopra ogni altro annoverato il pensiero e il sentimento della patria. Com'io scriveva molt'anni addietro, recensendo il primo volume allora allora uscito dell'opera del Graf " Roma nella memoria e nelle immaginazioni del medio evo „, " l'idea di Roma, della sua gloria, della sua potenza, della sua immobile ed eterna grandezza è costantemente fissa nella mente dei romani scrittori, non pur ne' tempi più splendidi dell'impero, ma anche nella sciagurata età, in cui, per un formidabile concorrere di cause dissolventi, minacciava da ogni parte rovina l'immenso colosso innalzato dalla virtù, dalla costanza, dal senno, dalla fortuna della stirpe latina. Roma è non solo paragone di ogni grandezza, ma si può dire quasi che l'idea di essa, incombendo sugli spiriti, s'identifichi con quella dell'eternità „ (1). Così nel nono libro dell'Eneide, dopo di avere in un mirabile episodio cantato la commovente morte dei due giovani amici Eurialo e Niso, che avevano tentato con sfortunata intrepidezza di aprirsi il varco attraverso il campo di Turno per recare notizie ad Enea, il

(*) Questo discorso fu letto nell'Aula Magna della R. Università di Torino il giorno 21 aprile 1923. Si nota questa circostanza, per ispiegare la compendiosità del contenuto e la forma accademica nella trattazione di un argomento scientifico di tanta vastità.

(1) Cfr. *Rivista di filol. e d'istr. class.*, X (a. 1882), p. 560.

Digitized by Google

poeta, esaltandosi nella coscienza della propria grandezza, e intravvedendo nel buio dell'avvenire una gloria imperitura, esclama: " Fortunati entrambi! Se alcun che possono i miei " versi, nessun giorno mai vi sottrarrà alla memoria del tempo, " finchè la casa di Enea abiterà l'immobile rupe del Campidoglio, " ed il padre Romano terrà l'impero „ (1).

Non altrimenti Orazio, nella chiusa del III libro de' carmi, proclamando di aver finito " un monumento più perenne del bronzo e più alto della mole regale delle piramidi „, afferma che egli non tutto morrà, ma che con grande parte di sè stesso eviterà il sepolcro, e la sua gloria manterrassi fresca sempre mai crescendo presso i posteri, " fintantochè il pontefice con la tacita vergine salirà il Campidoglio „ (2). E poco appresso Ovidio, giunto al termine del poema delle " Metamorfosi „, pensando all'opera da lui compiuta, che nessuna forza, nessun volgere di tempi mai potrà distruggere, non si perita di asserire che, dovunque s'espanda sulle terre domate la Romana potenza, egli sarà letto, e famoso vivrà per tutti quanti i secoli (3).

E l'affermazione di tal magnifico presagio, come s'esprime un nostro chiaro filologo, Carlo Pascal (4), continuò superba per tutti i secoli della vita romana. Ma non fu soltanto propria della letteratura latina strettamente intesa, bensì la vediamo in età diverse significata in versi ed in prosa, persino mediante epigrafi e monete, nella stessa letteratura greca. Mi limiterò a tradurre quasi per intero la breve ode saffica all'eterna Roma, attribuita alla poetessa Melinno di Lesbo (5), vissuta, a quanto pare, nel primo secolo av. l'era volgare (6):

" Salve, o Roma, figlia di Marte, prode regina dall'aurea " mitra, che sulla terra abiti nobile Olimpo ognora intatto.

---

(1) 447 sgg.

(2) XXX, 8 sg.

(3) XV, 877 sgg.

(4) Cfr. *L'ultimo canto romano e la fine del paganesimo* (Estr. dal fasc. di maggio 1903 della *Rivista d'Italia*), p. 8.

(5) Ci fu conservata da Stobeo, *Flor.*, Z, *Περὶ ἀνδρείας*, vol. I, p. 163 Meineke = vol. III, p. 312 Hense.

(6) Cfr. Christ-Schmid, *Gesch. der griech. Litt.*, II^5, p. 249.

Digitized by Google

" A te sola diede venerabile Parca onor regale d'infrangi-
" bile dominio, perchè avendo padronal potenza tu debba signo-
" reggiare.

" Sotto il tuo giogo di robuste coregge sono stretti i petti
" della terra e del mare canuto: e tu saldamente governi città
" di popoli.

" Il potentissimo tempo, il quale ogni cosa prostra, ed ora
" in una guisa ora in un'altra va trasformando la vita, a te
" sola non muta mai il vento gonfiator delle vele del tuo dominio.

" Perocchè tu sola in vero fra tutte produci gagliardissimi
" uomini, grandi lanciatori..... „.

Così Melinno. E che dovrò dire di uno de' più insigni rappresentanti della nuova Sofistica, Elio Aristide Teodoro, che, imperante Antonino Pio, verosimilmente verso il 154, dettava, fra le numerose orazioni sue, quel famoso *Encomio di Roma* che è tutto una glorificazione, tutto un esaltamento della grandezza di Roma imperiale, della pace romana, dei beni che Roma aveva apportato ed apportava al mondo? In guisa speciale vi si esalta, come scrive lo Zuretti che or non è molto ne diede una bella traduzione italiana (1), quella unità dell'impero " per la quale l'Urbe e l'Orbe si fondono in grande, universale concordia di anime liete e fiere di essere e di sentirsi romane „ (2); concetto questo, anzi vero, leale, forte sentimento, tanto più notabile, in quanto viene non da uno scrittore romano, o almeno dell'occidente romano, bensì da un uomo greco che, nato nella Misia, fu grecamente educato dai più insigni maestri greci del tempo, da un uomo che ebbe dimora brevissima in Roma, vivendo e viaggiando quasi sempre in oriente e sempre scrivendo in greco. Ed anche in lui l'idea della grandezza di Roma si accoppia alla persuasione dell'eterno durare dell'Urbe; talchè l'orazione si chiude con una preghiera, perchè gli dei assecondino tal vivo desiderio dell'anima sua. " S'invochino " pertanto gli dèi tutti ed i figli degli dèi „ — scrive Aristide —, " e concedano essi che questo Impero e l'Urbe " fioriscano perpetuamente e sempre durino fino a che il

(1) *L'Encomio di Roma di Elio Aristide* nelle *Pubblicazioni dell'Atene e Roma* (Sezione di Milano), Milano, 1917.

(2) Pag. 6.

Digitized by Google

" ferro non galleggi sul mare e le piante non smettano di
" fiorire a primavera: ed il gran Reggitore ed i figli suoi siano
" salvi e sovranamente elargiscano beni a tutti „ (1).

Ma qui devesi considerare che non era soltanto un concetto letterario, un sentimento riservato alle classi elette dell'impero questo dell'eternità di Roma; esso aveva profonde radici nella coscienza popolare, propagato, consacrato da un oracolo della Sibilla che, al dire di Cassio Dione, prenunciò che il Campidoglio sarebbe stato a capo di tutta la terra abitata sino alla distruzione del mondo; predizione questa che si collega con due distinte leggende riferite da Tito Livio a proposito della fondazione del tempio di Giove Capitolino. La prima era una predizione di perpetuità, perchè, mentre gli uccelli augurali avevano permesso la sconsacrazione di cappelle e tempietti di parecchie divinità per formar l'area del tempio, non avevano consentito si sconsacrasse il santuario del dio Termine che fu perciò conservato nel suo posto e nella sua forma di pietra di confine entro la cella centrale del tempio che si costruì; e la seconda leggenda era predizione di grandezza d'impero, perchè, nell'aprire le fondamenta del nuovo tempio, trovossi un capo umano col viso intatto, dal che si trasse il vaticinio che quell'altura sarebbe stata rocca dell'impero e capo di tutto il mondo (2). Così, da una parte, si comprende quanto fosse potente ne' Romani l'amore, l'ammirazione per la loro città; e dall'altra si comprende pure come nemmeno davanti ai più immani disastri potesse essere scossa negli animi la profonda persuasione di Roma sempiterna. E non senza molta e viva commozione si leggono alcune parole del cippo sepolcrale di quel Vettio Agorio Pretestato (3), morto nel 384, che, oltre ad aver rivestito le più alte cariche dello Stato, fu ancora tra i

---

(1) Pag. 38 della trad. dello Zuretti, § 109.

(2) Cfr. Cass. Dio., fr. 25, 9; Liv., I, 55, 3-6, ed al riguardo Preller-Jordan, *Röm. Myth.*, I³, p. 217; Aust nell'*Ausführl. Lex. d. gr. u. röm. Myth.*, del Roscher, II, col. 707 sg. Sulla credenza nella durata eterna di Roma cfr. anche Franz Cumont, *L'éternité des empereurs romains* in *Revue d'histoire et de littérature religieuses*, I, 1896, p. 435 sgg.

(3) *CIL.*, VI, 1779 = Dessau 1259 = Buecheler, *Carmina latina epigraphica*, 111. Lo ricorda anche il Pascal in op. cit., p. 16.

Digitized by Google

filosofi ed i letterati più conosciuti dell'età sua. Nel lato destro della grande base marmorea, che si conserva nel museo Capitolino, leggesi ancora il principio — son cinque senarii interi e alcune lettere del sesto — di una singolare epigrafe, nella quale lo stesso Vettio Agorio, premorto alla moglie Aconia Fabia Paolina, con cui aveva vissuto quarant'anni, ne tesseva l'elogio. Or bene, fra le varie virtù che resero memoranda la lunga vita di Paolina, come quelle di essere stata leale, casta, pudica, fedele, pura di mente e di corpo, dedicata ai templi, amica dei numi, benigna a tutti, utile alla casa, un verso ricorda che essa preferì il marito a sè stessa e Roma al marito (*sibi maritum praeferens, Romam viro*). In tanto pregio era l'amore per l'eterna città!

E siamo già ne' tempi in cui si preparava la rovina dell'immenso impero; in cui da ogni parte s'addensava quella formidabile tempesta, la quale doveva travolgere colei che aveva dato leggi al mondo. Eppure anche allora, in mezzo alle invasioni barbariche, il maggior poeta pagano di quell'epoca, Claudio Claudiano, si faceva eco dell'incrollabile fede dei Romani negli eterni destini della loro città, della fede nella missione che Roma esercitava nel mondo. Alla vigilia della guerra Pollentina, che per un istante parve dovesse annientare l'impero, il poeta, rivolgendosi al grande generale, ch'ei chiamava " il nostro Sci- " piade Stilicone, per opera del quale cadde il secondo Anni- " bale, più crudele dell'antico Annibale „ (1), così gli favella: " O console vicinissimo agli Dei, che provvedi a sì grande città, " di cui nulla di più alto in terra rinserra l'etere, di cui non " non può la vista abbracciare l'ampiezza, nè possono i cuori " cogliere lo splendore, nè voce alcuna la gloria; che... madre " delle armi e delle leggi... sopra tutti distende l'impero e diede " la culla del primo diritto; questa è colei... che non soccom- " bette mai ad alcun danno, nè mai da ferita alcuna fu atter- " rita... questa è colei che unica raccolse i vinti nel suo grembo, " e con un nome comune a tutti strinse al suo seno il genere " umano, a guisa di madre non di padrona, chiamando cittadini " coloro che domò, e, pur lontana, avvincendoli di pio legame...

(1) *In lib. III De Cons. Stilich. praef.*, v. 21 sg., ed. Jeep.

Digitized by Google

" A lei dobbiamo... se tutti quanti siamo una gente sola. Nè " termine mai vi sarà del nostro dominio „ (1).

Questo cantava Claudiano prima della vittoria di Pollenzia; ma dopo essa ei detta un altro poemetto, in cui effonde il suo pieno entusiasmo per Roma salvata dal senno e dal valore del solo Stilicone, che aveva — così s'esprime — in sè raccolte e colmate con arti diverse le virtù dei tre sommi capitani, Fabio, Marcello e Scipione il Grande (2). " Roma già leva „ — egli canta — " più tranquilla i sicuri suoi colli. Sorgi, ten prego, " o madre veneranda e certa della fede degli dei propizi, e " deponi l'umile timore della vecchiezza, o città duratura quanto " il cielo. Allora soltanto prenderà su te il suo diritto la ferrea " Parca, quando la natura con nuove leggi abbia talmente mu- " tato il mondo, che il Tanai, voltate le sue acque, irrighi " l'Egitto, entri il Nilo nella Meotide, spiri l'Euro dall'occaso, " dall'India si spinga fuori lo Zefiro, e, mentre i gioghi del " Caucaso nereggino al soffio del caldo Austro, col suo ghiaccio " Aquilone rapprenda le arene della Getulia „ (3).

Commuove il notare che non eran solo i pagani a sentire e manifestare tale indomito amore per Roma, tale inestinguibile fede nella sua eternità, poichè, nonostante la lotta accanita tra il cristianesimo già trionfante e preponderante ed il paganesimo che s'avviava alla sua fine, e ad onta delle continue imprecazioni degli scrittori cristiani contro Roma pagana e delle spaventevoli loro previsioni, a cominciare dalla terribile profezia dell'Apocalisse (4), in questo amore, in questa fede degli spiriti pagani per l'indistruttibilità di Roma e del suo impero s'accordavano pure molte anime elettissime cristiane. Vero egli è che per la coscienza cristiana, come scriveva il Graf, niuna cosa terrena poteva essere eterna, dappoichè la terra stessa è condannata a perire e " Roma perirà anch'essa, e il suo impero " cesserà di reggere l'uman genere „ (5); ma agli spiriti cri-

(1) *De Cons. Stilich.*, III, 130-160.
(2) *De Bello Pollentino* (*Getico*), 133-143.
(3) Ibid., 51-60.
(4) 17 e 18.
(5) Vedi il capitolo XXII *La fine di Roma e del suo impero*, in op. cit., II, p. 471. Cfr. anche C. Pascal, op. cit., p. 9 sgg., e *Fatti e leggende di Roma antica*, Firenze, 1903, p. 212.

Digitized by Google

stiani meno compresi d'intolleranza e di odio, più calmi, più sereni, più prudenti interpreti dei decreti della Provvidenza, a questi spiriti che, malgrado il persistere del paganesimo, vedevano tuttavia l'impero e Roma già in gran parte rigenerati nel Verbo cristiano, Roma ben poteva apparire come la città scelta da Dio per pacificare e governare il mondo. E cotale pensiero espresse appunto il principe de' poeti cristiani dell'età stessa di Claudiano, cioè Aurelio Prudenzio, che, subito dopo la vittoria di Pollenzia, spiegava la causa de' trionfi e del vasto impero di Roma dicendo che Dio aveva voluto associare i popoli discordi per lingua, i regni dissonanti per riti e costumi, e sottoporli ad un solo impero, " affinchè l'amor della religione " tenesse congiunti i cuori degli uomini, imperocchè nessuna " unione divien degna di Cristo, se una sola mente non associ " le genti insieme strette „ (1). E più ampiamente, pochissimo tempo dopo (2), cantando il martirio di San Lorenzo in Roma, lo fa parlare in tal guisa, mentre il fuoco gli arrostiva le carni: " O Cristo, nume unico, o splendore, o virtù del Padre, " o fattore della terra e del cielo e autore di queste mura, tu " che lo scettro di Roma collocasti nel vertice delle cose pre- " scrivendo che il mondo servisse alla toga quirinale e s'arren- " desse alle armi romane, affinchè ad uniche leggi tu piegassi " i costumi, gli usi, i parlari, gl'ingegni e i culti di genti dis- " simili, ecco tutta la progenie mortale è passata sotto il regno " di Remo: i riti più dissoni parlan lo stesso linguaggio, hanno " uno stesso sentire. E ciò fu destinato, perchè la legge del " nome Cristiano stringesse vieppiù in un solo legame tutte " quante le distese delle terre. O Cristo, concedi a' tuoi Ro- " mani che Cristiana sia la città, per mezzo della quale conce- " desti che tutte le altre avessero un unico spirito di religione. " Di qua di là in una professione di fede si confederino tutte

---

(1) *Contra Symmachi orat.*, II, 585 sgg. Cfr. anche I, 427 sgg. Credo ormai assodato, contro i dubbi sollevati da parecchi, che il *Princeps* (I, 410) introdotto a parlare sia Teodosio il Grande. Ma senza dubbio il poema fu composto tra la primavera del 402 e l'estate del 403. Cfr. Schanz, *Gesch. d. röm. Litt.*, IV, 1^2, p. 249.

(2) Cfr. Concetto Marchesi, *Le Corone di Prudenzio tradotte e illustrate*, Roma, 1917, p. 8 e p. 33 sg. in nota.

Digitized by Google

" le membra; divenga pacifico il mondo soggetto, divenga pa-
" cifica anche la capitale suprema. Senta essa che le disgiunte
" plaghe si raccolgono in un'unica grazia; fedele diventi Romolo,
" e sia ormai credente lo stesso Numa „ (1).

Se non che i giorni orrendi non tardarono a ritornare per Roma, e la morte di Stilicone fu ben tosto seguìta dall'assedio di cui la strinsero i Goti di Alarico, e all'assedio tenne dietro la presa della città il 24 agosto del 410 ed il suo abbandono alla rapina, al furore, alle crudeli sevizie dei popoli della Germania e della Scizia. " Mi si arresta la voce „ — scriveva San Gerolamo alla vergine Principia dal suo monastero di Betlem, non appena ebbe notizia dello scempio di Roma — " e i singulti interrompono lo scrivere. È presa la città che " prese tutto il mondo: anzi perisce di fame prima che di spada, " e si trovarono a stento poche persone da prendere „ (2). E alla mente del grande Santo ritornavano, e nello scritto li ripeteva, gl'immortali versi di Virgilio per la descrizione che Enea fa dell'ultima notte di Troia: " Chi potrebbe rappresen-
" tare con parole lo sterminio, le morti di quella notte, o con
" le lagrime pareggiarne i travagli? Crolla l'antica città che
" dominò per molti anni: numerosi corpi sono sparsi qua e là
" inerti per le vie, per le case, pei santi limitari degli dei...
" dovunque lutto crudele, dovunque terrore e immagini di morte
" senza numero „ (3). Il focoso, il battagliero, il formidabile difensore della Chiesa cristiana non sapeva capacitarsi di tanto disastro, ed in un'altra lettera ad Ageruchia esclamava: " che cosa resta di salvo, se Roma perisce? „ (4)

Anche questa volta Roma rialza il capo per un tratto; ma oramai il suo dominio si sfascia, e i barbari scorrazzano per la Spagna e per le Gallie, e già qualche provincia si stacca dall'impero. Ciò non ostante un altro poeta, che aveva coi propri occhi vedute le orribili giornate del sacco di Roma, che, alcuni anni di poi, ne era partito per far ritorno nella nativa sua Gallia messa a soqquadro dai barbari, voglio dire il pagano

---

(1) *Peristeph.*, II, 413-444.
(2) *Ep.* 127 in *Patrol. lat.* del Migne, XXII, col. 1094.
(3) Col. cit. Cfr. *Aen.* II, 361-369.
(4) *Ep.* 123 in vol. cit., col. 1059.

Digitized by Google

Rutilio Namaziano, non crede alla dissoluzione dell'impero, e scioglie a Roma quel canto, che fu giustamente chiamato l'ultimo canto romano, e che è fra i più caldi di ammirazione e di amore patriottico che intelletto di poeta abbia concepito. Roma ha bensì subìto l'onta del saccheggio, delle stragi, per violenza di barbare genti; ma Roma non è morta, Roma non può morire, Roma è eterna.

" Ergi „ — cantava Rutilio — " i lauri del tuo crine, e " la vecchiaia della tua sacra testa ricomponi in verdi chiome. " Dal turrigero elmo radii diadema d'oro, e perpetui fuochi " emetta l'aureo scudo. La cancellata ingiuria nasconda il triste " avvenimento, e il disprezzato dolore rinsaldi le già chiuse " ferite. È tuo costume solenne nelle avversità sperare lieti " eventi: sull'esempio del cielo sottostai a perdite che sono " ricchezze... Le cose che non possono essere sommerse ritornano " a galla con maggior veemenza, e dai profondi gorghi balzan " fuori spinte più in alto; e come una face inclinata riprende " novelle forze, tu, più brillante, da umile sorte t'innalzi alle " superne plaghe. Oh! porgi le tue leggi che vivranno per tutti " i secoli Romani, e tu sola non temere la fatale conocchia. I " secoli, che ti restano, a nessun termine sono soggetti, finchè " starà la terra, finchè gli astri porterà il cielo. Te ricrea ciò " che gli altri regni dissolve: è legge del tuo rinascere il poter " crescere dalle sventure. Orsù dunque, cada finalmente quale " vittima la sacrilega gente: tremanti i Geti abbassino il per- " fido collo. Ricchi tributi ti diano le terre pacificate, e barbara " preda riempia il tuo augusto seno. Per te ari eternamente il " Reno, per te innondi il Nilo, ed il fertile mondo nutra la " sua nutrice „ (1).

Del resto l'idea, il sentimento della eternità di Roma strettamente si collega, anzi ne fu in certi tempi causa e insieme naturale conseguenza, col culto della *Dea Roma*. Va subito avvertito che questo culto, come pure la personificazione di Roma, sulla quale era fondato, fu assolutamente estraneo all'antica re-

(1) *De reditu suo*, I, 115-146. Seguo la bella edizione critica di Vincenzo Ussani (Firenze, 1921). - Estr. dalla " Rassegna italiana di lingue e letterature classiche „, ann. II, num. 3, 4, 5.

Digitized by Google

ligione romana, ma fu invece, per così spiegarmi, appiccicato ai Romani dalla cortigianeria dei Greci, in quanto che, da una parte, gli storici greci, ricomponendo a modo loro la storia della fondazione di Roma, inventarono una eroina eponima e cercarono in varia maniera d'intrecciare l'invenzione con la genealogia e col racconto storico; e, dall'altra, numerose città, particolarmente quelle dell'Asia minore, quando vennero in contatto con la potenza Romana, che sempre più si spingeva invadente e usurpatrice verso l'Oriente, vollero significare la loro sommessione a Roma e la loro entrata in una relazione di fedeltà con essa mediante un culto della *Τύχη Ῥωμαίων* (*Fortuna Romanorum*) personificata, ossia della *Dea Roma* (1).

Senza dubbio una rappresentazione di Roma, nel senso di vera personificazione simbolica della città e della repubblica, ci si mostra assai per tempo in monete romane dell'età repubblicana; ma, come fu dimostrato pur contro l'avviso di numismatici insigni, la figura di Roma si sviluppa prima fuori della città e sotto forme assai vicine a quelle della Pallade pacifera; e, quando la personificazione penetrò in Roma, il suo tipo ebbe da principio " un significato esclusivamente mitico e leggendario e tutto alludente alle prime origini del popolo, delle quali fu come una sintesi figurata „ (2). A dir la verità, chi sfogliasse il primo volume dell'opera di Ernesto Babelon sulle monete della repubblica romana (3), potrebbe essere tratto a credere il contrario, vedendo la testa femminile galeata di Roma in un *triens* ed in un'*uncia* (4) anteriori all'anno 268 av. Cr., che è quello in cui furono per la prima volta coniati nell'officina mo-

---

(1) Cfr. Preller-Jordan, op. cit., II^3, p. 353 sgg.; Wissowa, *Religion u. Kultus der Römer*^{2}, p. 338 sg.; Richter nel *Lexikon* del Roscher, IV, col. 130 sgg., ecc.

(2) Sono parole di Alberto Parisotti nella sua monografia *Evoluzione del tipo di Roma nelle rappresentanze figurate dell'antichità classica* in *Archivio della R. Società Romana di Storia Patria*, XI, 1888, p. 95. Sull'argomento di Roma personificata o deificata è da vedersi, anche per la ricca bibliografia che contiene, l'art. di E. Maynial *Roma* nel *Dictionnaire des antiquités grecques et romaines* di Daremberg-Saglio-Pottier, IV, p. 875-878.

(3) *Description historique et chronologique des monnaies de la république romaine vulgairement appelées monnaies consulaires*, Paris, 1885.

(4) Pag. 35 e 36, nn. 53 e 56.

Digitized by Google

netaria del Campidoglio i pezzi d'argento. Lo stesso potrebbe succedere a chi osservasse il disegno di parecchi de' più antichi denari d'argento, che nel dritto presentano la testa di Roma rivolta a destra con l'elmo alato sormontato da una testa d'aquila — così dice il Babelon, in luogo della protome di grifone —, e lo stesso ancora a chi esaminasse le rappresentazioni di altre piccole monete d'argento di quel tempo che ci mostrano la stessa figura (1); ma che si tratti proprio d'una *Dea Roma* non mi posso persuadere, pensando che prima dell'età augustea non si trova in Roma la più tenue traccia di culto di tale divinità: ivi non are, non templi, non sacerdoti, non sacrifizi in onore di essa. Tanto è vero, che non mancarono dotti i quali ritennero si trattasse di rappresentazione, non già della testa di Roma, bensì di quella di Minerva. Ma io non mi voglio cacciare nello spinoso dibattito (2), e mi limito a rilevare che dal descritto tipo di Roma, quale semplice simbolo dello Stato, al tipo in cui Roma ha carattere più spiccatamente divino (3), si venne a poco a poco per influenza ellenica ed elleno-asiatica.

È a noi pervenuta una moneta (*didrachmon*) di Locri Epizephyrii, che nel dritto ha la testa di Zeus coronata d'alloro, e nel rovescio presenta una figura di donna seduta, vestita d'un lungo chitone, senz'elmo, ma con una spada corta (*parazonion*) al fianco sinistro e con l'avambraccio destro appoggiato ad uno scudo: dietro ad essa leggesi il nome ΡΩΜΑ. Le sta davanti un'altra donna in piedi nell'atto di porle una corona sul capo, e questa donna è indicata col nome ΠΙΣΤΙΣ, che risponde al latino *Fides*. La moneta è del 204 av. Cr., ed è forse la più antica che si conosca (4) portante una effigie di Roma che, se anche non si voglia desumere dal tipo di Minerva pacifica (5), certo mostra già uno spiccato carattere di divinità, come quella

(1) Pag. 39 sgg., nn. 1, 2, 5, 6, 20, 32.

(2) Vedi riassunta la questione in Richter, op. cit., col. 146-149, ove è indicata anche la letteratura dell'argomento.

(3) Parisotti, op. cit., p. 83.

(4) Chi non possa valersi del lavoro di A. Kluegmann, *L'effigie di Roma nei tipi monetarii più antichi*, Roma, 1879, veda Baumeister, *Denkmäler d. klass. Altert.*, II, p. 956, fig. 1126.

(5) A quest'idea aderì anche il Parisotti, op. cit., p. 83.

Digitized by Google

a cui la Fede, che la corona, porge l'omaggio di Locri che era rimasta fedele a Roma nella guerra tra Pirro e i Tarentini, che anzi per la sua fede verso i Romani era stata da Pirro spogliata dei tesori conservati nel suo tempio di Proserpina (1). E ciò significa che in quella città della Magna Grecia il terreno era già preparato per il culto della *Dea Roma*, il quale ci è del resto attestato da una iscrizione più tarda che suona: " A Giove Ottimo Massimo, agli dei e alle dee immortali ed " a Roma eterna i Locresi „ (2).

Ma intanto, per tornare alle monete romane, il tipo di Roma, come s'è accennato, veniva sempre più accentuando il suo carattere divino, il quale, pur senza che un vero culto della *Dea Roma* sorgesse nella città, si fa distintissimo nelle monete dell'ultimo periodo della repubblica. In un denaro di L. Cecilio Metello, che fu console nel 68 a. Cr., si vede Roma con spada ed asta, assisa, con le spalle volte a destra, sopra degli scudi: la Vittoria, che le sta di dietro in piedi, la incorona (3). Un altro denaro di C. Vibio Pansa, console pel 43, rappresenta ugualmente assisa sopra scudi, ma con le spalle volte a sinistra e con l'elmo in testa, l'immagine di Roma che appoggia la mano destra sull'asta: le giace ai piedi una corazza di legionario, e la Vittoria le viene davanti volando in atto d'incoronarla (4). Invece, in due altri denari di P. Cornelio Lentulo Marcellino, monetario verso l'89, Roma sta ritta, armata d'elmo e di asta: alla sua sinistra sta pure in piedi il Genio del Popolo Romano, che, tenendo con la mano sinistra il corno dell'abbondanza, con la destra le porge una corona (5). Aggiungerò che un denaro assai più antico, cioè del 104 circa, raffigura nel rovescio in lunga veste Roma galeata, sedente sopra scudi e rivolta a destra: tenendo con la mano sinistra un lungo scettro, che appoggia, di fronte a sè, sul suolo, sta guardando innanzi a' suoi piedi una lupa che allatta Romolo e Remo (6). Potrei allegare molti altri

(1) Liv., XXIX, 18, 3 sg.
(2) *CIL*, X, 16 = Dessau, n. 3927.
(3) Babelon, op. cit., I, p. 277, n. 45.
(4) Bab., op. cit., II, p. 546, n. 20.
(5) Bab., op. cit., I, p. 401 sg., nn. 25 e 26.
(6) Bab., op. cit., I, p. 72, n. 176.

Digitized by Google

esempi di figurazioni che agevolmente si spiegano nel senso testè enunciato, quando si consideri l'influsso irresistibile del culto ellenico della *Dea Roma* sulla gente Romana, influsso che doveva crescere sempre più, pur senza determinare ancora il riconoscimento ufficiale di quel culto nell'Urbe; ma sia bastevole il poco da me esposto.

Qui invece occorre dire qualche cosa dello sviluppo del nuovo culto della *Dea Roma*. Narra Tacito (1) che gli abitanti di Smirne si vantavano d'essere stati i primi a fondare un tempio *Urbis Romae* sin dal 195 a. Cr.; ed il loro esempio fu ben tosto imitato da altre città dell'Asia Minore, propagandosi così e intensificandosi quel culto anche con ambascerie inviate alla potentissima città per offrire in onore della Dea preziosi doni. Basti citare la ricchissima corona mandata da Ariarate V, re di Cappadocia, nel 161 (2), e quella offerta l'anno dopo da Demetrio Soter, re della Siria (3); s'aggiunga l'ambasceria degli abitanti di Alabanda, città della Caria, che portando in dono, nel 170, una corona d'oro da offrire in Campidoglio a Giove Ottimo Massimo, ricordò come quella città avesse fabbricato un tempio *Urbis Romae* ed istituiti annui spettacoli a quella dea (4), spettacoli verosimilmente chiamati con l'appellazione *Ῥωμαῖα* (5), quali furono quelli che sappiamo essere stati inaugurati verso la fine del II secolo a. Cr. in Atene, ove circa lo stesso tempo troviamo anche un sacerdote speciale (*ἱερεύς*) di *Roma* (6). Templi, altari e feste s'andarono moltiplicando: Rodi, Melo, Astipalea, Delo, Mitilene ed altre località dell'Asia Minore ebbero il culto della *Dea Roma*, come ci è confermato da iscrizioni e da monete, nelle quali la dea è generalmente rappresentata nel modo stesso in cui eran figurate le *Tychai* venerate nella maggior parte delle città, quali deità protettrici, con la

---

(1) *Ann.*, IV, 56.

(2) Polib., XXXII, 3, 3.

(3) Polib., XXXII, 6, 1.

(4) Liv., XLIII, 6, 5 e 6.

(5) Preller-Jordan, op. cit., II^3, p. 354. Sui *Romaia* cfr. l'articolo di Em. Cahen in Daremberg-Saglio-Pottier, *Dict. des antiq.* cit., IV, 878, ove trovasi anche la letteratura dell'argomento.

(6) Richter, op. cit., col. 131.

Digitized by Google

corona murale, la lancia, il corno dell'abbondanza ed altri attributi di salute e benedizione (1). Nè molto andò che, come ben presto s'osserverà, dall'Asia Minore quel culto si diffuse, non solo in altri luoghi della Grecia propriamente detta, ma eziandio in altre regioni dell'impero, penetrando del pari in Italia, e diventando a poco a poco un vero culto provinciale e municipale che, in ispecial guisa, ebbe ampio svolgimento nel principio del periodo imperiale, anzi una strettissima relazione col culto degli imperatori stessi (2).

Già nel periodo repubblicano di Roma era invalso l'uso di tributare onori divini ai vincitori generali Romani, e, in tali casi, troviamo precisamente il loro culto connesso con quello della *Dea Roma*. Racconta Plutarco (3) che i Calcidesi, per riconoscenza verso Tito Quinzio Flaminino, gli consacrarono con iscrizioni alcuni dei loro più ragguardevoli edifizi, come un ginnasio in compagnia di Ercole, come un delfinio insieme con Apollo; ed aggiunge che, ancora a' suoi tempi, dopo i consueti sacrifizi in onore di lui, gli cantavano un inno espressamente composto, dal quale si vede il culto di Flaminino associato a quello di Zeus e di Roma, in quanto che terminava col giuramento di sempre ricordare la fede candidissima dei Romani, e soggiungeva: " Cantate, o vergini, il grande Zeus e Roma e " Tito e insieme la Fede dei Romani, o Peane sanatore, o Tito " salvatore „. E benchè ci manchino iscrizioni a confermarlo, dobbiamo ammettere che altri generali e proconsoli abbiano avuto analoghi onori, poichè ce lo dice esplicitamente Svetonio nella vita d'Augusto (4): certo Cicerone, in una lettera al fratello Quinto (5), gli parla di contribuzioni di denaro per un *templum monumentumque nostrum,* decretate dalle popolazioni dell'Asia " per i miei grandi meriti „ — soggiunge con la solita modestia — " e per i tuoi massimi benefizi „. Se non che fu solo Augusto colui che elevò a regola, con un suo decreto del 29 a. Cr., l'unione del culto dell'*Imperator* con la *Dea Roma*;

(1) Preller-Jordan, l. c.
(2) Vedine ampia trattazione in Richter, op. cit., col. 136 sgg.
(3) *Flam.*, 16.
(4) *Div. Aug.*, 52.
(5) *Ad Q. fratr.*, I, 1, 9, 26.

Digitized by Google

ma, s'intende, fuori dell'Urbe. L'astuto dominatore cominciò a concedere, per richiesta di comunità Asiatiche e Bitiniche, l'erezione di templi comuni alla *Dea Roma* e al *Divus Iulius*, suo padre d'adozione; poi accordò che sorgessero templi in onore di lui stesso e della *Dea Roma*, come quelli di Pergamo e di Nicomedia (1); ma, scrive Svetonio (2), nella città si astenne pertinacissimamente da tale onore, ordinando anche che si fondessero le statue d'argento a lui innalzate e si fabbricassero col denaro ricavato aurei altari in forma di tripodi (*aureas cortinas*) per Apollo Palatino. Molto giustamente osservava il Parisotti che Augusto, il quale " cercava di illudere il popolo dando a credere di voler essere un semplice cittadino, non poteva permettere che gli si erigessero templi in città „. Ma nelle province la cosa andava ben differentemente, poichè là l'imperatore rappresentava il popolo Romano; e così egli metteva " a profitto la servilità greca che gli offriva onori divini, accettandoli solo alla condizione che il proprio tempio fosse il medesimo di quello della dea Roma „ (3).

Ma, oltre ai templi di Pergamo e di Nicomedia or ora menzionati, altri ne sorsero comuni ad Augusto e Roma nelle principali città delle province dell'impero, Spagna, Norico, Pannonia, Gallia, ed anche, come già fu accennato, nelle città italiane. Basti citare il tempio di Pola, nel cui epistilio fu posta l'iscrizione che tuttora possediamo: " A Roma e ad Augusto Cesare, figlio del Divo, padre della patria „ (4). È probabile che questo tempio sia stato innalzato, vivente ancora Augusto (5); ma altri sicuramente dopo: ad ogni modo Verona, Pavia, Brescia, Trento, Como, Ivrea, Ostia, Napoli, Aquino, Sorrento, Potenza, Terracina, ebbero templi ed altari dedicati a Roma ed Augusto, con una organizzazione del culto che, come per le varie province dell'impero, non doveva essere uguale da per tutto, pur dovendosi feste e riti rassomigliare nella parte essenziale (6).

(1) Cfr. Preller-Jordan e Richter, ll. cc.

(2) *Div. Aug.*, 52.

(3) Op. cit., p. 101.

(4) *CIL*, V, 18 = Dessau, n. 110.

(5) Cfr. Parisotti, op. cit., p. 104 ed anche Dessau al n. cit., I, p. 31.

(6) Cfr. Gaston Boissier, *La religion romaine d'Auguste aux Antonins*, I⁴, p. 150.

Digitized by Google

Data questa sì vasta diffusione, non fa meraviglia trovare numerose iscrizioni, così in greco come in latino, che ricordano templi, sacerdoti o flamini (*ἱερεῖς, ἀρχιερεῖς*) *Romae et Augusti* (*θεᾶς Ῥώμης καὶ θεοῦ Σεβαστοῦ* e sim.) (1), e persino compagnie musicali che, nel culto della provincia d'Asia, si chiamavano " cantori d'inni del dio Augusto e della dea Roma „ (*ὑμνῳδοὶ θεοῦ Σεβαστοῦ καὶ θεᾶς Ῥώμης*) (2).

E qui calza l'osservazione, che questo culto di Roma e di Augusto, nel quale le due divinità erano fuse in una sola che simboleggiava il Genio stesso del popolo Romano, rappresentato, come si esprime il Desjardins (3), da' suoi due termini essenziali, dal capo dello Stato e dalla città di Roma, fu l'espressione ad un tempo ufficiale e popolare del " lealismo „ nell'impero Romano, perchè significava attaccamento al gran corpo, di cui il principe era la testa, fede nel primato di Roma e nell'eternità dell'opera sua, subordinazione del patriottismo locale al sentimento di solidarietà che di giorno in giorno sviluppava ne' popoli l'abitudine d'obbedire ai medesimi signori (4). Così fu di sicuro per parecchio tempo; e finchè durò questa compenetrazione, o fusione che dir si voglia, delle due divinità in una sola, vediamo anche il fatto curioso, che l'attributo di *Aeternitas* da *Roma aeterna* e dalla *Aeternitas imperii,* nuova formula apparsa ben tosto nella lingua religiosa (5), si estende alla persona dell'imperatore stesso, tanto che, come osserva il Cumont (6), si finì per dire, volgendosi ai sovrani, " Vostra Eternità „ press'a poco così naturalmente come noi oggi li chiamiamo " Vostra Maestà „. Se non che poco per volta si forma uno scisma, separandosi il culto del principe da quello di Roma, e non soltanto nelle province, ma ben anco in Italia; anzi di questa separazione si hanno prove che rimontano alla stessa

(1) Cfr. Richter, op. cit., col. 137 sgg.

(2) Cfr. Richter, col. cit.

(3) Ernest Desjardins. *Le culte des Divi et le culte de Rome et d'Auguste* nella *Revue de phil. et d'hist. anciennes,* III, 1879, p. 63.

(4) Cfr. per questo A. Bouché-Leclercq nel suo *Manuel des institutions romaines,* Paris, 1886, p. 555 sg.; inoltre Boissier, op. e vol. citt., p. 154 sgg., ove sono esposte altre acute osservazioni.

(5) Cfr. Franz Cumont, *L'éternité des empereurs romains* cit., p. 437.

(6) Op. cit., p. 435.

Digitized by Google

età di Ottaviano Augusto, il quale fu da solo venerato in parecchi luoghi, come, per allegarne uno, a Benevento, dove il cavaliere Romano P. Veidio Pollione, suo amico, gl'innalzò uno speciale tempio detto *caesareum* (1).

Ma se il culto dell'imperatore si andò separando da quello della *Dea Roma,* non perciò venne meno quest'ultimo. La *Roma aeterna*, che con siffatta designazione appare tanto spesso nelle monete a partire dall'epoca Adrianea (2), quella *Roma aeterna*, alla quale era costantemente rivolto il pensiero nostalgico degli impiegati imperiali e de' soldati nelle loro lontane stazioni, come lo provano le iscrizioni, che ancor possediamo, consacrate, p. e., " alla Fortuna reduce, al Lare viale, a Roma eterna „, come suona un'epigrafe di Sarmizegetusa in Dacia dedicata dal *procurator Augusti* Q. Axio Eliano (3), ovvero " al Genio del luogo, alla Fortuna reduce, a Roma eterna e al Fato buono „, come leggesi nell'iscrizione del tribuno di coorte G. Cornelio Peregrino trovata ad Ellenborough (4); quella *Roma aeterna*, ripeto, entrò appunto, all'epoca di Adriano, nella cerchia degli dei dell'Urbe.

Il 21 aprile del 121 o del 122 di Cr. (5), nel giorno consacrato all'antichissima festa detta *Palilia* o *Parilia,* l'imperatore Adriano poneva la prima pietra di quel tempio *Veneris et Romae*, la cui solenne dedicazione ebbe luogo soltanto alcuni anni dopo nel 135. Il visitatore del Foro Romano ne può vedere i pochi avanzi, poichè la Chiesa di Santa Francesca Romana occupa la parte settentrionale dell'antico tempio; mentre, per tacere del resto, sono visibili le due absidi appartenenti alle due distinte celle che contenevano, l'una la statua di Venere, e l'altra quella della *Dea Roma.* Non ci è pervenuta alcuna sicura descrizione della statua di *Roma*; ma non par dubbio che essa fosse rappresentata alla maniera di Athena *Πολιάς*, con lungo vestito, scudo, asta ed elmo: la mano destra doveva reggere la figura della Vittoria, come ci mostrano parecchie monete, e sotto il suo scudo, che le stava da canto a sinistra, o, meglio,

(1) *CIL*, IX, 1556 = Dessau, n. 109.
(2) Cfr. Richter, op. cit., col. 155 sg.
(3) *CIL*, III, 1422 = Dessau, 3636.
(4) *CIL*, VII, 370 = Dessau, 3657.
(5) Sull'incertezza dell'anno cfr. Mommsen in *CIL*, I², p. 316.

Digitized by Google

tra lo scudo e il simulacro della dea, come riferisce Servio (1), svolgeva le sue spire il sacro serpente. Come Venere nel suo simulacro, così Roma era rappresentata seduta (2).

Eccoci, intanto, naturalmente trasportati dal processo del nostro discorso al giorno 21 aprile, espressamente scelto dal grande imperatore per rendere più solenne e significativa la fondazione del tempio sacro a Roma in unione a Venere, genitrice degli Eneadi, dai quali la leggenda Romana faceva originare il fondatore della Città e quella stirpe Giulia, cui appartenevano i due Cesari che avevano, l'uno, creato, e, l'altro, consolidato stabilmente l'impero.

Ho testè menzionata la festa, chiamata *Palilia* o *Parilia*, che ricorreva in questo giorno. Or bene la leggenda Romana — non si sa quando siasi formata — poneva precisamente la fondazione di Roma, per opera di Romolo, in questo giorno, che dalla più remota antichità era destinato a festeggiare la divinità protettrice dei pastori, *Pales*, che è incerto se in origine fosse deità maschile, ovvero femminile, quale finì per considerarsi esclusivamente in tempi men lontani della Romanità (3). Lasciando da banda la discussione — che qui sarebbe inopportuna — sulla doppia forma *Palilia* e *Parilia* (4), non può revocarsi in dubbio che entrambe si rapportano a *Pales*, col quale nome si connette anche *Palatium*, il Palatino, e la *Diva Palatua*, menzionata da Varrone (5), protettrice del Palatino, la quale nella festa del Settimonzio riceveva una speciale offerta sacrificale, chiamata *Palatuar*, ed aveva per il proprio culto un sacerdote detto *Flamen Palatualis* (6), che è forse tutt'uno col *Pontifex Palatualis* (7). Ciò premesso, la prima origine di Roma

(1) *Ad Aen.*, II, 227.

(2) Anche per questo argomento cfr. Richter, op. cit., col. 133 sg.; Wissowa, op. cit., p. 340.

(3) Circa *Pales* cfr. specialmente Preller-Jordan, op. cit., I^3, p. 413 sgg.; Wissowa, nell'op. cit., p. 200 sg. ed anche nel *Lexikon* del Roscher, III, col. 1276-1280.

(4) Per me è evidente che *Parilia* è per dissimilazione da *Palilia*. La forma ufficiale, come appare dalla abbreviazione nei calendari epigrafici, era *PAR(ilia)*. Cfr. Wissowa nel *Lex.* del Roscher cit., col. 1278.

(5) *De lingua lat.*, VII, 45.

(6) Varr., l. c.

(7) *CIL*, VIII, 10500 = Dessau, 1409, dove vedi la nota 1.

Digitized by Google

ci riconduce ad una prima stazione di abitatori del Palatino: là sorse la *Roma quadrata* di Romolo; là già aveva avuto la sua sede il leggendario Evandro venuto dall'Arcadia, paese pastorale per eccellenza, e considerato nella leggenda quale " fondatore della Romana rocca „: *Romanae conditor arcis*, dice Virgilio (1), che, collegando la leggenda di Evandro con quella di Enea approdato nel Lazio, ci rappresenta, come parmi evidente, la fusione dell'elemento straniero, venuto per voler del Fato a dare origine alla potenza Romana, con l'elemento pastorale, che già si trovava stabilito da tempo sul Palatino.

Una gente eminentemente dedita alla pastorizia, in quel politeismo naturalistico che, anche senza venire — e da principio non venne — ad una vera e propria personificazione che si estrinsecasse in immagini ed idoli, era pur sempre una divinizzazione di fenomeni della natura fisica, non solo, ma ancora di sentimenti, di bisogni, di manifestazioni e fenomeni della vita spirituale e pratica; onde nella cerchia della deità latine ne troviamo quali la Salute, la Febbre, la Paura, il Pallore, l'Onore e la Virtù, la Concordia, la Pietà, la Pudicizia, l'Equità, la Clemenza, la Speranza, la Felicità, il Buono Evento, e via dicendo; una gente, dico, tutta intesa alla pastorizia, doveva sopra ogni altro nume avere in onore quello che di essa maggiormente personificasse la vita. Era pertanto naturale che il *Palatium*, sede provvisoria, in origine, di una famiglia pastorale, ma divenuto di poi regolare colonia di pastori, divenisse pure e restasse il centro del culto di quella colonia, che ivi, accanto al suo Fauno Luperco, alla sua Fauna, alla sua Dea Dia, al suo Saturno della età dell'oro, e allo stesso Marte (2), adorava una propria speciale divinità, Pale; com'era naturale che questa, essendo la più genuina rappresentante della vita pastorale, e compagna e tutrice de' pastori, sin dai primissimi tempi fosse riguardata altresì quale protettrice del *Palatium*. E poichè il 21 aprile era stato destinato, prima ancora della fondazione della *Roma quadrata*, a venerare questa divinità in modo solenne, doveva pur esser riguardato come il giorno della fondazione della città sorta nel *Palatium*. Nulla di più semplice,

(1) *Aen.*, VIII, 313.
(2) Preller-Jordan, op. cit., I³, p. 20.

Digitized by Google

di più ovvio, trattandosi di una festa della deità particolarmente venerata come tutrice di un centro di popolazione, che associarla alla storia della istituzione di quella società e perciò alla storia della stessa sua materiale dimora, e considerare per conseguenza il giorno della sua festa solenne come il giorno natalizio della città in cui quella gente primamente erasi raccolta in politica convivenza. Meno perspicua invece è l'opinione, la quale lo Schmidt non crede di poter interamente rigettare (1), che fosse necessario, nella fondazione di una città, purificare le gregge, e che quindi si dovesse celebrare appunto una festa siffatta nel giorno natalizio della città. Come vedremo fra poco, la purificazione delle gregge rientra nelle Palilie, in quanto festa dei pastori, non in quanto festa genetliaca.

Si noti del resto che presso gli antichi, i quali avevano i *Genii* delle stesse divinità, p. e. il *Genius Iovis, Martis, Mercurii,* ecc., era dei luoghi, era delle città quello stesso che era dell'individuo, per ciò che concerne la divinità protettrice (2). Nella casa il *Genius*, che si venerava pure come il protettore del letto coniugale (*lectus genialis*), per cui si perpetua la razza, era più particolarmente lo spirito tutelare degli individui componenti la famiglia; anzi ogni individuo aveva il proprio *Genius* tutelare, che gli era vicino sin dal giorno della sua nascita e lo accompagnava sino alla morte, partecipando delle sue gioie come de' suoi dolori, delle stesse sue debolezze come delle sue virtù, e conseguentemente per l'individuo la festa del suo Genio

---

(1) Fu espressa dallo Schwegler, *Röm. Gesch.*, I, 444 sg.; ma lo Schmidt, pur propendendo all'opinione del Wissowa, che io seguo, non la riterrebbe per l'unica possibile. Cfr. la sua monografia citata nella nota seg., p. 80 sg. È da vedersi anche Gaetano De Sanctis, *Storia dei Romani*, I, p. 211 sg.; II, p. 465 sg.

(2) Sul *Genius* moltissimo fu scritto. Qui mi limito a citare Preller-Jordan, I^3, p. 75 sgg.; II^3, 197 sgg.; Wissowa, op. cit., p. 175 sgg.; Th. Birt nel *Lex.* del Roscher, I, col. 1613 sgg.; W. F. Otto nella *Real. Encycl.* di Pauly-Wissowa-Kroll, VII, col. 1155 sgg.; Attilio De Marchi, *Il culto privato di Roma antica*, I, p. 69 sgg.; J. A. Hild nell'art. *Genius* del *Dict. des antiqu.* di Daremberg-Saglio-Pottier, II, p. 1488-1494. Nè van dimenticati la bella monografia testè accennata di Wilhelm Schmidt, *Geburtstag im Altertum* Giessen, 1908 (in *Religionsgeschichtliche Versuche und Vorarbeiten*, VII, 1), p. 25 sgg. e *passim*, e l'articolo dello stesso, *Γενέθλιος ἡμέρα*, in *R. E.* di Pauly ecc., vol. cit., col. 1142 sgg.

Digitized by Google

tutelare era naturale che fosse il giorno della sua nascita. A lui in quel dì si offriva incenso, a lui corone e vino; nessuna offerta sanguinosa gli si poteva fare, perchè si giudicava che, nel giorno in cui un uomo aveva ricevuto la vita, non fosse permesso togliere la vita ad alcuna creatura anche non umana. La sua presenza era indicata dal serpente, che perciò gli era sacro e si allevava nelle case, anzi nelle stesse camere da letto; ond'era pei Romani l'animale domestico diletto, il cui apparire provava che era presente la tutela del Genio, mentre la scomparsa e la morte era presagio di sventura e di morte per il capo della famiglia. Or bene, non meno che l'individuo, anche le personalità collettive, i popoli, gli stati, avevano i loro Genii tutelari: così in Roma si aveva il *Genius populi romani*, detto altrimenti *Genius publicus* oppure *Genius urbis Romae*; e lo stesso era delle singole località, onde Servio scriveva: *nullus locus sine Genio* (1), ed il serpente ne era la vivente visibile personificazione, come ce lo rende evidente la nota piccola pittura Pompeiana, in cui è rappresentato un serpente che avvolge con le sue spire un altare, sollevandosi col capo al di sopra di esso e addentando un'offerta di frutta o, come altri giudica, di uova e pani, depostavi, a quanto pare, da un fanciullo, che è vicino all'altare, a destra del quale si leggono le parole *Genius huius loci montis* (il Genio di questo luogo del monte (2)).

Pertanto, a quella maniera che l'individuo faceva annue offerte al proprio Genio nel suo giorno natalizio, così una città solennizzava ogni anno il proprio *natalis*, il quale per Roma coincidette, come s'è detto, con le Palilie, solennità di due specie, cioè statale e privata (3). Della festa pubblica o statale ben poco sappiamo, salvochè abbiamo notizia di piccoli doni che si facevano ai soldati, forse monete o medaglie commemorative (4): sappiamo del pari che Adriano nel giorno, in cui fu messa la

---

(1) *Ad Aen.*, V, 85 e 95; e a *Georg.*, I, 302 lo scolio Serviano, dal Thilo pubblicato in calce: *genium autem dicebant antiqui naturalem deum uniuscuiusque loci rel rei aut hominis.*

(2) Cfr. Baumeister, *Denkmäler* cit., I, p. 593, fig. 636.

(3) Cfr. lo scoliasta di Persio a I, 72: *Varro sic ait: Palilia tam privata quam publica sunt.* Vedasi sul natale anche Zonara, *Epit. hist.*, VII, 3.

(4) Schmidt, *Geburtstag* cit., p. 81.

Digitized by Google

prima pietra del *Templum Urbis* in onore di Venere e della *Dea Roma*, che era precisamente il giorno delle Palilie, volle che si dessero spettacoli nel Circo, ossia i *ludi circenses*, che ogni anno si ripeterono, come vedremo, sin quasi al termine dell'impero d'Occidente, cambiandosi inoltre in *Ῥωμαῖα* il nome antico della festa (1). I *ludi circenses* furon dunque inseriti molto tardi nelle Palilie, perchè non possiamo chiamare istituzione stabile la celebrazione di tali spettacoli il 21 aprile del 45 a. Cr. per festeggiare la vittoria di Munda: la morte di Cesare (2) impedì che la cosa avesse seguito negli anni successivi (3). Giova notare che il divieto di sacrifizi cruenti nella festa ufficiale ebbe vigore solo ne' tempi più antichi: ce lo dice esplicitamente Plutarco (4); ed Orosio narra invece come fatto eccezionale che l'imperatore Filippo, celebrandosi il millesimo natale della città, non aveva tollerato spargimento di sangue (5). Sembra, d'altra parte, che la festa ufficiale non fosse, in sostanza, diversa da quella del natale del principe, con offerte sacrificali, banchetti, spettacoli scenici, processioni, esecuzioni musicali, ed anche discorsi (6); ma i particolari, come ho notato, fanno difetto.

Al contrario curiosi e numerosi particolari ci hanno tramandato, a proposito della festa privata, i poeti della età augustea. Fra altro scrive Tibullo: " il pastore madido di Bacco " canterà la sua festa delle Palilie: stiano allora dalle stalle " lontani i lupi. Egli, dopo aver ben bevuto, accenderà i solenni " mucchi di stoppia per saltare al di là delle sacre fiamme.

---

(1) Cfr. Ateneo, *Dipnos.*, VIII, 63, p. 361 = vol. II, p. 291 Kaibel.

(2) Cass. Dion., XLIII, 42, 3; XLV, 6, 4.

(3) Cfr., fra altri, Schmidt, p. cit. e Wissowa in Roscher, *Lex.*, vol. cit., col. 1280. Entrambi menzionano una moneta di Adriano, forse l'unica la quale porti l'indicazione della data dell'anno di Roma, con la leggenda *ann(o) DCCCLXXIIII nat(ali) urbis p(opulo) circ(enses) con(stituit)*. Cfr. Mommsen in *CIL*, I², p. 316.

(4) *Rom.*, 12: *ἐν ἀρχῇ δ', ὡς φασιν, οὐδὲν ἔμψυχον ἔθυον, ἀλλὰ καθαρὰν καὶ ἀναίμακτον ᾤοντο δεῖν τῇ πατρίδι τὴν ἐπώνυμον τῆς γενέσεως ἑορτὴν φυλάττειν.*

(5) *Hist. adv. Pag.*, VII, 20, ove è detto non essere state *immolatas ex more hostias*, e ciò per la sua devozione di cristiano verso Cristo e la Chiesa.

(6) Cfr. Schmidt, op. e p. citt., inoltre p. 76-78. e *Γεν. ἡμ.* cit., col. 1145 sg.

Digitized by Google

" La moglie darà prole, ed il novello nato, pigliando per le " orecchie il genitore, ne rapirà i baci; e non rincrescerà al " nonno, vegliando accanto al nipotino, di balbettare con esso " le parole. Allora la gioventù, dopo il sacrifizio alla divinità, " s'adagerà sull'erba ove cade l'ombra lieve di antico albero, " o delle vesti farà ombrelle legate a rami fronzuti; e davanti " a loro staranno incoronati i calici. Ciascuno poi s'apparec- " chierà le vivande, e innalzerà con zolle erbose le festive " mense, e con zolle il letto della mensa „ (1). Così Tibullo; ma, lasciando da parte Properzio che poche cose ci riferisce (2), sopra ogni altro è Ovidio colui che largamente ci descrive le Palilie nel quarto libro dei *Fasti* (3), ove sono illustrate le feste del mese d'aprile.

Invocata l'alma Pale, perchè a lui, nel cantare i riti pastorali, presti benigna assistenza, prende subito a dire delle cerimonie purificatrici delle gregge e dei pastori. Queste si compievano adoperando una specie di suffumigio, nel quale il principale ingrediente era la cenere risultante dal sacrificio delle *fordae boves*, o vacche pregne, i cui feti erano bruciati nel giorno destinato alla festa chiamata *Fordicidia*, ricorrente il 15 di aprile. Siffatta cenere si portava all'ara di Vesta, dove le vergini Vestali la mescolavano col sangue che, nel precedente ottobre, immolandosi a Marte nel Campo Marzio il così detto cavallo ottobrino, *October equus*, si era lasciato gocciolare dalla coda appena tagliata e rapidamente portata nella Regia, per farlo coagulare nel fuoco sacro (4) e poi raccogliere e mettere in serbo per la festa delle Palilie, nella quale le Vestali distribuivano al popolo tale miscela, dopo avervi aggiunto, come terzo ingrediente, dei gambi di fave secche (5). " O pastore „, esclama il poeta, " purifica le già sazie agnelle ai primi crepuscoli, an- " naffiando precedentemente il terreno e spazzandolo con gra- " nate di verghe. Si decorino gli ovili di fronde e di fissati

(1) II, 5, 87-100.
(2) IV, 1, 19; 4, 75 sgg.
(3) 721-806.
(4) Cfr. Fest., p. 190 Lindsay.
(5) Cfr. Preller-Jordan, op. cit., I³, p. 366 e 416, e la lunga nota del Rothstein a Properzio, IV, 1, 19.

Digitized by Google

" rami, ed un lungo festone di fiori adorni e copra gli usci. Dal " vivo zolfo si alzino cerulei fumi, e tocche da questo fumante " zolfo belino le pecore. Tu brucia maschi olivi e legni resinosi " ed erba savina, e crepiti bruciato il lauro nel mezzo de' fo- " colari. Un paniere di miglio accompagni l'offerta di focacce " esse pure di miglio, poichè precipuamente di questo cibo " s'allieta la rustica dea. Aggiungi le vivande sue consuete e " il consueto secchiello per mugnere, e, spartite le vivande, con " libazioni di tiepido latte prega l'abitatrice di selve Pale „. E qui il poeta soggiunge la preghiera che, rivolti ad oriente, quattro volte si deve recitare, dopo aver purificate le mani nell'acqua viva, perchè Pale protegga le gregge ed i pastori, allontanando ogni malanno, perdonando alle colpe commesse; perchè si plachino le ninfe dei boschi e Fauno, se per avventura furono offesi, e con loro perdonino le ninfe delle fonti e gli dei sparsi per ogni bosco. " Caccia lungi i morbi „ — così prosegue la preghiera —; " abbian salute e uomini e gregge, " e salute abbia la provvida turba de' vigili cani. Che io non " abbia mai a raccogliere la sera men numerose le pecore, " di quello che furon la mattina, sì che io non abbia a cruc- " ciarmi riportando a casa le pelli al lupo strappate. Stia " lontana l'iniqua fame: sovrabbondino le erbe e le fronde e le " acque così per lavare le membra come per bere. Ch'io possa " spremere latte dalle ringonfie mammelle; denaro mi renda il " cacio, ed i radi vimini lascino colare il liquido siero. Sia sa- " lace l'ariete, e la sua consorte sia feconda, sì che molte siano " le agnelle nella mia stalla. A me provenga morbida lana, che " non punzecchi donzella alcuna e sia adatta alle più delicate " mani. Quanto io prego s'avveri, e grandi focacce ogni anno " facciamo per Pale signora de' pastori „.

Detta questa preghiera, con una gamella si beveva del latte unito a *purpurea sapa*, specie di mosto cotto, formandosi così quella bevanda di color rossastro, cui davasi il nome di *burranica*. E la giornata scorreva fra giochi e banchetti, finchè, venuta la sera, s'accendevano, ricordati anche da Tibullo (1) e da Properzio (2), numerosi mucchi di paglia o falò disposti in

(1) L. c., 89 sg.
(2) IV, 1, 19; 4, 77 sg.

Digitized by Google

ordine, attraverso i quali, preventivamente aspersa d'acqua per mezzo di un ramo di lauro, saltava la turba festiva. Così erano insieme congiunti nel rito questi due contrari elementi, acqua e fuoco, che, secondo la credenza degli antichi (1), avevano potenza purificatrice; e la stessa potenza s'attribuiva al lauro (2). Del resto, ai falò della festa Ovidio attribuisce una speciale importanza, in quanto che con tale usanza riconnette l'origine di Roma. E per vero, dopo aver esposte le più diverse spiegazioni, si chiede se non sia più prossimo al vero il ritenere che, quando fu fondata Roma, si fosse dato l'ordine di trasportare i Lari nelle nuove case, e che allora, appiccato fuoco alle vecchie capanne, passassero saltando attraverso le fiamme le gregge ed i coloni, " ciò che „ — conchiude il poeta — " si fa ancora " oggi nel tuo natale, o Roma „.

Abbiamo dunque la prova manifesta che all'età di Ovidio, in pieno secolo d'Augusto, erano tuttora in vigore le antiche cerimonie rituali delle Palilie nel giorno natalizio di Roma; ma è non meno evidente che la ricorrenza del natale della città in quel giorno doveva imprimere alla vecchia festa religiosa un carattere più solenne, più grandioso. I *Fasti Caeretani* (3) al 21 aprile hanno l'annotazione: *Roma condita: feriae coronatis omnibus*: tutti dovevano essere inghirlandati in quel giorno, nel quale, per ciò che concerne la festa pubblica od ufficiale, già abbiamo veduto quali fossero le consuetudini. E poichè abbiam del pari avvertito che la festa, nelle sue due forme, durò certamente sin verso la fine del secolo V dell'era volgare, non sarà inopportuno che io dedichi ancora poche parole alla menzione di alcuna fra le scarse notizie, a noi pervenute, della sua celebrazione anche durante l'impero d'Occidente, tenendo presente che la scarsità delle notizie è tutt'altro che prova di

---

(1) Cfr. Plutarco, *Quaest. Rom.*, 1, dove, a proposito della sposa che deve nelle nozze toccare il fuoco e l'acqua, osservasi che *τὸ πῦρ καθαίρει, καὶ τὸ ὕδωρ ἁγνίζει*; inoltre cfr. Ovid. nel passo di cui qui si tratta, v. 785 sgg.

(2) Cfr. le citazioni dello Schmidt, *Geburtstag*, p. 80, n. 3.

(3) I *fasti Caeretani* sono posteriori al 745 di R. = 9 a. Cr. Cfr. *CIL*, I², p. 213 e 315. Il Mommsen, *ibid.*, p. 316, spiega *coronatis omnibus* nel senso che le corone non eran già portate pubblicamente, ma solo nelle supplicazioni e sim. Cfr. inoltre Wissowa, *Rel. u. Kult.* cit., p. 201, n. 3.

Digitized by Google

diminuita importanza della solennità. Per contro ci risulta che con inconsueto splendore essa fu celebrata nel 247 di Cr. per la ricorrenza, già da me ricordata, del millennio dell'Urbe (1); e ci consta ancora che, non solo in Roma, ma anche nelle più lontane regioni dell'impero quel giorno era distinto da particolare solennità. Ricorda lo Schmidt, a siffatto proposito, la festa che nel principio del sec. III tennesi ad Arsinoe (2); e in sulla fine dello stesso secolo, esattamente nel 289, un oratore, di cui è ignoto il nome, per quanto pretendasi che sia un tal Mamertino (3), lesse a Trier un suo panegirico a Massimiano Augusto, il quale, nota l'oratore, onorava in quel dì il dì natalizio di Roma, come se egli stesso l'avesse fondata (4). E ciò è una riprova della grande considerazione in cui era avuto dagli imperatori il natale di Roma, tanto che, per allegare un altro esempio di appunto un secolo prima, nel suo brevissimo regno l'imperatore Pertinace non volle mutare alcuno degli impiegati preposti da Commodo all'amministrazione pubblica, aspettando, dice lo storico (5), il natale di Roma, giorno che egli voleva principio d'ogni cosa. E alla fine del sec. IV, nel 389, Valentiniano, Teodosio e Arcadio sancivano che fra le varie *feriae* fossero i giorni delle due massime città (*dies urbium maximarum*), Roma e Costantinopoli, precisamente come i giorni sacri della Pasqua (6).

Certamente col rapido prevalere del Cristianesimo dovevano a poco a poco o scomparire o trasformarsi parecchie modalità, dirò così, della festa e perciò dovevano aver fine i *ludi circenses*. Pure il calendario di Furio Dionisio Filocalo, che è del 354, al 21 aprile, segnando il natale di Roma, vi aggiunge

---

(1) Oros., l. cit.: *magnificis ludis augustissimus omnium praeteritorum hic natalis annus a Christiano imperatore celebratus est.*

(2) *Geburtstag* cit., p. 82.

(3) Pubblicò il panegirico, senza sufficienti ragioni, sotto il nome di *Mamertino* Guglielmo Baehrens nella sua ed. (Lipsia, 1911) dei *XII Panegyrici latini*, X (II), p. 262 sgg.

(4) 1, 4, p. 263 Baehr.

(5) Giulio Capitolino, *Helvius Pertinax*, in *Scriptores hist. aug.*, VIII, 12, 8, vol. I² Peter, p. 124.

(6) *Cod. Theodos.*, lib. II, tit. VIII *De feriis*, II.

Digitized by Google

i *circenses* (1). Anzi questi spettacoli erano ancora in uso, non solamente nel 401, quando Aurelio Simmaco scriveva (2) che, nel natalizio della città, un console fu sbalzato dal carro *per ferociam bigarum* rompendosi una gamba, ma anche nel 444, poichè a quell'anno nella sua cronaca (3) Prospero Tirone d'Aquitania racconta che, ricorrendo nel 21 aprile il giorno della Passione, per reverenza il natale di Roma passò senza gli spettacoli del Circo. E forse questa interruzione, dovuta al sentimento cristiano, fu il principio della cessazione, poichè il calendario di Polemio Silvio, che è del 448 o 449, non fa menzione dei giochi del Circo, ma si limita ad indicare le Palilie (4); ad ogni modo cessarono senza dubbio prima che scomparisse del tutto anche la festa natalizia della grande Città.

E qui noto una curiosa coincidenza. Si ignora affatto quando abbia veramente avuto principio la festa del natale di Roma, incuneata, per dir così, nell'antichissima solennità religiosa delle Palilie, poichè sono Cicerone (5) e Varrone (6) i primi scrittori che ci fanno menzione della fondazione della Città nel giorno delle Palilie, senza fornirci altri particolari sulla istituzione ufficiale della festa. Orbene, anche del tempo, in cui cessò la celebrazione del natale di Roma, nulla di preciso si può asserire. Il fato di questo natale si rassomiglia a quello della *Dea Roma*. La missione della *Dea Roma* era compiuta, quando cessò d'essere la capitale del mondo, ed il suo posto fu occupato da Costantinopoli. In modo analogo è lecito pensare che, scomparso il paganesimo, al trionfo definitivo ed universale della religione di Cristo, caduti nel nulla i riti e le feste del politeismo romano, insieme con le Palilie anche il natale di Roma, con esse connesso e quasi identificato, perdesse tutto il suo significato, e finisse di esistere nelle costumanze della Roma cristiana, solo più ri-

---

(1) *CIL*, I^{1}, p. 340. Cfr. Wissowa, *Der römische Festkalender* in *Rel. u. Kult.*, p. 575, 7.

(2) *Epist.*, VI, 40 (41) in *Mon. Germ. hist., Auct. ant.*, VI, *pars prior*, p. 164.

(3) *Epit. chronicon* in *Mon.* cit., *Auct. ant.*, IX, p. 479.

(4) *CIL*, I^{1}, p. 341.

(5) *De divin.*, II, 47, 98.

(6) *Rer. rust.* II, 1, 9.

Digitized by Google

manendone il ricordo, come debole e lontana eco, nella ristrettissima cerchia di solitari eruditi.

Ma noi, figli della nuova Italia, figli di quella Patria che ha per centro Roma, l'eterna Città che sempre gloriosa si erge sui sette colli benedetti da un sorriso di cielo che non ha pari, noi abbiamo rievocato, abbiamo rimesso in onore, trasformandolo, l'antichissimo rito. Noi, solennizzando questo giorno, festeggiamo la grande Madre, la genitrice della nostra stirpe, la genitrice della civiltà su cui poggia saldamente la civiltà moderna, la datrice di leggi che son pur sempre il fondamento dell'odierno diritto; festeggiamo — oh! proclamiamolo francamente, lealmente con reverenza congiunta a legittimo orgoglio —, festeggiamo, dico, la sede onoranda della Chiesa cristiana, di quel Cattolicismo che, qualche anno addietro, associandomi con entusiasmo ai concetti di un memorabile discorso dell'allora semplice Deputato Benito Mussolini, io riguardai come il vivente erede della tradizione latina, il che vuol dire della tradizione di Roma eterna; di quel Cattolicismo che chiamai, come sento di potere e di dovere chiamare, " l'unica istituzione uni- " versale che esista, l'unica istituzione che abbia tuttora per " sua lingua la lingua di Roma imperiale, quella lingua che " diffuse per tutto il mondo col diritto e con la civiltà Romana " la divina parola di Cristo „ (1). E in Roma noi festeggiamo la Città che fu creatrice di una letteratura, la quale circonfusa di perenne e sempre fresca bellezza sopravvive superba con le mura entro cui nacque; la Città che, pur nelle sventure, pur nell'abiettezza, ognora conservò la coscienza del suo fato eterno, della missione privilegiata che Dio le diede nel mondo; la Città che con mille e mille esempi ammirandi di fortezza e di costanza c'insegnò a non disperare e a conservare intatta la fede nei gloriosi destini della nostra Italia, della più autentica propaggine della stirpe latina. E in Roma noi festeggiamo, noi

(1) Cfr. il mio discorso, letto in Chiari a' dì 17 agosto del 1921, *La commemorazione centenaria di Stefano Antonio Morcelli. Suo significato e suoi insegnamenti* (pubblicato in *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, vol. LVII, 1922), p. 157. Fu ripubblicato in *Letture e discorsi tenuti in Chiari nel 1° Centenario dalla morte di Stefano Ant. Morcelli* (Chiari, 1922). Cfr. ivi p. 133 sg.

Digitized by Google

adoriamo la Città che nella sua cerchia conserva, gelosa e altiera custode, le reliquie sacre del Re che ci ridiede una Patria, e quelle venerate e care del Soldato il quale rappresenta i cinquecento mila che per la difesa e per l'onore della Patria fecero getto magnanimo del nobilissimo loro sangue. Oh! sì, volgiamo tutti in questo istante, reverenti, col cuore ripieno di religioso amore, i nostri pensieri alla salma del Padre della Patria, che riposa là, nel Pantheon di Agrippa, quasi per dire al mondo che con le sue ceneri affidate alla custodia di quel tempio egli stringe in una grande simbolica unione l'Italia da lui rifatta alla Roma imperiale di Cesare Augusto; e volgiamo commossi la mente ed il cuore alle spoglie di quel Milite Ignoto che giace ai piedi dell'Altare della Patria, ai piedi di quel Campidoglio dove salivano i generali Romani, al termine della processione trionfale, per offrire a Giove Ottimo Massimo il solenne sacrifizio, che era ringraziamento al Nume per la vittoria concessa alle armi della bellicosa e fiera, ma generosa e gentile schiatta latina, sempre larga del sangue suo per la grandezza, la potenza e la signoria di Roma eterna.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

Adunanza del 16 Marzo 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Peano, Guidi, Parona, Grassi, Somigliana, Sacco e Pochettino il quale funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Mattirolo e Panetti.

Viene letto ed approvato il verbale della seduta precedente.

Il Socio Peano fa omaggio all'Accademia di due sue pubblicazioni: 1° *Giuochi di Aritmetica e problemi interessanti;* 2° *Theoria simplice de logarithmos.*

Il Socio Somigliana presenta per l'inserzione negli *Atti* una breve Nota dell'Ingegnere P. Bonanno, avente per titolo: *Contributo alla teoria delle distorsioni elastiche.*

La Nota sarà pubblicata negli *Atti.*

Digitized by Google

LETTURE

Contributo alla teoria delle distorsioni elastiche

Nota dell'Ing. PAOLO BONANNO
presentata dal Socio nazionale residente Somigliana

Sotto il nome di *distorsioni elastiche* vanno compresi tutti quegli stati di equilibrio elastico che si possono produrre in un solido, in assenza di forze di massa e di tensioni superficiali. Più precisamente, quegli stati di equilibrio che si possono realizzare in un corpo elastico, occupante uno spazio più volte connesso, praticando un taglio lungo il solido dato, in modo da ridurne la connessione, e poscia imprimendo alle due facce del taglio uno spostamento rigido arbitrario, purchè piccolissimo, e quindi saldando le due facce, previa asportazione o immissione di materiale, sono notoriamente conosciuti con il nome di *distorsioni elastiche di Volterra* (1). — Il concetto informatore della teoria delle distorsioni è dovuto al Weingarten (2), il quale pel

(1) V. Volterra, " Rendiconti Reale Accad. dei Lincei „, anni 1905 e 1906. — Detto, *Sur l'équilibre des corps élastiques multiplement connexes*, " Ann. École Norm. „, sept. 1907.

Vedi anche G. A. Maggi, *Sugli spostamenti elastici discontinui*, " Rend. Reale Accad. Lincei „, vol. XVII, serie 5ª, maggio 1908. — Detto, *Posizione e soluzione di alcune questioni attinenti alla teoria delle distorsioni elastiche*, " Id. „, vol. XXVI, 1° semestre 1917.

Vedi pure Love, *On the mathematical theory of elasticity*, Cambridge 1920, 3ª ediz. Come appendice dei capitoli VIII e IX del suo trattato, il prof. Love svolge la teoria delle distorsioni elastiche di Volterra. Egli ha proposto di chiamarle col nome " *dislocations* „.

(2) G. Weingarten, *Sulle superficie di discontinuità nella teoria della elasticità dei corpi solidi*, " Rend. Reale Accad. Lincei „, serie 5ª, vol. X, 1° semestre 1901.

Digitized by Google

primo segnalò questi caratteristici stati di equilibrio elastico. Egli pervenne a riconoscere l'esistenza di questi stati soltanto per via intuitiva, e se ne servì esclusivamente per le sue ricerche geometriche.

Altre distorsioni, differenti da quelle di Volterra, si possono verificare in corpi anche semplicemente connessi, ammettendo che esistano, nell'interno di essi, certe superficie di discontinuità per gli spostamenti elastici, ed allora si ottengono le distorsioni di Somigliana (3).

Infine si possono trovare stati di equilibrio elastico, che non rientrano in nessuno dei due tipi testè descritti e che si può immaginare di determinare imprimendo ad ogni punto del corpo una deformazione i cui parametri sieno funzioni del tutto arbitrarie, vale a dire che non soddisfano in generale le sei equazioni di congruenza di Saint-Venant.

Questi stati di tensione si ricollegano a quelli considerati precedentemente pel fatto che l'equilibrio elastico da essi caratterizzato non è prodotto da forze di massa nè da forze superficiali date: essi prendono il nome di *coazioni elastiche*, particolarmente studiate dal prof. Colonnetti (4).

Nella pratica questi stati di tensione si creano regolarmente nelle operazioni di tempra degli acciai (5), nella fusione dei pezzi in ghisa, nella presa dei getti in calcestruzzo (6), nella fabbricazione del vetro, ecc.

Ora, dal punto di vista analitico, non è difficile stabilire una relazione caratteristica per i suddetti tipi di equilibrio ela-

---

(3) C. Somigliana, *Sulle deformazioni elastiche non regolari*, "Atti del IV Congresso dei Matematici „, Roma, aprile 1908, vol. III, sez. IIIa. — Detto, *Sulla teoria delle distorsioni elastiche*, "Rend. Reale Accad. Lincei „, aprile 1914, vol. XXIII, serie 5a.

(4) G. Colonnetti, *Su certi stati di coazione elastica che non dipendono da azioni esterne*, "Id. „, luglio 1917, vol. XXVI, serie 5a. — Detto, *Per una teoria generale delle coazioni elastiche*, "Atti della Reale Accad. delle Scienze di Torino „, vol. LVI, 1920-21.

(5) F. Reiser, *Théorie et pratique de la tempre de l'acier*, traduz. franc., Paris, 1905.

(6) Ing. L. Luiggi, *L'evoluzione delle dighe per laghi artificiali in alta montagna*, "Atti del Congresso di Milano della Soc. Ital. per il progresso delle scienze „, IX riunione, Roma, 1917.

Digitized by Google

stico. Infatti, in un corpo elastico che abbia subìto una distorsione qualsiasi, supponiamo di eseguire il taglio od il sistema di tagli atti a far ritornare il corpo al suo stato naturale. Il numero dei suddetti tagli può essere qualsiasi e può anzi divenire persino infinito in alcuni casi di coazioni elastiche.

Nel riprendere lo stato naturale, ogni punto del corpo subirà uno spostamento elastico che rappresenteremo col vettore $\boldsymbol{s}$.

Mentre questo vettore spostamento $\boldsymbol{s}$ non è soggetto a nessuna condizione necessaria sui punti del contorno del corpo, se esso trovasi in uno stato di coazione elastica, perchè il ritorno del corpo al suo stato naturale può implicare la completa disgregazione del corpo stesso, per i due tipi di distorsioni di Volterra e di Somigliana, detto vettore dovrà soddisfare sul contorno del corpo ad una certa condizione che qui ci proponiamo di determinare.

Infatti, riferendoci, dapprima, alle distorsioni di Volterra, indichiamo con τ lo spazio più volte connesso occupato dal solido elastico, con σ il suo contorno e con $\boldsymbol{n}$ un vettore unitario normale a σ e diretto verso l'interno di τ.

Indichiamo con Σ la superficie od il complesso di superficie lungo le quali dobbiamo immaginare di tagliare il solido elastico per ricondurlo al suo stato naturale; con α e β le due facce di Σ; con $\boldsymbol{\nu}$ un vettore normale alla faccia α di Σ e di lunghezza unitaria, rivolto positivamente verso l'interno di τ, cosicchè sarà $-\boldsymbol{\nu}$ l'analogo vettore unitario per la faccia β. È noto allora che il vettore spostamento $\boldsymbol{s}$ sarà continuo nello spazio τ, mentre sui punti delle facce α e β di Σ subirà certe discontinuità. Detti $\boldsymbol{s}_\alpha$ e $\boldsymbol{s}_\beta$ i valori di $\boldsymbol{s}$ su queste facce, le discontinuità in discorso sono espresse da

$$\boldsymbol{s}_\beta - \boldsymbol{s}_\alpha = \epsilon \boldsymbol{v} + \lambda \boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{w}$$

con $\boldsymbol{v}$ e $\boldsymbol{w}$ vettori unitari costanti, ϵ e λ costanti numeriche piccolissime ed $\boldsymbol{r}$ il raggio vettore che va da un punto fisso, scelto arbitrariamente, al punto P generico di Σ.

Per una distorsione di Somigliana avremo invece

$$\boldsymbol{s}_\beta - \boldsymbol{s}_\alpha = \boldsymbol{U}_P$$

essendo $\boldsymbol{U}_P$ un vettore qualsiasi, funzione del punto P.

Digitized by Google

Comunque, il vettore s sarà certamente regolare nello spazio τ limitato dal complesso di superficie costituito dal primitivo contorno σ e dalle due facce α e β di Σ; cosicchè potremo applicare ad esso il noto *teorema della divergenza* e si ha:

$$-\int_\sigma s \times n\, d\sigma + \int_\Sigma (s_\beta - s_\alpha) \times \nu\, d\Sigma = \int_\tau \operatorname{div} s\, d\tau.$$

Il secondo membro di questa relazione rappresenta notoriamente la variazione totale di volume del solido dato, dovuta alla distorsione considerata; ed è altresì noto che questa variazione di volume è sempre nulla, per i corpi elasticamente omogenei, ai quali qui ci riferiamo (7).

La relazione testè scritta diviene, tenendo conto delle espressioni di $s_\beta - s_\alpha$,

$$(1) \qquad \int_\sigma s \times n\, d\sigma = \int_\Sigma [\varepsilon v + \lambda r \wedge w] \times \nu\, d\Sigma$$

per una distorsione di Volterra, e

$$(2) \qquad \int_\sigma s \times n\, d\sigma = \int_\Sigma U_P \times \nu\, d\Sigma$$

per una distorsione di Somigliana (8).

Le (1) e (2) rappresentano dunque le condizioni a cui deve soddisfare il vettore s al contorno del corpo elastico, perchè s stesso rappresenti lo spostamento elastico corrispondente ad una distorsione effettivamente realizzabile sul corpo dato, mediante

---

(7) G. Colonnetti, *Una proprietà caratteristica delle distorsioni elastiche nei solidi elasticamente omogenei*, « Rend. Reale Accad. Lincei », vol. XXVII, serie 5ª, 2° semestre 1918.

(8) Il prof. Somigliana nella sua *Memoria* « *Sulle equazioni della elasticità* (« Annali di Matematica », serie II, tomo XVII, 1889-1890) pervenne ad alcune notevoli relazioni integrali di superficie fra il vettore spostamento ed il vettore tensione. Queste relazioni, dal punto di vista del problema dell'integrazione delle equazioni dell'equilibrio elastico nel caso generale, sono analoghe alle nostre (1) e (2) per il problema delle distorsioni.

Digitized by Google

il descritto sistema dei tagli, ovvero mediante le superficie di discontinuità.

Le relazioni (1) e (2), in un certo qual modo, caratterizzano dunque le distorsioni di Volterra e quelle di Somigliana.

Se nessuna delle suddette condizioni è soddisfatta, allora il vettore s caratterizza una deformazione elastica, in assenza di forze esterne, la quale non si può riprodurre con nessuno dei metodi accennati più sopra: esso rappresenta quindi una coazione elastica.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Marzo 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Schiaparelli, Patetta, Pacchioni, Valmaggi, Faggi, Luzio, Solari e Vidari Segretario della Classe.

Scusano l'assenza i Soci Brondi, Einaudi, Prato, Cian.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Socio Pacchioni presenta lo scritto di Silvio Pivano, *Gli studi di papirologia giuridica e la scienza italiana*, e ne illustra la contenenza e l'importanza scientifica, rilevando in particolare come il lavoro del Pivano, che in dotte pagine rievoca il cospicuo contributo portato da A. Peyron agli studii psicologici italiani, torni opportuno in quest'anno in cui si compie il secolo da quando il Peyron si faceva qui in Torino " editore e illustratore incomparabile „ dei primi papiri greci.

Il Presidente Ruffini presenta cinque volumi (XII-XVI) e due indici (3 e 4) del *Recueil des Traités* della Società delle Nazioni, segnalando l'alta importanza della pubblicazione.

Digitized by Google

Il Socio Faggi presenta per la inserzione negli *Atti* una sua Nota, *Il sofisma dell'esperienza impossibile*, in cui rileva, accanto ai sofismi di osservazione già segnalati dal Mill e dal Masci, quello derivante dalla pretesa di ricavare conseguenze da una osservazione che in realtà non si può fare.

La Nota sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio Luzio chiede che si facciano pratiche presso il Ministero per aver copia della pubblicazione dei manoscritti di Leonardo. Si approva.

Digitized by Google

LETTURE

Il sofisma dell' "esperienza impossibile„

Nota del Socio nazionale residente ADOLFO FAGGI

Lo Stuart Mill nel suo *Sistema di logica* (vol. II, London, 1868, pag. 341) ha un capitolo che riguarda i sofismi di osservazione (*Fallacies of observation*). Un sofisma per cattiva osservazione (*misobservation*) può essere o negativo o positivo (*non-observation* o *mal-observation*), cioè si possono lasciar da parte e trascurare fatti o particolarità di cui bisognava tener conto; oppure c'è qualcosa che è visto, ma è visto male, ossia il fenomeno non è riconosciuto per ciò ch'egli è veramente, ma è scambiato con qualcosa d'altro. Se, per difetto di notare i casi in cui le predizioni d'un ciarlatano sono state smentite dai fatti, si conchiude ch'egli è un vero indovino, s'ha il primo modo del sofisma; se s'ignori o si dimentichi che nei casi in cui le sue predizioni si sono avverate egli era d'intesa con un compare che gli ha procurate le informazioni su cui quelle erano fondate, si ha il secondo modo.

I trattatisti hanno spesso su questo punto ripetuto il Mill. Anche fra i nostri il Masci, p. e., che pur critica la classificazione dei sofismi fatta dal filosofo inglese, distingue come lui i sofismi di osservazione in sofismi di *osservazione mancata* e in sofismi di *osservazione sbagliata* (*Logica,* Napoli, 1899, pag. 383 e seg.). I sofismi di osservazione mancata dipendono, egli dice, per lo più dalla fretta e dalle associazioni psicologiche che producono il misoneismo o il preconcetto; sul quale ultimo proposito egli porta l'esempio del peripatetico, che rifiutò di accostare l'occhio al cannocchiale per non vedere le macchie solari asserite da Galileo, e così non trovarsi in contradizione colla dottrina

Digitized by Google

aristotelica della incorruttibilità dei cieli. I sofismi di osservazione sbagliata dipendono per lo più dal prendere per percezione quella che è un'inferenza erronea o un preconcetto; e il Masci cita per esempio l'opposizione fatta al sistema copernicano sul fondamento di una *pretesa* testimonianza dei sensi, che ci mostra la terra immobile e mosso intorno ad essa il cielo. Ci sarebbe da ridire sulle cause qui assegnate un po' in fretta e sommariamente dal Masci alle due forme di sofismi dell'osservazione: l'ultimo esempio del sistema copernicano non è poi nè bene scelto nè ben presentato, perchè il sistema tolemaico si fondava realmente sulla testimonianza de' sensi, i quali non poteano avere altro oggetto immediato che il cielo apparente. Ma ora ciò poco importa: quello che mi preme di dire si è che tra i sofismi dell'osservazione o dell'esperienza se n'è lasciato fuori uno assai curioso e importante, quello che io chiamerei il sofisma dell'*osservazione* o dell'*esperienza impossibile*.

Nei sofismi di cui si fa cenno così dal Mill come dal Masci si suppone che in un modo o in un altro l'esperienza ossia l'osservazione si potesse fare, e si sia per mera colpa tralasciato di farla e di farla come si doveva. Per esempio, come si sono enumerati i casi in cui le predizioni del ciarlatano si sono avverate, così si potevano enumerar quelli in cui sono state smentite; e se tale computo non si poteva fare, per essere quest'ultime, come sempre avviene, lasciate nell'ombra, si doveva per lo meno sospendere la conclusione. Così il peripatetico poteva guardare nel cannocchiale di Galileo; poteva, ma non volle. Ci sarebbe anzi da discutere se la vera colpa dell'osservazione mancata o dell'osservazione sbagliata sia dell'intelligenza oppure della volontà, sia una colpa cioè morale o intellettuale. Il Mill infatti distingue le cause degli errori nel ragionamento in morali e intellettuali, e afferma che soltanto le seconde sono oggetto della Logica. Forse, se si distingue tra volontà pigra e volontà cattiva, molti dei sofismi di cui legittimamente si occupa la logica, dipendendo dalla volontà pigra, potrebbero per un certo senso apparire anche morali. I due sofismi del ciarlatano e del peripatetico potrebbero rientrare in questa classe.

Il sofisma dell'*esperienza impossibile* si diversifica ad ogni modo da quelli sopra citati, perchè l'osservazione non si *può* fare, anche colla migliore volontà del mondo. E il sofisma con-

Digitized by Google

siste appunto nel ricavare le conseguenze che ci sembrano opportune, come se questa *possibilità* ci fosse. Vediamo quello che è avvenuto ultimamente in Italia. I sovversivi minacciavano di trascinare il paese all'ultima rovina: scioperi, ribellioni, guardie rosse, occupazioni di fabbriche, perdita di ogni credito, estinzione di ogni sentimento del dovere, indifferenza o disprezzo per il nome stesso di patria, e chi più ne ha più ne metta. Il Fascismo, diventato a poco a poco una forza viva e potente, sopravviene, dà per, così dire, il colpo di piccozza, e ferma la rincorsa spaventevole del paese verso l'abisso. Ebbene, che cosa si dice dagli avversari? Il paese si sarebbe salvato anche senza l'intervento del Fascismo; esso avea già trovato dà sè la maniera di arrestarsi nella sua pericolosa discesa e di riprendere la via buona. Ecco il sofisma dell'*esperienza impossibile*, che, come si vede da questo esempio, s'incontra spesso nelle discussioni morali e sociali. Quante volte non si dice che, anche senza quel tal provvedimento radicale che si è preso, quei tali inconvenienti che si deploravano sarebbero ugualmente scomparsi; che quella tale riforma è stata in sostanza inutile, perchè le cose si andavano già mettendo a posto da sè; che gli effetti portati da quella tale rivoluzione si sarebbero ugualmente ottenuti con un progresso o miglioramento graduale, e così di seguito.

Questo sofisma (che in fondo cangerebbe la storia *quale è stata* in quella che *sarebbe potuta essere*) dipende per un lato da un certo fondamentale ottimismo della natura nostra, per cui si crede che le cose, anche lasciate a sè stesse, trovin sempre modo di metter capo a buon fine: onde gli interventi bruschi ed improvvisi di agenti esteriori sono per lo più giudicati inutili o inopportuni. È un ottimismo che si riscontra in parecchi e di cui anche nei casi più gravi uno difficilmente si libera; ottimismo da cui deriva la ben nota teoria del *lasciar fare*. Dal lato intellettuale il sofisma riposa su di una concezione puramente *analitica* della causalità. Si ritiene cioè che, indipendentemente o quasi da occasioni e da incidenze esterne, i fatti si svolgano in una successione logica e necessaria dall'intima virtualità della causa. Non si tien quindi conto dell'azione perturbatrice di altre cause, nè dell'effetto favorevole o sfavorevole che possono avere sullo svolgersi di una serie causale le circostanze esteriori. Si ritiene insomma, per dirla col Leibniz, che

Digitized by Google

in ogni causa sia implicata, in modo assoluto ed esclusivo, una *lex continuationis seriei suarum operationum.*

Questa considerazione puramente *analitica* della causalità porta a confondere, come s'è già accennato, il possibile col reale, quello che è stato con quello che sarebbe potuto essere. Poichè non si riesce a dimostrare che gli effetti x siano dovuti alla causa A originariamente posta, essendo essi contemporanei o immediatamente successivi all'entrata in atto della causa incidente B, con cui perciò l'esperienza li mette in connessione, si intraprende a dimostrare con ragioni puramente astratte la capacità di A o la sua possibilità di produrre gli effetti x, confondendo appunto in questo modo la possibilità colla realtà.

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Marzo 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci D'Ovidio, Segre, Guidi, Parona, Grassi, Somigliana, Panetti, Sacco, Pochettino e il Segretario Mattirolo.

Il Segretario dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica l'invito della Società Matematica di Francia alla nostra Accademia, perchè voglia farsi rappresentare alla Celebrazione del suo cinquantenario che si terrà alla Sorbona dal 22 al 24 maggio. L'Accademia delibera di rivolgere preghiera al suo Socio corrispondente Prof. P. Émil Appel perchè voglia accettare di essere interprete del nostro Sodalizio alla solenne cerimonia.

Il Socio Parona comunica che il Servizio geologico della Indocina francese (Tonchino) ha spedito alla nostra Accademia la nuova Serie delle sue pubblicazioni a partire dal 1913 (11 volumi del Bollettino in 8° grande e 8 volumi delle Memorie in 4° grande) chiedendo il cambio colle nostre, sul quale delibererà il Consiglio di Amministrazione.

Sono monografie di ben noti geologi e paleontologi francesi, corredate da numerose Tavole che al valore scientifico, aggiun-

Digitized by Google

gono il pregio della bella e ricca veste tipografica. I lavori di argomento geologico, paleontologico ed anche di preistoria, ci informano sui caratteri geologici di quelle lontane regioni, tanto più graditi in quanto nessuna delle Biblioteche torinesi disponeva finora delle pubblicazioni stesse. Piacque inoltre al Socio PARONA ricordare che fu il nostro Socio Prof. Carlo DE-STEFANI dell'Istituto Superiore di Firenze che, richiesto, indicò alla Direzione del Servizio geologico del Tonchino la nostra Accademia fra le Istituzioni italiane alle quali sarebbe stato opportuno di spedire le pubblicazioni geologiche: ciò che risulta dalla lettera della Direzione annunciante l'invio. Il Prof. PARONA ritiene che la Classe accoglierà con favore l'atto cortese della Istituzione tonchinese, così benemerita nel campo della geologia, in particolare per quanto riguarda le indagini sulla tectonica del Tonchino e la conoscenza delle Faune e Flore paleozoiche locali.

Il Socio POCHETTINO presenta all'Accademia per la inserzione negli *Atti* un suo lavoro dal titolo: *Proprietà ottiche dei cristalli di alcuni platinocianuri.*

Il Socio, Direttore della Classe, Corrado SEGRE, una sua Nota: *Le curve piane d'ordine* n *circoscritte a un* $(n+1)$*-latero completo di tangenti ad una conica, e una classe particolare di superficie con doppio sistema coniugato di coni circoscritti.*

Il Socio GRASSI una Nota: *Sul modo di variare della corrente primaria in un trasformatore* e ne discorre brevemente.

Digitized by Google

LETTURE

Proprietà ottiche dei cristalli di alcuni platinocianuri

Nota I del Socio naz. resid. ALFREDO POCHETTINO

Alcuni cristalli naturali (per es., certe varietà di fuggerite, di vesuvianite, di microsommite, ecc.) presentano una birifrangenza di segno variabile a seconda della lunghezza d'onda λ della luce che li attraversa: essi sono positivi per le radiazioni corrispondenti a un lato dello spettro, negativi per le altre, e, in corrispondenza ad una determinata λ, sono monorifrangenti; per esempio, i cristalli di Fuggerite (1) sono monorifrangenti in corrispondenza a luce di $\lambda = 0{,}589$. Il fenomeno è dovuto all'essere questi cristalli dei cristalli misti di componenti che, allo stato puro, sono alcuni positivi ed altri negativi, con diverse dispersioni della birifrangenza, di modo che si comprende benissimo come, per una data composizione, essi possano risultare monorifrangenti in corrispondenza ad una determinata λ e presentare birifrangenza di segni opposti in corrispondenza a λ più lunghe o a λ più corte di quella.

Può però pensarsi che lo stesso fenomeno possa essere presentato da cristalli non misti quando uno dei due raggi subisca un assorbimento (e quindi una variazione dell'indice di rifrazione in corrispondenza al variare di λ) molto forte, come si riscontra per esempio nelle sostanze a colori superficiali molto marcati. Questa idea e le osservazioni di Lommel (2) su le proprietà ottiche dei cristalli di Platinocianuro di Magnesio mi hanno

(1) WEINSCHENCK E., *Einleitung zum Gebrauch des Polarisationsmikroskopes*. III Aufl., 1910, pag. 87.

(2) *Wied. Ann.*, 9, pag. 108 (1880).

Digitized by Google

indotto a ricercare se il fenomeno presentato dai cristalli naturali su ricordati non si verifica anche nei cristalli di quella sostanza (1).

I cristalli di Platinocianuro di Magnesio $[Pt(CN)_4Mg.7H_2O]$ si separano dalla soluzione acquosa (che è incolora e non presenta alcuna traccia di assorbimento selettivo nello spettro visibile) ordinariamente sotto forma di prismi dimetrici, rossi per trasparenza. Se si osserva la luce riflessa dalle basi, si nota, per incidenze medie, la comparsa di un colore superficiale azzurro; la luce corrispondente a questo colore superficiale è sempre polarizzata normalmente al piano di incidenza. Su le faccie laterali invece compare, per tutte le incidenze, un colore superficiale verde metallico molto brillante; la luce corrispondente a questo secondo colore superficiale è sempre polarizzata normalmente all'asse del prisma.

È molto difficile ottenere lamine cristalline di Platinocianuro di Magnesio, normali all'asse, che lascino passare luce delle varie λ con una intensità sufficiente all'osservazione e presentino, in luce convergente, un'immagine assiale di sufficiente nitidezza per poterne esaminare le modificazioni usando un analizzatore circolare, come è necessario per determinare il segno della birifrangenza (2). Non potei ottenere preparati adatti che sfaldando, con una punta, un cristallo un po' grosso parallelamente alla base $\{001\}$; fra le molte scagliette così ottenute sono riuscito a rintracciarne alcune poche presentanti delle regioni atte all'osservazione e cioè di spessore tale da permettere l'esame dell'immagine assiale con luci di varia λ e non presentanti sfaldature interne od eterogeneità che ne impedissero l'esame con l'analizzatore circolare. Ho tentato di far cristallizzare il sale dalle sue soluzioni su un vetro portaoggetti, ma non ho potuto avere che cristalli prismatici, per lo più raggruppati in rose, e sempre con l'asse parallelo al piano del

(1) Debbo alla cortesia del Prof. C. Montemartini del R. Politecnico di Torino l'aver potuto avere a disposizione del materiale adatto, e mi è grato dovere porgergli qui i miei più vivi ringraziamenti.

(2) Specialmente fastidiosa è la luce rossa, abbastanza vivace, di fluorescenza, che viene emessa dal cristallo quando è illuminato da luce azzurra o violetta.

Digitized by Google

vetro. Il loro spessore m'è risultato sempre troppo grande per poter servire a misure con il compensatore di Babinet; soltanto facendo cristallizzare il sale da una goccia di soluzione diluita compresa fra porta- e coprioggetto, inizialmente compressi uno contro l'altro, sono riuscito ad ottenere, fra i cristalli formatisi sempre con la solita orientazione, alcuni rarissimi molto sottili, e quindi pressochè incolori per trasparenza in luce ordinaria, che poterono utilizzarsi per misure al compensatore di Babinet.

In tutte le osservazioni ho usato un microscopio a polarizzazione di Leitz, munito, a seconda dei casi, dell'obbiettivo N. 3 (NA = 0,28; $f = 18$ mm.) o dell'obbiettivo N. 5 (NA = 0,77; $f = 5{,}8$ mm.): ad esso potevano adattarsi: o un oculare dicroscopico 0 ($f = 50$ mm.), o un oculare munito di compensatore di Babinet, o un oculare a micrometro II ($f = 35$ mm.) con una lente di Bertrand per l'osservazione delle immagini assiali, o, infine, uno spettroscopio oculare di Abbe. Per illuminare i preparativi con luce sensibilmente monocromatica delle varie λ, ho dovuto ricorrere a dei filtri; con opportune combinazioni di vetri colorati, di filtri a gelatina del tipo Wratten, di vaschette contenenti soluzioni di solfato di cupritetramino di varia concentrazione e del filtro U. V. di Zeiss ho potuto, dopo molti tentativi, mettere insieme dei sistemi che, pur permettendo il passaggio di luce di intensità sufficiente, presentano campi di trasparenza abbastanza ristretti con i baricentri rispettivamente corrispondenti alle seguenti λ: 0,660; 0,589; 0,560; 0,525; 0,485; 0,480; 0,465; 0,450; 0,430; 0,425; 0,420; 0,410.

Se si esamina un cristallo di Platinocianuro di Magnesio, di spessore compreso fra 0,2 e 0,5 mm., in luce ordinaria, si osserva nello spettro della luce trasmessa una banda di assorbimento estendentesi da $\lambda = 0{,}590$ a $\lambda = 0{,}560$ circa; se lo si osserva con una lente dicroscopica, disposta in modo che la sua sezione principale sia normale all'asse ottico del cristallo, l'immagine ordinaria è di color rosso aranciato e nello spettro corrispondente si ha una banda d'assorbimento estendentesi da $\lambda = 0{,}590$ fino a tutto il violetto; l'immagine straordinaria invece è di color rosa carminio e nello spettro corrispondente si ha di nuovo una banda estendentesi da $\lambda = 0{,}590$ a $\lambda = 0{,}560$ circa. Se si esamina con la lente di Bertrand una lamina di un cristallo di questa sostanza, tagliata normalmente all'asse, in

Digitized by Google

luce convergente polarizzata rettilineamente, si osserva che, in luce bianca, il campo appare diviso in quattro settori ortogonali con le bisettrici rispettivamente parallela e normale alla direzione di vibrazione della luce incidente. I due primi sono di colore rosa carminio, gli altri due rosso aranciato; questi due ultimi non arrivano fino alla parte centrale del campo che è di colore rosa carminio. In luce rossa ($\lambda = 0{,}660$) il campo è uniformemente di color rosso; se si illumina con luci di λ successivamente più corta si trova che, a partire da $\lambda = 0{,}590$, si hanno solo più due settori oscuri con la bisettrice normale alla direzione di vibrazione della luce incidente. Questi settori non arrivano fino al centro del campo, ma hanno i vertici come troncati con orli sfumati la cui distanza va diminuendo al diminuire della λ della luce incidente, mentre gli orli delle troncature si vanno facendo più netti. La distanza minima fra questi orli, e la loro massima nitidezza, si hanno per $\lambda = 0{,}465$ circa; se si usa luce di λ più breve, quella distanza cresce e gli orli ridiventano sfumati; in corrispondenza a $\lambda = 0{,}420$ l'aspetto del campo, per quanto riguarda la distribuzione dell'intensità luminosa, è all'incirca uguale a quello che si ha per $\lambda = 0{,}550$.

Se si esamina la nostra lamina ancora in luce convergente, ma fra nicol incrociati, si osserva: in luce bianca, la nota figura dei cristalli uniassi su un fondo di color rosso (per il colore proprio del cristallo); nel mezzo però, intorno alla traccia dell'asse ottico, appare una zona di color azzurro formante un cerchio del diametro angolare di circa 5°; le vibrazioni dunque dell'azzurro, effettuantisi parallelamente alla sezione principale del nostro cristallo, passano con gran prevalenza su le altre finchè la loro direzione di propagazione forma con l'asse ottico un angolo inferiore ai 2° o 3°. Se si varia la λ della luce incidente si osserva che: 1) per λ da 0,660 a 0,485, si ha la solita immagine assiale, e, usando l'analizzatore circolare, *il segno della birifrangenza è positivo*; 2) al diminuire di λ il raggio dei cerchi oscuri va diminuendo mentre in corrispondenza le braccia della croce oscura si assottigliano, specialmente in corrispondenza a quella zona centrale che risulta azzurra usando luce bianca. Da $\lambda = 0{,}485$ a $\lambda = 0{,}465$ si osserva solo più la croce oscura, ogni traccia dei cerchi è scomparsa e se si gira l'analizzatore di un angolo fino a 15° dalla sua posizione normale, il braccio

Digitized by Google

della croce parallelo alla sua direzione di vibrazione ruota di un angolo corrispondente, mentre l'altro rimane fisso; di guisa che ne risulta una croce a braccia non più normali (1). In corrispondenza a λ varianti da 0,430 a 0,410 si ha di nuovo la nota immagine assiale con croce e cerchi di diametro crescente con il diminuire di λ e, esaminando con l'analizzatore circolare, si trova che *il segno della birifrangenza è negativo.*

Nella tabella seguente mi limito ad esporre i risultati delle osservazioni compiute riportando i valori delle differenze Δ di cammino (espresse in λ), fra raggio ordinario e straordinario, quali risultano direttamente dalle misure fatte con il compensatore di Babinet per tre cristalli sufficientemente sottili, di spessore diverso, e i diametri *d* del primo cerchio oscuro (in divisioni del micrometro oculare II, usando l'obbiettivo N. 5) nelle immagini assiali per quattro scagliette riscontrate atte a tali osservazioni:

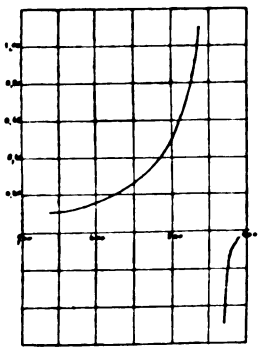
λ	Δ			*d*			
0,660	+ 0,12	+ 0,18	+ 0,10	9	16,2	12	19
0,589	+ 0,16	+ 0,22	+ 0,13	6,5	11,5	8	14
0,560			+ 0,21?				11?
0,525	+ 0,34	+ 0,50	+ 0,30		7,5	5	9
0,485	+ 0,63	+ 0,90	+ 0,50		5,5	3,5	6
0,480	+ 0,71	+ 1,10	+ 0,62	3			
0,465	+ 1,10	+ 1,50	+ 0,98	2	3,2	2,5	4
0,450	inapprezzabile						
0,430	— 0,50	— 0,70	— 0,40	2			
0,425	— 0,23	— 0,35	— 0,21		6	4	7
0,420	— 0,12?	— 0,20?	— 0,09	4?			
0,410	— 0,05?	— 0,08?	— 0,05?		7	5,5?	9

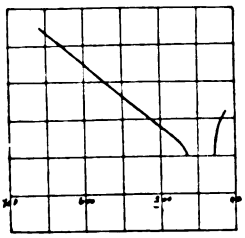
(1) Una rotazione corrispondente dell'altro braccio si ha, se si fa ruotare il polarizzatore.

Digitized by Google

I segni + e — anteposti ai valori di Δ stanno ad indicare il segno della birifrangenza; i punti interrogativi contraddistinguono i numeri poco sicuri per le evidenti difficoltà di osservazione. I grafici qui sotto dànno un'idea dell'andamento rispettivamente di Δ e di d al variare della λ con cui si osserva.

La birifrangenza dunque dei cristalli di Platinocianuro di Magnesio cresce, al diminuire di λ, dapprima lentamente, poi con grande rapidità; in corrispondenza a $\lambda = 0{,}450$ circa, la birifrangenza cambia di segno raggiungendo per $\lambda = 0{,}430$ circa lo stesso valore assoluto che ha per $\lambda = 0{,}500$, diminuisce poi dapprima con grande rapidità e quindi lentamente.



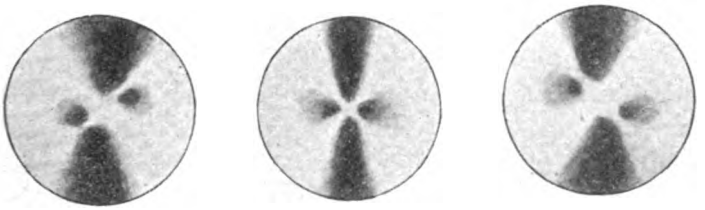


Proprietà ottiche superficiali molto analoghe a quelle dei cristalli di Platinocianuro di Magnesio presentano i cristalli dei due Platinocianuri rispettivamente di Ittrio $[\}Pt(CN)_4\{_3Y_2.21H_2O]$ e di Erbio $[\}Pt(CN)_4\{_3Er_2.21H_2O]$, i quali però sono biassici. Questi due platinocianuri cristallizzano in prismi trimetrici rossi per trasparenza; delle sei faccie di questi prismi le due normali al piano degli assi ottici sono rosso-scure e presentano in luce riflessa, sotto incidenze medie, un colore superficiale azzurro metallico polarizzato sempre normalmente al piano di incidenza; le altre quattro presentano invece, sotto qualunque incidenza, un colore superficiale verde metallico brillante polarizzato sempre normalmente all'asse del prisma. Esaminati per trasparenza con luce ordinaria, i cristalli di queste due sostanze presentano (per uno spessore da 0,2 a 1 mm.) uno spettro di assorbimento consistente in una banda estendentesi da $\lambda = 0{,}590$ a $\lambda = 0{,}575$

Digitized by Google

per il Platinocianuro di Erbio e a $\lambda = 0{,}560$ per quello di Ittrio. Osservati con l'oculare dicroscopico disposto con la sezione principale secondo la normale alle due faccie rosse, dànno l'immagine straordinaria color rosa carminio e nello spettro di assorbimento corrispondente si ha una banda identica a quella che si ha esaminando i cristalli con luce ordinaria; l'immagine ordinaria invece è color rosso arancio e nello spettro di assorbimento presenta una banda estendentesi da $\lambda = 0{,}590$ fino all'estremo violetto. Il comportamento dunque di questi cristalli è sorprendentemente simile a quello dei cristalli di Platinocianuro di Magnesio.

Se esaminiamo una lamina di questi cristalli tagliata normalmente alla bisettrice dell'angolo acuto degli assi ottici, con oculare e lente di Bertrand, illuminando con luce bianca convergente polarizzata in un piano a 45° sul piano degli assi



Luce bianca $\lambda = 0{,}465$ $\lambda = 0{,}420$

ottici si osservan nel campo una coppia di settori di color rosso arancio con l'asse normale alla direzione di vibrazione della luce incidente; i vertici di questi settori non raggiungono il centro del campo che nel rimanente è color rosso carminio, meno in due piccole zone di forma ellittica, ancora color rosso arancio, con la congiungente i centri inclinata su la direzione di vibrazione della luce incidente. Se si illumina con luce di $\lambda = 0{,}465$, l'aspetto del campo rimane simile al precedente, le macchie e i settori sono oscuri e quelle sono ora disposte simmetricamente rispetto alla mediana dei settori, i vertici dei quali sono ora più vicini. In luce di $\lambda = 0{,}420$, l'aspetto del campo è simile a quello che si ha in luce bianca, ma l'asse delle due macchie è ora di nuovo inclinato su quello dei settori; la sua posizione è però diversa da quella corrispondente alla luce bianca, come si rileva dalle figure schematiche soprastanti.

Digitized by Google

Se osserviamo le nostre lamine cristalline in luce convergente, fra nicol incrociati, orientandole diagonalmente si ha, in luce bianca, la solita immagine assiale su un fondo rosso. Ma se illuminiamo con luci di λ decrescenti questa immagine si modifica profondamente: le traccie degli assi ottici da $\lambda = 0{,}660$ fino a $\lambda = 0{,}470$ si avvicinano e tutto il sistema di curve nere si restringe; in corrispondenza a $\lambda = 0{,}470$, le due ovali ultime si toccano e il campo è ora attraversato da una croce nera le cui braccia sono parallele alle direzioni di vibrazione dei due nicol e non si distinguono nette che nella parte centrale del campo. Per $\lambda = 0{,}460$ la croce è divisa nuovamente in due rami di andamento iperbolico e a $\lambda = 0{,}450$, nel mezzo del campo si ha come una croce luminosa separante quattro settori oscuri con gli assi orientati secondo le direzioni di vibrazione dei due nicol. Per $\lambda = 0{,}440$ si ha di nuovo la nota immagine assiale dei cristalli biassici, ma il piano degli assi ottici trovasi ora a 90° sull'orientazione corrispondente a λ comprese fra 0,660 e 0,470. Specialmente interessante è l'aspetto che prende il campo, illuminando il preparato con l'uso del solo filtro U. V. di Zeiss che, dello spettro visibile, lascia passare solo una stretta zona nel rosso (centro a $\lambda = 0{,}720$) e una, un po' più larga, nel violetto (centro a $\lambda = 0{,}420$). Si vedono allora *contemporaneamente* le due immagini assiali una rossa e una violetta sovrapposte e risulta evidente la differenza di 90° fra le orientazioni del piano degli assi ottici nelle due immagini.

Ho determinato, usando l'oculare micrometrico II e l'obbiettivo N. 3, la distanza apparente d fra le traccie degli assi ottici in corrispondenza alle varie λ per tre cristalli di Platinocianuro di Ittrio e per due di Platinocianuro di Erbio; la tabella seguente contiene i valori di d espressi in divisioni del micrometro:

Digitized by Google

λ	Y			Er	
0,650	7,5	18,5	10	6,4	19
0,590	6	15	9	5,5	17
0,525	5?	12,5	6,5?	4,8?	14
0,470	1,5	3,8	2	1,5	4,5
0,450	croce luminosa nel mezzo del campo				
0,430	*2,5*	*6,2*	*3*	*2,4*	7
0,425	*3,2*	*8*	*4*	*2,8?*	*8*
0,415	*3,5?*	*9*	*4.5?*	*3?*	*9*

I punti interrogativi stanno ad indicare i risultati poco sicuri per la difficoltà dell'osservazione; le cifre in corsivo corrispondono alla seconda orientazione del piano degli assi ottici.

L'andamento della distanza d con il variare di λ è molto simile nei cristalli delle due sostanze. Si può dunque concludere che l'angolo apparente degli assi ottici di questi cristalli diminuisce, fra $\lambda = 0{,}650$ e $\lambda = 0{,}470$, con il diminuire di λ; in corrispondenza a una λ compresa fra 0,455 e 0,450, in questi cristalli avviene una rotazione di 90° nel piano degli assi ottici; poi l'angolo apparente di questi cresce con il proseguire della diminuzione di λ, e il sistema delle curve oscure si allarga.

Riassumendo: i cristalli di questi tre Platinocianuri, che hanno proprietà ottiche superficiali così simili, presentano una birifrangenza che, da $\lambda = 0{,}660$ a $\lambda = 0{,}470$, cresce, in valore assoluto, con il diminuire della λ della luce con cui si osservano e, da $\lambda = 0{,}440$ a $\lambda = 0{,}410$, diminuisce; in corrispondenza a luce di λ compresa fra $\lambda = 0{,}455$ e $\lambda = 0{,}445$ presentano un comportamento speciale: nei cristalli monoassici del Platinocianuro di Magnesio avviene un cambiamento brusco nel segno della birifrangenza, nei cristalli biassici dei Platinocianuri rispettivamente di Ittrio e di Erbio avviene una rotazione di 90° del piano degli assi ottici.

Istituto Fisico della R. Università di Torino.

Digitized by Google

Sul modo di variare della corrente primaria in un trasformatore

Nota del Socio naz. resid. GUIDO GRASSI

Negli ordinari trasformatori quando il circuito secondario è aperto si ha nel primario la cosidetta corrente a vuoto. Se si chiude il secondario su di una resistenza esterna, variabile, la corrente nel primario varia press'a poco come quella del secondario; il rapporto delle due correnti è quasi costante; in ogni modo la corrente primaria cresce o diminuisce insieme colla secondaria. E per conseguenza quando la corrente secondaria si annulla rimane nel primario la corrente a vuoto, che si ritiene essere la *minima corrente* assorbita dal trasformatore a vuoto, ed alimentato a tensione costante.

Ora questa conclusione non è esatta; si può dimostrare che un apparecchio del tipo trasformatore, cioè formato di un circuito primario alimentato a corrente alternata con tensione costante e di un secondario chiuso su di una resistenza esterna, può in determinate condizioni *assorbire nel primario una corrente minore della corrente a vuoto.*

Adottiamo le notazioni seguenti: r_1 e λ_1 resistenza e reattanza del primario; r e λ del secondario; μ il fattore di induzione mutua, cioè il coefficiente d'induzione mutua M moltiplicato per $2\pi f$, essendo f la frequenza della corrente alternata. Applichiamo il metodo simbolico, o delle grandezze complesse. Sia $\mathfrak{I}_1$ la corrente primaria per un carico qualunque; $\mathfrak{E}$ la forza elettromotrice applicata; g la conduttanza e b la suscettanza del circuito secondario. Si ha la nota relazione

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{I}_1 \{ r_1 + \mu^2 g - j(\lambda_1 - \mu^2 b) \}.$$

Digitized by Google

Il valore assoluto I_1 della $\mathfrak{I}_1$, indicando con E il valore assoluto della $\mathfrak{E}$, sarà dato da

$$I_1^2 = \frac{E^2}{(r_1 + \mu^2 g)^2 + (\lambda_1 - \mu^2 b)^2} .$$

Quando il secondario è aperto si ha la corrente a vuoto

$$I_0^2 = \frac{E^2}{r_1^2 + \lambda_1^2} .$$

Il rapporto

$$\frac{I_0}{I_1} = u$$

ci sarà dato dalla relazione

$$u^2 = 1 + \mu^2 \frac{2 r r_1 - 2 \lambda \lambda_1 + \mu^2}{(r_1^2 + \lambda_1^2)(r^2 + \lambda^2)} . \tag{1}$$

Si ottiene questa relazione ricordando che

$$g = \frac{r}{r^2 + \lambda^2} \qquad b = \frac{\lambda}{r^2 + \lambda^2} .$$

Se la dispersione magnetica è piccola, o almeno trascurabile, come accade appunto nei trasformatori, si può ammettere che

$$\mu^2 = \lambda \lambda_1$$

e quindi risulta

$$u^2 = 1 + \mu^2 \frac{2 r r_1 - \lambda \lambda_1}{(r_1^2 + \lambda_1^2)(r^2 + \lambda^2)} . \tag{2}$$

D'ordinario nei trasformatori le resistenze sono piccole rispetto alle reattanze, e il numeratore della frazione è negativo, cioè si ha

$$\lambda \lambda_1 > 2 r r_1 ,$$

e perciò u^2 è *minore di uno*, ossia la corrente a vuoto I_0 è sempre minore anche della minima corrente I_1 che si ha nel primario appena si comincia a caricare il secondario.

Ma non è escluso che in determinate condizioni si possa avere la disuguaglianza contraria, cioè

$$\lambda \lambda_1 < 2 r r_1$$

Digitized by Google

e quindi un rapporto *u maggiore di uno*, ossia *una corrente a vuoto maggiore della* I_1 *a secondario chiuso.*

È interessante cercare qual'è il valore della resistenza r del circuito secondario che dà luogo al massimo valore del rapporto u, quando, ben inteso, si suppongano date le dimensioni dell'apparecchio e quindi note le quantità r_1, λ_1 e λ.

Il termine da rendere massimo è

$$\frac{2 r r_1 - \lambda \lambda_1}{r^2 + \lambda^2}.$$

Il valor massimo si ha per

$$r = \frac{\lambda}{2 r_1}\left(\lambda_1 + \sqrt{4 r_1^2 + \lambda_1^2}\right). \tag{3}$$

Posto questo valore di r nella espressione di u^2 si ottiene

$$u^2 = 1 + \frac{2 r_1^2 \lambda_1}{(\lambda_1 + \sqrt{4 r_1^2 + \lambda_1^2})(r_1^2 + \lambda_1^2)}.$$

Anche qui si può cercare la condizione di massimo; si trova che deve essere

$$r_1 = \lambda_1 \sqrt{2}, \tag{4}$$

e se si pone questo valore nella espressione precedente si trova

$$u^2 = \frac{4}{3}.$$

Se nella (3) si introduce il valore di r_1 dato dalla (4) si ha

$$r = \lambda \sqrt{2}.$$

Questi risultati del calcolo ho potuto confermare coll'esperienza. Non so se questa particolarità sia mai stata osservata da altri. Io ho creduto opportuno di render nota questa mia osservazione, per dare la spiegazione di un fatto che a prima giunta può sembrare paradossale.

Digitized by Google

Le curve piane d'ordine n circoscritte a un $(n+1)$-latero completo di tangenti ad una conica, e una classe particolare di superficie con doppio sistema coniugato di coni circoscritti.

Nota del Socio nazionale residente CORRADO SEGRE

§ 1. — Il sistema lineare di C_n.

1. — In un piano π le curve algebriche d'ordine n, o C_n, che passano per tutti i vertici di un $(n+1)$-latero completo fisso, formano un sistema lineare; la cui dimensione $[n]$ si precisa subito, osservando che quelle curve del sistema, che contengono un punto di un lato, diverso dagli n vertici, si spezzano in quel lato e in un sistema analogo di C_{n-1}. Dunque $[n] = [n-1] + 1$; da cui si ricava: $[n] = n$. Le C_n sono perciò ∞^n (ossia formano un sistema regolare).

Se sono $p_1 = 0, \ldots, p_{n+1} = 0$ le equazioni dei lati dell'$(n+1)$-latero, l'equazione

$$\Sigma \frac{\lambda_k}{p_k} = 0 , \tag{1}$$

ove le λ_k indicano costanti arbitrarie, rappresenta una C_n circoscritta al moltilatero e variabile in un sistema lineare ∞^n: questo sarà dunque il sistema di *tutte* le nostre C_n [1].

---

[1] Cfr. ad esempio G. Darboux, *Principes de Géométrie analytique* (Paris, 1917), pag. 246.

Digitized by Google

Nel seguito s'intenderà sempre che il *moltilatero fondamentale* sia circoscritto ad una conica (irriducibile) γ. — Dirò Σ il sistema ∞^n di C_n relativo a questo caso. —

TEOREMA. — *Se un* $(n+1)$*-latero completo ha i suoi lati tangenti a una conica* γ, *le* C_n *circoscritte ad esso, che passano per un punto* M *non situato su alcun lato, segano, fuori di* M, *sulle due tangenti* r, s *di* γ *passanti per* M, *gruppi di* $n-1$ *punti, che si corrispondono nella projettività* ϑ *segnata su* r, s *dalle tangenti di* γ.

In altre parole: *Ogni coppia* P, Q *di punti d'intersezione di* r, s *con un'ulteriore tangente generica di* γ *è tale che le* C_n *di* Σ *passanti per* M *e per* P *passano pure per* Q, *ossia che la terna di punti* MPQ *offre solo due condizioni alle* C_n *di* Σ *costrette a contenerla; sicchè le* C_n *stesse sono* ∞^{n-2}.

Per $n=2$ questo teorema è ben noto: dice che due trilateri circoscritti a γ sono iscritti in una C_2.

Per estenderlo ad n qualunque, ammetteremo vero il fatto analogo, quando n si sostituisca con $n-1$. Dunque, se togliamo un lato a dell'$(n+1)$-latero fondamentale, e consideriamo le ∞^{n-1} C_{n-1} circoscritte all'n-latero residuo, fra esse ve ne saranno ∞^{n-3} passanti per M, P, Q. Aggiungendo a, abbiamo ∞^{n-3} C_n di Σ contenenti quei 3 punti. D'altronde, dicendo b, c altri due lati (diversi da a) dell'$(n+1)$-latero, vi è pure una C_n di Σ passante per M, P, Q, che si compone della conica circoscritta al trilatero abc ed al triangolo MPQ, e degli $n-2$ lati diversi da a, b, c. Quest'ultima C_n evidentemente non sta nel sistema lineare ∞^{n-3} precedente; e quindi determina con esso un sistema lineare ∞^{n-2} di C_n di Σ passanti per M, P, Q. Il teorema è dunque provato.

2. — Ne derivano numerose conseguenze.

Anzi tutto, si fissi, oltre all'$(n+1)$-latero fondamentale di Σ, un $(m+1)$-latero completo circoscritto a γ, con $m \leq n$. *Per le* C_n *di* Σ *il passare per tutti i suoi vertici rappresenterà solo* m *condizioni*: cosicchè, ad esempio, le curve di Σ che passano per gli m vertici situati su uno stesso lato conterranno di conseguenza tutti gli altri vertici. In fatti, diciamo r quel lato, s e t altri due qualunque. Le dette curve, passando per ipotesi pei punti $rs=M$, $rt=P$, conterranno pure (n. 1) $Q=st$.

Digitized by Google

Si può anche dire così: *Se una* C_n *è circoscritta ad un* $(n+1)$*-latero completo composto di tangenti ad una conica* γ, *essa è circoscritta a* ∞^1 *altri tali* $(n+1)$*-lateri* [*e di conseguenza a* ∞^1 $(m+1)$*-lateri, con* $m \leq n$, che son *contenuti* in quelli]. Basta fissare una tangente qualunque di γ come lato di un tale moltilatero, e dai suoi punti d'incontro colla C_n tirare le ulteriori tangenti a γ: si avranno così gli $n+1$ lati di un $(n+1)$-latero completo, a cui, per l'osservazione precedente, la C_n dovrà essere circoscritta.

Per $n=4$ si ha un ben noto teorema di J. Lüroth [2]. Per n qualunque la proposizione è dovuta a G. Darboux [3], che la trae dalla rappresentazione analitica (1) di Σ, tenendo conto che le $p_h=0$ son tangenti di una conica [4].

3. — Ritorniamo al teorema del n. 1; e applichiamo il fatto che, se sono R, S i punti di contatto di r, s con γ, la projettività $\mathcal{S}$ fra queste rette fa corrispondere al loro punto comune M rispettivamente S e R. In base a quel teorema si avrà che per le C_n di Σ passanti per M, il contenere, ad esempio, R è condizione equivalente al toccare s in M, o meglio ad avere in M incontro bipunto con s. Più in generale: *l'avere una* C_n *di* Σ *passante per* M *un incontro* m*-punto con* r *in* R [5] *ha per conseguenza un incontro* $(m+1)$*-punto con* s *in* M; *e viceversa.*

Corollari. — 1°) Per una C_n di Σ la condizione di avere un punto doppio dato M (fuori di γ) equivale alle 3 condizioni: di passare per M e pei punti di contatto di γ colle due tangenti tirate ad essa da M.

2°) Le C_n di Σ che passano per un punto R fissato su γ (fuori dei lati del moltilatero fondamentale) tagliano ulteriormente la tangente r in R a γ secondo punti, in ognuno (*M*)

---

[2] *Einige Eigenschaften einer gewissen Gattung von Curven vierter Ordnung,* " Math. Annalen „, 1 (1869), pag. 37: vedi a pag. 49.

[3] *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques* (Paris, 1873), pag. 189 [V. anche loc. cit. in [1]) pag. 248].

[4] Citerò pure la Nota di N. Weill, *Sur les points de base d'un faisceau linéaire de courbes algébriques,* " Bull. de la Soc. math. de France „, 29 (1901), pag. 26; che ritrova questo teorema, anche sotto la sua prima forma.

[5] Vedremo poi (n. 5) che se $m>2$ ciò porta ad essere R multiplo per la C_n.

Digitized by Google

dei quali hanno per tangente la seconda tangente tirata dal punto stesso (M) a γ: cosicchè quelle fra esse che passano (oltre che per R) per uno stesso ulteriore punto di r, si toccano quivi.

3°) Una C_n di Σ tangente a γ in un suo punto R (o avente un punto doppio in R) sega ulteriormente la tangente r in R a γ in punti che son tutti *flessi* per la C_n (o almeno punti ad incontro tripunto con una retta). Le tangenti stazionarie in questi punti sono pure tangenti di γ [6].

4°) Similmente se la C_n ha nel punto R di γ incontro 3-punto colla tangente r di γ, le sue ulteriori intersezioni con r sono per la curva, in generale, punti d'ondulazione. — Ecc., ecc.

§ 2. — Alcune particolarità del sistema Σ nei punti della conica.

4. — Riguardo al modo di comportarsi delle curve di Σ nei punti di γ rileviamo anzi tutto questo fatto notevole: *Se una* C_n *di* Σ *passa per un punto* P *di* γ (*che non sia il punto di contatto di un lato del moltilatero fondamentale*), *essa avrà ivi con* γ *quella stessa moltiplicità d'intersezione che ha colla tangente in* P *a* γ.

Per dimostrarlo, assumiamo P come punto di coordinate omogenee $x_2 = x_3 = 0$; e γ sia rappresentata parametricamente dalle

$$x_1 = 1\,, \qquad x_2 = 2t\,, \qquad x_3 = t^2, \tag{2}$$

sicchè P risponderà a $t = 0$. I lati dell'$(n+1)$-latero fondamentale $p_k = 0$ (n. 1) si potran rappresentare così [7]:

$$p_k \equiv x_1 - a_k x_2 + a_k^2 x_3\,. \tag{3}$$

---

[6] Si abbia, ad esempio, una cubica; e si fissi un quadrilatero completo iscritto in essa. Nella schiera delle coniche iscritte nel quadrilatero si trova facilmente che sono 9 quelle (irriducibili) tangenti alla C_3. Orbene i 9 punti di contatto hanno per tangenziali sulla cubica, rispettivamente, i suoi 9 flessi (e le tangenti di flesso sono pur tangenti, rispettivamente alle 9 coniche).

[7] Con ciò si esclude solo che uno di essi possa essere la tangente in P a γ, cioè la $x_3 = 0$.

Digitized by Google

Le intersezioni di una C_n di Σ colla conica γ si avranno sostituendo le (2) nell'equazione (1) del n. 1: con che, tenuto conto delle (3), diventa:

$$\Sigma \frac{\lambda_k}{(1-a_k t)^2} = 0 . \tag{4}$$

D'altra parte, se pei punti della tangente a γ in P, cioè di $x_3 = 0$, introduciamo il parametro $\tau = x_2/x_1$, sicchè P risponderà a $\tau = 0$, le intersezioni di quella retta colla C_n (1) risponderanno ai valori di τ per cui

$$\Sigma \frac{\lambda_k}{1-a_k \tau} = 0 . \tag{5}$$

Dobbiamo dunque provare che, quando si sian ridotte le equazioni (4) e (5) a forma intera, la più bassa potenza a cui vi compare, rispettivamente, t o τ, è la stessa. Ma poichè il prodotto dei denominatori, nell'una e nell'altra, non contiene certo il divisore t, o τ, farà lo stesso dimostrare che, tenendo le due equazioni nella forma attuale, e sviluppati i primi membri in serie di potenze di t, o τ, col supporre queste quantità convenientemente piccole in valor assoluto, le due serie cominciano con termini dello stesso grado. La (4) diventa:

$$\Sigma \lambda_k (1 + 2a_k t + 3a_k^2 t^2 + 4a_k^3 t^3 + \ldots) = 0 ,$$

e la (5):

$$\Sigma \lambda_k (1 + a_k \tau + a_k^2 \tau^2 + a_k^3 \tau^3 + \ldots) = 0 .$$

Per l'una come per l'altra l'esponente del primo termine non nullo è m, se, posto

$$s_l = \sum_k \lambda_k a_k^l , \tag{6}$$

son nulle $s_0, s_1, \ldots s_{m-1}$, ma non s_m.

5. — Ma possiamo far di più: *precisare la natura della singolarità che una curva di* Σ *ha in un suo punto (diverso dai punti di contatto di* γ *coi lati del moltilatero fondamentale) ove abbia contatto* m*-punto con* γ, *e quindi* (n. 4) *colla tangente a* γ.

Prendiamo ancora in $x_2 = x_3 = 0$ un tal punto P. Poniamo

$$x_1 = 1 , \qquad x_2 = x , \qquad x_3 = -y ; \tag{7}$$

Digitized by Google

sicchè, in base alle (2), γ avrà per equazione

$$y = -\frac{1}{4}x^2; \tag{8}$$

e per le (3) l'equazione delle C_n di Σ diventerà

$$\Sigma \frac{\lambda_k}{1 - a_k x - a_k^2 y} = 0. \tag{9}$$

Sviluppando quest'equazione in serie, ammettendo che $|x|$, $|y|$ sian sufficientemente piccole, viene, colla notazione (6):

$$s_0 + (s_1 x + s_2 y) + (s_2 x^2 + 2 s_3 xy + s_4 y^2) + \\ + (s_3 x^3 + 3 s_4 x^2 y + 3 s_5 x y^2 + s_6 y^3) + \\ + (s_4 x^4 + 4 s_5 x^3 y + 6 s_6 x^2 y^2 + 4 s_7 x y^3 + s_8 y^4) + \ldots = 0,$$

ossia, ordinando secondo le s_i:

$$(10)\quad s_0 + s_1 x + s_2 (y + x^2) + s_3 (2xy + x^3) + s_4 (y^2 + 3x^2 y + x^4) + \ldots + \\ + s_{2h-1}\left[\binom{h}{1} x y^{h-1} + \binom{h+1}{3} x^3 y^{h-2} + \binom{h+2}{5} x^5 y^{h-3} + \binom{h+3}{7} x^7 y^{h-4} + \ldots + x^{2h-1}\right] + \\ + s_{2h}\left[y^h + \binom{h+1}{2} x^2 y^{h-1} + \binom{h+2}{4} x^4 y^{h-2} + \binom{h+3}{6} x^6 y^{h-3} + \ldots + x^{2h}\right] + \\ + s_{2h+1}\left[\binom{h+1}{1} x y^h + \ldots\right] + \ldots = 0. \quad (8)$$

In conseguenza, *se il contatto in* P *della* C_n *con* γ *è* m-*punto, con* m *pari* $= 2h$, e quindi (fine del n. 4) è s_{2h} la prima fra le s che non è nulla, si vede che *la* C_n *avrà in* P *un punto* h-*plo, con tutte le tangenti coincidenti* (*nella* $y = 0$, *tangente di* γ). Ponendo nella (10) $y = \rho x^2$, otteniamo un'equazione in x, il cui termine più basso, nell'ipotesi fatta, è in x^{2h} ed ha per coefficiente s_{2h} moltiplicato pel 1° membro di

$$(11)\quad \rho^h + \binom{h+1}{2}\rho^{h-1} + \binom{h+2}{4}\rho^{h-2} + \binom{h+3}{6}\rho^{h-3} + \ldots + 1 = 0.$$

---

(8) Anche ora, per dare a quest'equazione l'ordinaria forma intera e finita, si dovrebbe moltiplicarla pel prodotto dei denominatori della (9'). Ma di nuovo accade che, per la natura di questo moltiplicatore $(1 + \ldots)$, ciò non avrebbe conseguenze sulle deduzioni che trarremo dalla (10).

Digitized by Google

Sicchè, in corrispondenza alle h radici ρ di questa equazione, si hanno altrettante curve $y = \rho x^2$ osculatrici alla C_n (9). Ne segue che *la* C_n *ha precisamente* h *rami distinti (di 1° ordine e 1ª classe) uscenti da* P, *con elementi differenziali di 2° ordine (curvature) dipendenti solo da* γ *e da* P (Saranno rami rappresentabili con serie di potenze di x che cominciano così: $y = \rho x^2 + \ldots$, in corrispondenza ai valori indicati di ρ).

Se invece il contatto della C_n *con* γ *in* P *è* m*-punto, con* m *impari* $= 2h - 1$, ossia è s_{2h-1} la prima s non nulla, l'equazione (10) mostra che *la* C_n *avrà in* P *un punto* h*-plo, con* $h - 1$ *tangenti coincidenti nella tangente di* γ $(y = 0)$ *e la rimanente* $(h s_{2h-1} x + s_{2h} y = 0)$ *distinta da quella.* E, come nel caso precedente, si riconosce che *la* C_n, *oltre al ramo lineare tangente all'ultima retta, ha* $h - 1$ *rami lineari (e di 1ª classe) osculati, rispettivamente, dalle curve* $y = \rho x^2$, *ove per* ρ *si mettan le diverse radici dell'equazione:*

$$(12) \quad \binom{h}{1}\rho^{h-1} + \binom{h+1}{3}\rho^{h-2} + \binom{h+2}{5}\rho^{h-3} + \binom{h+3}{7}\rho^{h-4} + \ldots + 1 = 0.$$

Da notare che, *se* h *è pari*, fra queste radici vi è sempre $\rho = -\frac{1}{2}$ (10).

Riunendo i due risultati relativi ad m pari, od impari, tragghiamo: *Se una* C_n *di* Σ *ha in un punto di* γ *(diverso dai punti di contatto di* γ *coi lati del moltilatero fondamentale) precisamente la moltiplicità* h, *essa avrà* h *rami lineari passanti per quel punto, dei quali almeno* $h - 1$ *saran tangenti ivi a* γ.

6. — A meglio illustrare ciò che abbiamo ottenuto intorno ad elementi differenziali di 2° ordine delle C_n in punti di γ, conviene ricordare ed applicare il seguente teorema (11):

---

(9) Sarebbe però da dimostrare che le radici della (11), come poi anche quelle della (12), son tutte distinte.

(10) In fatti, sostituendo questo valore nella (12), e moltiplicando per 2^{h-1}, si ha un'eguaglianza che rientra nella 1ª delle due formole (34) a pag. 253 del *Lehrbuch der Combinatorik* di E. Netto (Leipzig, 1901): basta porre in quella formola $p = 1$ e $2m = h - 2$.

(11) V. la mia Nota *Su alcuni punti singolari delle curve algebriche e sulla linea parabolica di una superficie,* " Rend. R. Acc. Lincei " (5) 6, $(1897)_2$, pag. 168; ove si troveranno anche altre citazioni.

Digitized by Google

" Si abbiano nel piano due rami lineari C, C' di curve che tocchino nella comune origine P la retta p. Su una trasversale vicinissima a P, ma non passante per P, nè prossima a p, si prenda il birapporto dei tre punti, infinitamente vicini, d'intersezione della trasversale con C, C', p, e di un 4° punto arbitrario, ma a distanza finita da questi [12]). Si otterrà un numero indipendente dalla trasversale considerata, come da quel 4° punto: dunque un *invariante projettivo*, relativo ai due rami tangenti C, C'. Se P è un punto proprio, quest'invariante non è altro che *il rapporto delle curvature di* C, C' *in* P. Si può chiamarlo *birapporto della coppia d'elementi infinitesimi di 2° ordine, fra loro tangenti.* — Ove P si assuma come origine delle coordinate x, y; e p come retta $y = 0$; sicchè i rami C, C' saran rappresentabili con serie $y = ax^2 + \ldots$, $y = a'x^2 + \ldots$; il birapporto in questione varrà a, a' „.

Applicando questa proposizione, col prendere: per C un ramo della C_n del n. 5, uscente da P e tangente a γ, ramo che è risultato essere $y = \rho x^2 + \ldots$, con ρ radice della (11) o della (12); e per C' la conica γ, rappresentata dalla (8); sarà $a = \rho$, $a' = -1/4$; e quindi $a\,a' = -4\rho$. Dunque: *Moltiplicando per* -4 *ciascuna radice* ρ *della* (11), *o della* (12), *si ottiene il birapporto di ciascun elemento di 2° ordine della* C_n *di* Σ, *tangente a* γ, *preso col corrispondente elemento di 2° ordine di* γ: ossia, se si preferisce, *il rapporto delle curvature* di questi elementi nel punto comune.

Rileviamo i primi casi, che vengono dal n. 5 pei primi valori di m ed h.

a) Se $m = 2$ e $h = 1$, la (11) dà $\rho = -1$. Dunque: le C_n di Σ tangenti a γ in un punto, semplice per esse, hanno ivi curvatura *quadrupla* di quella di γ [13]).

b) Se un punto P di γ è doppio per una C_n di Σ (ossia se la C_n ha in P incontro tripunto con γ), e uno solo dei

---

[12]) Naturalmente, si può invece parlare di *limite* di quel birapporto, facendo *variare* con continuità la trasversale, tendendo ad una retta tirata per P, distinta da p.

[13]) Non è dunque possibile (e ciò seguiva anche, del resto, dal teorema del n. 4) un'ordinaria osculazione, in un punto semplice, fra γ e una curva di Σ.

Digitized by Google

2 rami di questa passanti per P è tangente a γ, sarà $m=3$, $h=2$; la (12) darà $\rho=-\frac{1}{2}$. Quel ramo della C_n avrà in P curvatura *doppia* di quella di γ.

c) Le C_n di Σ che hanno contatto 4-punto con γ in P hanno ivi un *tacnodo,* con 2 rami le cui curvature sono ben determinate in rapporto a quella di γ in P. — Ecc., ecc.

7. — Le proposizioni del n. 5 vanno anche confrontate con quelle del n. 2. Lì si era visto che le C_n di Σ passanti per m ($\leq n$) punti qualunque di una generica tangente p a γ passan di conseguenza per $m(m+1)/2$ punti determinati (inclusi quegli m): vertici di un $(m+1)$-latero completo circoscritto a γ. Or bene, si faccian tendere gli m punti al punto di contatto P di p. Si tratterà allora delle C_n che hanno in P incontro m-punto con p, ossia (n. 4) con γ: dunque appunto delle curve del n. 5. La natura che abbiam riconosciuto nella singolarità che queste C_n vengon ad avere in P dà subito la moltiplicità d'intersezione di due di esse in quel punto. Basta sommare quelle dei loro rami rispettivi, tenendo conto che per $m=2h$ ogni ramo di una curva ha contatto *tripunto* con un determinato ramo dell'altra, e *bipunto* cogli altri rami; e analogamente per $m=2h-1$. Se $m=2h$ quella moltiplicità d'intersezione risulta $h(2h+1)$; se $m=2h-1$ viene invece $h+(h-1)2h=h(2h-1)$. Ambi i numeri coincidono con $m(m+1)/2$: numero dei vertici del suddetto $(m+1)$-latero, che ora si è, per così dire, *schiacciato.*

8. — Ed ora una breve digressione.

Anzi tutto, stiamo al caso *a)* della fine del n. 6, che — in conformità di quanto s'è detto dianzi — si può derivare come limite, dalla considerazione delle C_n di Σ circoscritte ad un trilatero di tangenti di γ, ove queste tangenti si avvicinino indefinitamente. Quando si fissa una curva piana qualunque γ (che non occorre più sia una conica, ma che per semplicità si supporrà *analitica*) con un suo punto ordinario P, e ad un'altra curva δ s'impone di esser circoscritta al trilatero che ha per lati la tangente a γ in P e due tangenti di γ che s'avvicinino indefinitamente a quella; si trova con facile calcolo che, al limite, δ risulta tangente a γ in P, con un elemento differen-

Digitized by Google

ziale di 2° ordine ben determinato. Precisamente, se P è $x=y=0$, e γ si può rappresentare nell'intorno di P con una serie $y=ax^2+...$, si trova che δ è rappresentabile con $y=4ax^2+...$ Ossia, per le osservazioni generali del n. 6, δ ha in P curvatura *quadrupla* di quella di γ. Se adesso per γ si prende la nostra conica, ciò concorda col citato *a)* del n. 6.

Quella proposizione generale, relativa alle γ e δ, si trova già, in sostanza, in una Nota di Cl. Servais [14]. Conviene tener presente che, essendo il contatto tripunto ordinario di due curve piane un fatto che si trasforma per correlazioni in se stesso, curve aventi a comune 3 tangenti infinitamente vicine sono anche curve a contatto tripunto [15]. E allora si può anche ragionare così. L'ipotesi sulle due curve γ e δ ci dà un triangolo a lati infinitamente vicini, a cui è circoscritto il cerchio osculatore a δ, mentre — per l'osservazione precedente — gli è iscritto (in senso projettivo, senza distinzione fra " iscritto „ ed " ex-iscritto „) il cerchio osculatore a γ. Detti R e r rispettivamente i raggi di questi due cerchi, e d la distanza dei loro centri, in generale si ha [16], appunto perchè l'uno è circoscritto e l'altro iscritto od ex-iscritto allo stesso triangolo, $d^2=R(R\pm 2r)$. Ma nel caso attuale i due cerchi vengono a toccarsi, e quindi $d^2=(R\pm r)^2$. Dal confronto delle due eguaglianze, e dal fatto che r non è nullo, segue $r=4R$. —

Un'altra proposizione generale, di natura analoga a quella di sopra relativa a γ e δ, trova pure luogo qui. Essendo ancora fissata una curva analitica γ e un suo punto ordinario P, si supponga che un'altra curva η passi per un punto generico M che s'avvicina indefinitamente (in modo regolare) a P, e passi anche per quei 2 punti di γ, tendenti a P, nei quali γ ha per tangenti delle rette uscenti da M. Di nuovo un calcolo che non presenta difficoltà mostra che, se in prossimità di P γ è $y=ax^2+...$, al limite η sarà rappresentabile con $y=2ax^2+...$ Perciò η, non solo risulta tangente a γ in P, ma anche viene ad avere ivi un

---

[14] *Sur un certain cercle analogue au cercle de courbure,* " Mathesis „, t. 9 (1889), pag. 105.

[15] Cfr. un'altra Nota di Cl. Servais, *Sur le cercle osculateur*, a pag. 136 dello stesso volume.

[16] Formole di W. Chapple (1746) e K. W. Feuerbach (1822).

Digitized by Google

ben determinato elemento di 2° ordine, e cioè (n. 6) curvatura *doppia* di quella che ha ivi γ ([17]). Se poi la curva variabile ha in M, e quindi al limite in P, un punto doppio, si trova che il fatto enunciato vale ancora, ove con η s'intenda un ramo di quella curva, uscente da M e passante pei 2 punti di γ sopra nominati, che tendono a P. Ancora quel ramo, al limite, avrà in P la curvatura *doppia* di quella di γ.

Ora si applichi ciò, prendendo per γ la nostra conica e per curva variabile una C_n di Σ. Sappiamo (n. 3) che, se questa ha un punto doppio M, essa passa pei 2 punti di contatto di γ colle tangenti tirate da M. Facciamo andare M nel punto P di γ. Otterremo per la C_n la proprietà che è nel n. 6 *b)*.

§ 3. — Le superficie rappresentate da sistemi lineari contenuti in Σ.

9. — Consideriamo una superficie F, dello spazio ordinario o di uno spazio superiore, rappresentata sul piano π mediante un sistema lineare Λ di C_n circoscritto ad un $(n+1)$-latero completo di tangenti ad una conica γ. Se Λ coincide col sistema Σ, ∞^n, di *tutte* quelle C_n, F sarà d'ordine $n(n-1)^2$, ed apparterrà (n. 1) ad S_n. Se no, potrà abbassarsi l'ordine di F, come si abbasserà la dimensione dello spazio d'appartenenza.

In ogni caso, alla conica γ risponde su F una curva Γ, *inviluppo* di un sistema ∞^1 di curve razionali L, d'ordine n, di F, corrispondenti alle tangenti di γ. Questo sistema di curve è tale che per ogni punto di F ne passan due, e che due qualunque s'incontrano in un sol punto. Così due L son sempre punteggiate biunivocamente dalle altre. Ma il teorema del n. 1 mette in evidenza un fatto molto notevole relativo a questa corrispondenza tra due L. Esso dice, nella 2ª forma che gli abbiam dato,

---

([17]) Se γ si sostituisce col suo cerchio osculatore, η avrà per cerchio osculatore il limite di un cerchio passante per M e pei due punti di contatto del 1° cerchio colle tangenti uscenti da M. È evidente che il raggio di quel cerchio limite risulta metà di quello del 1°.

Digitized by Google

che la terna dei punti d'incontro a due a due di 3 tangenti di Υ offre solo due condizioni alle C_n di Λ costrette a contenerli. E ciò, riportato ad F, dà che i 3 punti omologhi a quelli su F sono allineati. Dunque: *Tre linee* L *si tagliano a due a due in tre punti allineati* [18]. Ossia: *Due* L *qualunque son punteggiate dalle altre per modo che le rette congiungenti le coppie di punti omologhi passano tutte pel punto comune alle prime due.*

Ne deriva una semplice costruzione per la F, quando si abbiano due delle L. Siano queste D, D', e diciamo O la loro intersezione. Per un punto P variabile su F passano due L, che dirò H e K, le quali incontrino D, D' rispettivamente nei punti h, h' e k, k': saranno quelli e questi allineati con O. D'altra parte saranno pure in linea retta P, h, k, come intersezioni di D, K, H; e P, h', k', come intersezioni di D', K, H. Chiamando dunque omologhi su D, D' i punti allineati con O, e quindi omologhe le corde di D, D' congiungenti coppie omologhe di punti (come le rette hk, $h'k'$), *i punti* P *di* F *si possono ottenere come intersezioni delle corde omologhe di* D, D'.

Si riconosce così che F è una di quelle particolari *superficie di* K. Peterson (e di A. Voss), di cui è data appunto questa costruzione nel n. 8 della mia Nota *Sulla generazione delle superficie che ammettono un doppio sistema coniugato di coni circoscritti* [19]. Che F appartenga alla classe di superficie da cui s'intitola quella Nota, si scorge subito, considerando con una L la sua infinitamente vicina. La proposizione dedotta poc'anzi dal n. 1 si riduce allora a questa: fissata una L, le tangenti nei suoi vari punti alle altre L passanti per essi formano un cono (col vertice nel punto di contatto della L fissa coll'inviluppo Γ). Ciò mostra che le tangenti in un punto di F alle due L che vi passano sono *tangenti coniugate* di F; le L formano un reticolo coniugato; e i piani tangenti a F nei punti di una L formano un cono (col vertice in quel punto della L e di Γ). Si ha così per F un doppio sistema coniugato di coni circoscritti.

Risulta pure, dalla coincidenza delle due L per un punto

---

[18] Ne segue, se si è in un iperspazio: *le corde delle* ∞^1 *curve* L *sono trisecanti per* F.

[19] "Atti R. Acc. Scienze Torino „, t. 43 (1907-08), pag. 985.

Digitized by Google

di Γ, e quindi delle due tangenti coniugate di F, che la linea Γ, inviluppo delle L, è un'*asintotica* di F ([20]).

10. — Una conveniente rappresentazione analitica metterà nuovamente in evidenza la suddetta qualità delle nostre superficie F. Basterà scegliere in π delle opportune coordinate curvilinee.

Assumiamo come coordinate (ordinarie) della tangente variabile alla conica γ queste: $1, t, t^2$. Per un punto $(x_1\, x_2\, x_3)$ di π passan 2 tangenti, a cui rispondon 2 valori per t, e siano u, v. *Questi valori* assumiamo come coordinate curvilinee del punto ([21]). Sarà:

$$x_1 + u x_2 + u^2 x_3 = 0$$
$$x_1 + v x_2 + v^2 x_3 = 0$$

e quindi:

$$x_1 : x_2 : x_3 = uv : -(u+v) : 1.$$

Così l'equazione di una retta ξ nelle nuove coordinate di punto diventa un'equazione bilineare simmetrica fra u, v (in corrispondenza all'involuzione fra tangenti di γ, che ha ξ per *asse*). In particolare, se ξ è la tangente a γ che risponde al valore a del parametro t, viene

$$\Sigma \xi_i x_i = uv - a(u+v) + a^2 = (u-a)(v-a),$$

com'era prevedibile.

Ciò premesso, ricordiamo (n. 1) che il sistema lineare Σ di C_n era dato dalla (1), ove le forme p_k rappresentavano le $n+1$ tangenti di γ, lati del moltilatero fondamentale. Se non si pongono altre condizioni alle C_n, ossia se Λ coincide con Σ, la superficie F, di S_n, sarà dunque rappresentata da $\sigma y_k = 1/p_k$.

([20]) Per $n=3$, ossia quando il sistema Σ di π si compone delle C_3 circoscritte a un quadrilatero completo, la superficie del 3° ordine che esso rappresenta ha appunto, com'è noto, per asintotiche le linee rappresentate su π dalle coniche iscritte nel quadrilatero.

([21]) V. Darboux, op. cit. in ([3]) pag. 183 e seg^{i}; o in ([1]) pag. 237 e seg^{i}.

Digitized by Google

Ma, per quel che s'è detto, indicando con $a_0\, a_1 \ldots a_n$ i parametri di quelle $n+1$ tangenti ([22]), si ha: $p_k = (u - a_k)(v - a_k)$, onde

$$(13) \qquad \frac{1}{p_k} = \frac{1}{(u - a_k)(v - a_k)} = \frac{1}{v - u}\left(\frac{1}{u - a_k} - \frac{1}{v - a_k}\right).$$

Si posson dunque assumere come formole per la rappresentazione di F su π:

$$(14) \qquad y_k = \frac{1}{u - a_k} - \frac{1}{v - a_k},$$

che rientrano appunto nel tipo $y_k = f_k(u) - f_k(v)$ del n. 8 della Nota citata in ([19]).

Se invece il sistema lineare Λ è determinato da alcune curve particolari di Σ, sì che F risulti rappresentata dalle formole

$$\sigma y_l = \sum_k \frac{a_{lk}}{p_k},$$

le a essendo costanti; ancora la (13) ci consentirà di ridurre quelle somme che compajono nel 2° membro alla forma $f_l(u) - f_l(v)$.

11. — Altre proprietà della superficie F seguono ancora, subito, dalla rappresentazione piana.

Ad esempio, poichè le C_n di Σ con dato punto doppio passan di conseguenza (n. 3, corollario 1°) per due determinati punti di γ, si avrà che tutti i piani tangenti di F (supposta iperspaziale) si appoggiano in due punti alla curva Γ. —

Così, ai lati dell' $(n+1)$-latero fondamentale di π rispondono $n+1$ punti $(n-1)$-pli di F, congiunti a due a due da rette della superficie, corrispondenti ai vertici di quel multilatero. Tutte le L passano per quei punti $(n-1)$-pli di F. —

Gli $(m+1)$-lateri completi $(m \leq n)$ circoscritti a γ, di cui al n. 2, dànno che: $m+1$ curve L di F si tagliano a due a due in $m(m+1)/2$ punti, i quali presentano solo m condizioni alle sezioni iperpiane di F costrette a contenerli; vale a dire quei punti stanno in un S_{m-1} (o spazio minore). Come al n. 9 ave-

([22]) La notazione è indipendente (e alquanto diversa) da quella del n. 4.

Digitized by Google

vamo *rette trisecanti*, così vengono per F dei *piani* 6-*secanti*, S_3 10-*secanti*, ecc.

Facendo coincidere le $m+1$ curve L, abbiamo dal n. 7 che in un punto di Γ lo S_{m-1} *osculatore* a questa (cioè ad incontro m-punto) ha in generale con F $m(m+1)/2$ intersezioni coincidenti. In particolare le rette tangenti di Γ sono a contatto tripunto con F: a conferma dell'essere Γ un'asintotica. D'altronde dal n. 5 (per $m=3$, $h=2$) segue che il piano osculatore a Γ in un suo punto generico è ivi tangente a F. Invece gl'iperpiani a contatto 4-punto con Γ segano F in curve aventi in generale un tacnodo (n. 6, *c*). — Ecc., ecc.

12. — Ma, riguardo alla asintotica Γ, si può dal n. 5 trarre qualcosa di più significativo.

Premettiamo che, estendendo un concetto che fu ricordato al principio del n. 6, si ha questo teorema più generale ([23]):

" Dati in uno spazio qualunque due rami lineari Γ, Γ' di curve analitiche, aventi in comune l'origine (O), la tangente e il piano osculatore, si fissi un fascio d'iperpiani il cui asse sia sghembo colla tangente; e in esso si considerino 4 elementi, cioè uno generico, e poi gl'iperpiani che projettano 3 punti infinitamente vicini a O presi rispettivamente sulla tangente, su Γ e su Γ', in modo che il loro piano non sia infinitamente prossimo ad uno passante per la tangente. Il birapporto di quei 4 iperpiani dipenderà solo dai due rami dati; e se s'introduce una metrica euclidea, sì che O risulti al finito, quel birapporto sarà uguale al rapporto delle prime curvature di Γ' e Γ in O ".

" Quando Γ e Γ' hanno le coordinate omogenee projettive dei loro punti rappresentabili in serie di potenze così: $\alpha_k+\beta_k t+m\gamma_k t^2+\ldots$, $\alpha_k+\beta_k t+m'\gamma_k t^2+\ldots$, il birapporto, o rapporto di curvature, vale m'/m ". —

La superficie F sia quella, di S_n (n. 9), che è data dal sistema completo Σ; e quindi, in base alla (9) del n. 5, si può rappresentare colle

$$y_k=\frac{1}{1-a_k x-a_k^2 y}. \tag{15}$$

([23]) V. una Nota, *Sugli elementi curvilinei che han comune la tangente e il piano osculatore*, che uscirà nei " Rend. R. Acc. Lincei " (5) 33, $(1924)_2$.

Digitized by Google

Come punto O prendiamo il punto (unità) di F corrispondente a $P(x=y=0)$ di π; e come ramo Γ precisamente la curva (asintotica) di F, che già indicavamo appunto con Γ. Essa passa per O, ed avendo per imagine su π la (8), sarà data, in serie del parametro x, in prossimità di O, da:

$$(16) \qquad y_k = \frac{1}{\left(1-\frac{1}{2}a_k x\right)^2} = 1 + a_k x + \frac{3}{4}a_k^2 x^2 + \dots$$

Prendiamo poi la sezione di F con un iperpiano tangente ad F in O: e precisamente un iperpiano che abbia ivi con Γ incontro m-punto, e quindi (n. 5) seghi F in una curva con punto h-plo, ove $m=2h$, oppure $m=2h-1$. Se $m=2h$ questa sezione iperpiana avrà h rami lineari uscenti da O, tutti tangenti a Γ; se $m=2h-1$, ne avrà solo $h-1$ così fatti. Dicendo Γ' uno dei rami tangenti a Γ, la sua immagine su π è rappresentata in serie di x da: $y=\rho x^2+\dots$, ove ρ è radice dell'equazione (11), o (12), a seconda dei due casi. Avrà dunque Γ', sostituendo nella (15), per coordinate dei suoi punti:

$$(17) \qquad y_k = \frac{1}{1-a_k x-a_k^2\rho x^2-\dots} = 1 + a_k x + (\rho+1)a_k^2 x^2 + \dots$$

Confrontando fra loro questi sviluppi (16), (17), che coincidono nei primi due termini, in conformità della fine del teorema dianzi citato; vediamo che il rapporto m'/m, ivi nominato, vale qui $\frac{4}{3}(\rho+1)$. Sarà dunque questo — ove si pongan per ρ le diverse radici delle (11), (12) — il birapporto, o, se si preferisce, il rapporto delle curvature, di ognuno dei rami considerati di sezioni iperpiane di F rispetto al ramo dell'asintotica Γ.

Se, ad esempio, prendiamo $\rho=-\frac{1}{2}$, quel rapporto diventa $\frac{2}{3}$. Esso ha luogo, in particolare, per $m=3$, $h=2$, cioè quando la superficie vien segata con un iperpiano che le sia semplicemente tangente nel punto O dell'asintotica Γ, e si confronta con Γ quel ramo della sezione che riesce appunto tangente a Γ. Quel valore $\frac{2}{3}$ risulta concorde con un noto teorema

Digitized by Google

di E. BELTRAMI relativo alla 1ª curvatura delle asintotiche per superficie di S_3 (24).

In generale le proposizioni che ora qui si sono accennate per F *e* Γ *posson guidare ad estensioni iperspaziali di quel teorema di* BELTRAMI.

13. — Diciamo infine una parola intorno a *casi particolari interessanti delle nostre superficie.*

Quando il sistema rappresentativo Λ di C_n ammette punti base in più di quelli che son nei vertici dell'$(n+1)$-latero fondamentale, si presentano delle notevoli *linee multiple* per F.

Sia M un tal punto base, e siano r, s le due tangenti a γ passanti per esso. Il teorema del n. 1 dice che, rispetto al sistema Λ, i punti di r e s si associano (colla projettività $\mathfrak{S}$) così che ogni coppia di punti associati presenta una sola condizione alle curve di Λ costrette a contenerla. Dunque le rette r, s sono immagini di una linea doppia (in generale) Δ di F, lungo cui le due falde di F saranno nettamente staccate (se r e s sono distinte): rispondendo l'una ai punti di π prossimi ad r, l'altra ai punti prossimi ad s (il punto comune M risponde in generale ad una retta — o linea superiore — di F che va dall'una falda all'altra). La linea doppia Δ costituisce la sovrapposizione di due delle ∞^1 linee L (omologhe delle rette r, s). Quindi ancora, come per una L qualunque (n. 9), i piani tangenti nei punti di Δ ad una stessa falda di F inviluppano un cono (col vertice su Δ e sull'asintotica Γ). — Ogni L ha un punto doppio (nodo) nel suo punto d'incontro con Δ.

Analogamente si posson ottenere delle F con *linea tripla, quadrupla,* ecc. di natura particolare, obbligando le C_n di Σ a passare pei vertici di un *nuovo* trilatero, quadrilatero ... completo, circoscritto a γ. La linea in questione sarà rappresentata dai lati di questo moltilatero; ogni lato essendo immagine di una falda. Ecc.

---

(24) *Sur la courbure de quelques lignes tracées sur une surface,* « Nouv. Ann. de Math. » (2) 4, (1865), pag. 258 (= « Opere matᵉ », I, pag. 255).

Digitized by Google

14. — Facendo coincidere le due rette r, s, o in generale i lati del moltilatero di cui s'è detto ora, si otterranno delle F con linee doppie, triple, ecc. *a falde coincidenti*.

Il sistema rappresentativo Λ si comporrà allora di curve di Σ aventi in un punto R di γ incontro m-punto con questa linea (ossia colla tangente r a γ in R). Son le curve per cui al n. 5 abbiamo stabilito la singolarità in R. Avevamo visto al n. 3 che tutte quelle fra esse che passano per un punto generico della r hanno ivi incontro $(m+1)$-punto con una stessa retta, e quindi anche fra loro. Ne segue che ad r risponde su F una notevole linea $(m+1)$-pla, a falde coincidenti. Per $m=1$, si ha un'ordinaria *linea cuspidale*. In tutti i casi la rappresentazione piana, così semplice, dà modo di esaminare le singolarità delle sezioni piane o iperpiane nei punti della linea singolare, ritrovando fatti noti e ottenendone dei nuovi. Credo superfluo trattenermi su ciò.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 13 Aprile 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Brondi, Einaudi, Patetta, Prato, Cian, Valmaggi, Faggi, Luzio, Mosca, Jannaccone, Solari e il Segretario Vidari.

Scusano l'assenza i Soci Schiaparelli e Pacchioni.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Socio Einaudi presenta il volume inviato in omaggio all'Accademia dal titolo: *La Cassa di risparmio delle provincie lombarde nella evoluzione economica della regione 1823-1923*. Esso è, in degna edizione, il ricordo elevato dalla Cassa Lombarda nell'occasione del centenario della sua fondazione (1823).

L'opera si compone di due parti, di cui la seconda descrive l'ambiente in cui sorse il grande Istituto e dal quale trasse gli elementi per il suo centenario sviluppo. In questa seconda parte Camillo Supino dice delle ripercussioni delle crisi economiche e politiche sul movimento dei risparmi presso la Cassa Lombarda; Raffaele Ciasca e Salvatore Pugliese da due punti di vista tracciano la storia della economia lombarda fino alla caduta della dominazione austriaca: il Ciasca narrando i fatti

Digitized by Google

della evoluzione economica in quel periodo, ed il Pugliese le iniziative sorte per promuovere attività economiche nella regione lombarda. Il prof. Gino Luzzatti completa gli studi dei due precedenti indagatori studiando l'evoluzione economica della Lombardia dal 1860 al 1922. Tre eminenti statistici, i professori Rodolfo Benini, Corrado Gini e Marcello Boldrini studiano i rapporti fra le provincie lombarde e l'Italia.

In questo quadro il prof. Riccardo Bachi innesta la storia interna della Cassa di Risparmio delle provincie lombarde, nella prima e più lunga parte del volume. È questa una particolareggiata monografia nella quale tutti gli aspetti della vita della Cassa di Risparmio sono esaminati: i depositi, gli investimenti, la destinazione dei frutti netti, l'opera della Cassa a scopo di beneficenza, il credito fondiario.

Compilata con grande ricchezza di dati originali desunti dagli archivi della Cassa e finemente elaborati, la monografia del Bachi è un contributo notevole della storia economica del nostro paese.

Il Presidente esprime sensi di viva ammirazione per la cospicua opera, che illustra e documenta in modo così efficace uno dei maggiori istituti economici e finanziarii della Patria, e ringraziando il presentatore manda a ringraziare pure il donatore.

Il Socio Luzio presenta per la pubblicazione negli *Atti* una Nota dal titolo *Un dramma in casa Carducci*, nella quale, prendendo le mosse da un recente volume di Anna Evangelisti su G. Carducci (Bologna, Cappelli, 1924), esamina, sulla base di documenti da lui raccolti e col sussidio di varie considerazioni, la consistenza di una diceria corsa intorno alla morte del fratello del Poeta.

La Nota sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio Patetta presenta per l'inserzione negli *Atti* una sua Nota dal titolo *Un autografo di Giov. Ant. De Petruciis, conte di Policastro, ed una lettera della moglie Sveva Sanseverino,*

Digitized by Google

e ne illustra il contenuto, che acquista un particolar rilievo per la scoperta che l'A. ha potuto fare di una firma autografa del De Petruciis, e che si unisce alla Nota.

La Nota sarà pubblicata.

Il Socio Faggi presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota dal titolo *Hume e Magalotti*, che rileva una curiosa coincidenza fra i due scrittori in un errore di psicologia, il quale potrebbe far credere a una influenza dello scrittore italiano sull'inglese.

La Nota sarà pubblicata.

Il Socio Vidari presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota del dottor Santino Caramella dal titolo *Gioberti critico dell'idealismo post-kantiano* (1). È uno scritto condotto con ampia e precisa conoscenza degli scritti del Gioberti e della ormai ricca bibliografia giobertiana, ed è rivolto a studiare la posizione precisa del grande filosofo torinese di fronte a Kant e a' suoi epigoni, e a risolvere o chiarire almeno il dibattito che ora si agita intorno alla interpretazione di una dottrina, che l'autore stesso voleva difendere contro i pericoli impliciti nell'idealismo post-kantiano, e che invece taluni storici moderni credono di poter assimilare appunto alla metafisica dal Gioberti combattuta. Il lavoro del Caramella merita a giudizio del presentatore di essere accolto negli *Atti*. La Classe approva.

Il Socio De Sanctis comunica le deliberazioni prese nella adunanza tenuta in Roma il 1° marzo dal Consiglio direttivo della Unione Accademica Nazionale, nella quale egli ebbe l'onore di rappresentare la nostra Accademia; e riferisce intorno allo stato dei lavori rispetto a tutte le iniziative della Unione Accademica Internazionale, alle quali l'Italia ha deliberato di portare il suo contributo. In particolare illustra brevemente la relazione presentata dal delegato italiano prof. Ussani intorno al Glossario del latino medievale, e prega la Commissione acca-

(1) Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

Digitized by Google

demica interna da noi nominata per detto Glossario di voler esaminare quella relazione e dare in una prossima adunanza il suo avviso intorno alle questioni di cui essa tratta. Dà poi notizia che l'ufficio internazionale del V Congresso storico (il quale secondo una deliberazione presa l'anno scorso al chiudersi del Congresso storico di Bruxelles rimane in carica per vegliare alla esecuzione delle deliberazioni prese dal congresso e per preparare la costituzione di un comitato internazionale delle scienze storiche) si riunirà a Bruxelles il 15 maggio 1924; informa brevemente intorno agli argomenti che saranno discussi in questa riunione; e poichè egli, recatosi al Congresso storico di Bruxelles come rappresentante di questa R. Accademia e della R. Deputazione di storia patria, fu nominato a far parte come delegato italiano dell'ufficio internazionale, si offre di farsi interprete presso quell'ufficio di tutti i suggerimenti o le proposte che questa Accademia voglia trasmettergli.

Digitized by Google

LETTURE

Un dramma in casa Carducci

Nota del Socio nazionale residente ALESSANDRO LUZIO

Un importante volume miscellaneo — di personali ricordi e studi letterari — ha dedicato al Carducci una sua devota discepola, Anna Evangelisti (1). Benchè religiosissima ella fu prescelta dal nonno-poeta a istitutrice d'una nipotina: Elvira Bevilacqua, figliola di Bice, le cui nozze ispirarono le odi *Colli toscani* e *O nata quando sulla mia povera casa*, ecc.

Il prof. Bevilacqua morì repentinamente nel 1898, al rincasare di scuola, lasciando la vedova poco men che sul lastrico con 5 orfani. Bice ritrovò subito asilo nella casa paterna, non più povera, ma non mai veramente agiata. Il Carducci col suo magnanimo cuore gliela riapriva, scrivendole singhiozzante una delle più stupende sue *Lettere* familiari (p. 198): " ... Mia cara figlia, le braccia paterne ti sono e ti saranno sempre aperte: per rifugio a piangere, se non per conforto. E i tuoi figli saranno miei figli... „.

L'Elviretta era la più grandicella delle cinque creature orfane: come sua insegnante, la Evangelisti fu ammessa, così, per parecchi anni tra' pochi intimi del Carducci, conciliandosi in special modo la piena fiducia della moglie, della quale con garbo ed intuito femminili ci ha tratteggiato il più simpatico e vivo ritratto. La " signora Elvira „, come egli soleva chiamarla con grande rispetto e una punta di soggezione, tra compiacente e insofferente pel suo " dispotismo „, era l'ideale della consorte-massaia, indispensabile per un grande lavoratore intel-

(1) *G. C. col suo maestro e col suo precursore*, Bologna, L. Cappelli, 1924.

Digitized by Google

lettuale: bisognoso di vedersi composto attorno un ambiente sereno di ordine, regolarità, benessere. La Evangelisti rivendica giustamente le modeste ma nobili doti — d'intelletto d'amore — che già trasparivano dalle *Lettere*, pubblicate dal Dallolio (1). Caratteristiche sopratutto per la stima e l'affetto del Carducci a sua moglie la XXXVIII e la XXXIX: in cui all'indomani di una grande burrasca di legittima gelosia, provocata da capricci extra-coniugali di lui, Giosuè le chiedeva umilmente perdono, e d'averlo subito generosamente ottenuto ringraziava commosso, esclamando: " Tutto il resto passerà: e tu rimarrai, tu che ho amato prima e amerò ultima e più di tutto... „ (p. 50: lett. del primo agosto 1874). Le lett. XCV, CXVII sulle accoglienze ricevute dalla Regina Margherita provano che la signora Elvira sentiva e apprezzava pienamente i trionfi letterari dello sposo.

***

Il libro della Evangelisti, pieno di cose (forse troppe, e che avrebbero guadagnato in rilievo da più sobria e serrata esposizione), apporta luce nuova sopra un oscuro dramma della giovinezza del Carducci: la tragica morte del fratello Dante, amatissimo da lui, che indarno ne rinnovò il nome nel suo unico maschietto, precocemente rapitogli (" quella morte, nota con ragione il Dallolio, fu la vera tragedia intima della sua vita „).

Tenendo presenti in *Juvenilia* il LXV canto e il gruppo precedente di sonetti XVIII-XXIII nessuno sospetterebbe che Dante Carducci non finisse suicida, o per usare l'intestazione del canto fraterno " mortosi di ferro il 4 novembre 1857 „. Invece in Toscana è non solo largamente diffusa, ma accreditata, come l'unica autentica, la versione che quel preteso suicidio occultasse il più truce dramma domestico.

---

(1) *Lett. alla famiglia e a Severino Ferrari,* Bologna, Zanichelli; sarebbe augurabile che dell'Epistolario carducciano continuasse, sotto le abili mani del Dallolio, la pubblicazione, frastornata da scrupoli, rispettabili ma eccessivi. Tutti sanno che il C. indulgeva facilmente a invettive contro avversari: e poco male pe' bersagliati, che o sono morti o avranno lo spirito di crollare le spalle alle sfuriate di Enotrio Romano.

Digitized by Google

Dante Carducci sarebbe stato ucciso dal padre, Dott. Michele, che avrebbe saputo immediatamente abbuiare il delitto con l'acquiescenza di autorità compiacenti !...

La Evangelisti oppone a questa leggenda (denigratoria per *tutta* casa Carducci) acute e sensate obbiezioni, che possono venir rincalzate da nuovi, secondo me risolutivi, argomenti.

Vediamo intanto le prove addotte da' sostenitori della tesi opposta. Secondo la Evangelisti, fra questi sarebbe Giuseppe Chiarini, il quale (pur avendo nel capitolo IV delle *Memorie* (1) accolto la, diremo, officiale menzogna del suicidio) non si sarebbe peritato ne' conversari privati e semi-pubblici di spifferare come stessero effettivamente le cose. Benchè sia citata la fonte (2), stento a credere che il Chiarini, Preside di Liceo, si abbandonasse a simili confidenze con gli alunni: ma delle comunicazioni a quattr'occhi non è lecito dubitare, dacchè un valentuomo della probità di Domenico Gnoli, amicissimo d'entrambi (3), ha consegnato ne' suoi *Appunti* questa precisa, indeclinabile attestazione riferita dalla Evangelisti: " Mi raccontava il Chiarini intorno al 1879 a Livorno che il padre di Carducci, chirurgo, era un temperamento di violenza selvaggia, e la madre era mite e amorosa. Giosuè — egli diceva — partecipa dell'uno e dell'altra. Sono note le poesie del C. sul suicidio del fratello, ma *pare* (4) che le cose andassero altrimenti. Il padre tornato un giorno a casa di pessimo umore e adiratosi non so per che cagione col figlio lo ferì e l'uccise con un ferro chirurgico. Per pietà della povera madre tutti nel paese furono d'accordo ad attestare che il giovane si era ucciso da sè. Il povero padre morì poco appresso di crepacuore. Giosuè, mi diceva Chiarini, non l'ha mai saputo e crede ancora al suicidio del fratello „ (p. 87).

---

(1) *Memorie della vita di G. C.*, ed. stereotipa Barbèra, 1920, p. 108.

(2) La marchesa Gargiolli-Brandi, p. 86.

(3) Del Carducci lo Gnoli fu mentore nelle visite a Roma antica: cfr. Fumagalli-Salveraglio, *Albo Carducciano*, Bologna, Zanichelli, 1909, p. 206. S'ebbe dal Carducci la dedica dell'ode *Alla Rima*. Cedette al Chiarini la " Rivista d'Italia „, da lui fondata; ed era di certo anche lo Gnoli massone, del piccolo manipolo della Scuola Romana, ostile al Papato.

(4) Dunque dubitosa era pur anche l'affermazione del Chiarini o quanto meno lo Gnoli l'accolse con beneficio d'inventario.

Digitized by Google

Senza entrare in particolari, supergiù le stesse cose ha pubblicamente ripetute il Senatore Alessandro Chiappelli (1): Benedetto Croce mi narrava, a Torino, testè d'averle udite da Ernesto Masi, un altro galantuomo insospettabile.

Ma non basta affermare il carattere delittuoso d'un fatto: occorre *provarlo* con documenti o testimonianze; e come tali vengono considerati:

a) l'annotazione relativa alla morte di D. C., contenuta ne' Registri necrologici di S. Maria a Monte, così formulata dal Parroco: " a dì 5 nov. Carducci Dante dell'Eccellentissimo sig. Dott. M. C. e di Ildegonda Menicuci (2) in età di anni 24 (*recte*, *20*) morì e fu sepolto in Camposanto. Ei crede (*corretto poi in:* si disse) che questo disgraziato giovane si suicidasse, trafiggendosi il cuore con ferro tagliente, essendo stato trovato morto (*è aggiunto sopra fra le due righe:* dal Parroco) nella casa di sua abitazione (*corretto poi:* ove il Carducci abitava). Il pubblico e la giustizia umana non potette venire a capo di nulla nelle indagini fatte e rimase un mistero di famiglia tenebroso e pieno di alto spavento „;

b) la deposizione raccolta dal Dott. Teseo Del Guerra, che trent'anni dopo dal fatto stabilitosi a S. Maria a Monte come medico condotto fu in tempo di raccogliere i ricordi (o le ciarle) di certa Fidalma Baronti, domestica di casa Carducci, non però nel novembre 1857. Costei raccontava d'aver visto " il misero padre subito dopo il tragico alterco *uscire dalla casa* „ (*ergo* ella non era stata spettatrice dell'avvenimento svoltosi in que' penetrali) " folle di terrore coi capelli tutti sconvolti e con gli occhi smarriti per correre dal Parroco, cui disse, come altri riferirono: corra ad assistere un moribondo in casa mia. Corse, ma il figlio era già cadavere ai piedi della scala a due passi dalla stanza terrena, dove la tragedia era avvenuta, sommerso nel proprio sangue sgorgato da una ferita da arma tagliente

---

(1) Cit. dall'Evangelisti, p. 86. Vedi *Appendice*.

(2) *Recte* Ildegonda Celli! Ma l'errore, come avverte la Evangelisti, è scusabile sia perchè i Menicucci erano un po' parenti de' Carducci, e il parroco forse a quelli si volse perchè fosse data a Giosuè l'infausta novella (p. 91). L'annotazione de' registri necrologici figurava già nell'*Albo Carducciano*, p. 62, ed altre pubblicazioni biografiche, superflue a ricordare.

Digitized by Google

nella schiena! Taccio altri particolari dalla stessa Baronti raccolti e che si riferiscono alla madre, una santa e nobile donna... e che confermano purtroppo il racconto della domestica „ (1).

Il Del Guerra ricapitolò — con la solenne premessa di esser egli primo a svelare il segreto pubblicamente — nella *Nazione* di Firenze del 22 giugno 1922, ed. serale — le sue deduzioni, basate sul doc. A e sulle allegazioni della Baronti. Quell'articolo sarebbe parso " decisivo „ ad uomo eminente negli studi letterari per finezza di gusto e acume di critico, al P. E. Pistelli (2).

Mi permetto di credere che la prosa del dott. Del Guerra sia piuttosto decisiva per la tesi contraria: e lo dimostro.

Anzitutto, come la Evangelisti ha *de visu* constatato, e del resto saltava agli occhi solo a leggere un po' attentamente quel passo de' registri necrologici, il Parroco di S. Maria a Monte non si sognò affatto di scrivere, caldo ancora il cadavere dell'infelice, tutta intera l'annotazione. Sarebbe ridicolo supporre che in 24 ore avesse preteso sentenziare minossescamente che il pubblico e la giustizia (*idest*, l'autorità giudiziaria) non erano venuti a capo di nulla, sia con le indagini regolari officiali del caso, sia con tutto il bailamme che il caso atrocissimo aveva suscitato in un paesello di montagna. È ovvio dunque congetturare con la Evangelisti che le ultime righe siano state aggiunte assai tempo dopo: e precisamente quando nell'agosto dell'anno successivo il sospettato uccisore del figlio scese pur egli nella fossa immaturo. Il Parroco segnò anche allora nei suoi registri il decesso così: " 16 agosto 1858, sig. Dott. Michele Carducci conjugato, chirurgo condotto di questo Comune, in età di anni 55 circa (*recte*, 50 incompiuti), munito di tutti i

(1) La Baronti pretendeva d'aver afferrato il segreto ne' deliri notturni, a cui la madre di Dante andava soggetta; e volendo prender per buona moneta le sue allegazioni serotine, si potrebbe tutt'al più ritenere che il suicidio fosse avvenuto dopo una scena violenta di rimbrotti paterni; e la infelice mamma deplorasse che il marito avesse involontariamente spinto al mal passo l'esasperato figliolo. Ma è ipotesi che non regge e per la scarsa fiducia che merita la Baronti, e per la versione affatto diversa accettata da Giosuè, d'uno stoico, meditato, leopardiano suicidio.

(2) Evangelisti, p. 89.

Digitized by Google

SS. Sacramenti, Ass. Pont. e assist. passò all'altra vita il dì 15 ad ore 6 pom. e da tutto il clero, dai notabili del paese e dalla Società di Carità fu associato alla Chiesa e al Camposanto ove fu sepolto „ (1).

La morte del babbo si collegava così strettamente, e pel tempo e per le supposte cause, a quella del figlio che il Parroco fu tratto necessariamente a rivedere l'annotazione antecedente su Dante Carducci: e poichè capitava in fine di pagina vi accodò alla meglio (invadendo il margine della pagina di fronte) quella vaga sua frase, che è l'eco, ma nulla più, delle dicerie circolanti.

Era un prete ciarliero, fantastico o se vogliamo sentimentale (2), ma pochissimo esatto, dacchè ho già avvertito, nel riferire le sue annotazioni, i flagranti errori ne' dati alla cui precisione era suo primo ufficio provvedere. Si licenziò poi, come ha notato la Evangelisti, a correzioni postume strane assai del già scritto, *praesente cadavere*. Con l'aver sostituito un *si disse* all'*ei crede* mostrò di prestare maggior fede alle altrui ciarle, che non ai propri occhi e all'impressione immediata destatagli dal misero padre, accorso in persona per invocarne l'assistenza a un morente! Era mai possibile simulare a quel modo, quando il dott. Michele o avrebbe dovuto darsi alla fuga, o restare in casa per meglio mascherare il " trucco „ dell'uccisione volontaria? Che valore può quindi attribuirsi a involute, misteriose parole, strascico di voci, forse neppur sorte in paese, o in esso invalidate dall'esito delle indagini giudiziarie?

Il Fatini nell'eccellente libretto (3) su' primi anni di Giosuè dà adito a credere che gli ostili sospetti contro il dott. Michele avessero origine a Piancastagnajo, una delle troppe residenze del nomade chirurgo, dove i due fratelli Carducci s'erano letteralmente coperti di gloria con l'animosa assistenza ai chole-

(1) La Evangelisti si sofferma anche su particolarità grafiche, p. 90, suffraganti la sua congettura.

(2) Al parroco, Don Ficini, era morta poco dopo il decesso del dott. Michele la propria sorella: e le volge, nel registro, un'apostrofe certamente sentita, ma non pertinente a un freddo obituario, p. 91.

(3) *La prima giovinezza di G. C.*, Città di Castello, Lapi, 1914, p. 120.

Digitized by Google

rosi del 1855 (1). Del dott. Michele tra que' montanari (semiselvaggi, che credevano agli untori e alla boccetta degli avvelenatori, diffondenti il cholera) era rimasta la memoria come d'uomo " cupo, irascibile, impetuoso „; del figliolo Dante, come di " giovane sensibilissimo, impressionabile fino all'eccesso „ (2). Quando lo seppero suicida, quelle anime primitive " non vollero prestarvi fede; nella loro rude ingenuità e nel loro istintivo intuito del vero (3) dissero (chi fu il primo e perchè?) che il giovane... cadde vittima del padre „.

Il fatto materiale che egli era morto per una ferita di bisturì suscitava facilmente il dubbio che l'abituale maneggiatore di simili strumenti professionali, e non il giovane ventenne, avesse inferto il colpo micidiale.

Ma come mai, domandiamo, a S. Maria a Monte l'obito del violento trucidatore del figlio venne invece onorato da tutte le notabilità del paese? E sì che là pure pel suo carattere bruscamente veridico non poteva esser popolarissimo, almeno tra' maggiorenti del luogo, da lui giudicati con asprezza sdegnosa. Ce lo narra il Chiarini nel cap. III delle *Memorie*. Pochi giorni prima della morte di Dante, recatosi a visitar Giosuè, stupiva all'udire il dottore a voce alta " in brevi e crude parole „ dire, *en passant* sotto le loro case, ostiche verità sulle tre o quattro principali famiglie. Avendogli mosso il Chiarini qualche osservazione su ciò, il dott. Michele rispose sprezzante: " oh non fa niente, lo sanno tutti ciò ch'io penso di loro „ (p. 76).

La generosità di salvare un chirurgo siffatto, a cui dopo tutto commettevano la sorte della loro pelle, e che in uno scatto

---

(1) Si legga nel Fatini il cap. IV, tutto consacrato a quella splendida pagina del Carducci: assistente di cholerosi; compilatore di regolamenti igienici, e di manifesti municipali contro i pregiudizi dell'ignoranza; occorrendo, anche becchino!...

(2) Fatini, p. 121, in nota: " Dante era un giovane molto vivace, un po' sbarazzino, che, privo d'occupazione, dava motivo di continui lamenti ai suoi genitori, onde spesso ... s'assentava, irritando maggiormente il padre, e procurando non rari dispiaceri alla madre „.

(3) Parrebbe da ciò che anche il Fatini credesse all'uccisione: ma io ritengo che la parola abbia oltrepassato il suo pensiero, e intendesse puramente significare che il suicidio fu una soluzione tragica provocata dalle paterne rampogne.

Digitized by Google

d'ira avrebbe potuto conciarli a dovere, non è assolutamente ammissibile. Fino a questo punto non si sarebbe mai estesa la pietà per la moglie e madre sventuratissima: — pietà certo grande in ogni animo gentile, ma non così contagiosa in un paese, dove la famiglia Carducci, dopo lunghe peregrinazioni (1), s'era appena insediata da due anni!...

Ma concediamo pure l'inverosimile: che tutta una popolazione di alcune migliaia d'anime (oggi S. Maria a Monte ne ha 8 mila, e allora per lo meno $^1/_3$) si coalizzasse nell'ingannare la giustizia; che la Baronti, loquacissima trent'anni dopo, chiudesse allora ermeticamente la bocca. Come far credere però ad un suicidio, se l'ineffabile domestica parla di ferita nella schiena, e il dott. Teseo piglia sul serio così grottesca assicurazione della sua malfida Arianna? Le autorità toscane potevan brillare per mitezza, per propensione a lasciar correre, a chiuder gli occhi, ne' limiti della discrezione: ma via, la storiella d'un suicida con una ferita nella schiena era troppo massiccia da bere e dar a bere agli illustrissimi superiori.

Le autorità centrali (e S. Maria a Monte sta a poche dozzine di chilometri da Firenze) volevano esser tenute al corrente di tutto: — indispensabile, un'inchiesta regolare in quel caso, trattandosi d'un soggetto così poco beneviso al governo granducale, sia per la sua condanna come carbonaro nel '31 (2), sia pel suo incriminabile atteggiamento non solo nel periodo rivoluzionario del '48, quando in pieno caffè aveva dato del " traditore „ da " toglier di mezzo „ al Granduca, ma anche nei primi momenti della restaurazione lorenese. " Tutta Toscana, narra il Fatini (p. 11), nell'aprile del '49 festeggiava il ritorno del clemente sovrano all'ombra protettrice delle bajonette austriache: in alcuni paesi, in segno di gaudio si volle portare in processione l'effigie leopoldina, ritratta nel gesso. Il Carducci — era medico interino a Laiatico nella maremma pisana — con ostentata indifferenza assisteva al passaggio del corteo, senza togliersi il cappello. I suoi comunisti, che pur gli volevano bene,

---

(1) Una vera odissea, elencata dal Fatini, p. 12.

(2) Cfr. Cian, *Il dott. M. C. cospiratore*, nella " Nuova Antologia „ del 1° marzo 1908.

Digitized by Google

inebriati dalla festa, gli si avvicinarono perchè baciasse il busto. Da prima egli fece le viste di non capire, poi: " io — borbottò risolutamente — non bacio uno stucchino „. Alle loro minacce, indignato, " prorompendo in una sonora ingiuria „, mandò il busto in frantumi, e stentò a sottrarsi al furore " ma non a qualche bastonata della popolazione „, nè alla penale conseguente denunzia.

Con questo bel precedente di irriverenza sacrilega, di vero e proprio crimenlese contro Leopoldo II, non è davvero il caso di pensare a tutta una coalizione di " pubblico e giustizia „ per un salvataggio, a rischio che prima o poi qualche imprudente svesciasse la verità, provocasse un'esumazione... del ferito nella schiena, attirando guai agli impudenti falsificatori delle bilancie d'Astrea.

Ma un documento che taglia la testa al toro è nell'Archivio di Stato di Firenze. Un cortese collega (1) mi comunica:

" Le carte della Prefettura di Firenze non portano alcun ricordo della morte di Dante Carducci, mentre nei rapporti che la Polizia preparava per il Granduca e che si conservano nell'Archivio di Gabinetto si ha la semplice annotazione del suicidio (6 nov.) e, l'8 nov., si aggiunge che il giovane si era ucciso con un bisturì, a causa di un amore non corrisposto. Se vi fu qualche procedimento o una semplice inchiesta, le carte relative dovrebbero trovarsi a S. Miniato, nell'archivio di quel Commissariato di Polizia „ (Vedi *Appendice*).

Lascio che altri indaghi se vuole, e ne ha l'agio, a S. Miniato: questa comunicazione basta ed avanza per mio conto ad

---

(1) Il quale soggiunge le notizie non officiali a sua conoscenza: " Era abbastanza noto, e i giornali rinfrescarono la memoria di ciò 2 o 3 anni fa, che Dante Carducci fu ucciso involontariamente dal padre che, in un momento d'ira, gli scagliò un bisturì che lo colpì alla schiena uccidendolo sul colpo. Alla scena era presente un prete, che parlò e, più tardi, scrisse anche qualche cosa in proposito. Il dott. Carducci non si riebbe più dal colpo provato a veder cader morto il figliuolo, mentre Giosuè, da allora in poi, non tornò più a casa sua. — Mi sembra che, fra i giornali di cui ho parlato sopra, vi fosse il " Corriere della Sera „.

Vada pure la versione del fantastico bisturì-giavellotto, che uccide nella schiena: ma le autorità toscane non erano cieche per non accorgersene.

Digitized by Google

escludere che si vendessero lucciole per lanterne al Granduca col presentargli per suicida la vittima d'un ex-carbonaro, d'un impenitente sovversivo.

***

Il dott. Michele, abbiamo già visto, morì nell'agosto 1858. Che il dolore per la fine di Dante affrettasse la catastrofe è certo: ma Giosuè stesso affermò solennemente anche a nome della madre che la malattia preesisteva da tempo, determinata dalla vita da cane del medico condotto, cantata da Arnaldo Fusinato (1). Il Pistelli pubblicò appunto il commovente documento, con cui il Carducci invocava un soccorso, dopo la morte del padre, per traslocare la famiglia a Firenze, dalla Comunità di S. Maria a Monte. Non adduceva soltanto per impietosire la rappresentanza municipale le miserrime condizioni nelle quali degli innocenti versavano (2), ma con alte parole d'affetto e venerazione richiamava i servigi del padre, celebrava la sua bontà d'animo, non offuscata da ispide forme. " Il caro uomo da loro perduto con danno irreparabile *avera* per gran parte a ripetere la malattia che lo finì dalle fatiche e dai travagli straordinari ch'ei sosteneva pazientemente nell'esercizio suo di medico... Dello zelo faticosamente pericoloso col quale ei (il dovere) adempiva *può rendere buona testimonianza tutta questa popolazione.* A noi basti ricordare come in uno di quegli inter-

(1) Il Fatini, p. 113, produce un documento, da cui risulta che dopo il cholera del 1855, a Piancastagnajo, il Municipio gratificò il dott. Michele non solo per lo zelo spiegato ma " per il grande strapazzo che dava a temere della perdita di sua salute, motivata dalle fatiche straordinarie e dal poco riposo „.

(2) Pistelli, *Il Carducci e il governo toscano*, nel " Marzocco „ del 6 settembre 1908 (ristampato ne' *Profili e caratteri*, Firenze, Sansoni, 1921). In quell'istanza, il Carducci fa presente che egli mal può sopperire co' suoi modici guadagni a così penose strettezze: non avendo " vergogna a dire ch'ei non ha beni di fortuna, ch'ei non ha stipendio nè opimo nè certo e che le facoltà del vivere le ha solamente dalle fatiche sue giorno per giorno. Or le Signorie vostre hanno mogli, hanno figlioli, hanno parenti carissimi, e certo hanno cuore da sentire l'intendimento e l'efficacia dolorosa di questo accenno „.

Digitized by Google

valli ne' quali pareva si riavesse dalla funesta malattia, chiamato dove era necessaria la sua presenza, non reputò nè incommodo nè grave nè pericoloso lasciare il letto, e in un mezzogiorno di luglio recarsi a piedi nel piano. Onesto uomo, di cui si può dire con verità che non risparmiò di spendere la vita in quello che per lui era sacerdozio e che da molti si mercanteggia come mestiero „.

Informando subito il Chiarini della morte del babbo, aveva in pochi tratti meravigliosamente descritto con qual pacatezza di giusto, e di stoico cristiano il dott. Michele fosse spirato. Aveva, serenamente, quietamente, egli così tempestoso previsto l'ora del trapasso: benedicendo i lontani figlioli, che non arriverebbero in tempo a dargli l'ultimo bacio, Giosuè, Valfredo; e solo accorato al pensiero di abbandonarli nell'indigenza. " È morto (scriveva Giosuè) pensando che li lasciava soli e dispersi nel mondo e che forse la sua povera vedova può mancare anche di pane e che forse andremo tutti mendicando. E non aveva ancora cinquant'anni. Non è potuto sopravvivere al suo figliolo „ (1).

Morto lui, come mai le dicerie non dilagarono irresistibili (cessato il pericolo di trascinarlo in galera) e non furono raccolte da' tanti nemici che Giosuè s'andava comprando a contanti dapertutto, con le sue pose gladiatorie, e le sue prime zannate di lioncello? Gli odî letterari sono notoriamente i più inestinguibili, e i meno scrupolosi: Vanni Fucci e C., che per giunta bazzicavano ne' recessi del Buon Governo Toscano, sarebbero stati felici di scagliare in faccia al troppo superbo e superiore avversario la mortale offesa: va là che sei figlio d'un malfattore, scampato alla galera per misericordia... Questa manata di fango toccò bene ad Emilio Zola: nè la si sarebbe risparmiata al Carducci, se fosse esistita qualche parvenza di vero e di prove.

---

(1) Si vuol forse costruire su questa frase (*Lettere,* p. 54; *Memorie* del Chiarini, p. 117) il dramma orrendo? Sarebbe temerità mostruosa, perchè un padre già minato nella salute doveva necessariamente ricevere una scossa mortale dal vedersi spento sotto gli occhi, a quel modo, il figliolo, col cruccio, ma non col rimorso, di averlo forse troppo inflessibilmente ripreso.

Digitized by Google

Il punto centrale del dibattito (e anche la sua unica importanza storica) sta precisamente ne' riflessi del Carducci poeta, su cui da araldi della sua fama, spesso persino ingombranti e petulanti, verrebbe implicitamente gettata la luce più sinistra, o, ad esser miti, la men lusinghiera.

Di qui non s'esce: od egli ha ignorato sempre il preteso dramma da casa di Atridi, e allora si rimane semplicemente di stucco per la sua cecità ed incomprensione di retore, che leopardeggia ne' *Juvenilia*, e sua vita natural durante non sospetta mai di quanto gli amici più fidi bisbigliano.

Od egli l'apprese subito, e commise un'indegna simulazione, poetando.

O intravvide tardi la verità: e non ebbe la schiettezza di sopprimere i sonetti XVIII-XXIII e il canto LXV, quando pur tante variazioni introdusse nelle edizioni ultime delle sue opere.

Sta di fatto — il prezioso catalogo Sorbelli ce ne porge sicurissima prova (1) — che, appena udita la morte del fratello, Giosuè volò a S. Maria a Monte, e là furono via via, a due riprese, composti gli epicedî su Dante. Avvezzo ad apporre le date alle minute delle sue poesie, ci mette in grado di stabilire che la serie de' sonetti la cominciò l'8 novembre, la finì il 4 aprile '58 a S. Maria a Monte. La canzone a D. C. reca la data " S. M. a M. decembre 1857. Sono venti fogli con prove e correzioni, tutti autografi numerati dal Carducci „.

Malgrado l'imitazione leopardiana, queste poesie hanno note personali così sincere e potenti, da eliminare come ingiurioso il dubbio che siano delle pure esercitazioni letterarie, senza addentellato con la realtà, anzi a suo spregio e occultamento, volontario o no poco importa per adesso. Chè invero, adottando la tesi del dott. Teseo Del Guerra, riesce di intollerabile offesa al senso storico e morale l'udire che Dante s'uccise (son. XVIII) " su gli occhi de' *suoi* dolci parenti „ e del " padre pio „; che aveva (son. XIX) dischiuso

> . . . di sangue spaziosa via
> A l'indignato spirito . . .
> Giovinetto a la morte sorridendo,

(1) *Catalogo dei mss. di G. C.*, Bologna, a spese del Comune, 1921, 1° vol., p. 23 sgg., dal n. 147 al 157.

Digitized by Google

quando prima che il ferro paterno l'orrore avrebbe dovuto gelargli il sangue; che aveva dissimulato (canto LXV) il fiero proposito, evitando

Il riso ne' materni occhi tremante,

e da gran pezza

. . . ne l'innocente
Mano il ferro adattando e lungamente
Meditando amoroso il colpo amaro . . .

Ora tutto questo, vivaddio, non è, non può essere fioretattura meramente stilistica: è verità sanguinante, altrettanto indisputabile quanto l'esordio del canto sul giovane Dante, che amava caracollare a S. Maria a Monte da esperto e focoso cavalcatore (1). La Evangelisti ha scovato a Firenze una vecchia parente del Carducci, la quale con toscana vivezza d'eloquio ha narrato il suicidio, realisticamente bensì, ma supergiù con gli stessi particolari (2) sinteticamente racchiusi negli scorci della

---

(1) Qual fu a vederlo con ardor virile
Ruotare in breve giro agil destriero
E disserrarlo per l'aperto campo!
Gli occhi suoi mesti allor metteano un lampo,
Correa co' freschi venti il suo pensiero
De l'anno e de l'età nel dolce aprile;
Qualche sguardo il seguia, qualche gentile
Saluto; e forse ombra invocata i rotti
Sogni allietava a le virginee notti.
Lasso! ma in groppa gli sedea la cura
Negra, e stridea la visïon di morte
Pur circa lui con fredda ombra volante...

Un pedante osserverebbe che qui abbiamo una reminiscenza dell'oraziano *post equitem sedet atra cura*. Ma ciò significherebbe soltanto la sua presuntuosa ignoranza, se volesse, con sciocca deduzione, infirmare la *verità obbiettiva* dell'applicazione di quel *motivo* poetico al fratello. Tanto varrebbe negare la spedizione de' Mille, perchè il Carducci, con ispirazione parimenti riecheggiante un'ode d'Orazio, cantò: *Ah non per questo dal fatal di Quarto* ecc. con quel che segue. Egli è che fin da' più giovani anni il classicismo, connaturato e fuso con la sua psiche, poteva facilmente suggerirgli con eterni modelli lo spunto all'espressione di sentimenti attuali personalissimi, privati e pubblici.

(2) Evangelisti, p. 87, colloquio con Amalia Menicucci, cognata di Giosuè. Ne traggo queste sole frasi decisive: " Dante per uccidersi con un

Digitized by Google

canzone. Ciò per la verità obbiettiva, che il Carducci avrebbe grottescamente alterato nel son. XIX con l'invocazione a Dante:

Te gridi vil quei che piegò la scema
Alma sotto ogni danno ed a l'ostile
Possa adulò, pago a cessar l'estrema
Liberatrice d'ogni cor gentile:
Te gridi vile il mondo, il mondo vile
Che muor di febbre su le piume e trema
Pur franto dalla lunga età senile
In conspetto a la sacra ora suprema . . .

dove nessuno avesse pensato a risollevare la vecchia questione della viltà o meno del suicidio, in presenza d'un assassinato!...

La verità soggettiva fondamentale di questa rappresentazione artistica ci è comprovata luminosamente senza volerlo dal Chiarini: a cui e al Targioni fu commesso in Firenze il pietoso ufficio nel novembre 1857 " di andar da Giosuè a dargli una triste notizia: suo fratello Dante si è ucciso... „. Egli li accoglie con i consueti festosi clamori, ma al loro turbamento e alle prime parole " si rannuvolò, capì che qualche grave sciagura doveva essere accaduta „ e al solo nome del fratello, gridò: " non mi nascondete la verità, è morto, si è ammazzato „.

Il fatto non aveva dunque per lui nulla d'inaspettato, di incomprensibile: tanto, la cupa irrequietezza del fratello lo aveva da tempo preparato a tragica soluzione; e tanto pur egli allora inclinava a fosche idee di morte volontaria. Il 27 ottobre 1855 aveva scritto al Chiarini (*Lettere*, p. 25): " chi sa qual vita travagliata mi serbano i fati: ch'io nulla credo di me, nulla spero per me, se non un presto riposo nella tomba „. Il gruppo de' sonetti de' *Juvenilia* si chiude con un non equivoco accenno ad imitare il fratello, la cui ombra lo chiama:

E duolsi a me che sola ella rimane,
E di là da le quete onde m'invita.

---

ferro di amputazione si era preparato, ma non fece capir nulla „. Dopo cena il dott. Michele lasciò Dante a tavola solo, che sbucciava una mela. S'uccise così; alla mamma accorsa ed urlante, il morente disse con stoica freddezza: " Zitta, mamma, tanto una volta per uno s'ha da morire „. Dallo studio ove s'era ritirato il babbo scese a precipizio le scale alle grida della moglie, che " dovettero guardar come pazza per parecchi mesi „.

Digitized by Google

Nè probabilmente il Carducci ignorava i parecchi suicidî, quattro (1), avvenuti nella famiglia materna: onde credeva che quasi su tutti loro un sinistro destino incombesse.

Sia che si voglia, nel novembre '57, Giosuè, rincasando ansante a S. Maria a Monte, non poteva esser così ottuso di sentimento e d'intuito da non sorprendere — co' suoi occhi luminosi — nel mal represso rimorso del babbo, nell'angoscia senza nome della mamma, soggetta a deliri secondo quella eccellente Fidalma Baronti, quel tenebroso mistero di famiglia " pieno d'alto spavento „, che fosse realmente esistito. Se gli fu agevole subito trovare uno sfogo al dolore nel canto, che l'orrore avrebbe mozzato anche a lui nella gola, ciò si deve precisamente all'onesta convinzione ispiratagli da' genitori diletti che il fatto s'era fulmineamente prodotto, come egli aveva già intuito a Firenze nel grido sincero prorompente dall'anima presaga.

Diverbi in casa Carducci erano abituali tra il babbo fanatico de' *Promessi Sposi* e Giosuè feroce anti-romantico (2); i battibecchi col secondogenito, disoccupato, e un po' troppo intento a inseguire farfalle, eran necessariamente più frequenti ed aspri; ma da ciò a credere a un assassinio, vilissimo, dacchè la ferita nella schiena presuppone che il *manzoniano* dott. Michele inseguisse il figliolo fuggente, ci corre!...

La madre visse col Carducci sino al 1870 (3): e come non gli avrebbe permesso di stilare in quella tal forma, oserei dire provocatoria del diniego, l'istanza del '58 alla Comunità di S. Maria a Monte, così non avrebbe portato nell'avello il suo segreto senza pregare il suo Giosuè a espungere da' *Juvenilia*,

---

(1) Ibid., p. 89. Dai quattro suicidî restò colpito anche il Pistelli, ella dice: ma non si mosse dal suo punto che il C. non conoscesse la verità sulla morte del proprio fratello.

(2) Cfr. *Opere*, ed. Zanichelli, III, 143 sgg. La ribellione al padre manzoniano cominciò un po' più tardi, che il C. dica: stando di fatto che nella giovanile commemorazione, recitata in chiesa, dal pulpito (!!!), dell'amico dilettissimo Ercole Scaramucci, il diciottenne Giosuè appare non solo temperatissimo in religione, ma anche in politica, e si scaglia, con giobertiana furia, contro i demagoghi, gli utopisti, rei di aver addotto " a sì tristo fine „ il Risorgimento, così splendidamente inaugurato!... (*Lettere alla famiglia*, p. 297 sgg.; Fatini, p. 52 sgg.).

(3) *Lettere*, p. 137 sgg.; *Memorie* del Chiarini, cap. VI.

Digitized by Google

per probità d'uomo e schiettezza d'artista, poesie contrarie al vero. Ella tacque, anche con la nuora, da cui la Evangelisti l'avrebbe altrimenti attinto, perchè nulla c'era da rivelare, checchè blaterino un Parroco stempiato, una domestica pettegola, un Esculapio digiuno di critica.

Sarebbe un profanare parecchie delle migliori poesie della virilità carducciana, volerle inficiare di mendacio: e supporre che l'animo suo, incapace di finzioni, adulterasse la realtà, quale gli era apparsa immediata in uno de' momenti più angosciosi passati in famiglia — quando nell'intimità cadon tutti i veli, tutti i segreti più gelosamente nascosti — e appunto perciò gli rimase per sempre confitta nel cuore.

Senza accennare alle generiche invocazioni de' colli toscani (1), basterà ricordare il commovente sonetto delle *Rime Nuove, Funere mersit acerbo*, composto in morte del figlioletto Dante, a cui pure è dedicato il *Pianto antico*:

L'albero a cui tendevi
La pargoletta mano . . .

Il poeta immagina che il nipotino (del quale scriveva al Chiarini, *Memorie*, p. 179: " era buono e forte e amoroso come pochi. E diceva *Salute, o Satana, o ribellione,* con tutta la sua gran voce, picchiando la sua manina su la tavola o il piede in terra „), immagina, dico, che il nipotino batta alla tomba ove riposa lo zio; ed egli a sua volta apostrofa il fratello co' divini versi:

O tu che dormi là su la fiorita
Collina tòsca, e ti sta il padre accanto:
Non hai tra l'erbe del sepolcro udita
Pur ora una gentil voce di pianto?

---

(1) Ne' *Colli toscani*, volgendo il pensiero alla Bice sposa esclama: " non dirle, o Sol, per anche, tu onniveggente, pio | ch'oltre quel monte giaccion, lei forse aspettando, que' miei | che visser tristi, che in dolor morirono „. È forse questo l'unico fosco accenno alla morte di Dante e del babbo; mentre nel 3° dell'*Intermezzo* il dolore si trascolora di roseo.

Miei dolci colli ... ove
Il mio fratello dorme,
Dorme anzi sera, e dorme a lungo e solo,
Aulisce il biancospino
Intorno al cimitero e ferma il volo
Cantando un cardellino.

Digitized by Google

È il fanciulletto mio, che a la romita
Tua porta batte: ei che nel grande e santo
Nome te rinnovava, anch'ei la vita
Fugge, o fratel, che a te fu amara tanto.

Ti sta il padre accanto: non si freme al pensiero che il poeta con tanta inesplicabile ignoranza, o indegna dissimulazione del vero, gettasse là — nel 1870 gli morirono Dante e la mamma, e il suo cuore percosso da tanti dolori era più puro e magnanimo — un tale accenno, che avrebbe nascosto nel peplo del verso la più fosca e abominevole tragedia?

Per la sincerità dell'arte carducciana, non lo credo e grido nettamente: è una bestiale leggenda, diffusa ed accolta incoscientemente, senza rendersi conto delle gravissime deduzioni che ne scaturirebbero.

Applaudo alla Evangelisti d'aver fornito molti preziosi elementi per sfatare la stolta diceria: e sono lieto che anche il Sorbelli, custode sapiente delle carte carducciane, dalle quali trarrà presto uno studio sullo sventurato fratello di Giosuè, mi scriva senza ambagi di sentirsi sicuro " contro tutti gli studiosi del poeta „ che Dante finì suicida, e niente affatto vittima dell'ira paterna.

Non occorrono particolari fantastici per caricare le tinte d'un quadro già fosco abbastanza: la penosa gioventù del Carducci. Il biennio 1857-58 fu terribile per lui: pesò come cappa di piombo su tutta la sua vita, esasperò il suo già violento carattere, soffocandovi gli impulsi alla gioia serena (1), precludendogli il campo dell'azione a cui tanto agognava (2). La pre-

---

(1) L'ultimo sonetto della serie de' *Juvenilia*, consacrato al fratello suicida, esordisce co' versi caratteristici:

Non son quell'io che già d'amiche cene
Destai la gioia tra' bicchier spumanti...

(2) Questo prepotente bisogno d'azione, compresso in gioventù dalle sciagure domestiche, poi dalle abitudini sedentarie di studioso, era ben costretto a sfogarsi in eccessi verbali e fantastici: donde quel che di forzato, di anacronistico, di inconsistente, che oggi ci salta agli occhi in certi atteggiamenti poetici del Carducci. Non comprendiamo cioè i suoi furori serotini contro i moderati, fior di patrioti e di galantuomini, che avevan

Digitized by Google

coce disparsa del padre gli impose doveri penosi per reggere con le sole sue spalle una povera casa, dove avevan trovato ricetto e il minore fratello e la mamma: obbligata, questa, insieme alla nuora (1), ad accrescere col lucro di femminili lavori il magro stipendio d'un esordiente insegnante.

Così avvenne che nel '59 il Carducci per provvedere alla sua famigliola dovesse fremere inerte spettatore anzichè partecipare alle battaglie della patria: ciò che avversari ingenerosi gli apposero a colpa (2), confondendolo quasi con gli eroi del-

---

condotto l'Italia a Roma; e ancor meno comprendiamo com'egli potesse chiudere il son. XXXV delle *Rime nuove* con la terzina:

> Sopra il fango che sale or non mi resta
> Che gittare il mio sdegno in vane carte
> E dal palco mortale un dì la testa.

Dio buono! non ci voleva che la sua frenesia ammirativa per la rivoluzione francese per prospettare *allora* in Italia la possibilità di questa morte girondina, sul patibolo, del futuro senatore del regno. Nè si può rattenere un sorriso all'udire il C. nel 1893 sempre più " ***rimpiangere*** la sorte che mi vietò fare il militare. A quest'oggi o sarei morto, o non vedrei più tanta gente invida, o sarei un *buon colonnello* invece che un mediocre poeta „ (*Lettere,* p. 317). Oggi i professori universitari son generali, e la felicità del C. sarebbe piena.

(1) Evangelisti, p. 15. La signora Elvira, " per mezzo del padre tagliatore si faceva dar lavoro dalle forniture militari e lavorava con la suocera per aiutar Giosuè! „. Alla moglie del C. (p. 13) " sarebbe piaciuto tanto di far studiare le figliole ... ma la cosa era ancora troppo nuova, e specialmente per questo *il padre* non si mostrava abbastanza propenso „, fors'anche in vista dei persistenti imbarazzi domestici.

(2) Acerbissime stoccate al C. per la sua non partecipazione alle battaglie dell'indipendenza avrebbe tirato Alfredo Oriani, a voce e in iscritto. Il Fiorentino, benchè collega in Bologna al C. e d'insegnamento universitario e di Loggia massonica, non si rattenne dal pungerlo atrocemente nella polemica De Meis (*Critica* del Croce, VIII, 413 sgg.): deridendo la fierezza mitingaia di Enotrio Romano, non corrispondente ai fatti, anzi da questi smentita, con remissività soverchia e fin " codarde disdette „!... Esagerazioni polemiche riprovevoli: ma che si comprendono come ritorsione alla impulsiva violenza del C. e alle sue ingiuste aggressioni contro i moderati, fra' quali in fondo finì poi di schierarsi. Il Fiorentino d'altra parte aveva negli orecchi i discorsi feroci carducciani, tutto allora (1868) invasato di rivoluzione francese: e si divertiva a pigliarlo un po' in giro per le pose, in pura perdita, di Robespierre e di Marat, che non avrebbe ammazzato

Digitized by Google

l'armiamoci e partite (1). Ignoravan costoro con quanto coraggio avesse affrontato i rischi del cholera, perchè il Carducci nella sua brusca ritrosia rifuggì dal farne mai cenno nonchè gloriarsene, come aveva allora per tutto compenso richiesto al Comune di Pian Castagnajo nulla più che... de' sigari toscani in abbondanza, pronto però a denunciare chi ne abusasse (2)!...

Un naturale pudore gli vietava d'altra parte di sciorinare in pubblico le fatiche e le angoscie, che aveva dovuto superare per assorgere alla gloria di grande artiere.

Del babbo, dott. Michele, parlò sempre con tenerezza ed orgoglio (3): conscio di non aver da abbassare la fronte, per

---

una mosca, ma parlava *inter pocula* di sventrar madri " pel pericolo che potesser generare tiranni „; strozzar bambini, per tema crescessero antidemocratici!...

(1) Oggi sarebbe difficilmente sfuggito alla taccia d'imboscato, che non si è risparmiata neppure a un G. Verdi, chiedendogli sarcasticamente come mai nel '48, a 35 anni, non partecipasse alla guerra, e preferisse comporre cattiva musica patriottica, magari su' versi di quell'ormai dimenticato artista che era Goffredo Mameli (*Riv. musicale italiana*, XXX, 602). *Non est hic locus* d'una discussione, del tutto superflua, di critica musicale; mi sia solo ora lecito rilevare in linea di fatto: 1° che del valore poetico di Goffredo giudicò ben altrimenti un G. Carducci (*Opere*, III, 83); 2° che il Verdi, modestissimo sempre nel valutare se stesso, soleva rimettere al tempo la decisione suprema sulla vitalità dell'opera sua, e, rispettoso dell'arte, detestava specialmente le composizioni di circostanza; 3° quanto all'accusa ingiuriosa di patriottismo *verbale* più che operativo, basterà rammentare che cagionevolissimo di salute in sua gioventù (sputò spesso sangue) il Verdi fece nel '48 qualcosa di meglio che prestar il concorso di soldato valetudinario. Sottoscrisse un pubblico appello alla Francia per l'intervento in Italia (cfr. i miei *Studi Verdiani*, p. 336): appello che poteva per sempre a lui, trattenuto allora a Parigi, chiuder le porte del Lombardo-Veneto con gravissimo danno de' suoi, non fiorenti ancora, interessi familiari ed artistici.

(2) Fatini, p. 111: il Carducci deplorava che certa gente avesse " usurpato il nome della Commissione per fumar *gratis*! „.

(3) E sì che nelle *Lettere* familiari, p. 68, aveva frasi sdegnose per " i parenti *paterni*... tutti farabutti „; e malediceva in particolar modo al nonno " una gran bella canaglia, che non amava i figlioli „, eccetto il dott. Michele, " che mantenne all'Università. Sciupò il suo [50 mila scudi] per mattie e albagie e nel gioco e nei disordini, senza far mai bene a nessuno. Se l'inferno vi fosse, quel vecchio iniquo vi brucerebbe dentro di certo „.

Digitized by Google

qualsiasi ragione, a quel ricordo; superbo di averne ereditato e nobilitato al più alto grado le migliori qualità del carattere: tenace patriottismo, spirito ribelle (1), tetragono sentimento del dovere.

Delle persecuzioni, onde fu amareggiata costantemente la vita del padre, così schietto e leale; delle calunnie, onde si tentava profanarne la tomba, restò al Carducci nell'animo (anche se sdegnò parlarne) un'irritazione profonda. Ed essa spiega in gran parte le sue ispidezze invincibili, gli scatti indomabili irosi contro tutto e tutti: non esclusi i Don Basilio di massoneria (2), così zelanti nel diffondere una sciocca diceria, col pretesto di atteggiarsi a protettori del buon nome carducciano.

---

(1) " Fiero, impetuoso, di ingegno agile ed austero, di una eloquenza formidabile — che i vecchi castagnetani ricordano ancora con ammirazione — il dott. Michele fu quasi l'organizzatore di una sommossa popolare contro i Conti Della Gherardesca per certi diritti di caccia e legnatico ancor vivi nella popolazione di Castagneto. La sommossa fu sedata dal governo provvisorio della Toscana, ma il dott. Michele dovette esulare nel '49... ,. Così Averardo Borsi nel fascicolo maggio 1901 della *Rivista d'Italia*, tutto in onor del C., p. 27. Per la fuga imposta al dott. Michele da' fautori dei Conti Della Gherardesca, cfr. Evangelisti, p. 40 sgg., Gamerra, *Il dott. Michele Carducci nei movimenti della Toscana nel 1848*, in " Nuova Antologia , del 1° luglio 1915.

(2) Pei rapporti del C. con la Massoneria rimando a un mio studio, pubblicato nella " Stampa , del 15, 25, 30 gennaio 1924. Soggiungo che, morto il poeta, se ne sarebbe voluto avvoltolare il cadavere nelle insegne dell'Ordine, ma per le rimostranze della famiglia e per consiglio del Sindaco Dallolio si finì con l'adottare il tricolore.

Digitized by Google

APPENDICE

Dal *Giornale d'Italia* del 1922 credo utile rilevare due comunicazioni, abbastanza singolari, sull'argomento. Il 10 maggio, il Sig. Vittorio Pepe, da Brindisi, riferiva ingenuamente d'avere quasi vent'anni prima vagheggiato uno studio sul suicidio nella poesia di Dante, Leopardi, Carducci: prendendo a base per la *D. Comedia* l'episodio di Pier della Vigna; pel recanatese il *Bruto Minore*; per Enotrio Romano il canto LXV dei *Juvenilia* (oh perchè non anche i sonetti?). Con strana disattenzione il Pepe ignorava allora chi fosse il D. C., cantato dal Carducci: e si rivolse a lui direttamente per apprendere se il suicida del 1857 fosse un personaggio reale... o immaginario! N'ebbe subito in risposta questo biglietto laconico:

Madesimo, 31 agosto 1903.

Caro Signore,

Su quella poesia ella non può avere rinvenuto commenti, perchè non ve ne sono. Io non posso darle schiarimenti di sorta perchè nemmeno mi ricordo di certi versucoli affatto giovanili. Scelga altro tema. Su questi monti io mi ritiro disponendo che non mi seguitino le cose a stampa.

La riverisco.

GIOSUÈ CARDUCCI.

Il sig. Pepe candidamente confessa d'essersi tardi rammaricato d'aver, per sua inavvertenza, rinnovato al poeta un così grave dolore: e conclude d'aver rinunciato al suo tèma, sul quale tuttavia s'indugia in considerazioni, che non occorre accennare pel loro carattere prevalentemente generico.

Dallo scritto del Pepe trasse subito occasione il Sen. Chiappelli, per inviare al *Giornale d'Italia* la dichiarazione seguente, stampata il 12 maggio:

Digitized by Google

Firenze 10 maggio.

Caro Direttore,

Se l'egregio signor Vittorio Pepe avesse, qualche anno fa, avuto occasione di salire l'ameno colle di Santa Maria a Monte, dove avvenne l'eccidio di Dante Carducci fratello del grande Giosuè, avrebbe dai vecchi sentita narrare (e forse ancora qualcuno lassù la ricorda) una delle più alte tragedie domestiche che io conosca: dove il sacrificatore incolpevole fu, egli stesso, del proprio atto e del sangue involontariamente versato, pietosissima vittima e miseranda.

La dolorosa verità fu certamente allora tenuta nascosta dalla famiglia, e dal paese tutto commosso di umana pietà, al fratello, accorso da Pisa dove era agli studi. Gli sarà stata rivelata più tardi dalla madre o da altri che era cognito del fatto? La risposta del Carducci alla domanda rivoltagli tanti anni dopo dal sig. Pepe me lo fa ora quasi credere. E se così fu, nessun maggior dolore dovè premere quell'anima grande.

Ma forse giova che un pietoso velo di mestizia abbia ricoperto agli amici del Carducci, e a tutti gl'Italiani, il lacrimabile caso. Io ho creduto dover mio l'accennare almeno che suicidio non vi fu; onde scagionare il generoso giovine, rimpianto allora dal maggior fratello in versi così leopardianamente flebili e poi sempre sospirato, dalla taccia di un atto che io credo sempre altamente riprovevole per sè, e funesto agli altri.

ALESSANDRO CHIAPPELLI.

Notiamo anzitutto per amore d'esattezza che il Carducci aveva da un anno coronato i suoi studi universitari pisani (*Lettere*, p. 41) con un esame magnifico, finito " in una grandissima stoppa „. L'annuncio, non inatteso, della fine del suo Dante lo colse, come s'è visto, a Firenze.

Ma prescindendo da ciò, ogni " costruzione „ su quel biglietto al Pepe diventa esorbitante e fantastica per chiunque consideri:

1° che dopo il " disturbo „ del 25 settembre 1899 il Carducci non s'era mai più, effettivamente, rilevato; e rimase sempre per lui un insoffribile tormento la difficoltà di scrivere, la necessità di servirsi dell'altrui mano, dettando. " Si sentiva, esclama il Chiarini (p. 401 sgg.), come dimezzato „;

Digitized by Google

2° durissimo fu per lui sopratutto il soggiorno estivo del 1903 a Madesimo; invece dello sperato sollievo, non v'ebbe che noie, tanto da annunciare al genero Gnaccarini (*Lettere alla famiglia*, p. 207) in data 17 agosto che a dispetto delle ordinazioni e intimazioni del dott. Boschi se ne sarebbe al più presto partito. " Tu sii pronto per venire sul fine d'agosto... „.

" Il 14 e 15, reca la lettera, qui avemmo giornate eccezionali; pioggia, grandine, neve e freddo.

" Insomma quest'anno il tempo non vuol mettersi buono, onde tanto più incombe il pensiero di venir via „.

Il Dallolio annota che la lettera fu dettata: è dunque presumibile che la susseguente al sig. Pepe, a un estraneo — e in questo caso, a un estraneo, sventato risuscitatore di penosi ricordi — fosse autografa? quando il Carducci per giunta era sulle mosse di partir da Madesimo?

Nemmeno per ombra: *ergo*, l'evasivo, sbrigativo biglietto, più che dettato, ordinato con un gesto d'impazienza, per liberarsi da indiscrete richieste, non ha un valore qualsiasi, nè può costituire base di arbitrarie, involontariamente ingiuriose illazioni.

***

Le due note informative, che il Sottoprefetto di S. Miniato mandò al Ministero dell'Interno in Firenze, e delle quali un ricordo abbreviato fu poi sottoposto al Granduca, sono del seguente tenore:

" *5 Novembre 1857.* — Suicidio. - Nella scorsa sera verso le ore 9 il giovane Dante, figlio del chirurgo Michele Carducci di S. Maria a Monte, per causa che fin qui non si conosce pose fine ai suoi giorni piantandosi uno stile nel petto.

" *7 Novembre.* — È venuto a resultare dalle assunte informazioni che il giovane Dante Carducci di Santa Maria a Monte dell'età di circa 20 anni si suicidasse la sera del 4 nella propria casa (come fu reso conto) spinto da passione amorosa non corrisposta per la fanciulla Rosa Terreni del castello medesimo, trafiggendosi il petto con un *bisturì* taglientissimo di pertinenza del suo genitore medico e condotto chirurgo locale.

L. Manenti „.

Digitized by Google

HUME e MAGALOTTI

Nota del Socio nazionale residente ADOLFO FAGGI

Nei *Saggi* di David Hume (vol. II, London, 1912, pag. 16) e nella 4ª *Lettera sui Buccheri* di Lorenzo Magalotti (cfr. *Le più belle pagine di L. M.* scelte da Lorenzo Montano, Milano, Treves, 1924, pag. 135) si trova posto e risoluto nella stessa maniera un piccolo problema psicologico, che ha però la sua importanza. Comincerò dal Magalotti, anteriore di tempo a David Hume, perchè quegli visse dal 1637 al 1712, questi dal 1711 al 1776. Si sa che il Magalotti fu grande ammiratore dell'estetica olfattiva, ed entusiasta dei profumi: fu egli a introdurre in Italia la moda dei *buccheri* o *barri*, che erano vasi fatti con speciali terre odorose esotiche, i quali profumavano insieme l'acqua che contenevano e l'aria delle stanze: i fanatici arrivavano persino a mangiarli pestati e ridotti in pastiglie. Or bene, nell'accennata lettera intorno a questi *buccheri*, egli dice:

" Se io volessi mettere in testa a un cieco nato, che avesse ricuperato la vista allora allora, la spezie del perlato (turchino chiaro) senza mostrarglielo, io non potrei dare aiuto più valido alla sua fantasia per farle ingenerar questo parto, che con mostrargli il turchino più cupo di questa scala, e poi dirgli: Immaginatevi che questo colore vada schiarendo via via, senza però mai perdere una certa languida somiglianza con sè medesimo; e quando siete tanto innanzi che vi paia che a chiarire un tantino tantino più non sarebbe più quello, questo è il perlato. Per mettere in testa a uno che non abbia mai sentito buccheri qualche specie dell'odore di questa o di quell'altra sorta di essi, considero ancor io come una scala dei diversi odori di tutte queste terre; se non che in cambio di servirmi

Digitized by Google

dello scuro per dare ad intendere i chiari, mi servirò d'un chiaro che si trova dappertutto per dare ad intendere gli scuri. Per questo chiaro, che in questo caso vorrà dire il più semplice, io metterò innanzi quello tanto celebrato e del quale parlai così a lungo nella mia seconda lettera, che cava dalla terra abbruciata e polverizzata dai soli della state una spruzzaglia d'acqua in sul tardi, quanto basti più tosto a inumidirla che a bagnarla, e resti subito. Con questo chiaro e con questo semplice sotto gli occhi, o, per dir meglio, sotto il naso, io dirò adesso al mio barbaro nato ma che desidera d'*ingalantominire* (diventar cioè colto nella sublime scienza degli odori): Immaginatevi che la semplicità di quest'alito, e, se volete, di questo tanfetto grazioso vada via via soavizzandosi, ma sempre su quell'aria d'odor di terra; e quando siete a un certo segno che a soavizzare un tantino più, dal soave passerebbe al ricco, questo è il bucchero della Maya; ma appresso a poco si può dire di tutti gli altri di Portogallo, niuno dei quali pare a me che esca dalla categoria del soave „.

Il Magalotti costruisce dunque in questo squarcio due *scale intensive*, l'una *visiva* o *cromatica*, l'altra *olfattiva*. Nella prima si hanno le diverse gradazioni di uno stesso colore, cioè del turchino; il Magalotti immagina un cieco nato, che abbia riacquistato allora allora la vista (forse era noto anche in Italia il cosiddetto problema del Molyneux e il clamore levato intorno ad esso dai filosofi), e crede di fargli acquistare l'idea del turchino perlaceo mostrandogli il turchino più cupo, e invitandolo a immaginare che questo colore vada schiarendo via via senza però mai perdere una certa languida somiglianza con sè medesimo. Nella seconda scala, cioè in quella *olfattiva*, il Magalotti procede in ordine inverso, dal chiaro cioè all'oscuro o al cupo; e, partendo dall'odore d'una terra riscaldata dal sole di estate e inumidita poi da una spruzzaglia d'acqua, progredisce per gradazioni ascensive d'intensità, e crede così di mettere in testa a uno che non abbia mai sentito buccheri, qualche specie dell'odore di questa o di quell'altra sorte di essi.

Ma il Magalotti ignorava che ogni variazione *intensiva* nelle sensazioni di colore produce una variazione *qualitativa*; e che quindi è impossibile a chi non abbia mai *visto* una certa gradazione del turchino acquistarne l'*idea* o l'*immagine*, partendo

Digitized by Google

sia dal turchino più cupo sia dal turchino più chiaro ch'egli abbia sotto gli occhi. In ogni altro senso, che non sia il *visivo*, noi possiamo variare l'*intensità* indipendentemente dalla *qualità*; perchè ogni altra sensazione può variare ampiamente in *intensità*, *estensione* e *durata*, rimanendo sempre la stessa sensazione, e una sensazione rimane la stessa quando non cangia di *qualità*. Ma il senso visivo fa eccezione a questa regola: qui non possiamo cambiare l'*intensità* di una sensazione senza cambiarne nel tempo stesso la *qualità*: se facciamo un turchino più chiaro, si ha una sensazione *diversa* dal turchino più cupo, cioè un'*altra* sensazione. Le *qualità* sensibili sono, per dirla col Locke, idee *semplici*, cioè *date* allo spirito, e in nessuna maniera perciò costruibili o immaginabili da lui senza l'esperienza diretta.

Il Magalotti si è dunque lasciato traviare dalla sua abitudine di raffrontare la gamma degli odori con la gamma dei colori. Del resto, anche nella scala olfattiva da lui istituita per far comprendere, a chi non l'abbia mai sentito, l'odore dei *buccheri*, egli ha, senza avvedersene, introdotto accanto alle variazioni puramente *intensive* (che nell'olfatto si possono bene ammettere, come s'è detto, in maniera isolata e indipendente) anche delle variazioni *qualitative*; poichè parla di un tanfetto *grazioso*, che vada *soavizzandosi*, e di un passaggio dal *soave* al *ricco*; ora *grazioso, soave, ricco* sono tutti elementi *qualitativi*. La conclusione è che chi non abbia avuto la fortuna di conoscere i *buccheri* non può neanche dalla scala olfattiva del Magalotti immaginarne l'odore.

Ma il Magalotti non conosceva forse la dottrina del Locke (1632-1704) sulle idee *semplici* e *complesse*, che non si era ancora diffusa in Italia. Il curioso è di ritrovare lo stesso errore psicologico in uno scrittore inglese, che, come David Hume, deriva direttamente dal Locke, e per giunta riconosce nelle diverse gradazioni di uno stesso colore *qualità* diverse. Gioverà ricordare che l'Hume chiama *impressioni* quelle che il Locke chiama idee semplici (date allo spirito immediatamente dal senso), e pone la legge generale che ogni *idea* o *immagine* derivi dall'*impressione* corrispondente, di cui è come la *copia*. Or bene, udiamo ciò che egli dice nel luogo citato dei *Saggi*:

" C'è pertanto un fenomeno contradittorio che può provare non essere in modo assoluto impossibile per un'*idea* di sorgere

Digitized by Google

indipendentemente dall'*impressione* correlativa. È ammesso da tutti, io credo, che ogni distinta idea di colore che entri per l'occhio è differente dall'altra, per quanto possano anche rassomigliarsi. Se questo è vero dei differenti colori, *dev'esser vero anche per le differenti gradazioni di uno stesso colore*; onde ciascuna gradazione o sfumatura di esso dee produrre un'idea distinta, indipendente dalle altre. Ora immaginiamo un uomo fornito di una vista regolare, che si sia reso familiare ogni genere di colori, eccetto una particolare gradazione del turchino ch'egli non ha mai avuto la fortuna d'incontrare. Supponiamo che le diverse gradazioni di questo colore, eccettuata quell'unica ch'egli non conosce direttamente, gli siano poste innanzi in una scala discendente dal più cupo al più chiaro: è manifesto che egli, al posto dove quella gradazione è mancante, percepirà una lacuna, avvertirà cioè che in quel punto c'è una distanza, più grande che in ogni altro, fra i due colori contigui. Ora, domando io, riuscirà quest'uomo, *colla sola sua immaginazione*, a colmare questa lacuna, e a suscitare in sè l'idea di quella particolar sfumatura del turchino, che non gli è mai tuttavia capitata sotto gli occhi? „.

L'Hume crede che a questa domanda si risponderebbe dai più di sì, e conchiude:

" Quest'esempio può dunque servir di prova che non sempre le *idee* sono derivate dalle *impressioni* corrispondenti; bench'esso sia così singolare da essere appena degno della nostra osservazione, e non meriti che per esso solo si debba cambiar la nostra massima generale „.

La conclusione è davvero troppo frettolosa. La massima accettata dall'Hume " Ogni idea o immagine deriva dall'impressione corrispondente „ è una di quelle che o non soffrono eccezioni o non possono essere accettate. Poichè come spiegare che, *anche in un solo caso*, lo spirito possa da sè costruire un'immagine o un'idea semplice senza prima aver avuto la sensazione correlativa? Bisognerebbe almeno dare una ragione ben grave di un fatto così eccezionale; e l'Hume non solo non la dà nè cerca di darla, ma giudica il caso affatto trascurabile. Ammessa poi *anche una volta sola* la *capacità* dello spirito d'immaginare da per sè qualità semplici da lui non direttamente sperimentate, chi ci assicura che, col progredir delle analisi e delle ricerche

Digitized by Google

psicologiche, *altri casi* non si possano riscontrare, e questa *capacità* non possa essere più largamente provata e documentata?

Invece di tirare una conclusione così frettolosa e arrischiata, l'Hume avrebbe fatto meglio a esaminare con più attenzione il caso da lui proposto, e si sarebbe accorto di essere incorso, colla sua interpretazione, in un errore e in una confusione. Poichè egli ha in quella confuso la *sensibilità differenziale* colla *sensibilità assoluta*. L'uomo da lui immaginato (specialmente ove avesse ben addestrato negli apprezzamenti il senso visivo) si potrebbe bensì accorgere, paragonando i colori contigui negli altri punti della scala, che nel punto dove manca quella tal gradazione del turchino c'è una lacuna (sensibilità differenziale); ma, *se questa gradazione o sfumatura non gli fosse mai capitata sotto gli occhi*, egli non sarebbe in grado di determinarla. Potrebbe cioè avvertir la lacuna, ma non sarebbe capace di colmarla. Ecco come l'Hume avrebbe dovuto risolvere il problema, senza contravvenire alla massima generale da lui accettata e mettere in pericolo tutta quanta la sua concezione filosofica.

Si potrebbe domandare che strano gusto abbia avuto l'Hume di andare a ricercare una da lui creduta effettiva contradizione alla sua teoria generale sui rapporti fra impressioni e idee, in un caso ch'egli stesso poi giudica rarissimo, anzi singolare ed eccezionale, e perciò di poco o punto significato filosofico? Si sarà già notato che anche da lui come dal Magalotti il caso è fatto per le gradazioni dello stesso colore, cioè del turchino. Che l'Hume abbia avuto per caso conoscenza di qualche scritto del Magalotti, e precisamente delle *Lettere sui buccheri*? Colle informazioni che io mi trovo attualmente ad avere sarebbe temerario affermarlo: non so se le *Lettere sui buccheri* fossero diffuse e tradotte in altra lingua, o l'Hume conoscesse l'italiano. Certo è però che l'Hume venne in Italia, e fu nel 1747 a Torino, dov'egli anzi rimaneggiò il suo *Trattato sulla natura umana*, dividendolo in tante monografie staccate, e ricavando dalla prima parte di esso il saggio sull'intendimento umano (*Enquiry concerning Human Understanding*).

Digitized by Google

Un presunto autografo di Giovanni Antonio de Petruciis conte di Policastro ed una lettera della moglie Sveva Sanseverino

Nota del Socio naz. resid. FEDERICO PATETTA

1. — Giovanni Antonio de Petruciis, conte di Policastro (1), il quale, al pari del fratello Francesco, conte di Carinola, e del padre Antonello, segretario e consigliere prediletto del re Ferdinando I d'Aragona, morì sul patibolo per aver partecipato

(1) Del Conte di Policastro e delle sue poesie trattò recentemente Benedetto Croce, *I versi d'un prigioniero di stato e condannato a morte: Giovann'Antonio de Petruciis*, nella *Critica*, a. XIX, 1921, p. 305-312. Ho inoltre presente l'edizione, finora unica, dei *Sonecti composti per M. Ioh. Ant. de Petruciis*, curata da Jules Le Coultre e Victor Schultze, Bologna, 1879 (*Scelta di curiosità lett.*, disp. 179), e la recensione che ne fece Alfonso Miola, nell'*Archivio storico per le prov. napoletane*, IV, 1879, p. 577 e sgg.: Franc. Torraca, *Il Conte di Policastro*, in *Studi di storia letteraria napoletana*, Livorno, Vigo, 1884, p. 131-149 (ristampato in *Studi critici*, Napoli, Perrella, 1907, p. 239-259): Fed. Ravelli, *Un poeta pessimista del secolo XV. Giov. Ant. Petrucci*, Torino, Derossi, 1901 (lavoro che il Croce, molto indulgentemente, chiamò *poco più d'una parafrasi dello scritto del Torraca*): G. Paladino, *La fine del Conte di Policastro secondo nuovi documenti*, in *Rassegna critica della lett. ital.*, XIX, 1914, p. 25 e segg. (Le notizie date dal Paladino, tratte dai dispacci dell'ambasciatore estense Battista Bendedei, sono in parte contraddette dai *Racconti di st. napolet.* editi nell'*Arch. stor.* cit., XXXIII, 1908, p. 508 e segg. " *Como lo Re Ferrante fe' squartare lo conte de Carinola e fe' tagliar la testa al conte di Policastro* „; nella qual relazione è aggiunta evidentemente posteriore, e non insolita in tali scritti, la notizia che il Conte di Policastro " *morì devoto come un santo* „, e che " *con la bocca* (dopo la decapitazione) *dicea un gran pezzo Gesù, Gesù* „;

Digitized by Google

alla congiura dei Baroni, è autore, come ognun sa, d'una canzone e di molti sonetti, in parte veramente notevoli, composti durante la prigionia nel *forno di S. Vincenzo*, prima e dopo la sentenza di morte pubblicata il 13 novembre ed eseguita l'11 dicembre del 1486.

Delle sue poesie, rimaste affatto sconosciute per poco meno di quattro secoli, fu dato un saggio nel 1859 da Stanislao d'Aloe ed una cattiva edizione nel 1879 *per opera di due incompetenti stranieri*, Jules Le Coultre e Victor Schultze. Subito Alfonso Miola dimostrò, in una sua recensione, che si sarebbe potuto far molto meglio (1); e la necessità d'un'accurata revisione del testo fu in seguito affermata dal Torraca, dal Paladino, dal Croce.

La nuova edizione tanto desiderata, e che riuscirà certo infinitamente superiore all'unica finora esistente, è in preparazione; ed in servizio appunto di questa nuova edizione, e per ottemperare ad un cortese invito di Benedetto Croce, intendo far conoscere due documenti da me posseduti, uno dei quali gioverà forse a risolvere la questione dell'asserita e poi negata autografia del codicetto contenente le poesie del conte di Policastro, l'altro servirà ad illustrare i due sonetti diretti dal disgraziato poeta alla giovane moglie Sveva Sanseverino.

---

potrebbe invece esser vera e non disdirebbe l'esclamazione, ch'egli avrebbe fatta giungendo ai piedi del patibolo: " *onorato apparato hammo trovato* „); *Un episodio della congiura dei Baroni: la pace di Miglionico*, in *Arch. stor.* cit., XLIII, 1918, p. 44 e segg., 215 e segg.; *Per la storia della congiura dei Baroni. Documenti inediti dell'archivio estense*, in *Arch. stor.* cit., vol. XLIV (1919) e segg., *passim*: Luigi Volpicella, *Note biografiche dei personaggi nominati nel Libro delle Istruzioni di Ferdinando I d'Aragona*, a p. 211 e segg. del volume, edito a cura dello stesso Volpicella dalla Società Napoletana di storia patria, *Regis Ferdinandi I Instructionum liber*, Napoli, 1916 (Sui Petrucci, v. p. 398 e segg.). Non ho disgraziatamente a mia disposizione i Processi fatti pubblicare nel 1487 e 1488 dal Re Ferdinando, e ristampati da Stanislao D'Aloe in appendice alla sua edizione della *Congiura dei Baroni* del Porzio (Napoli, Nobile, 1859). Per il Porzio mi valgo dell'edizione di Firenze, Sansoni, 1885, *con prefazione e note storiche* di Francesco Torraca.

(1) Lo stesso Miola doveva curare una nuova edizione, che fu annunciata fin dal 1890 (cfr. *Giorn. storico della lett. ital.*, vol. 15, 1890, p. 328), ma che non vide mai la luce.

Digitized by Google

Il codicetto delle poesie, acquistato in Napoli dal bibliofilo Giuseppe Vigo *per un grano*, vale a dire per quattro centesimi, rivenduto per dieci ducati, ossia per quarantadue lire e cinquanta centesimi a Stanislao d'Aloe e da lui ceduto nel 1848 alla Biblioteca ora Nazionale di Napoli, sarebbe, secondo lo stesso D'Aloe, autografo. Lo Schultze, nella citata edizione del 1879, lo giudicò invece semplice copia fatta probabilmente subito dopo la morte del Poeta; ma non addusse in favore della sua tesi se non argomenti privi evidentemente d'ogni valore (1), anzi tali da potersi, almeno in parte, ritorcere contro di lui. L'autografia fu in seguito, senza alcuna discussione, negata o messa in dubbio da tutti coloro che ebbero ad occuparsi del manoscritto (2); e da ciò si deve, se non altro, dedurre la

---

(1) Ed. cit., p. xxxiii: " Contro questa asserzione (*del D'Aloe*) s'oppone la scrittura netta, scorrevole, emendata qua e là con gran cura, l'ortografia vacillante, incerta, che indica un autore e un copista, e la circostanza che alcuni fra i titoli dei sonetti furono evidentemente redatti da un'altra mano... come il titolo generale della collezione „. L'incertezza dell'ortografia è l'unico argomento che potrebbe avere qualche importanza se si trattasse d'uno scrittore moderno oppure d'un testo latino; ma trattandosi di testi volgari e quasi dialettali, e d'un secolo, nel quale nessuno, certo, specie in Napoli, pensava a dar regole fisse all'ortografia italiana, mi pare che anche quest'osservazione dello Schultze non sia affatto concludente.

(2) Non vidi mai il manoscritto napoletano e non credo che sia stato studiato dal punto di vista paleografico e descritto in modo soddisfacente. Mi pare ad ogni modo che non si possa prestar fede ad una strana affermazione del Miola (l. c., p. 584), secondo il quale una lettera in spagnuolo firmata *Furtado de Mendoza* e una poesia parimenti spagnuola, che si trova nel codice dopo la lettera (ed. cit., p. 60 e segg.), sarebbero *autografe del celebre poeta e uomo di stato Diego Hurtado de Mendoza.* Lettera e poesia, se veramente sono autografe, saranno state aggiunte nel codice dei *Sonecti* da un Hurtado de Mendoza; ma perchè potesse trattarsi di Diego, morto nel 1571, bisognerebbe che il *Castelano myo* della lettera spagnuola fosse persona diversa dal *Castellano mio dolce* e dal *Castellano mio caro* delle lettere italiane stampate a p. 50 e 55 dell'edizione, ciò che è del tutto inverosimile. Le lettere italiane, come giustamente osservò il Torraca (o. c., p. 145, nota 1ª), debbono essere del Conte di Policastro: la lettera e la poesia spagnuola sono quindi d'un suo contemporaneo. Aggiungo che la poesia spagnuola fu esaminata, per mia preghiera, da un giudice competentissimo, il Farinelli, e che a parer suo è veramente del secolo decimoquinto e non può in nessun modo esser attribuita a Diego de Mendoza.

Digitized by Google

mancanza nel manoscritto stesso di quelle particolarità, che si riscontrano ordinariamente negli scritti autografi originali e che li fanno facilmente riconoscere. In altre parole, dato che il codicetto dei *Sonecti* sia veramente di mano del Petrucci, come congetturava il d'Aloe, esso dev'essere una copia calligrafica eseguita dall'autore per offrirla al suo carceriere, lo spagnuolo Pasquale Diaz Garlon conte d'Alife (1), già bibliotecario del re Alfonso I d'Aragona ed allora castellano della torre di S. Vincenzo. In tale stato di cose, la questione dell'autografia non può esser risolta se non dal confronto con qualche scrittura indubbiamente autografa. Ma gli autografi del conte di Policastro debbono essere tanto rari quanto sono comuni quelli del padre suo Antonello (2); anzi, a quanto pare, nessuno ne fu

---

(1) Cfr. L. Volpicella, o. c., p. 328-329, e la nota 150 del Torraca alla cit. ediz. del Porzio (p. 449). Già Alfonso I aveva ordinato che tutti i privilegi, capitoli o provvisioni, *che uscissero di Camera,* dovessero, sotto pena di nullità, portar la sottoscrizione del Conte d'Alife (Volpicella, l. c.). I due documenti del 1484, che citerò nella nota seguente, hanno infatti la firma "*p. garlon*„; ed uno di essi anche quella di Giovanni Pou: "*Io. pou loc*(umtenens) *M*(agni) *Cam*(erarii)„. (Sul Pou, imprigionato insieme coi Petrucci e liberato solo dopo parecchi anni, cfr. Volpicella, o. c., p. 406, e *Arch. stor.* cit., vol. 43, p. 54 e 57, n. 2ª). In un privilegio del 1482, pubblicato dal Volpicella a pag. 278, si ha in disteso il nome "*Pascasius Garlon*„.

(2) Posseggo io stesso tre documenti del 1477 e 1484 firmati da Ferdinando d'Aragona e controfirmati da Antonello nel solito modo, cioè con le parole *A. Secret.* poste fra due segni, che hanno la forma di una *s* corsiva, tagliata a mezzo da una lineetta:

Ho inoltre un documento membranaceo del 1481 firmato dal Re e munito del sigillo pendente, ora perduto; e in esso la sottoscrizione del Segretario è in forma più solenne, precisamente come nel documento del 1482 pubblicato dal Volpicella, o. c., p. 278: "*Dominus Rex mandavit mihi Antonello de petrutiis*„. Da una sottoscrizione d'egual forma deriva senza dubbio il facsimile delle parole *Antonello de petrutiis* in Gius. Palermo, *Isografia ovvero raccolta di 2000 firme e monogrammi degli uomini più celebri e rinomati...*, Napoli, 1870, tav. V, n° 25.

Digitized by Google

finora segnalato. Giungerà quindi opportuna l'edizione e la riproduzione a *fac-simile* d'un biglietto, con sottoscrizione indubbiamente autografa, diretto il 28 maggio 1485 all'ambasciatore fiorentino residente presso la Corte Aragonese da un *Comes Policastri*, che è probabilmente il nostro Giovanni Antonio.

Il biglietto, per sè stesso insignificante, è del seguente enore:

" Magnifico Signor ambassatore. Heri sera expedivi in tutto la facenda de V. S. et hogi, como serimo insieme, farò intendere ad quella tutte le particularità. Ala S. V. me recomando. Neapoli, xxviii maij, 1485.

V. d. totus
Comes policastri
Secret(*arius*).

[*a tergo*]

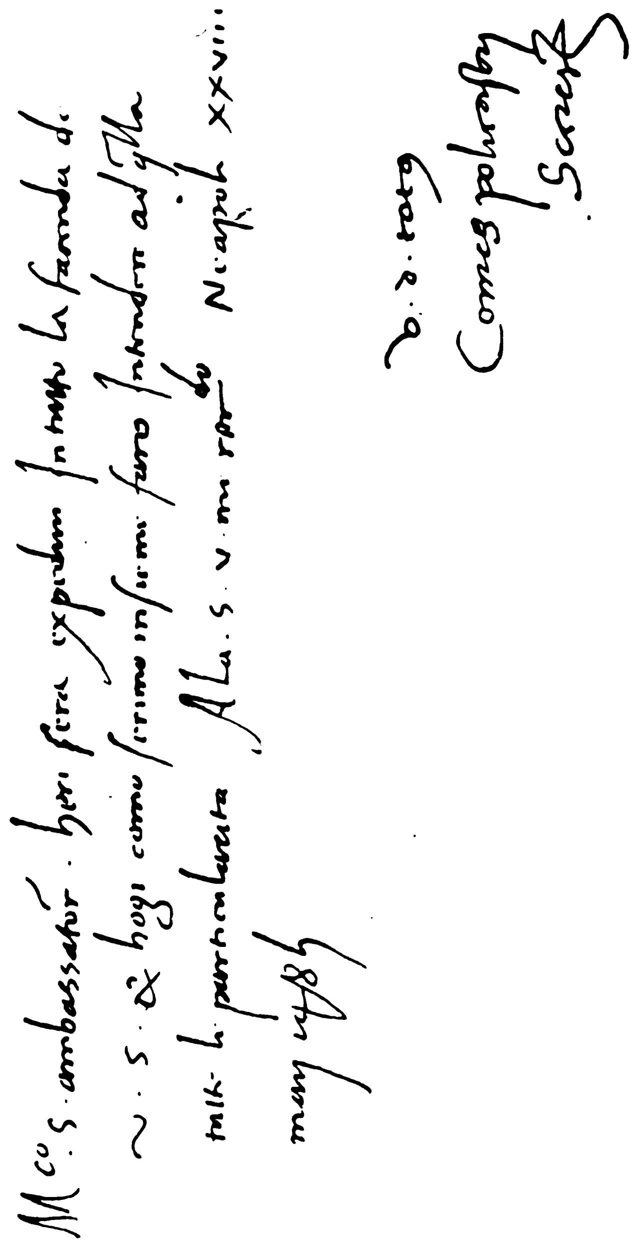
Magnifico Domino oratori florentino „.

Chi ha l'occhio alquanto esercitato nell'esame delle scritture, vede subito che la sottoscrizione del biglietto è di mano diversa da quella, che vergò il testo e l'indirizzo. Diverso è infatti l'andamento generale della scrittura, il *ductus*, e notevolmente diversa la forma delle singole lettere. È dunque autografa la sola sottoscrizione; e questo, da un certo punto di vista, è una fortuna, perchè se il biglietto fosse tutto scritto da una sola mano, si potrebbe dubitare d'esser in presenza d'una semplice lettera cancelleresca.

Ma qui sorge una questione non meno importante e, dato lo scarso materiale di cui dispongo, d'assai più difficile soluzione. Il *Comes Policastri* del biglietto è proprio Giovanni Antonio o non piuttosto il padre suo Antonello? La qualifica di *Secretarius* aggiunta alla firma non ci dice nulla in proposito, poichè se il vecchio Petrucci era il *Segretario* per antonomasia, il figlio è detto egli pure, nell'intitolazione dei *Sonecti*, " *Secretario del S. Re Ferrante* „. Sappiamo d'altra parte che Antonello cedette la contea di Carinola a Francesco, suo primogenito, e quella di Policastro a Giovanni Antonio (1); ma mentre per la cessione

(1) Le cessioni debbono essere state confermate dal Re, come risulta da un passo del contemporaneo ed informatissimo Giovanni Albino (sul

Digitized by Google


M.co S. ambassator. heri sera expedimo in tutto la facenda di N. S. et hogi como scrivemo insieme faremo intendere ad quella tutte le particularita. A la S. V. me racco(mando). Neapoli XXVIII maii 1485.

V. D. totus
Comes Policastri
Secret.

al primogenito è indicata la data del 1484 (1), nessuno, ch'io sappia, accenna alla data della cessione di Policastro. Questa cessione non può essere anteriore al 15 marzo del 1484, poichè in uno dei documenti di tale data da me posseduti il vecchio Petrucci, che si firma semplicemente *A. Secret.*, è detto nel testo *comte de Policastro* (2). Viceversa Giovanni Antonio era già conte di Policastro verso il novembre del 1485, quando, mostrandosi apertamente fautore dei ribelli, apriva " le porte del suo castello di Policastro a cento fanti sanseverineschi (3), e quando, poco dopo, sposava Sveva Sanseverino (4). Avendo agio di far ricerche negli archivi napoletani, si potrà senza dubbio determinare o indicare almeno con maggior approssimazione la data del passaggio della contea di Policastro dal padre al figlio. Non essendo io in grado di farlo, non mi rimaneva

---

quale cfr. VOLPICELLA, o. c., p. 219): " ... Francisco Calenum oppidum (cui Carinula nomen est) ad Massici montis radices, Iohanni Antonio Policastrum et omnem oram maritimam in Velia, quae vergit ad Palinurum, Rex condonaverat „ (Io. ALBINI LUCANI, *De gestis Regum neapol. ab Aragonia*, p. 63, in *Raccolta di tutti i più rinomati scrittori dell'ist. generale del Regno di Napoli*, t. V, Napoli, 1769).

(1) VOLPICELLA, o. c., p. 399.

(2) In un biglietto del 17 maggio 1483 ai *Signori de la Summaria*, posseduto dalla Libreria antiquaria di U. Hoepli e gentilmente trascritto per me dall'amico T. De Marinis, il Petrucci si firma "*A. Secret. Comes policastri* „. Nel testo egli dice che il Re " *è ben securo del signor Regente* „, e perciò " *non vole plegiaria alcuna del suo officio de Regentato* „.

(3) VOLPICELLA, o. c., p. 400.

(4) Cfr. i così detti *Annales de Raimo* in MURATORI, *Rer. italic. SS.*, XXIII, 1733, col. 237: " Eodem anno (1485) de mense Novembris se fuggio Don Federico... Eodem anno fu fatta la parentezza del figlio del Secretario, lo quale era lo conte di Policastro, con lo conte di Lauria... Eodem mense l'altro figlio del Secretario, ch'era conte di Carinola, se fuggio da Napoli... „. Da una lettera dell'ambasciatore estense, in data del 20 novembre 1485, sappiamo che il conte di Carinola era fuggito la sera del 19 (*Arch. stor.* cit., vol. 46, p. 233). Sembra dunque che il matrimonio del conte di Policastro sia stato celebrato in novembre, prima del 19. Un altro dato è nella *Cronica di Napoli di* NOTAR GIACOMO, *pubblicata per cura di* PAOLO GARZILLI, Napoli, 1845, p. 158: " alli XXI de decembro 1485 se partero da Napoli lo predicto Signore princepe don federico... et Ioanne Antonio de petruciis conte de policastro, figlio del predicto secretario, el quale havea prisa per mogliera la figlia del conte de Lauria „.

Digitized by Google

che ricorrere al confronto della firma apposta al biglietto del 28 maggio 1485 con le quattro sottoscrizioni autografe del vecchio Antonello da me possedute. Il confronto fu minuziosamente fatto, oltre che da me, dall'amico prof. Pietro Egidi, paleografo valentissimo. il quale ritiene che si tratti di due mani diverse, e che la sottoscrizione del maggio 1485 sia quindi veramente di Giovanni Antonio. Per parte mia, confesso che mi resta pur sempre qualche dubbio. I lettori potranno, fino ad un certo punto, giudicare essi stessi, valendosi dei due facsimili dati da me (1), in ciascuno dei quali è la parola *Secret*. Ma anche qui la questione dovrà essere definitivamente risolta da chi abbia a sua disposizione autografi d'Antonello meno brevi, e specialmente meno artificiosi di quanto non siano le firme.

Debbo ancora aggiungere che l'ambasciatore fiorentino destinatario del biglietto del 1485 era Giovanni Lanfredini (2), il quale, insieme coll'ambasciatore estense Battista Bendedei, accompagnò il re Ferdinando in Puglia quando, nell'estate e nell'autunno del 1485, vi si recò per le trattative di pace coi Baroni, e rimase poi presso la Corte Aragonese fino al 19 ottobre 1486, mandando di là alla Signoria Fiorentina dispacci di grande importanza per la storia della famosa Congiura.

2. — Allo stesso ambasciatore fiorentino è diretta la lettera della Contessa di Policastro, non datata, ma certo di poco posteriore all'imprigionamento del marito avvenuto il 13 agosto 1486. Eccone anzi tutto il testo:

" lhs.

S(ignor) ambasciadore et mio magiore et molto hon(orando): Non porria exprimere la obligatione quale mio marito et io et denique tucta nostra casa have ad V. S., quale per sua humanita et tanto de spontanea voluntà se è adoperata con la Maestà

(1) Il facsimile della firma di Antonello, dato a p. 4, n. 2, è tolto da uno dei documenti del 15 marzo 1484. Le altre due firme, che ho presenti, dello stesso giorno e del 18 luglio 1477, sono del resto similissime.

(2) Sul Lanfredini cfr. L. Volpicella, o. c., p. 350; G. Paladino, in *Arch. stor.* cit., vol. 43, p. 48, e vol. 46, p. 230, nota 2ª; D. Marzi, *La cancelleria della Repubblica fiorentina*, Rocca S. Casciano, 1910, p. 313, nota 5ª.

Digitized by Google

del S(ignore) per tucti nui altri et in questa necessità, che in verità, S(igno)re, liberamente cognoscemo che quella non haverria più possuto elaborare et affatigarse per fratelli proprij o vero figlioli: Per el che de continuo mio marito et io et tucti ne resterimo obligati ad V. S., ala quale nostro S(ignore) Dio ne li possa rendere eguale merito; pregandola per la sua innata generosità voglia per lo advenire fare con sua Maestà per nui como ha principiato, che semo certi ne rescerà bon fructo; certificandola che pò parlare liberamente et de bono animo, imperochè mio marito ha in tal manera sempre servito sua Maestà, che mai da neuna banda, si la verità have el suo loco, porria essere in alcuna parte carputo et meritamente lacessito. Non altro. Ad V. S. me recomando. Ex domo.

Al comando de V. S. como figliola
la contessa de policastro.

[*A tergo*]

Alo S(igno)re ambasciadore de fierenza (!) mio maiore honorando „.

Apprendiamo da questa lettera che il Lanfredini, stato già, senza dubbio, in amichevoli rapporti con il conte di Policastro, non lo aveva, al pari di tanti altri, abbandonato dopo la disgrazia, ma s'era invece *adoperato* col Re in suo favore (1). La Contessa lo pregava quindi di persistere nell'opera sua, assicurandolo che poteva farlo *liberamente et de bono animo*, perchè suo marito aveva sempre *servito* il Re fedelmente.

Il conte di Policastro si proclamava infatti, in un suo sonetto al Re (n° LIX), " *innocente de omne errore*; diceva che, vivo e *senza peccato*, era entrato nell'inferno, dove gli altri vanno solo

(1) Nei dispacci del Lanfredini, finora in massima parte inediti, si troverà probabilmente qualche notizia sull'opera sua in favore dei Petrucci. Da una sua lettera del 28 settembre 1485 (in *Arch. stor.* cit., vol. 43, p. 226, nota 1ª) si vede che egli credeva il vecchio Petrucci fedelissimo al Re: " el signor Secretario è tutta fede alla Maestà del Re, ma è molto presto a credere ed aver fede, e presupone alle volte quello desidera, maxime in servizio del Re „. Credendo alla fedeltà del padre, egli, a maggior ragione, sarà stato convinto dell'innocenza del figlio.

Digitized by Google

dopo morte e colpevoli (n° IV); dichiarava che *ad torto* era stato *facto traditore* (n° XXXIX): ma che fosse invece colpevole, sia pure non tanto quanto il padre e specialmente il fratello, è generalmente riconosciuto dagli storici e fu recentemente affermato anche dal Paladino (1); nè la lettera della moglie potrebbe certo esser addotta come prova in contrario.

Notiamo fra parentesi, che le proteste d'innocenza del conte di Policastro, non rispondenti, oggettivamente considerate, alla verità, pur essendo umanamente scusabili da parte d'un prigioniero implicato in un processo, dal cui esito dipendeva, oltre alla sua sorte, quella di tutta la sua famiglia, potrebbero gettare un'ombra sulla sua figura, quale il Croce, ricostruendola sulla base dei *Sonecti*, si compiacque di *vagheggiarla in immaginazione* (l. c., pag. 305). Mi sembra però non improbabile, che il nostro povero poeta, nell'intimo dell'animo suo, non si sentisse affatto colpevole, e che le sue dichiarazioni possano quindi dirsi deliberatamente equivoche più che menzognere. La fedeltà verso il Sovrano, o ha per fondamento, come nel sistema feudale, rapporti affatto personali derivanti da una specie di contratto bilaterale, rispettivamente di protezione e di vassallaggio, oppure fa parte dei doveri verso la patria, quando la maggioranza della classe dirigente, dei *cives optimo iure*, crede fermamente che gli interessi del sovrano, in complesso ed in ultima analisi, finiscano appunto per fondersi ed identificarsi con quelli della

(1) *Arch. stor.* cit., vol. 44, p. 346. Ferdinando d'Aragona, per l'opera sua politica in generale e in particolare per riguardo ai Petrucci, ha invece *une mauvaise presse* da parte degli storici della cultura; del Burckhardt (*La civiltà del Rinascimento in Italia*, trad. Valbusa, nuova ediz., vol. I, Firenze, 1889, p. 40-41); del Gothein (*Il Rinascimento nell'Italia meridionale*, trad. Persico, Firenze, 1915, p. 238 e segg.); di Filippo Monnier (*Le Quattrocento*, vol. I, Parigi, 1901, p. 18-19). Luigi Volpicella, nella prefazione al citato *Instructionum liber*, p. xi, difende Ferdinando a spada tratta, giungendo a dire che non fu *da meno di Tito imperatore*; ma l'apologia mi pare, a dir vero, esagerata al pari, e forse più, degli atti d'accusa. Che egli, già prima dell'arresto dei Petrucci, fosse chiamato da molti un *secundo Nerone*, ci è attestato da Lodovico il Moro, che era suo amico, in una lettera del 22 ottobre 1485 a Giovanni Albino (*Lettere, istruzioni ed altre memorie de' Re Aragonesi...*, p. 96, nel cit. tomo V della *Raccolta di tutti i più rinomati scrittori* ecc., Napoli, 1769).

Digitized by Google

patria. Ora verso la fine del secolo decimoquinto erano da un pezzo profondamente scosse le basi del regime feudale, dimenticate le sue origini, trasformata la dipendenza gerarchicamente ordinata in una condizione di cose sempre instabile, cioè alternativamente in autonomia appena velata, in forzata soggezione ed in aperta rivolta; ed i sovrani miravano da un canto, consciamente od inconsciamente, al potere assoluto, ed i feudatarii all'assoluta indipendenza o all'assoluto predominio nel governo. Erano così in giuoco gli interessi del sovrano e gli interessi contrastanti dei feudatarii, mentre restavano, almeno apparentemente, nella penombra gli interessi dello stato e della patria, se pur di patria poteva ancora parlarsi. Il concetto di patria s'era infatti sempre più oscurato, specialmente dove stato e patria non s'identificavano col Comune; e l'amor di patria era quindi esiliato dal mondo reale e costretto a cercar asilo fra le reminiscenze storiche e fra i luoghi comuni delle esercitazioni accademiche. Dalle ceneri del passato si sprigionavano tuttavia di tempo in tempo delle faville, che bastavano ad infiammar l'animo di qualche sognatore; e l'amor di patria assumeva allora non di rado le forme del nostalgico desiderio di ridar vita ad un momento storico tramontato da quindici secoli, a Roma antica, a Roma repubblicana. Tendenze repubblicane hanno quindi a Roma gli Accademici di Pomponio Leto, in Lombardia gli scolari di Cola Montano; ed ammirazione, e forse più che ammirazione per l'antica Repubblica doveva avere anche il Conte di Policastro, il quale dice appunto in un suo sonetto (n° XX), che Roma prosperò finchè si resse col *sacro senato* e coi *tribuni*, e perdette tutto, *in uno puncto*, cambiando governo e dandosi a dei *tiranni*; ed in altro sonetto intitolato *Prophetia del Regno Dei* (n° XLVIII), intendendo evidentemente dell'avvento del regno di Dio in questo mondo, afferma che " *omne signoria serà abbactuta* ". Del resto, anche indipendentemente dai sentimenti repubblicani, verso la fine del secolo decimoquinto congiure e *tirannicidio* non sono certo considerati come delitti infamanti, e chi vi ha parte e soccombe può proclamarsi semplicemente vittima del *governo mobile et potestà injuriosa* della Fortuna.

3. — Tornando alla lettera di Sveva Sanseverino, se essa non può affatto considerarsi come prova o almeno come indizio

Digitized by Google

dell'innocenza del Conte di Policastro, giova però a dissipare il dubbio sorto già nella mente del Conte ed espresso in seguito da qualche suo biografo, che Sveva non abbia punto cercato di venir in aiuto del disgraziato marito.

Sveva, figlia di Barnaba Sanseverino conte di Lauria, nipote di Giovanni Caracciolo duca di Melfi, cugina in primo grado d'Antonello Sanseverino principe di Salerno, apparteneva ad una delle più illustri e più potenti famiglie del Regno; e il vecchio Petrucci, nato da poveri contadini, aveva ardentemente desiderato di averla per nuora; e perciò, se è vero ciò che fu deposto nel Processo del 1486, aveva, d'accordo col figlio, offerto mille ducati ad un *mastro fra Lodovico*, il quale doveva adoperarsi a far concludere il parentado. Sembra che il matrimonio sia stato combinato, mentre si negoziava la finta pace di Miglionico (1), come compenso e come reciproca garanzia per gli accordi conclusi contro il Re fra i Baroni ribelli ed i Petrucci. Le nozze furono celebrate in Salerno, non dopo il dicembre del 1485; ma o la sposa non fu subito consegnata al marito, o questi dovette, per le evenienze del tempo, vivere quasi sempre lontano da lei, poichè nel secondo dei due sonetti, che le indirizzò durante la prigionia (n° LXXIV), si legge che erano stati insieme per soli ventidue giorni:

> " Cara mogliera, da me tanto amata
> Vintidu' suli che passamo ensemi ".

Se dobbiamo prestar fede alle malevole deposizioni fatte dagli antichi amici e compagni nel processo contro i Petrucci, il Conte di Policastro aveva subito saputo apprezzare i vantaggi, che gli sarebbero venuti dal matrimonio con Sveva, e aveva detto che, poichè era *facto parente et conjuncto con la casa de Sanseverino, lo mundo* poteva andare *como voleva*, ritenendo egli *lo facto suo essere bene stabilito*. Certo dopo l'arresto, pur non dimenticando altri amori (2), egli si rivolge per aiuto alla moglie,

---

(1) Cfr. *Arch. stor.* cit., vol. 43, p. 237. Pare che il matrimonio del conte di Policastro con Sveva e quello d'una figlia del conte di Sarno con Giovanni Sanseverino conte di Tursi fossero definitivamente stabiliti fin dal 10 ottobre 1485.

(2) Accanto ai due sonetti alla moglie, ne troviamo otto diretti a due *innamorate*, una Virbia, di cui il poeta aveva fatto la conquista *in Puglia*

Digitized by Google

dicendole in un primo Sonetto (n° LXVIII), che sola poteva salvare la sua nave, la quale stava per affondare, ed esortandola a farlo finchè era in tempo:

" Mentre che hai tempo, habiela adjutata! „.

Nel secondo sonetto, del quale ho già riportato i due primi versi, egli esprime il dubbio che la moglie non si curi più di lui:

" non saccio se lo cor de me te premi,
mo che fortuna me se è revoltata „.

Il dubbio cede però subito il passo alla speranza e alla fiducia:

" Io credo che per nenti si' mutata,
el crudo fato credo che biastemi,
penso che nocte et giorno per me gemi
et nello vulto singhi transformata „.

Che la fiducia non fosse, almeno nei primi tempi, mal riposta, è dimostrato dalla lettera, che pubblico; benchè essa non sia, secondo ogni probabilità, nè di composizione nè di mano della Contessa, come appare dallo stile artificioso, dai numerosi latinismi e dalla scrittura di tipo prettamente cancelleresco.

La lettera è scritta *ex domo*. Se dunque, come afferma il Porzio (1), fonte del resto non molto attendibile, Sveva era stata *incarcerata* contemporaneamente al marito, il 13 agosto del 1486, convien dire che sia stata subito rilasciata, o tutt'al più che come carcere gli sia stata assegnata la sua casa, o

---

(n° XXXII), ed un'altra, di cui non gli era *licito ponere il nome vero*, ma che, *mutato nomine*, chiamava *Glycoris*. " *La moglie, che è nominata Glycoris* „, come direbbero, nel loro barbaro italiano, gli editori del 1879 (p. 89), dando alla parola *moglie* il senso del latino *mulier*, era una fortezza, contro le cui *toriole* il poeta non aveva ancor tentato l'attacco decisivo (n° XXXIII), ma che sperava sempre di poter espugnare.

(1) O. c., libro III (ed. cit., p. 242-243): " Furono incarcerate seco [*cioè col conte di Sarno*] insino alle sue donne: nè più nè meno avvenne del Segretario, de' figliuoli e delle loro mogli... „. La già citata *Cronica* di Notar Giacomo, p. 159, specifica invece che furono arrestati Antonello, con la moglie e i due figli, ed il conte di Burrello con la moglie; ma non parla nè di Sveva nè della cognata contessa di Carinola. Gli *Annales de Raimo*, parimenti già citati, ricordano solo gli uomini imprigionati, non le donne (col. 238).

Digitized by Google

meglio quella del padre. Il Re Ferdinando voleva allora o fingeva di voler rappattumarsi coi Sanseverino, e al conte di Lauria in particolare concedeva lettere di pieno indulto in data del 29 settembre 1486; cosicchè, mentre il marito, il cognato e poi lo suocero perivano miseramente per mano del carnefice, Sveva poteva lusingarsi che il padre e gli altri parenti fossero di nuovo in grazia del Re. Tale lusinga non doveva per altro durare a lungo. Pochi mesi dopo il supplizio del vecchio Petrucci, furono a tradimento imprigionati il Conte di Lauria, la madre sua Giovanna, il cognato duca di Melfi. Nessuno di essi riebbe la libertà, di nessuno si sa con precisione di qual morte sia perito (1). Che sarà avvenuto intanto dell'infelice Sveva? Sarà essa stata fra le vittime ignorate della vendetta e della cupidigia del Re? Avrà trovato rifugio in un chiostro? Sarà passata a nuove nozze, e avrà dimenticato, accanto al nuovo marito, i *ventidue giorni* vissuti col primo, e i tragici avvenimenti, che avevano posto fine al breve idillio? Gli storici ed i genealogisti napoletani sapranno forse rispondere a queste domande; ma nessuna delle fonti, che ho sotto mano (2), mi mette in condizione di farlo io stesso. E non è gran male, poichè l'incertezza e il mistero danno alla figura evanescente della giovane Sanseverino un interesse, che la cruda realtà potrebbe forse in parte distruggere.

4. — Le due lettere, delle quali ho dato il testo, provengono da un piccolo archivio fiorentino, acquistato, quindici o sedici anni or sono, dal mio egregio amico T. De Marinis. L'archivio conteneva numerosi documenti, in parte elencati nei cataloghi X e XI della libreria De Marinis, su Fiorentini residenti nel secolo decimoquinto in Napoli, con parecchi autografi di Ferdinando d'Aragona e del suo segretario Antonello. Fra le poche cose, che potei avere, oltre alle due lettere pubblicate e

(1) Cfr. le citate *Note biografiche* del Volpicella, pp. 300-301, 422, 428-429.

(2) Oltre alle fonti già citate, ho presenti le Tavole genealogiche e le notizie sulla famiglia Sanseverino contenute nella vecchia opera di Giacomo Guglielmo Imhoff, *Genealogiae viginti illustrium in Italia familiarum...*, Amstelodami, 1710, p. 291 e segg. Vi sono ricordate altre *Svere*, ma non la nostra.

Digitized by Google

ad una lettera di Feo Belcari, di non grande importanza (1), sono i due documenti già ricordati del 15 marzo 1484, firmati dal Re, da Antonello e dal Conte d'Alife, e sommariamente descritti, l'uno nel Catal. X, 1909, n° 227, l'altro nel Catal. XI, 1911, n° 21. Essi servono di complemento e d'illustrazione ai documenti acquistati dalla Nazionale di Parigi e pubblicati dall'Omont (2), nella *Bibliothèque de l'École des Chartes*, vol. LXX,

---

(1) Eccone, cionondimeno, il testo:

† Al nome di Dio, a dì 4 di magio 1465.

' Dilectissimo quanto fratello. A dì 9 del passato ebi una tua de dì 6 di dicto, et con quella due altre lettere, una alla Lucretia, la quale detti in sua mano la sera medesima; et così detti el dicto dì in Badia quella di Don Maximo, et feci la tua ambasciata a Don Giovanni. Di poi non ho havuta altra lettera se non iersera de dì 26 del passato, che solo contiene e facti di Martino di Francescho rigatt(iere). Io andai istamane ad casa sua, nella via de' Bonfanti, et non v'essendo el padre, parlai con la madre, la quale mi dixe esser parente de' Pucci, hebbe caro sentirne, dixemi che Francescho suo padre è vecchio et non guadagna più et è povero: niente di meno gli direbbe che venisse ad me al monte. Non c'è per anchor venuto. Raccomanderemllo al padre: et se qua per me si può fare altro, advisa. Non seppi mai se quello quadernuccio fu presentato. *Omnia pro meliori*. Non altro. A tuoi piaceri. Con la tua era una a Pierfilippo, la quale detti in sua mano

tuo Feo Belcari.

[*A tergo*]

Bartolomeo Cederni con lo expectabile huomo
Pandolfo Pandolfini in Napoli.

Napoli „.

È conservato il piccolo sigillo rotondo, con cui la lettera era chiusa. È ora quasi spianato, ma mi sembra di ravvisarvi una figura muliebre a mezzo busto. Da un'annotazione del destinatario, a tergo della lettera, s'apprende che essa proveniva da Firenze e che gli giunse il 15 maggio. La Lucrezia, ricordata nella lettera, doveva esser sorella del Cederni. Ho di lei una letterina, non datata e insignificantissima, firmata *Luchresia dona di* [dome?]*nicho* e diretta allo stesso *Bartolomeo di Ciedernio Ciederni*, che è detto per l'appunto *charisimo fratello*.

(2) *Inventaire de la Bibliothèque de Ferdinand I d'Aragon roi de Naples* (1481). Il titolo di questa Nota dell'Omont non è veramente esatto, poichè nè tutti i libri della Biblioteca aragonese furono dati in pegno al banchiere Pandolfini, nè tutti i libri datigli in pegno facevano parte di quella biblioteca. Errò parimenti l'Omont nel ritenere che gioielli e libri dati in pegno dal Re il 19 gennaio 1481 gli fossero restituiti dopo poco meno d'un anno. Furono invece restituiti solo i gioielli ed i libri, che appartenevano ad

Digitized by Google

1909, p. 456 e segg., sul prestito ottenuto dal Re dando in pegno gioielli e libri, in parte suoi, in parte del Segretario.

Della stessa provenienza è il biglietto del 17 maggio 1483, firmato *A. Secretarius Comes Policastri.* Questo biglietto fu acquistato dal noto bibliofilo Giuseppe Cavalieri, e nel Catalogo della Biblioteca Cavalieri è infatti sommariamente descritto e giustamente attribuito ad Antonello de Petruciis (1). Una parte degli autografi Cavalieri fu venduta all'asta in Milano, nel 1914; ma l'autografo del Petrucci non figura nel Catalogo di vendita (2), e fu invece comperato, col resto della collezione, dalla Libreria Antiquaria di Ulrico Hoepli, dalla quale è tuttora posseduto.

Antonello Petrucci, il quale per conto suo rilasciò la ricevuta del 10 gennaio 1482 pubblicata dall'Omont, dichiarando d'aver avuto "*le joye et libr mei*". I gioielli ed i libri del Re erano invece ancora in mano del Pandolfini il 15 marzo 1484; nè allora si prevedeva prossimo il pagamento dei debiti e quindi la restituzione dei pegni, poichè anzi il Re *si contentava* che il suo creditore tenesse le gioie ed i libri in pegno non solo per i debiti contratti nel 1481 e 1484, ma "per qualsivole quantità che per dicta Maestà li fosse dovuta per qualsivole causa".

(1) *Catalogue des livres composant la Bibliothèque de M. Giuseppe Cavalieri à Ferrara*, Firenze, 1908, p. 523: "*Antonello de Petruciis, Napoli, 17 maggio 1483, signée Comes Policastri*".

(2) *Catalogue de la Collection de M. le Comm. Giuseppe Cavalieri*.. Munich, 1914. Gli autografi messi in vendita sono elencati a p. 82-86 (n^i 1329-1438).

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Aprile 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci SEGRE, PEANO, GUIDI, PARONA, GRASSI, SOMIGLIANA, SACCO, POCHETTINO e il Segretario MATTIROLO, che dà lettura del verbale della precedente adunanza, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Socio D'OVIDIO scusa la sua assenza.

Il Presidente comunica: una lettera del *Franklin Institute*, nello Stato di Pensilvania, che rivolge invito alla nostra Accademia di voler assistere alla celebrazione del 1° Centenario di detto *Istituto* nel settembre di quest'anno; ed una missiva della Università di Toronto e del R. Istituto Canadese, che prega l'Accademia a voler delegare uno dei suoi Soci al Congresso Internazionale di Matematica che si terrà nel prossimo agosto a Toronto. L'Accademia delibera di pregare il Socio Senatore VOLTERRA (la cui andata in America per questa occasione è accertata) a voler rappresentare il nostro Sodalizio presso i due Istituti.

Il Presidente comunica inoltre un appello della *Societas Medica Chirurgica Bononiensis*, che annuncia la celebrazione del suo 1° Centenario; celebrazione che avrà luogo nel giugno prossimo. L'Accademia delibera di associarsi con plauso a questa solennità coll'invio di una lettera.

Digitized by Google

Il Presidente, nel nome dell'autore Prof. Giuseppe GRADENIGO, presenta il dono del ponderoso suo volume che ha per titolo *Lo sviluppo embrionale dell'Orecchio medio ed esterno e della Capsula periotica* (*orecchio mesoblastico*) accompagnata dall'Atlante ricco di 50 Tavole nitidamente incise.

Di questo dono importante il Segretario MATTIROLO così discorre:

" È questo un lavoro che (senza tema di esagerare) si può dire che segna una epoca nello studio filogenetico e nel campo della embriogenesi dell'orocchio mesoblastico.

" Pensata ed iniziata fino dall'anno 1884 quest'opera (di cui alcuni capitoli comparvero già in lingua tedesca a Vienna nel 1887) contiene una quantità di osservazioni della massima importanza sullo sviluppo dell'orecchio, le quali concernono principalmente la *derivazione della Staffa*, la *forma e la disposizione della Capsula periotica* e del *caro tubo-timpanico*, le quali concedono all'A. indiscutibile priorità di scoperta e soluzione di molti punti importanti e controversi della dottrina dello sviluppo dell'Orecchio.

" L'opera che ha costato tante fatiche all'A., oltre alle sue ricerche originali antiche e recenti (illustrate da un imponente corredo di disegni, di microfotografie e di un elegante Atlante di 50 Tavole), contiene nella 2ª parte studi sullo sviluppo, sulla anatomia umana e comparata e sulla patologia dell'Orecchio, documentati da una esaurientissima bibliografia, la quale comprende 544 opere che compendiano tutte, si può dire, le ricerche eseguite in questo campo di studi a partire dall'anno 1884. La coltura che l'A. dimostra è davvero stupefacente, avendo egli non solo tenuto calcolo di quanto hanno scritto i medici, gli embriologi, ma essendosi preoccupato di allargare i limiti delle questioni da lui investigate, appoggiandosi anche ai risultati ottenuti dai zoologi e dai botanici moderni nel campo della filogenesi.

" Nei limiti del verbale, spiacemi di non potere altrimenti analizzare e lodare l'opera grandiosa che onora non solo l'A.,

Digitized by Google

ma il paese, il quale deve in gran parte al Prof. GRADENIGO il posto eminente che in breve ha acquistato nel campo della Otologia „.

L'Accademia, alla quale l'A. ha offerto l'esemplare N. 52 della sua memoria, mentre ringrazia il donatore, si felicita con lui per l'opera insigne compiuta.

Il Segretario MATTIROLO presenta quindi e fa omaggio di un suo lavoro dal titolo *Noterelle di Micologia* e ne discorre brevemente.

Il Socio Vice Presidente PARONA presenta una sua Nota dal titolo *A proposito del dono al R. Museo Geologico di Torino della Collezione Rovasenda.*

In questa Nota il Vice Presidente PARONA riferisce intorno a due cospicui doni al R. Museo Geologico: la ricca collezione paleontologica del Conte Luigi di ROVASENDA per parte della figlia Marchesa C. TERZI, e il busto del Geologo Senatore Angelo Sismonda, offerto dal nipote Conte Senatore Eugenio REBAUDENGO. Egli coglie l'occasione per segnalare le benemerenze del Conte ROVASENDA e l'importanza scientifica della sua collezione, specialmente in rapporto agli studi che scienziati italiani e stranieri hanno fatto sulle colline torinesi; e riguardo al Prof. Angelo SISMONDA che fu Socio e Segretario perpetuo dell'Accademia e uno dei fondatori dei nostri Musei di Mineralogia e Geologia, per rilevare che il geologo, ben noto per la parte avuta negli studi per la perforazione del Colle del Frejus, occupa nella storia della Geologia piemontese un posto eminente per i suoi studi sulla Savoia, sul Piemonte e sulla Liguria, e come autore di una Carta geologica rimasta classica, come egli dimostra anche istituendo un parallelo coll'opera del GASTALDI, altro nostro illustre Socio.

La Nota del Socio PARONA è accolta per gli *Atti.*

Il Socio SOMIGLIANA presenta quindi una Nota del signor Paolo BONANNO, *Sopra un caso particolare di un nuovo tipo di distorsioni elastiche, che interessa alcuni problemi della pratica.*

Digitized by Google

Egli ne discorre, facendo rilevare la importanza dell'argomento e delle conclusioni alle quali l'A. è giunto, le quali potrebbero avere applicazioni pratiche, in modo speciale, nella operazione di fondita di pezzi d'artiglieria. Il Socio Guidi aggiunge a tale riguardo alcuni schiarimenti.

La Nota del sig. Bonanno è quindi accolta per gli *Atti*.

Il Socio Guidi presenta una Nota dell'Ing. Ottorino Sesini, *Sull'equilibrio di travature reticolari elastiche iperstatiche*, che viene accolta per gli *Atti*.

Il Socio Pochettino presenta uno studio del sig. Tavani F., *Intorno all'espressione d'un complesso, funzione di variabile reale, in uno spazio ad* n *dimensioni*, che viene accolto per gli *Atti*.

Presentata dal Socio Segre nel nome del Socio Majorana, una Nota del sig. Bompiani E., *Determinazioni proiettive, differenziali, relative ad una superficie dello spazio ordinario*, viene pure accettata per gli *Atti*.

Il Socio Direttore della Classe Segre presenta quindi una Nota del sig. Dr Alessandro Terracini, *Sulle superficie con un sistema di asintotiche in complessi lineari*, ugualmente accolta per gli *Atti*.

Infine il Socio Sacco presenta un suo studio dal titolo: *Resti dell'uomo preistorico nei Colli di Torino*.

L'Autore, accennato brevemente alla importanza dell'argomento, ricorda come per una lunga serie di anni, malgrado ogni sua ricerca, egli non fosse mai riuscito a ritrovare traccie dell'uomo preistorico sulle Colline di Torino, e che le prime vestigie, un'ascia litica e pochi residui di cocci fossero da lui rinvenuti in unione al compianto Conte Rovasenda molti anni or sono (1885), e che ultimamente nuove traccie della presenza preistorica dell'uomo da lui rinvenute a Sciolze, gli abbiano concesso di stendere questa Nota. L'Autore accenna alle cause che hanno ostacolato la presenza dell'uomo sui Colli Torinesi. La Nota è accolta per gli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

A proposito del dono al R. Museo Geologico di Torino della collezione "Rovasenda„ e del busto di "Angelo Sismonda„

Nota del Socio nazionale residente C. F. PARONA

I ricchi doni ai Musei, ed in modo speciale a quelli di Storia Naturale, sono rari: ma io ho la rara ventura di segnalarne due e cospicui al nostro Museo di Geologia e di Paleontologia, e di informare che la ricca e preziosa collezione paleontologica del compianto Conte Luigi di Rovasenda, dono della figlia N. D. Maria Clotilde, consorte al Marchese, Colonnello Gabriele Terzi, e che il busto dell'illustre geologo piemontese Senatore Prof. Angelo Sismonda, dono del suo degno nipote Senatore Conte Eugenio Rebaudengo, sono definitivamente a posto nelle sale del Museo.

Sono doni che all'alto valore materiale uniscono un alto valore morale, e il gesto signorilmente compiuto è per se stesso e nel suo significato il più bell'elogio e il plauso più meritato ai donatori. Tuttavia mancherei al dovere se non rinnovassi ai generosi donatori i più vivi ringraziamenti, e se non li manifestassi pubblicamente anche in forma di elogio dei due valentuomini, che i doni ricordano e nello stesso tempo onorano.

Il Conte Luigi di Rovasenda [n. 16 aprile 1826, m. 5 aprile 1917], della nobile famiglia piemontese, che onorò ed onora la Patria colle sue benemerenze, ne fu un degno rappresentante: le sue virtù, le opere buone che furono lo scopo della sua lunga vita, l'amore allo studio, la semplicità e modestia del suo tratto gli procurarono stima e simpatia larghissima; e vivo fu il dolore destato dalla morte del venerando vegliardo, che, per la tarda età serenamente trascorsa con vigore fisico e fre-

Digitized by Google

schezza d'intelligenza, potrebbe offrire argomento ed esempio a chi volesse fare un nuovo elogio della vecchiaia.

Il collega F. Sacco con affettuosa e particolareggiata commemorazione ed io stesso con breve scritto già ricordammo (1) la vita esemplare del caro amico, il patriottismo dell'antico ufficiale dei granatieri, il socio fondatore del Club Alpino Italiano, proclamato socio onorario in occasione del Cinquantennio della provvida istituzione, i meriti suoi di appassionato naturalista, ed in particolare di intelligente ricercatore di fossili, come documenti per la storia ed illustrazione geologica della collina di Torino.

In questo campo di attività, con ininterrotte, sistematiche e diligenti ricerche, durate ben 60 anni, Egli raccolse nell'ospitale sua villa di Sciolze, una grande collezione paleontologica, l'ordinamento e lo studio della quale furono costante sua occupazione. E lo scopo non fu l'egoistico e geloso possesso e l'arricchimento di un tesoro di valore scientifico e commerciale, bensì il desiderio nobile di promuovere e favorire l'indagine a vantaggio della scienza. Egli permetteva infatti con insolita liberalità agli studiosi di approfittare del frutto delle sue fatiche, ed anche di illustrare le sue collezioni, ammirate per copia e bellezza di esemplari, per l'esatta, scrupolosa indicazione della loro provenienza e per il numero eccezionale delle specie rare. Il singolare museo di Sciolze, di frequente visitato da naturalisti italiani e stranieri, acquistò larga rinomanza; e molti degli scritti, che contribuirono a far conoscere le ricchezze paleontologiche dei terreni terziari del Piemonte, illustrano la collezione Rovasenda. Di modo che si può legittimamente asserire, che il merito del progresso verificatosi durante gli ultimi decenni nelle conoscenze geo-paleontologiche delle colline torinesi si deve in larga parte attribuire al Rovasenda. È infatti, ad es., merito suo se certi problemi relativi ai classici giacimenti di Gassino furono risolti o discussi largamente, perchè si deve a Lui la ricerca dei documenti paleontologici decisivi, ch'Egli stesso il-

---

(1) F. Sacco, *Conte Luigi di Rovasenda*; commemorazione (con ritratto), "Boll. Soc. Geol. Ital „, XXXVI, 1917. — C. F. Parona, *Conte Luigi di Rovasenda* (con ritratto), "Rivista del C. A. I. „. XXXVI, 1917, p. 143.

Digitized by Google

lustrò in parte. Così i lavori di Airaghi, Bassani, Bellardi, Cocchi, Crema, Davidson, De Alessandri, D'Erasmo, Dervieux, Fuchs, Michelotti, Peola, Prever, Sacco, Silvestri, Tellini, e di altri, fra i quali lo scrivente, relativi alla collina di Torino, completamente o parzialmente hanno il loro fondamento nelle collezioni del ROVASENDA.

Sono appunto queste collezioni di materiali delle colline di Torino e di qualche altra regione del Piemonte, che costituiscono il magnifico e cospicuo dono della Marchesa Terzi di Rovasenda. A norma delle disposizioni vigenti l'atto burocratico di consegna fu corredato da un elenco sommario degli oggetti donati col prezzo di stima: orbene, il numero dei pezzi fu calcolato a 23 mila, col valore, compreso quello dei mobili pure donati, di oltre 20 mila lire. Quando sarà compiuto l'ordinamento del materiale, lavoro lungo e delicato, perchè non tutto fu studiato e determinato, e numerosissimi esemplari, intiere faune e flore attendono il lavoro di preparazione e studio di specialisti esperti, si verificherà un numero di oggetti notevolmente superiore a quello dell'inventario, ed il valore dell'insieme delle raccolte risulterà più elevato sia nel riguardo scientifico, come in quello commerciale.

La donatrice aveva espresso il desiderio che la collezione fosse collocata in una saletta riservata, ed il desiderio fu esaudito grazie al Ministero della I. P., Ministro l'On. Corbino, che concesse in larga misura i mezzi indispensabili a preparare sede degna e propria alla raccolta, dove potesse essere esaminata dagli studiosi coi mezzi più opportuni. Accanto al grande Museo abbiamo dunque il piccolo Museo, che naturalmente porta il nome di ROVASENDA a ricordo del rimpianto naturalista-paleontologo e in omaggio alla figlia sua, munifica donatrice: ciò è detto in apposita targa.

La storia della geologia in Italia ricorda con onore il nome di ANGELO SISMONDA [n. 20 agosto 1807, m. 30 dicembre 1878]: così il collocamento del busto di Lui nell'Istituto e Museo, che Egli onorò col suo insegnamento ed arricchì col copioso materiale raccolto nel lungo periodo delle sue vaste ricerche, è un omaggio degno e dovuto alla sua memoria. Il Conte Rebaudengo, col dono della espressiva opera d'arte, non poteva in modo mi-

Digitized by Google

gliore dimostrare l'affetto e la venerazione verso il nonno illustre. Per sua nobile e generosa iniziativa, ANGELO SISMONDA, l'insigne autore della prima Carta geologica d'insieme delle Alpi occidentali e dell'Appennino ligure e collaboratore alla grande impresa del primo traforo delle Alpi, è qui ricordato in effige agli studiosi ed a quanti ammirano, nelle produzioni dell'ingegno e nelle meraviglie del lavoro, i fattori del progresso umano, e grati li rammentano.

Non mi propongo di narrare la vita del geologo piemontese, nè di fare l'esame critico completo dell'opera sua, pur tessendone l'elogio: nulla potrei aggiungere a quanto già dissero di Lui, Giuseppe Molinari, Giorgio Spezia, Quintino Sella, Ascanio Sobrero, Ercole Ricotti, Alberto Gaudry e, recentemente, A. Roccati (1).

Egli fu il geologo per l'ardimentosa impresa del traforo del Fréjus, il rilevatore del tracciato geologico della galleria: Quintino Sella, buon giudice, commemorando ANGELO SISMONDA ai Lincei, disse che " la grande opera del Colle del Fréjus dimostrò singolarmente esatte le osservazioni e le predizioni del Sismonda sugli strati da attraversarsi „ (2). E questa parte da Lui avuta nella preparazione dei piani per l'opera, allora a ragione ritenuta audace, gli procurò quella meritata fama, che si ravvivò nel 1921, in occasione della celebrazione del cinquantenario della apertura della nuova via diretta fra Italia e Francia.

---

(1) G. MOLINARI, *Notizia biografica del Senatore Angelo Sismonda*, Torino, 1878 (dalla " Gazzetta Piemontese „, N. 33, giugno), Tip. Roux e Favale. — E. RICCOTTI, *Brevi notizie di Angelo Sismonda*, " Atti R. Acc. Sc. Torino „, XIV, 1878-79. — G. SPEZIA, *Cenno biografico di Angelo Sismonda*, " Annuario R. Univ. di Torino „, 1879-80 (1880) (con elenco delle pubblicaz.). — A. SOBRERO, *Angelo Sismonda e Bartolomeo Gastaldi;* commemorazione, " Ann. R. Acc. Agricolt. Torino „, XXII, 1879. — Q. SELLA, *Commemorazione di Angelo Sismonda* (con elenco delle pubblicaz.), " Atti R. Acc. Lincei „, Transunti, III, 1878-79. — A. GAUDRY, *Angelo Sismonda* (cenno necrologico), " Bull. Soc. Géol. de France „, VII, 1878-79. — A. ROCCATI, *In ricordo di Angelo Sismonda* (con ritratto), raccolta di lettere a Lui dirette (con elenco delle pubblicaz.), Torino, F. Bocca, 1922.

(2) Vedasi a questo riguardo anche l'elogio, all'esattezza delle previsioni del Sismonda, espresso dal Sella nell'adunanza della R. Accad. delle Scienze di Torino del 2 luglio 1865.

Digitized by Google

Fatta astrazione della parte, per altro scientificamente importante, avuta dal SISMONDA nello studio geotettonico per la galleria del Fréjus, l'opera sua di geologo resta documentata dai suoi scritti, dalle collezioni, specialmente litologiche, da Lui personalmente fatte nelle Alpi occidentali ed in Liguria, e dalla Carta geologica di Savoia, Piemonte e Liguria, pubblicata per cura del Governo nel 1862 (seconda impressione nel 1866). Questa parte meno conosciuta o dimenticata della vita scientifica del nostro geologo, credo opportuno di prendere ora brevemente in esame, perchè, considerando separati e nell'insieme gli accennati documenti della sua attività e della sua carriera di geologo, è possibile di formarsi un'idea adeguata della sua tempra di lavoratore appassionato ed instancabile, e del posto distinto che Egli occupa nella schiera degli illustri, che promossero gli studi geologici in Italia e raccolsero e coordinarono gli elementi dello schema fondamentale per la grande Carta geologica del Regno, che, con lavoro difficile e faticoso, necessariamente lento, si va preparando e perfezionando dall'apposito Ufficio statale.

Non è ora il caso di procedere ad una esposizione riassuntiva del contenuto delle memorie, parecchie delle quali voluminose, che in numero di oltre 50 furono pubblicate dal 1830 al 1872; esse, nello stato attuale della scienza, hanno ormai valore soltanto storico, che è evidentemente superato dal rapido progresso portato dagli studi e dalle scoperte più recenti. Ma appunto nel loro valore storico esse devono essere considerate, e non posso esimermi dal notare, che esse, mentre segnano nella loro successione cronologica il progressivo maturare delle idee dell'A. e l'allargarsi della visione geologica ch'Egli andava formandosi della vasta regione, hanno nelle descrizioni geognostiche delle vallate dei repertori di informazioni, che sono important per se stesse, riferendosi a dati di fatto tutt'ora apprezzabili, anche a chiarimento e interpretazione della carta geologica ora ricordata.

A chi considera l'opera del SISMONDA, senza riferirsi al tempo durante il quale essa si svolse e senza considerare quanto meno difficile sia ora la soluzione dei problemi stratigrafici, conseguentemente ai progressi della tectonica e della paleontologia, può parer strana la persistenza sua nell'errore relativo alla dibattuta questione sulla serie fossilifera di Petit-Cœur presso

Digitized by Google

Moutiers in Tarantasia, e di altre simili, coll'assurda deduzione del sincronismo di una fauna mesozoica con una flora paleozoica. Il quale errore certamente influì nell'impedirgli di meglio interpretare nella sua composizione ed estensione la imponente massa del suo giurassico metamorfico, e trarre tutto il partito da certe sue rivelatrici scoperte di fossili, nonchè dalla intuizione di una idea derivatane e più tardi dimostratasi fondamentalmente esatta entro i limiti di quella zona, che fu di fatto riconosciuta d'età mesozoica.

Ma bisogna ricordare che Egli era seguace di Élie de Beaumont, e che le sue idee erano subordinate alle vedute del celebre geologo francese allora imperanti, in particolare sulla mente del geologo piemontese suo allievo e collaboratore, suo amico ed ammiratore. Nè, a spiegare la ferma convinzione del SISMONDA in questa " iliade interminabile „, come definì lo Stoppani, sul caso di Petit-Cœur, è fuor di luogo rammentare l'episodio significativo della questione sottoposta alla decisione (1855) della Società Geologica di Francia e risolta dalla maggioranza, docile all'autorità, nel senso delle idee di E. de Beaumont; di ammettere cioè come verità un errore di interpretazione, mentre trattavasi di riconoscere un esempio dei frequenti disturbi stratigrafici per rovesciamenti e contorcimenti.

Ed ora, che le cognizioni sul fenomeno glaciale e sulle glaciazioni neozoiche si considerano fra le meglio dimostrate conquiste scientifiche, può sorprendere il fatto che il SISMONDA sia rimasto estraneo alle ricerche in questo campo, allora già assai promettente, e fedele alla supposizione dell'intervento di correnti diluviali nella spiegazione dell'origine dei depositi morenici prealpini e subalpini. Ma anche qui l'attaccamento alle vedute del maestro deve aver avuto non poca influenza nel determinare la sua opposizione alla nuova idea. Così avvenne che mancò alla bella carta geologica del SISMONDA il c mplemento della distinzione e localizzazione dei depositi di origine e trasporto glaciale. È da notare per altro che gli scienziati, specialmente se prossimi al termine della loro carriera, e questo è il caso del SISMONDA, sono spesso restii ad accogliere idee innovatrici, in particolare quelle che modificano profondamente o demoliscono teorie ritenute dimostrate o supposizioni credute verità. Già Q. Sella, riferendosi appunto al SISMONDA, osservò che " la vec-

Digitized by Google

chiaia dei naturalisti è spesso amareggiata dallo spettacolo della caduta delle teoriche sulle quali fondarono i loro lavori „.

Leggendo gli scritti del SISMONDA si ha la prova delle sue lunghe e diligenti esplorazioni geologiche negli " Stati sardi di terraferma „: e, se si pensa alle difficoltà che il geologo alpinista doveva allora incontrare e superare nelle perlustrazioni fuori delle grandi arterie stradali delle valli principali, ed agli scarsi mezzi dei quali disponeva il nostro geologo, noi, abituati ai moderni, rapidi mezzi di trasporto ed alle agevolezze portate dal turismo, possiamo, non senza meraviglia, valutare la somma di lavoro e le fatiche da Lui durate con ammirevole spirito di abnegazione, non ostante lunghe e penose infermità, nel compimento della grande e nobile iniziativa. Che Egli abbia visitato e percorso Savoia, Piemonte e Liguria nelle valli maggiori e minori è provato in modo ancora più evidente dalle collezioni sue litologiche, che si conservano nel nostro Museo, ordinate geograficamente per valli. Complessivamente sono oltre 3500 campioni, registrati in catalogo manoscritto, in due volumi in 4°, di facile consultazione, perchè provvisti di indici alfabetici riferentisi alle valli ed alle località di provenienza dei singoli campioni. Aggiungendo a questa grande raccolta quella minore, di circa 250 altri campioni, del " traforo Bardonecchia-Modane „, coll'indicazione per ciascun pezzo della distanza dagli sbocchi orientale e occidentale, abbiamo una chiara idea della importanza ed abbondanza dei materiali di documentazione e di studio con cui il SISMONDA arricchì il Museo, del quale ben può dirsi in alto grado benemerito. L'ordinamento da Lui dato alle sue collezioni fu rispettato: così rimasero ai campioni le determinazioni sue colle altre indicazioni di provenienza e di giacitura, per modo che i riferimenti alle sue pubblicazioni ed alla Carta geologica ed i controlli riescono facili.

La Carta geologica (scala 1 : 500.000) è l'espressione grafica dei risultati delle indagini dirette sul terreno, continuate durante 28 anni, secondo il disegno propostosi nel 1834, mentre era in escursione con Élie de Beaumont: essa è il compimento dell'incarico ufficialmente affidato al SISMONDA da Carlo Alberto nel 1846, con atto che, fra i tanti, attesta la mente illuminata ed aperta del Sovrano, e che assicurò al Piemonte il vanto e il merito d'essere il primo Stato italiano che deliberasse il rile-

Digitized by Google

vamento e la pubblicazione di una carta geologica. A questo atto del governo piemontese si dève riconoscere ed attribuire una notevole importanza per la storia della geologia italiana, in quanto che ad esso si raccorda il regio decreto del 1861, col quale il governo nazionale istituì una Giunta consultiva, della quale fece parte il SISMONDA, col còmpito di stabilire le norme per la formazione della Carta geologica del Regno; quella Giunta che assunse poi nome e funzione di R. Comitato Geologico.

Naturalmente nella compilazione della sua Carta il SISMONDA si giovò dei risultati degli studi di altri osservatori, ma ciò non diminuisce il merito suo e nulla toglie alla originalità del lavoro, col quale Egli eresse a se stesso un ricordo duraturo e significativo. La Carta segna una data nella cartografia geologica del Piemonte e regioni attigue, così come quella del R. Ufficio Geologico (scala 1: 400.000, 1908) ne segna una seconda: ma la pubblicazione della seconda, coi perfezionamenti dovuti al progresso della scienza in 50 anni, ha lasciato intatta l'importanza che viene alla prima dal suo valore intrinseco e dal fatto ch'essa rappresenta il risultato di un rilevamento compiuto, con tenacia veramente piemontese, da un solo studioso.

Nell'ultimo periodo dell'attività scientifica del SISMONDA nuovi orizzonti si aprirono alla geologia piemontese specialmente per opera di Bartolomeo Gastaldi: era inevitabile che l'accordo scientifico venisse a mancare fra il seguace fedele di una scuola ormai tramontata ed il forte campione di un nuovo indirizzo. — Nello studio della genesi e struttura delle catene montuose si procede con metodi rinnovantisi, che propongono la risoluzione dei nuovi problemi, che lo stesso progresso scientifico crea e senza interruzioni prospetta agli studiosi, quasi a convincerli, che il completo raggiungimento della verità scientifica è sempre lontano: informino, a questo proposito, le recenti scoperte e indagini sui carreggiamenti e la interpretazione e applicazione loro nella sintesi delle catene montuose. — Prima le concezioni di Ch. Lory, sulla distinzione delle zone alpine e sulla importanza della loro cronologia per una più esatta conoscenza della struttura delle Alpi occidentali, seguìto da Favre e da Gerlach anche nell'ammettere, come il SISMONDA, l'età mesozoica degli *schistes lustres*, poi l'intervento del Gastaldi, coi risultati delle sue ricerche e la novità delle sue interpretazioni, gettarono come

Digitized by Google

un'ombra sull'opera del SISMONDA, che rimase quasi dimenticata. Ma, a tanti anni di distanza dalla morte dei due benemeriti geologi piemontesi (1878), considerando ora, alla luce delle più recenti conquiste della geologia alpina, le opere dell'uno e dell'altro, vediamo le ombre diradarsi, dimostrandosi ancora una volta, che il tempo rende giustizia e che la critica serena ed obbiettiva giova al giusto apprezzamento del merito.

L'interpretazione dei caratteri strutturali e morfologici delle Alpi piemontesi, e insieme le condizioni orotectoniche, furono meglio chiarite dopo che il Gastaldi ebbe il merito e la genialità di riconoscere e di sceverare nella compagine dei terreni delle Alpi stesse due grandi zone: l'inferiore detta dello gneiss centrale o degli elissoidi, e la superiore dei calcescisti, contraddistinta dalle pietre verdi. Nè il merito è attenuato dal fatto che il Gastaldi, suggestionato, si può dire, dalla prevalente cristallinità dei terreni delle due zone, dalle idee allora dominanti sulle cause del metamorfismo, ritenuto pressochè limitato ai terreni arcaici e del Paleozoico più antico, e dalle corrispondenze litologiche colla serie arcaica specialmente del Nord-America, abbia errato col riferimento fattone all'Arcaico ed al più antico Paleozoico: errore dimostrato dalle successive indagini e dalla scoperta di giacimenti di fossili mesozoici e dalle deduzioni che se ne dovettero trarre.

Anche il SISMONDA riteneva che la maggior parte delle roccie cristalline stratiformi fossero sedimenti metamorfosati, osservando acutamente, a prova, che qua e là fra di esse sono intercalate roccie di evidente costituzione detritica; ed attribuiva al metamorfismo la scomparsa dei fossili dagli scisti cristallini. Per altro egli distingueva questi *gneiss di modificazione*, quelli stessi che fanno parte della zona detta dei calcescisti o delle pietre verdi e che riteneva di età giurassica, da altri *gneiss*, più profondi nella serie, che qualificava come *primitivi*. Furono certe sue scoperte di giacimenti con fossili giurassici, che lo indussero nell'inesattezza di ritenere d'età giurassica un complesso di terreni, che più esattamente avrebbe dovuto dire mesozoico, A parte questo meno esatto riferimento cronologico, del resto assai meno lontano dal vero che non fosse quello del Gastaldi, i concetti del SISMONDA sono apprezzabili anche in confronto delle concezioni del suo collega. Nè è arrischiata l'opinione che la

Digitized by Google

Carta del Sismonda, se non i suoi scritti, collo sviluppo in zona del *terreno giurassico metamorfico*, ch'essa presenta, e colla distribuzione e successione delle masse di *roccie primitive cristalline*, non sia estranea all'idea germogliata nella mente del Gastaldi sulla consistenza delle sue due zone e sulla loro fondamentale importanza nella costituzione e struttura dell'edificio alpino.

Ascanio Sobrero, nel discorso col quale commemorò alla Reale Accademia di Agricoltura i due colleghi ed amici suoi, Sismonda e Gastaldi, perduti a distanza di pochi giorni, li riunì simpaticamente nel caldo elogio, tracciandone i profili, parlanti nel contrasto delle due figure di temperamento così diverso. Accennando egli delicatamente alle discrepanze ed agli apprezzamenti scientifici diversi che l'uno dall'altro distinguevano, soggiungeva giustamente, quasi a riconciliarli in morte: " non è a far meraviglia che questo fatto si avverasse; nè perciò la rinomanza del Sismonda andrà offuscata. Si pensi che la geologia è scienza moderna, e di rapidissimi progressi; che muta aspetto ogni giorno; che essa è scienza congetturale: che se il Sismonda prima si applicò allo studio del libro della natura, il trovò ancor vergine, mentre il Gastaldi, che a lui successe, potè giovarsi di quei maggiori lumi, che scaturivano dall'opera assidua di chi l'aveva preceduto ".

Sismonda e Gastaldi furono soci della nostra Accademia, ed il primo vi tenne la carica di Segretario perpetuo: ma negli Atti accademici troviamo soltanto l'annuncio della loro morte col rimpianto del presidente per la grave perdita. Mancano le commemorazioni dirette a porre in rilievo le caratteristiche ed i meriti della attività scientifica dei due soci illustri; ed è per questa considerazione, che ho ritenuto opportuno di farne ora brevemente parola e di rendere omaggio alla loro memoria.

In sede degna, e vicini l'uno all'altro, stanno ora i busti dei due geologi nel nostro grande Museo di geologia e di paleontologia, che in massima parte è opera loro a prova del loro amore alla scienza e della loro illuminata liberalità. Gastaldi ci lasciò la sua ricca e preziosa collezione di fossili, e Sismonda le collezioni litologiche e la raccolta sua di opere geologiche, con una miscellanea di memorie e di opuscoli rari d'importanza eccezionale; così come nel Museo di mineralogia, divenuto nelle mani del Sismonda, affermò Q. Sella, uno dei più completi

Digitized by Google

e dei meglio ordinati d'Italia, sono apprezzatissimi ricordi di Lui i minerali ch'Egli raccolse e studiò e la parte mineralogica della sua biblioteca.

Mi compiaccio di questa occasione che la generosità dei donatori, ed il loro interessamento per una patria istituzione scientifica, mi ha offerto di ricordare i meriti e le benemerenze del Senatore ANGELO SISMONDA e del Conte LUIGI DI ROVASENDA. Viva riconoscenza io esprimo ancora ai donatori non solo nella mia qualità di direttore del Museo, ma anche come studioso della Scienza, a vantaggio della quale il SISMONDA ed il ROVASENDA volsero la loro mente e la loro attività di cultori appassionati e di ricercatori disinteressati.

Nelle passate generazioni le ricerche, gli studî, le collezioni nel campo della Storia Naturale, ed i viaggi con questi intenti esercitavano una attrattiva assai diffusa fra le persone colte e specialmente fra le ricche; e questo dilettantismo spesso creava dei naturalisti veri, i quali coi loro scritti e colle loro ricerche e raccolte rendevano segnalati servizi alla scienza: il nostro ROVASENDA ne fu un tipico esempio e campione. Dirò di più, questa generazione... spontaneá di naturalisti veri fu nel secolo scorso il semenzaio di valorosi insegnanti di Storia Naturale nelle scuole medie ed anche nelle Università; anzi parecchi dei grandi maestri italiani, dei quali alcuni fondarono scuole rinomate nelle nostre Università, furono naturalisti autodidatti. Il SISMONDA ed il GASTALDI da giovani erano avviati l'uno all'esercizio della farmacia e l'altro all'avvocatura; ma vollero essere e furono geologi.

Questo tipo di naturalista va scomparendo, non solo perchè gli studî naturalistici si fanno sempre più rigorosamente scientifici e coordinati ad altre scienze in un indirizzo sintetico e filosofico, ma anche perchè nella tumultuosa vita odierna le necessità sociali, il bisogno fattosi più generale di rapidi guadagni, nonchè le esuberanti attrattive sportive, spingono i giovani a preferenza verso le applicazioni pratiche delle scienze, distogliendoli dallo studio delle scienze pure, segnatamente da quello delle Scienze naturali. Così si trascura, pur troppo anche per le limitazioni imposte, a questo riguardo, all'insegnamento medio, una fonte di alta coltura e di godimenti intellettuali, quali de-

Digitized by Google

rivano dalla conoscenza del mondo che ci circonda e delle sue meraviglie, dallo studio del suo passato e del suo divenire, dei fenomeni e delle leggi della vita, del coordinamento delle forze naturali e di tutto quanto eccita la ginnastica intellettuale e insegna e induce a meditare sulla realtà dei fatti. Nè abbastanza si considera che la scienza pura, nell'evolversi del pensiero e del sapere umano, segna il passo al progresso delle sue applicazioni pratiche, ed illumina nel tempo stesso le alte idealità. Ogni sforzo diretto a conservare alla Storia Naturale il prestigio di scienza altamente educatrice ed utile è per noi insegnanti un dovere; e, nel compimento di tale dovere, grande è l'aiuto che ci viene dal ricordo delle benemerenze e dall'esempio dei naturalisti che ci precedettero, e dall'interessamento degli intellettuali, che nello studio della nostra scienza riconoscono un necessario ed efficace fomito di coltura, di progresso e di ingentilimento dello spirito.

Digitized by Google

Sopra un caso particolare di un nuovo tipo di distorsioni elastiche che interessa alcuni problemi della pratica

Nota dell'Ing. PAOLO BONANNO
presentata dal Socio nazionale residente Somigliana

È noto che se si investono a forza l'uno sull'altro più tubi predisposti in modo che il diametro esterno iniziale di ciascuno di essi sia leggermente maggiore del diametro interno iniziale di quello che lo dovrà abbracciare, si determina nel complesso dei tubi così ottenuto uno stato di tensioni interne tale che tutte le fibre circolari del tubo interno risulteranno compresse, mentre quelle del tubo esterno saranno tutte tese; le fibre dei tubi intermedi saranno quindi in parte tese ed in parte compresse, procedendo dall'esterno verso l'interno.

Questo stato di tensioni interne, prodotto nel modo suddetto, dipende unicamente dalla differenza dei raggi iniziali delle superficie cilindriche che dovranno venire in perfetto contatto: è interessante quindi, dal punto di vista della pratica, stabilire un criterio che serva di base alla effettiva e diretta valutazione delle tensioni e delle compressioni che si sviluppano nei vari tubi, in funzione dell'accennata differenza di raggi.

Il problema che qui ci proponiamo di risolvere, comprende alcune importanti applicazioni a vari rami della tecnica: segnatamente nello studio della resistenza trasversale delle artiglierie [1],

[1] Una completa trattazione dell'argomento, che conduce per altra via a risultati sostanzialmente identici a quelli cui perveniamo nella presente Nota, è esposta dall'ing. G. Bianchi, *Teoria delle resistenze delle Artiglierie*. Ed. C. Pasta, Torino, 1911.

Digitized by Google

nel calcolo di un compressore ed infine nella moderna *blindatura* delle condotte forzate, la quale operazione consiste nell'applicare a caldo attorno al mantello della condotta dei cerchi aventi il diametro interno iniziale leggermente e costantemente più piccolo del diametro esterno della condotta.

Non c'intratterremo, per ragioni ovvie, nella discussione dei problemi tecnici testè accennati. Mentre ci riserviamo di ritornare, in altra parte, su qualcuno di detti problemi con qualche maggior dettaglio, ci limiteremo qui a risolvere il problema propostoci nella maniera più generale.

Consideriamo infatti due tubi cilindrici, coassiali, a sezione circolare, di eguale lunghezza e costituiti o no del medesimo materiale, che supporremo del resto elasticamente omogeneo per ciascuno dei due tubi.

Vedremo in seguito come il caso di un numero qualunque di tubi si riconduca a quello di due soltanto, che ora esaminiamo, invocando il principio della sovrapposizione degli effetti.

Indichiamo con σ_1, σ_2 e Σ rispettivamente: la superficie cilindrica esterna di raggio R_1, quella interna di raggio R_2 ed infine quella comune di contatto, di raggio R.

Sia poi ϵ la differenza iniziale, piccolissima, dei due raggi delle superficie sovrapposte alle due facce di Σ: chiameremo con α la faccia di Σ appartenente al tubo interno e con β la faccia opposta. Nella tecnica, alla differenza ϵ si dà il nome di *forzamento*.

È evidente che il complesso dei due tubi, investiti a forza l'uno dentro l'altro, e che quindi si trova in uno stato di tensione interna, può essere ricondotto al suo stato naturale praticando un taglio lungo la superficie cilindrica Σ ed asportando uno straterello cilindrico coassiale, di spessore costante ed eguale a ϵ.

Reciprocamente, lo stato di tensione interna che così abbiamo distrutto, lo si può identicamente riprodurre interponendo tra le due facce di contatto dei tubi, a partire dal loro stato naturale, un sottile strato cilindrico di spessore ϵ. Il problema propostoci equivale dunque a quello della determinazione della deformazione prodotta nei due tubi (a partire dal loro stato naturale) in virtù dello strato cilindrico di spessore ϵ. Una tale

Digitized by Google

deformazione dovrà far corrispondere, in omaggio alla realtà del fenomeno fisico, delle pressioni aventi la medesima intensità sulle due facce α e β di Σ; inoltre lo spostamento elastico che ne consegue dovrà essere continuo attraverso le fibre circolari dei due tubi, eccezion fatta per la fibra comune Σ, sulla quale lo spostamento elastico dovrà ammettere una discontinuità in direzione del raggio, costantemente eguale a ϵ in valore assoluto; infine le tensioni sulle superficie σ_1 e σ_2 limitanti il complesso e sulla base dei cilindri devono risultare nulle.

In altri termini, la deformazione cercata deve determinare uno stato di equilibrio elastico in assenza di forze di massa e di tensioni superficiali e deve far corrispondere allo spostamento elastico discontinuità assegnate sopra la superficie Σ, supponendo che le pressioni esercitantisi sulle due facce di Σ sieno eguali e di segno opposto.

Sotto questo punto di vista, il problema rientra in una questione più generale, ampiamente trattata dal prof. Somigliana, intorno alla possibilità ed all'esistenza di stati di tensione del tipo cui abbiamo or ora accennato e che ormai vanno compresi con il nome di *distorsioni elastiche di Somigliana* (2); cosicchè la via che dobbiamo seguire per l'effettiva ricerca della soluzione del nostro problema è ormai nettamente tracciata.

Ed ecco in che modo procederemo.

Poichè i due tubi, in grazia della simmetria, si trovano uniformemente compressi sulle due facce α e β di Σ, gli spostamenti elastici che per ciascuno di essi verranno a determinarsi saranno espressi da funzioni del tipo (3)

$$(1) \qquad \begin{cases} u_r' = Ar + \dfrac{B}{r} \\ w' = e'z \end{cases}$$

(2) C. Somigliana, *Sulle deformazioni elastiche non regolari.* "Atti del IV Congresso Intern. dei Matematici „, Roma, aprile 1908.

Detto, *Sulla teoria delle distorsioni elastiche.* "Rend. Lincei „, vol. XXIII, serie 5ª, 1° sem. 1914, e vol. XXIV, serie 5ª, 1° sem. 1915.

Detto, *Sulle discontinuità dei potenziali elastici.* "Atti R. Acc. Scienze di Torino „, vol. 51, anno 1915-16.

(3) Vedi, ad es., H. Love, *On the math. theory of elasticity.* Cambridge, 1906, pag. 141.

Digitized by Google

per il tubo esterno, e

$$(2)\qquad \begin{cases} u_r'' = Cr + \dfrac{D}{r} \\ w'' = e''z \end{cases}$$

per il tubo interno, ove A, B, C, D, e', e'' sono costanti arbitrarie da determinarsi con i dati del problema; u_r e w sono gli spostamenti elastici di un punto posto alla distanza r dall'asse dei due cilindri, che assumiamo per asse delle z, misurati rispettivamente nella direzione del raggio r e dell'asse z: l'origine coincida col punto di mezzo dell'asse dei due cilindri.

Denotando con P, incognita del nostro problema, l'intensità per unità d'area della pressione uniforme esercitantesi sulle due facce di Σ, le costanti suddette risultano legate dalle seguenti relazioni:

$$(a)\qquad \begin{cases} A = \dfrac{R^2 P}{2(\lambda_1+\mu_1)(R_1^2-R^2)} - \dfrac{\lambda_1}{2(\lambda_1+\mu_1)}e', \quad B = \dfrac{R_1^2 R^2 P}{2\mu_1(R_1^2-R^2)} \\ C = -\dfrac{R^2 P}{2(\lambda_2+\mu_2)(R^2-R_2^2)} - \dfrac{\lambda_2}{2(\lambda_2+\mu_2)}e'', \quad D = -\dfrac{R^2 R_2^2 P}{2\mu_2(R^2-R_2^2)} \end{cases}$$

nell'ipotesi, già espressa, che le pressioni delle superficie σ_1 e σ_2 sieno nulle e che non agiscano forze di massa.

Le costanti λ e μ sono le costanti dell'elasticità del materiale di cui sono costituiti i due tubi: esse sono espresse, in funzione del modulo di elasticità E e del coefficiente di Poisson η, dalle relazioni:

$$E = \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}, \qquad \eta = \frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}.$$

Partendo dalle formole (1) e (2) è agevole ricavare, con le solite formule della teoria della elasticità, le tre componenti delle tensioni interne che si sviluppano in una fibra di raggio r.

Indicando rispettivamente con σ_r, σ_t e σ_z la tensione unitaria diretta secondo il raggio, quella tangenziale alla fibra ed infine quella, normale alle precedenti, e diretta secondo z, si perviene alle seguenti formole:

$$(3)\qquad \sigma_r' = \frac{R^2}{R_1^2-R^2}\left(1-\frac{R_1^2}{r^2}\right)P$$

$$(4)\qquad \sigma_t' = \frac{R^2}{R_1^2-R^2}\left(1+\frac{R_1^2}{r^2}\right)P$$

Digitized by Google

$$(5) \qquad \sigma_z' = \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1} \cdot \frac{R^2 P}{R_1^2 - R^2} + \frac{\mu_1(3\lambda_1+2\mu_1)}{\lambda_1+\mu_1} e'$$

per il tubo esterno, e

$$(3') \qquad \sigma_r'' = -\frac{R^2}{R^2 - R_2^2}\left(1 - \frac{R_2^2}{r^2}\right) P$$

$$(4') \qquad \sigma_t'' = -\frac{R^2}{R^2 - R_2^2}\left(1 + \frac{R_2^2}{r^2}\right) P$$

$$(5') \qquad \sigma_z'' = -\frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu_2} \cdot \frac{R^2 P}{R^2 - R_2^2} + \frac{\mu_2(3\lambda_2+2\mu_2)}{\lambda_2+\mu_2} e''$$

per il tubo interno.

Siccome sulle basi dei due cilindri non agisce nessuna forza superficiale, converrà imporre che le tensioni longitudinali σ_z' e σ_z'' date dalle (5) e (5′) sieno ovunque nulle, ciò che intanto ci fornisce le due equazioni

$$(6) \qquad \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\mu_1} \frac{R^2 P}{R_1^2 - R^2} = -\frac{\mu_1(3\lambda_1+2\mu_1)}{\lambda_1+\mu_1} e'$$

$$(7) \qquad \frac{\lambda_2}{\lambda_2+\mu_2} \frac{R^2 P}{R^2 - R_2^2} = \frac{\mu_2(3\lambda_2+2\mu_2)}{\lambda_2+\mu_2} e''.$$

Un'altra equazione si ricava esprimendo che la differenza degli spostamenti elastici radiali dei due tubi, in corrispondenza delle facce α e β di Σ, dev'essere eguale a ϵ, cioè scrivendo una condizione del tipo

$$u_r^{(\alpha)} - u_r^{(\beta)} = \epsilon.$$

I valori di $u_r^{(\alpha)}$ e $u_r^{(\beta)}$ si ricavano dalle prime delle (1) e (2) ponendo in esse $r = R$ e tenendo conto delle espressioni delle costanti A, B, C, D, e', e'' già determinate. Eseguendo la sostituzione, si perviene in definitiva alla equazione:

$$(8) \qquad R^3\left[\frac{\lambda_1+2\mu_1}{\mu_1(3\lambda_1+2\mu_1)(R_1^2-R^2)} + \frac{\lambda_2+2\mu_2}{\mu_2(3\lambda_2+2\mu_2)(R^2-R_2^2)}\right] + \\ + R\left[\frac{1}{\mu_1}\frac{R_1^2}{R_1^2-R^2} + \frac{1}{\mu_2}\frac{R_2^2}{R^2-R_2^2}\right] = \frac{2\epsilon}{P}$$

la quale, unitamente alle (6) e (7) ed al gruppo (a), risolve completamente il problema.

Digitized by Google

Il massimo sforzo di tensione per il tubo esterno è sopportato dalla fibra di raggio R. Detto valore si ricava dalla (4) ponendo $r = R$ e tenendo presente la (8). Analogamente dalla (4') si ricava il valore massimo della compressione sopportata dalla fibra interna di raggio R_2. Indicando con T_{max} e P_{max} detti sforzi unitari di tensione e di compressione, ed introducendo i moduli di elasticità E_1 e E_2 dei due materiali ed i relativi coefficienti di Poisson η_1 e η_2, si ha:

$$(9) \quad T_{max} = \frac{E_1 E_2 (R^2 - R_2^2)(R_1^2 + R^2) R\epsilon}{(R_1^2 - R^2)[(1-\eta_2)E_1R^2 + (1+\eta_1)E_2R_2^2] + (R^2 - R_2^2)[(1-\eta_1)E_2R^2 + (1+\eta_2)E_1R_2^2]}$$

$$(10) \quad P_{max} = \frac{E_1 E_2 (R_1^2 - R_2^2)(R_2 + R_2^2) R\epsilon}{(R_1^2 - R^2)[(1-\eta_2)E_1R^2 + (1+\eta_1)E_2R_2^2] + (R^2 - R_2^2)[(1-\eta_1)E_2R^2 + (1+\eta_2)E_1R_2^2]}$$

Abbiamo esaminato il caso di due tubi soltanto, ma il procedimento da noi seguìto è valido qualunque sia il numero dei tubi.

Infatti, lo stato di deformazione che si crea in uno dei tubi, per esempio in quello interno, per il principio della sovrapposizione degli effetti, è eguale alla somma degli stati di deformazione corrispondenti ai varî forzamenti. Così, nel caso di tre tubi investiti a forza l'uno dentro l'altro, lo stato di deformazione relativo al tubo interno risulta punto per punto eguale alla somma degli stati di deformazione che si otterrebbero considerando separatamente il complesso dei primi due tubi e poscia l'insieme di questo complesso, supposto allo stato naturale, e del terzo tubo. Quest'ultima deformazione si può studiare analogamente a quanto abbiamo fatto nel caso di due tubi soltanto; e supponendo che tutti e tre i tubi sieno costituiti di materiale differente l'uno dall'altro, avremo ancora che gli spostamenti elastici di ogni tubo saranno funzioni analoghe alle (1) e (2) e s'introdurranno così 9 costanti arbitrarie. Queste costanti risulteranno al solito determinate esprimendo che sulle superficie interna ed esterna limitanti l'insieme dei tre tubi si annullino le tensioni superficiali; come pure devono risultare nulle le tensioni sulle tre basi: con che si hanno in tutto 5 condizioni; le altre quattro si ricavano scrivendo che sulla superficie Σ di contatto fra il tubo interno e quello intermedio devono

Digitized by Google

essere continui tanto lo spostamento radiale quanto la pressione, mentre sulla superficie Σ' di contatto fra il tubo intermedio ed il terzo tubo deve risultare continua la pressione e lo spostamento radiale deve assumere la discontinuità assegnata, corrispondentemente al nuovo forzamento.

Nel caso generale di n tubi avremo $3n$ costanti arbitrarie e quindi $3n$ condizioni che le determinano.

Ritornando al caso di due tubi, e supposti entrambi costituiti dello stesso materiale, indicando con E, η le sue costanti elastiche si ricava dalla (8)

$$(8') \qquad P = \frac{1}{2} E \frac{(R_1^2 - R^2)(R^2 - R_2^2)}{R^3 (R_1^2 - R_2^2)} \epsilon \quad (4)$$

e le (8) e 10) divengono

$$(9') \qquad T_{max} = \frac{1}{2} E \frac{(R^2 - R_2^2)(R_1^2 + R_2^2)}{R (R_1^2 - R_2^2)} \epsilon$$

$$(10') \qquad P_{max} = \frac{1}{2} E \frac{(R_1^2 - R^2)(R^2 + R_2^2)}{R (R_1^2 - R_2^2)} \epsilon .$$

In seguito, si hanno per le costanti e', e'' i valori

$$e' = -\eta \frac{R^2 - R_2^2}{R (R_1^2 - R_2^2)} \epsilon$$

$$e'' = \eta \frac{R_1^2 - R^2}{R (R_1^2 - R_2^2)} \epsilon .$$

Perciò, nel caso considerato che i tubi sieno dello stesso materiale, il tubo esterno *si accorcia* di

$$\eta \frac{R^2 - R_2^2}{R (R_1^2 - R_2^2)} l \epsilon$$

---

(4) L'espressione di P data dalla (8') coincide perfettamente con quella esposta a pag. 27 della citata opera del Bianchi, *Teoria delle resistenze delle Artiglierie.*

Digitized by Google

mentre quello interno *si allunga* di

$$\eta \frac{R_1^2 - R^2}{R(R_1^2 - R_2^2)} l\epsilon$$

essendo l la lunghezza iniziale dei due cilindri.

Gli spostamenti elastici espressi dalle (1) e (2) divengono allora:

$$(1') \quad \begin{cases} u_r' = \frac{(R^2 - R_2^2)\epsilon}{2R(R_1^2 - R_2^2)} \left[(1-\eta) r + \frac{1+\eta}{r}\right] \\ w' = -\eta \frac{(R^2 - R_2^2)\epsilon}{R(R_1^2 - R_2^2)} z \end{cases}$$

$$(2') \quad \begin{cases} u_r'' = -\frac{(R_1^2 - R^2)\epsilon}{2R(R_1^2 - R_2^2)} \left[(1-\eta) r + \frac{1+\eta}{r}\right] \\ w'' = \eta \frac{(R_1^2 - R^2)\epsilon}{R(R_1^2 - R_2^2)} z \end{cases}$$

ed esse corrispondono appunto ad una distorsione di Somigliana determinata dalla discontinuità ϵ dagli spostamenti elastici radiali attraverso la superficie Σ di contatto dei due cilindri.

Un'osservazione resta ancora da fare. Perchè gli spostamenti elastici espressi dalle (1') e (2') corrispondano ad una distorsione di Somigliana è necessario che sia verificata al contorno del complesso costituito dai due cilindri una certa relazione integrale che ho segnalata in una mia Nota apparsa in questi *Atti* (5), pel caso dei corpi elasticamente omogenei. La relazione alla quale alludiamo è la seguente:

$$(11) \qquad \int_\sigma \boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n}\, d\sigma = \int_\Sigma \boldsymbol{u}_P \times \boldsymbol{v}\, d\Sigma$$

in cui $\boldsymbol{s}$ è il vettore spostamento elastico relativo alla distorsione che si considera; $\boldsymbol{n}$ un vettore unitario normale al contorno σ del corpo, diretto positivamente verso l'interno di esso;

---

(5) P. Bonanno, *Contributo alla teoria delle distorsioni elastiche.* "Atti .RAcc. Scienze di Torino „, vol. 59, adunanza 16 marzo 1924, disp. 9ª.

Digitized by Google

Σ la superficie lungo la quale si deve intendere tagliato il corpo per ricondurlo al suo stato naturale; v un vettore unitario normale alla faccia α di Σ, positivo verso l'interno del corpo, ed infine u_P un vettore variabile, funzione del punto P di Σ e che rappresenta la discontinuità dello spostamento elastico s attraverso Σ.

Nel nostro caso il vettore discontinuità u_P risulta composto di due vettori componenti: uno diretto radialmente dalla faccia α verso la faccia β di Σ e di grandezza costante ϵ, l'altro, parallelo all'asse z, misurato dalla differenza

$$w' - w'' = -\eta \frac{\epsilon}{R} z .$$

Il vettore s ha per componenti, secondo il raggio e secondo l'asse z, le espressioni date dalle (1′) e (2′). Sostituendo quindi nella (11) ed eseguendo le integrazioni si trova che essa risulta pienamente verificata.

Gli spostamenti (1′) e (2′) corrispondono dunque all'effettiva distorsione di Somigliana che risolve il nostro problema.

Digitized by Google

Intorno all'espressione d'un complesso, funzione di variabile reale, in uno spazio ad n dimensioni

Nota di F. TAVANI
presentata dal Socio naz. resid. Pochettino

I. — Sia $F(t)$ un complesso funzione della variabile reale t, e tale che verifichi le condizioni perchè possa svilupparsi secondo una serie di Taylor [1]:

$$(1) \quad F(t+h) = F(t) + hF'(t) + \frac{h^2}{2!}F''(t) + \ldots \frac{h^n}{n!}[F^{(n)}(t) + k]$$

dove k è un complesso infinitesimo con h.

Da questa mi propongo dedurre uno sviluppo che rappresenti il complesso, in uno spazio ad n dimensioni.

Dinotiamo con I_1, I_2, $I_3 \ldots I_n$ la seguenza di n vettori, ciascuno dei quali abbia per modulo l'unità, e sia perpendicolare a tutti i vettori che lo precedono nella seguenza. Ammettiamo inoltre che queste relazioni si mantengano, mentre i vettori variano come funzione della variabile reale, t.

Ciò s'esprime analiticamente mediante le relazioni seguenti nelle quali il simbolo d'operazione: | è quello del prodotto interno fra due vettori, esteso a vettori in uno spazio ad n dimensioni [2]:

---

[1] V. *Analisi infinitesimale*, Prof. G. Peano, vol. II, pag. 85.

[2] V. *Philosophical Magazine*, aprile 1921, pag. 267, nota dell'autore " motion and Hyperdimensions ".

Digitized by Google

$$(A)\qquad \begin{cases} I_2 | I_1 = 0 \\ I_3 | I_1 = 0 \quad I_3 | I_2 = 0 \\ I_4 | I_1 = 0 \quad I_4 | I_2 = 0 \quad I_4 | I_3 = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

dalle quali s'ottiene per derivazione:

$$(A')\qquad \begin{cases} I_2' | I_1 = -I_2 | I_1' \\ I_3' | I_1 = -I_3 | I_1' \quad I_3' | I_2 = -I_3 | I_2' \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

a queste s'aggiunga:

$$(B)\qquad I_1^2 = I_2^2 = I_3^2 \ldots = I_n^2 = 1$$

dalle quali segue per derivazione:

$$(B')\qquad I_1' | I_1 = 0 \quad I_2' | I_2 = 0 \quad I_3' | I_3 = 0 \ldots I_n' | I_n = 0.$$

II. — Assegniamo al complesso $F(t)$ il significato d'un punto mobile P, funzione della variabile reale t (tempo), e che si muova in uno spazio ad n dimensioni, secondo le quali sono diretti i vettori I_1, I_2, $I_3 \ldots I_n$.

In questo modo abbiamo esteso ad uno spazio ad n dimensioni, quelle relazioni, valide per lo spazio di tre dimensioni, che servono a stabilire la relazione

$$(2)\qquad \frac{d^2P}{dt^2} = \left(v'' - \frac{v^3}{\rho^2}\right) I_1 + \left(\frac{3vv'}{\rho} - \frac{v^2}{\rho^2}\rho'\right) I_2 + \frac{v^3}{\rho\rho_1} I_3 \ (^1).$$

È appunto la generalizzazione del metodo seguìto per ottenere la relazione anzidetta, che conduce alla formula più generale:

$$(3)\qquad \frac{d^nP}{dt^n} = \sum_{n=1}^{n} \Phi_n (v, \rho)\, I_n \ (^2).$$

---

(1) V. *Analisi infinitesimale*, Prof. G. Peano, vol. II, pag. 103.
(2) V. *Philosophical Magazine*, loc. cit.

Digitized by Google

I dettagli del metodo seguìto per giungere a questa relazione trovansi in una nota pubblicata nel " Philosophical Magazine ".

Di questi ne richiamerò soltanto alcuni.

I vettori $I_1\ I_2\ I_3$, hanno ivi un significato analogo a quello che hanno nello spazio ordinario, cioè di tangente, normale e binormale alla curva descritta dal punto P. Inoltre delle relazioni seguenti, valide per lo spazio ordinario:

$$I_1 = \frac{P'}{\text{mod } P'} \quad \text{e} \quad \left\{ I_2 = \frac{I_1'}{\text{mod } I_1'}, \qquad I_2 = \frac{I_3'}{\text{mod } I_3'} \right\} \text{(1)}.$$

la prima rimane intatta, ed il gruppo delle altre due diventa per uno spazio ad n dimensioni:

$$\text{(C)} \quad \left\{ I_{n-1} = \frac{I_1'}{\text{mod } I_1'}, \qquad I_{n-1} = \frac{I_2'}{\text{mod } I_2'}, \qquad I_{n-1} = \frac{I_3'}{\text{mod } I_3'} \ldots \right.$$
$$\left. \ldots\ I_{n-1} = \frac{I_n'}{\text{mod } I_n'} \right\}.$$

Il segno d'eguaglianza fra queste equazioni indica il parallelismo fra quantità vettoriali di modulo uno ed il significato geometrico di questo parallelismo non è che un'estensione di quello, facile a concepire, fra I_2 ed I_1', I_2 ed I_3' nello spazio ordinario.

Il significato geometrico delle quantità $I_1'\ I_2'\ I_3' \ldots\ I_n'$ viene stabilito mediante il concetto di curvatura e d'indicatrice sferica. L'estensione di questi concetti ad uno spazio di n dimensioni non offre nessuna difficoltà, ed essa ci conduce direttamente alla relazione:

$$\text{(C}_1\text{)} \qquad \rho_n = \frac{v}{\text{mod } I_n'}$$

nella quale v è la velocità di P ossia $|P'|$ e ρ_n indica la curvatura, che corrisponde all'arco descritto sulla sfera indicatrice dal vettore parallelo al vettore I_n.

Sostituendo nei secondi membri delle equazioni (A') i valori

(1) V. *Philosophical Magazine*, loc. cit.

Digitized by Google

forniti dalla (C) per I_1', I_2', I_3'... I_n' e facendo uso della relazione c' si ottiene la relazione generale:

$$(4) \qquad I'_{n-1} = \sum_{m=1}^{m=n} \left(-\frac{v}{\rho_m} I_m \right) + \frac{v}{\rho_{n-1}} I_{n-1}$$

la quale non è altro che la relazione generalizzata delle

$$I_2' = -\frac{v}{\rho_1} I_1 - \frac{v}{\rho_3} I_3, \quad \text{ed} \quad I_1' = \frac{v}{\rho_1} I_2 \ (^1).$$

III. — L'importanza di queste relazioni consiste in ciò che esse esprimono la variazione di un vettore diretto secondo la dimensione (n — 1^{esima}), in funzione di quello diretto secondo la dimensione n^{esima}.

Approfittando di questo fatto si possono esprimere le derivate successive di P col seguente procedimento:

Si formino le derivate successive di P partendo da

$$\frac{dP}{dt} = v I_1$$

e dopo ciascuna derivazione si sostituisca alla derivata del vettore d'indice p la sua espressione in funzione del vettore d'indice $p + 1$, ossia di quello perpendicolare a tutti i vettori precedenti, si giunge così all'espressione (2) della derivata $\frac{d^4P}{dt^4}$.

Non insisteremo sui dettagli di questo procedimento, già esposti in un'altra nota.

L'espressione di $\frac{d^3P}{dt^3}$ ricordata di sopra non è che un'illustrazione ovvia di questo procedimento, e da questa è facile passare, ripetendo lo stesso procedimento, all'espressione di $\frac{d^4P}{dt^4}$ cioè:

$$\frac{d^4P}{dt^4} = \alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_2 + \alpha_3 I_3 + \alpha_4 I_4$$

ove la derivata 4^a viene espressa in funzione dei vettori diretti in 4 dimensioni nel modo analogo a quello in cui la $\frac{d^3P}{dt^3}$ viene

---

(^{1}) V. Peano, loc. cit., pag. 97 e 103, vol. II.

Digitized by Google

espressa in funzione dei vettori, diretti secondo le tre dimensioni, indicate dalla tangente, normale e binormale alla curva di P in uno spazio ordinario. I coefficienti dell'espressione di $\frac{d^3P}{dt^3}$ sono ben noti. Quelli per l'espressione di $\frac{d^4P}{dt^4}$ sono:

$$\alpha_1 = \left\{\left(v'' - \frac{v^3}{\rho_1^2}\right)' - \frac{3v^2v'}{\rho^2} + \frac{v^3}{\rho_1^3}\rho_1' + \frac{v^4}{\rho_1^2\rho_3}\right\}$$

$$\alpha_2 = \left\{\frac{vv''}{\rho_1} - \frac{v^4}{\rho_1^3} + \left(\frac{3vv'}{\rho_1} - \frac{v^2}{\rho_1^2}\rho_1'\right)' + \frac{v^4}{\rho_1\rho_2\rho_3}\right\}$$

$$\alpha_3 = \left\{-\frac{3v^2v'}{\rho_1\rho_3} + \frac{v^3}{\rho_1^2\rho_3}\rho_1' - \left(\frac{v^3}{\rho_1\rho_3}\right)'\right\}$$

$$\alpha_4 = \frac{v^4}{\rho_1\rho_3\rho_4}$$

stabiliti secondo il processo suddetto, cioè derivando l'espressione di $\frac{d^3P}{dt^3}$ e sostituendovi ai valori di $I_1'\ I_2'\ I_3'$ quelli espressi in funzione di $I_2\ I_3\ I_4$ dati dalla (4).

IV. — Giunti a tal punto è facile applicare l'espressione generale di $\frac{d^nP}{dt^n}$ data dalla (2) allo sviluppo di Taylor, indicato dalla (1), affine d'ottenere uno sviluppo ordinato secondo i vettori: $I_1\ I_2\ I_3 \ldots\ I_n$.

Infatti la formola generale (2) applicata al caso di $n = 1, 2, 3, 4 \ldots n$, fornisce le derivate successive di P:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha_1 I_1, \qquad \frac{d^2P}{dt^2} = \beta_1 I_1 + \beta_2 I_2,$$

$$\frac{d^3P}{dt^3} = \gamma_1 I_1 + \gamma_2 I_2 + \gamma_3 I_3, \qquad \frac{d^4P}{dt^4} = \eta_1 I_1 + \eta_2 I_2 + \eta_3 I + \eta_4 I_4,$$

$$\frac{d^nP}{dt^n} = \vartheta_1 I_1 + \vartheta_2 I_2 + \vartheta_3 I_3 + \ldots \vartheta_n I_n,$$

dove i coefficienti di ciascuno sviluppo sono funzioni elementari della velocità di P, delle curvature $\rho_1\ \rho_2\ \rho_3 \ldots\ \rho_n$ e loro derivate e sono ottenuti, come si è già spiegato, derivando i coefficienti della derivata d'ordine immediatamente inferiore, sostituendo quindi alle derivate $I_1'\ I_2'\ I_3' \ldots$ i loro valori dati in funzione di $I_2\ I_3\ I_4$ secondo la relazione (4).

Digitized by Google

Sostituiamo alle derivate successive nello sviluppo di Taylor i valori anzidetti ed ordiniamo i termini, aggruppandoli secondo $I_1\ I_2\ I_3 \ldots I_n$ si otterrà:

$$(D)\quad F(h+t) = F(t) + \left(h\alpha_1 + \frac{h^2}{2}\beta_1 + \frac{h^3}{3!}\gamma_1 + \ldots \frac{h^n}{n!}\vartheta_1\right) I_1 + \\ + \left(\frac{h^2}{2}\beta_2 + \frac{h}{3!}\gamma_2 + \ldots \frac{h^n}{n!}\vartheta_2\right) I_2 + \left(\frac{h^3}{3!}\gamma_3 + \ldots \frac{h^n}{n!}\vartheta_3\right) I_3 + \ldots \\ + \frac{h^n}{n!}\vartheta_n I_n + \frac{h^n}{n!}k\,.$$

dove la legge di formazione di coefficienti è ovvia.

Questo è lo sviluppo a cui si voleva giungere.

Questo sviluppo è un complesso d'ordine n, distribuito secondo le dimensioni d'uno spazio n-dimensionale, ciascun termine rappresenta la componente del complesso in una delle dimensioni e ciascun coefficiente è la coordinata secondo la medesima.

Il fatto che il primo membro può rappresentare una quantità fisica ed il secondo membro ne rappresenta la distribuzione in un iperspazio ipotetico, costruito per una pura astrazione matematica, ci suggerisce alcune riflessioni:

Prendendo lo sviluppo suddetto (D) fino alla terza dimensione, e fino alla quarta avremo per la quantità: $|F(h+t) - F(t)|$ le due espressioni:

$$(E)\qquad \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2}$$

$$(E_1)\qquad \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2 + B_4^2}.$$

Ora nell'ipotesi che $F(t)$ essendo una quantità fisica, il valore di $|F(h+t) - F(t)|$ possa esserci fornito dall'osservazione, questo valore sarà comparabile con quello fornito dalle due formole (E) ed (E_1). Ora la formola (E_1) contiene la coordinata B_4 corrispondente alla 4ª dimensione indicata dal vettore I_4, ne seguirà quindi che se la formola E_1 fornisce un valore più vicino a quello osservato che la formola (E), ciò dovrà interpretarsi come l'effetto della coordinata corrispondente alla quarta dimensione. Di qui si ricava un metodo per verificare se l'iperspazio nel modo concepito da Riemann sia un ente fisico, oppure una mera astrazione matematica.

Digitized by Google

Il concetto d'iperspazio qui usato è quello stesso di Riemann (1). Solo che mentre Riemann estese il sistema d'assi cartesiani ad n dimensioni, in questa nota io ho generalizzato ad n dimensioni il sistema: (T, N, B) - tangente - normale - binormale.

Nel campo poi della dinamica estesa allo spazio ad n dimensioni, la formola (2) fornisce un mezzo di calcolare le coordinate d'un vettore $\vec{q}$ esteso ad uno spazio ad n dimensioni e rappresentabile coll'espressione:

$$\vec{q} = q_1 I_1 + q_2 I_2 + q_3 I_3 + \ldots + q_n I_n \quad (2).$$

---

(1) RIEMANN, *Ueber die Hypothesen die der Geometrie zu Grunde liegen*, 1867.
(2) V. COFFIN, *Vector Analysis*, pag. 204.

Digitized by Google

Sull'equilibrio di travature reticolari elastiche iperstatiche

Nota dell'Ing. OTTORINO SESINI

Presentata dal Socio nazionale residente C. Guidi.

Abbiasi una travatura reticolare nello spazio, formata di n nodi, numerati in un dato ordine da 1 ad n, aventi coordinate $x_1, y_1, z_1, \ldots x_n, y_n, z_n$, rispetto a tre assi cartesiani ortogonali x, y, z, e riuniti fra loro da a aste, articolate a cerniera alle estremità, pure numerate da 1 ad a, lunghe rispettivamente $l_1, l_2, \ldots l_a$. I nodi siano caricati da forze esterne, e siano precisamente X_i. Y_i, Z_i, le componenti secondo gli assi coordinati, della forza applicata al nodo i^{mo}.

I nodi, od alcuni di essi, siano inoltre soggetti a vincoli, riducibili ad a' vincoli semplici (non più di 3 per ogni nodo), pure numerati da 1 ad a'.

Per l'asta generica m^{ma}, congiungente i nodi i^{mo} e k^{mo}, posto:

$$f_m = (x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 + (z_i - z_k)^2 - l_m^2;$$

deve essere soddisfatta l'equazione:

$$f_m = 0.$$

Le coordinate del nodo i^{mo}, costretto a mantenersi su di una superficie costituente il vincolo semplice h^{mo} dovranno soddisfare all'equazione:

$$\varphi_h (x_i, y_i, z_i) = 0.$$

Se con S_m indichiamo lo sforzo nell'asta generica m^{ma} (positivo se di tensione, negativo se di compressione), e con R_h la reazione esercitata dal vincolo h^{mo} sul nodo da essa vincolato

Digitized by Google

(assunto come senso positivo sulla normale al vincolo, secondo la quale agisce la R_h, quello diretto verso la regione in cui è $\varphi_h < 0$), le $3n$ equazioni di equilibrio che fornisce la statica dei sistemi rigidi, per la determinazione delle S e delle R, sono notoriamente le seguenti:

$$(1)\quad \begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\frac{S_1}{2l_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\frac{S_2}{2l_2} + \ldots + \frac{\partial f_a}{\partial x_1}\frac{S_a}{2l_a} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1}\frac{R_1}{\lambda_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial x_1}\frac{R_{a'}}{\lambda_{a'}} = X_1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial y_1}\frac{S_1}{2l_1} + \frac{\partial f_2}{\partial y_1}\frac{S_2}{2l_2} + \ldots + \frac{\partial f_a}{\partial y_1}\frac{S_a}{2l_a} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y_1}\frac{R_1}{\lambda_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial y_1}\frac{R_{a'}}{\lambda_{a'}} = Y_1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial z_1}\frac{S_1}{2l_1} + \frac{\partial f_2}{\partial z_1}\frac{S_2}{2l_2} + \ldots + \frac{\partial f_a}{\partial z_1}\frac{S_a}{2l_a} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1}\frac{R_1}{\lambda_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial z_1}\frac{R_{a'}}{\lambda_{a'}} = Z_1 \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\frac{S_1}{2l_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\frac{S_2}{2l_2} + \ldots + \frac{\partial f_a}{\partial x_2}\frac{S_a}{2l_a} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2}\frac{R_1}{\lambda_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial x_2}\frac{R_{a'}}{\lambda_{a'}} = X_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial f_1}{\partial z_n}\frac{S_1}{2l_1} + \frac{\partial f_2}{\partial z_n}\frac{S_2}{2l_2} + \ldots + \frac{\partial f_a}{\partial z_n}\frac{S_a}{2l_a} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_n}\frac{R_1}{\lambda_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial z_n}\frac{R_{a'}}{\lambda_{a'}} = Z_n \end{cases}$$

avendo posto $\lambda_h^2 = \left(\frac{\partial \varphi_h}{\partial x_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_h}{\partial y_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi_h}{\partial z_i}\right)^2$, dove x_i, y_i, z_i sono le coordinate del nodo vincolato dal vincolo h^{mo}.

Per una deformazione della travatura, piccolissima e compatibile coi vincoli esterni, fra le variazioni prime delle coordinate dei nodi (che per il nodo generico i^{mo} indichiamo con δx_i, δy_i e δz_i) e gli incrementi delle lunghezze delle aste (che per l'asta generica m^{ma} indichiamo con δl_m) sussistono notoriamente le $a + a'$ relazioni seguenti:

$$(2)\quad \begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\frac{\delta x_1}{2l_1} + \frac{\partial f_1}{\partial y_1}\frac{\delta y_1}{2l_1} + \frac{\partial f_1}{\partial z_1}\frac{\delta z_1}{2l_1} + \ldots + \frac{\partial f_1}{\partial z_n}\frac{\delta z_n}{2l_1} = \delta l_1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\frac{\delta x_1}{2l_2} + \frac{\partial f_2}{\partial y_1}\frac{\delta y_1}{2l_2} + \frac{\partial f_2}{\partial z_1}\frac{\delta z_1}{2l_2} + \ldots + \frac{\partial f_2}{\partial z_n}\frac{\delta z_n}{2l_2} = \delta l_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial f_a}{\partial x_1}\frac{\delta x_1}{2l_a} + \frac{\partial f_a}{\partial y_1}\frac{\delta y_1}{2l_a} + \frac{\partial f_a}{\partial z_1}\frac{\delta z_1}{2l_a} + \ldots + \frac{\partial f_a}{\partial z_n}\frac{\delta z_n}{2l_a} = \delta l_a \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1}\frac{\delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y_1}\frac{\delta y_1}{\lambda_1} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1}\frac{\delta z_1}{\lambda_1} + \ldots + \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1}\frac{\delta z_n}{\lambda_1} = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial x_1}\frac{\delta x_1}{\lambda_{a'}} + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial y_1}\frac{\delta y_1}{\lambda_{a'}} + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial z_1}\frac{\delta z_1}{\lambda_{a'}} + \ldots + \frac{\partial \varphi_{a'}}{\partial z_n}\frac{\delta z_n}{\lambda_{a'}} = 0. \end{cases}$$

Digitized by Google

La matrice dei coefficienti delle S e delle R nelle (1), e quella dei coefficienti delle δx, δy, δz, nelle (2), si ottengono l'una dall'altra scambiando le righe colle colonne.

Indicando brevemente con c_{11}, c_{12} ... $c_{1\,a+a'}$, i coefficienti delle S e delle R nella prima delle (1); con c_{21}, c_{22} ... $c_{2\,a+a'}$ i corrispondenti coefficienti nella 2ª delle (1), e così di seguito, le matrici suddette si possono scrivere come segue:

(3)
$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1\,a} & c_{1\,a+1} & \cdots & c_{1\,a+a'} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2\,a} & c_{2\,a+1} & \cdots & c_{2\,a+a'} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{3n\,1} & c_{3n\,2} & \cdots & c_{3n\,a} & c_{3n\,a+1} & \cdots & c_{3n\,a+a'} \end{vmatrix}$$

(4)
$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{21} & \cdots & c_{3n\,1} \\ c_{12} & c_{22} & \cdots & c_{3n\,2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{1\,a} & c_{2\,a} & \cdots & c_{3n\,a} \\ c_{1\,a+1} & c_{2\,a+1} & \cdots & c_{3n\,a+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{1\,a+a'} & c_{2\,a+a'} & \cdots & c_{3n\,a+a'} \end{vmatrix}$$

Condizione necessaria e sufficiente perchè le (1) ammettano sempre soluzioni, qualunque siano i valori delle X_1 ... Z_n, (ossia perchè vi sia sempre possibilità di equilibrio) è che sia $a+a' \geq 3n$, e la matrice (3) dei coefficienti abbia caratteristica massima, cioè $3n$.

Condizione necessaria e sufficiente perchè la soluzione sia unica e determinata, per $X_1 \ldots Z_n$ arbitrarie, è che sia $3_n = a + a'$ e che il determinante (3) sia diverso da 0.

Considerando invece le (2), posto in esse $\delta l_1, = \delta l_2 = \ldots = \delta l_a = 0$, ossia supposte le aste rigide, sappiamo che se la caratteristica della matrice (4) è minore di $3n$, esistono soluzioni del sistema (2), diverse da $\delta x_1 = \delta y_1 = \ldots = \delta z_n = 0$, ossia

Digitized by Google

la travatura può subire deformazioni, pur restando inalterate le lunghezze delle aste; la travatura è deformabile.

Se invece la caratteristica della matrice (4) è uguale a $3n$ (ossia è $a + a' \geq 3n$, e la matrice ha caratteristica massima) l'unica soluzione del sistema (2), posto in esso

$$\delta l_1 = \delta l_2 = \ldots = \delta l_a = 0,$$

è data da:

$$\delta x_1 = \delta y_1 = \ldots = \delta z_n = 0.$$

La travatura è indeformabile.

Perchè la travatura sia indeformabile col minor numero di aste possibile, ossia perchè essa sia strettamente indeformabile, deve essere $3n = a + a'$, ed il determinante (4) non deve essere nullo.

Si deducono così le note corrispondenze fra le condizioni di equilibrio statico e quelle geometriche di indeformabilità:

Possibilità di equilibrio con forze esplicite qualisiansi, equivale ad indeformabilità del sistema.

Un sistema staticamente determinato è strettamente indeformabile, e viceversa.

Quando $3n = a + a'$, i determinanti (3) e (4) differiscono dal noto determinante del Föppl solo per fattori che moltiplicano tutti gli elementi di una stessa riga o colonna, e per la presenza dei termini relativi ai vincoli esterni (ultime a' colonne del determinante (3) ed ultime a' righe del determinante (4)), che, per maggior generalità, si sono considerati insieme coi vincoli interni.

Vediamo ora quel che avviene se, invece di riguardare le aste come indeformabili, le supponiamo suscettibili di allungamenti elastici, funzioni lineari degli sforzi da esse sopportati, e precisamente poniamo $\delta l_m = \epsilon_m S_m + \alpha_m$ essendo ϵ ed α piccolissimi, noti e costanti per ciascuna asta (*).

Con questa ipotesi le (2), sostituendo in esse ai δl i corrispondenti $\epsilon S + \alpha$ e trasportando i termini ϵS nei primi membri,

---

(*) ϵ_m è l'allungamento elastico per uno sforzo $S_m = 1$; α_m è una variazione di lunghezza indipendente dallo sforzo, quale potrebbe essere quella dovuta ad una variazione di temperatura.

Digitized by Google

vengono a formare un sistema di $a + a'$ equazioni, contenenti non solo le δx, δy, e δz, ma anche le S.

Riunendo le (1) colle (2) così modificate, si ottiene un sistema di $3n + a + a'$ equazioni nelle $a + a' + 3n$ incognite $S_1, \ldots S_a$ $R_1 \ldots R_{a'}$ $\delta x_1 \ldots \delta z_n$.

I secondi membri delle prime $3n + a$ equazioni sono arbitrari (forze esplicite ed allungamenti iniziali o termici delle aste); quelli delle ultime a' equazioni sono nulli.

Il determinante dei coefficienti delle S, R, δx, δy, δz, è il seguente:

$$
(5)\qquad
\begin{vmatrix}
c_{11} & c_{12} & \ldots & c_{1\,a} & c_{1\,a+1} & \ldots & c_{1\,a+a'} & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
c_{21} & c_{22} & \ldots & c_{2\,a} & c_{2\,a+1} & \ldots & c_{2\,a+a'} & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
c_{3n\,1} & c_{3n\,2} & \ldots & c_{3n\,a} & c_{3n\,a+1} & \ldots & c_{3n\,a+a'} & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 \\
\epsilon_1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & c_{11} & c_{21} & \ldots & c_{3n\,1} \\
0 & \epsilon_2 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & c_{12} & c_{22} & \ldots & c_{3n\,2} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & \ldots & \epsilon_a & 0 & \ldots & 0 & \ldots & c_{1\,a} & c_{2\,a} & \ldots & c_{3n\,a} \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & c_{1\,a+1} & c_{2\,a+1} & \ldots & c_{3n\,a+1} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & c_{1\,a+a'} & c_{2\,a+a'} & \ldots & c_{3n\,a+a'}
\end{vmatrix}
$$

Gli elementi comuni alle prime $3n$ righe, ed alle ultime $3n$ colonne, sono tutti nulli; nel determinante formato dagli elementi comuni alle prime $a + a'$ colonne ed alle ultime $a + a'$ righe, sono diversi da 0 solo i primi a elementi della diagonale principale.

Condizione necessaria e sufficiente perchè, per un sistema dato di forze esplicite e di allungamenti iniziali delle aste, il problema ammetta una soluzione unica e determinata, è che sia diverso da 0 il determinante (5).

Se la matrice formata dagli elementi comuni alle prime $3n$ righe ed alle prime $a + a'$ colonne, ossia la matrice (3), ha caratteristica minore di $3n$, il determinante (5) è certamente nullo, perchè le sue prime $3n$ righe non hanno caratteristica massima.

Digitized by Google

Questo caso implica, come abbiamo detto, deformabilità del sistema, perciò impossibilità fisica di equilibrio, con forze esplicite arbitrarie.

Se invece la matrice suddetta ha caratteristica $3n$, e si suppone che le ϵ siano tutte diverse da 0, e positive, che per ciascun nodo non vi siano più di tre vincoli semplici e che tali vincoli siano tra loro indipendenti (cioè che l'effetto di uno non possa equivalere a quello di uno o due altri), si può dimostrare che il determinante (4) è sempre diverso da 0.

Infatti, supponiamo dapprima che sia $a + a' = 3n$; il determinante (5) è allora evidentemente uguale al prodotto dei due determinati (3) e (4) che, per ipotesi, sono diversi da 0.

Supponiamo invece che sia $(a + a') > 3n$. Il determinante (5), come si può vedere sviluppandolo secondo i minori contenuti nelle prime $a + a'$ colonne, risulta allora uguale alla somma di tutti i prodotti che si ottengono moltiplicando $a + a' - 3n$ delle ϵ tra di loro, e per il quadrato del minore formato dagli elementi comuni alle prime $3n$ righe (od alle ultime $3n$ colonne) ed a quelle tra le prime $a + a'$ colonne (od alle ultime $a + a'$ righe) che non contengono le ϵ sopra dette.

Basterà quindi dimostrare che tali prodotti, nessuno dei quali è negativo, essendo le ϵ tutte positive, non sono tutti nulli.

Anzitutto è evidente che di ϵ, diverse da 0, se ne possono sempre trovare $a + a' - 3n$, perchè abbiamo supposto che le ϵ non nulle siano in numero uguale ad a, e che sia $a' \leq 3n$.

Resta da dimostrare che fra i minori che si ottengono dalle prime $3n$ righe del determinante (5), ossia della matrice (3), sopprimendo $a + a' - 3n$ colonne, scelte fra le prime a, almeno uno è diverso da 0.

Osserviamo a questo scopo che la matrice formata dalle colonne $(a + 1)^{ma} \ldots (a + a')^{ma}$ della matrice (3), cioè formata dai coefficienti delle R nelle (1), ha caratteristica a' (massima).

Infatti, esaminando la formazione di detta matrice, si vede che in essa, per ogni nodo soggetto ad un vincolo semplice, compaiono, in una stessa colonna 3 elementi (coseni direttori della normale al vincolo) necessariamente non tutti nulli, mentre gli altri elementi della stessa colonna e delle stesse 3 righe, sono tutti nulli.

Digitized by Google

Per ogni nodo soggetto a 2 (o 3) vincoli semplici, gli elementi (coseni direttori delle normali ai vincoli) comuni alle 3 righe corrispondenti a quel nodo, ed alle 2 (o 3) colonne riferentisi ai 2 (o 3) vincoli semplici, formano una matrice che ha certamente caratteristica 2 (o 3), altrimenti i vincoli non sarebbero, come abbiamo supposto, indipendenti.

Tutti gli altri elementi delle medesime tre righe, e quelli delle medesime 2 (o 3) colonne, sono nulli.

Si può dunque per ogni vincolo semplice trovare una riga contenente uno ed uno solo elemento non nullo. Per ogni vincolo doppio (o triplo) si possono trovare 2 (o 3) righe contenenti uno ed uno solo minore di ordine 2 (o 3) non nullo;

Siccome le righe e le colonne alle quali appartengono tali minori sono tutte diverse, se si forma un determinante di ordine a', colle a' righe così scelte, si vede facilmente che esso risulta uguale al prodotto dei sopradetti elementi e minori di ordine 2 e 3 che sono tutti diversi da 0.

Colle ultime a' colonne della matrice (3) si può dunque formare un minore M di ordine a', diverso da zero.

Se è $a' = 3n$ (caso particolare in cui tutti i nodi sono fissi), M è già di per sè un minore non nullo ottenuto dalla matrice (3) sopprimendo le $a + a' - 3n = a$ prime colonne.

Se $a' < 3n$, orlando il determinante M con un'altra riga e con un'altra colonna della matrice (3), si deve poter ottenere un altro minore di detta matrice, di ordine $a' + 1$, diverso da 0, perchè, se ciò non fosse possibile, per il teorema di Kronecker, la caratteristica della matrice (3) sarebbe $a' < 3n$, contrariamente all'ipotesi fatta.

Se $a' + 1 < 3n$, orlando il nuovo minore con un'altra riga e con un'altra colonna della matrice (3), si può sempre ottenere, per la ragione già detta, un minore di ordine $a' + 2$ diverso da 0; così procedendo si può sempre giungere ad ottenere un minore della matrice (3) di ordine $3n$, diverso da 0, e contenente tutti gli elementi delle ultime a' colonne.

In altre parole esiste un minore di ordine $3n$, diverso da 0, ottenuto dalla matrice (3) sopprimendo in essa $a + a' - 3n$ colonne, scelte fra le prime a.

Con ciò resta dimostrato che il determinante (5) è diverso da 0, ossia che in tutti i casi nei quali la statica dei sistemi

Digitized by Google

rigidi ci dice che vi è possibilità di equilibrio, l'introduzione dell'ipotesi di allungamenti elastici delle aste, funzioni lineari dei rispettivi sforzi, rende sempre la soluzione del problema unica e determinata, purchè naturalmente non vi siano per nessun nodo condizioni di vincolo tali da portare già di per sè indeterminatezza nei valori delle reazioni dei singoli vincoli semplici.

Basterebbe d'altronde fare anche per ciascun vincolo l'ipotesi di un cedimento elastico, funzione lineare della corrispondente reazione, per introdurre anche nei secondi membri delle ultime a' equazioni del sistema (2), termini analoghi a quelli delle prime a, e far sì che tutti gli elementi della diagonale principale del minore formato dai primi $a + a'$ elementi di ciascuna delle ultime $a + a'$ righe del determinante (5) siano maggiori di 0. Con ciò resta sempre escluso che il determinante (5) possa annullarsi, quando la caratteristica della matrice (3) è uguale a $3n$.

Digitized by Google

Determinazioni proiettivo-differenziali relative ad una superficie dello spazio ordinario

Nota di ENRICO BOMPIANI
presentata dal Socio naz. resid. Q. Majorana

§ 1. — Nozioni preliminari.

Nell'indirizzo inaugurato da Fubini [1] per lo studio di una superficie rispetto al gruppo delle collineazioni hanno importanza fondamentale tre forme differenziali (*forme normali di Fubini*), che in coordinate u, v asintotiche si possono scrivere:

$$(1)\qquad \varphi_2 = 2\beta\gamma\, du\, dv\,, \qquad \varphi_3 = 2\beta\gamma\,(\beta\, du^3 + \gamma\, dv^3)\,,$$
$$f_2 = n\, du^2 + \nu\, dv^2\,;$$

le due prime individuano la superficie nel gruppo delle applicabilità proiettive e, uguagliate a zero, definiscono sulla superficie le linee asintotiche e rispettivamente le linee di Darboux. È $\beta\gamma \neq 0$, se, come supporremo, la superficie non è rigata.

Alle forme (1) si può associare lo studio di un sistema di equazioni a derivate parziali

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 x}{\partial u^2} = \dfrac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}\, x_u + \beta x_v + n x \\ \dfrac{\partial^2 x}{\partial v^2} = \dfrac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}\, x_v + \gamma x_u + \nu x \end{cases}$$

[1] Delle numerose Memorie e Note dedicate dal Prof. G. Fubini a questo argomento cito solo le seguenti, alle quali dovrò più particolarmente riferirmi: *Fondamenti della geometria proiettivo-differenziale di una superficie* ["Atti R. Accad. Sc. di Torino „, vol. LIII (1918), pp. 1032-1043] e ["Rend. R. Acc. dei Lincei „, vol. XXVII (1918), pp. 11-17 e 44-48].

Digitized by Google

completamente integrabile (sicchè β, γ, n, ν non sono del tutto arbitrarie). Assunte quattro soluzioni indipendenti, di cui una generica s'indicherà con $x(u, v)$, del sistema (2) come coordinate proiettive omogenee di un punto in uno S_3, per ogni coppia u, v, questo punto descrive, variando u, v, una superficie, *integrale* del sistema (2); tutte le superficie che così si ottengono (variando la quaterna di soluzioni da cui si parte) sono fra loro collineari.

Se si moltiplicano le x per una stessa funzione $\rho(u, v)$, affatto arbitraria purchè $\neq 0$ nel campo che si considera, le ρx possono assumersi come coordinate omogenee dello stesso punto rappresentato dalle x; le ρx non soddisfano più al sistema (2), ma ad un altro analogo dipendente da ρ. Sicchè la scelta del sistema (2), o se si vuole delle forme (1), implica una scelta ben determinata (a meno di una costante moltiplicativa) del fattore di omogeneità delle coordinate proiettive nei punti della superficie: le coordinate soddisfacenti alle (2) sono le *coordinate normali di Fubini.*

Questa scelta si riflette geometricamente nella determinazione di un tetraedro associato ad ogni punto O della superficie σ: esso ha per vertici i punti $O, O_1(x_u), O_2(x_v), O_3(x_{uv})$, e si dirà *tetraedro di Fubini*; la retta OO_3 è la *normale proiettiva* [2].

Se con X s'indicano coordinate correnti e si pone

$$(3) \qquad T = |X, x, x_u, x_v|, \qquad N_1 = |X, x, x_u, x_{uv}|,$$
$$N_2 = |X, x, x_v, x_{uv}|, \qquad \Omega = |X, x_u, x_v, x_{uv}|,$$

ove i secondi membri simboleggiano determinanti costruiti con le coordinate dei punti indicati, le equazioni $T = 0$, $N_1 = 0$, $N_2 = 0$, $\Omega = 0$ rappresentano le quattro faccie del tetraedro (e precisamente: il piano tangente, i due piani per le tangenti asintotiche e per la normale proiettiva, il piano della faccia opposta ad O).

Tutto ciò è notissimo, ma occorreva richiamarlo.

---

[2] Per la determinazione geometrica di questo tetraedro può vedersi la mia Nota: *Nozioni di geometria proiettivo-differenziale relative ad una superficie dello spazio ordinario* [" Rend. R. Acc. dei Lincei ", vol. XXXIII (1924), pp. 85-90].

Digitized by Google

§ 2. — La quadrica di Lie.

Si consideri un'asintotica, per es. $dv = 0$, che indicheremo con u, passante per il punto O e la rigata costituita dalle tangenti alle asintotiche dell'altro sistema, linee $v\,(du = 0)$, nei punti di u: la quadrica osculatrice a questa rigata lungo la generatrice per O è la *quadrica di Lie* [3] relativa al punto O di σ.

Posto

$$H = -\frac{1}{\beta\gamma}\left(\frac{\partial^2 \log \beta\gamma}{\partial u\,\partial v} + \beta\gamma\right) = \textit{curvatura proiettiva media di } \sigma\ [4],$$

la sua equazione è:

$$N_1 N_2 - T\Omega = \frac{1}{2}\,\beta\gamma H T^2. \tag{4}$$

La quadrica di Lie è legata invariantivamente al punto O di σ non soltanto per collineazioni ma anche per deformazioni proiettive (poichè dipende soltanto da β, γ e non da n e ν).

§ 3. — Calcolo di alcune espressioni.

Occorre aver presenti le successive derivate delle coordinate normali di Fubini, quali si traggono dalle (2).

Assumiamo $\varphi_2 = 2\,\beta\gamma\,du\,dv = ds^2$ come forma fondamentale per il calcolo di derivate covarianti; per distinguere queste dalle ordinarie porremo gli indici 1 e 2 in luogo di u e v; per la nostra φ_2 sono nulli tutt'i simboli di Christoffel tranne

$$\left\{\begin{matrix}11\\1\end{matrix}\right\} = \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}, \qquad \left\{\begin{matrix}22\\2\end{matrix}\right\} = \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}.$$

---

[3] L'equazione della quadrica di Lie in coordinate proiettive qualisiansi (non necessariamente normali) si trova in una aggiunta di F. Engel ad una Nota di P. Frank: *Asymptotenebenen eines Flächenpunktes* ["Mathem. Zeitschrift", Bd. 11 (1921), pp. 289-304].

[4] G. Fubini: *Fondamenti* (Torino), p. 1038; Fubini assume come curvatura media $2H + 2$.

Digitized by Google

Si ha il seguente specchio di derivate covarianti:

$$(5)\quad \begin{cases} x_1 = x_u\,, \qquad x_2 = x_v\,, \\ x_{11} = \beta x_2 + n x\,, \qquad x_{22} = \gamma x_1 + \nu x\,, \qquad x_{12} = x_{21} = x_{uv} \end{cases}$$

(le prime due equazioni di questa riga non sono altro che le (2) scritte coi simboli della derivazione covariante).

$$(6)\quad \begin{cases} x_{111} = \beta x_{uv} - \beta \frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u} x_v + n x_u + \left(\frac{\partial n}{\partial u} - 2n \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}\right) x \\ x_{112} = \beta\gamma x_u + c_1 x_v + \left(\beta\nu + \frac{\partial n}{\partial v}\right) x \end{cases}$$

$$(7)\quad \begin{cases} x_{121} = x_{211} = c_1 x_v - \beta\gamma H x_u + \left(\beta\nu + \frac{\partial n}{\partial v}\right) x \\ x_{122} = x_{212} = c_2 x_u - \beta\gamma H x_v + \left(\gamma n + \frac{\partial \nu}{\partial u}\right) x \end{cases}$$

$$(8)\quad \begin{cases} x_{221} = \beta\gamma x_v + c_2 x_u + \left(\gamma n + \frac{\partial \nu}{\partial u}\right) x \\ x_{222} = \gamma x_{uv} - \gamma \frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v} x_u + \nu x_v + \left(\frac{\partial \nu}{\partial v} - 2\nu \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}\right) x \end{cases}$$

ove

$$c_1 = \beta \frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v} + n\,, \qquad c_2 = \gamma \frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial u} + \nu$$

(ricordo che $c_1\,du^2 - c_2\,dv^2 = 0$ definisce le linee proiettive di curvatura (5)).

In conseguenza si ha ($du_1 = du$, $du_2 = dv$):

$$\begin{aligned} (9)\quad \Sigma x_{rst}\,du_r\,du_s\,du_t = {} & x_{uv}(\beta\,du^3 + \gamma\,dv^3) + \\ & + x_u\Big[n\,du^3 - \gamma \frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v} dv^3 + \\ & \quad + \left(3\beta\gamma + 2\frac{\partial^2 \log \beta\gamma}{\partial u\,\partial v}\right) du^2\,dv + 3c_2\,du\,dv^2\Big] + \\ & + x_v\Big[\nu\,dv^3 - \beta \frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u} du^3 + \\ & \quad + \left(3\beta\gamma + 2\frac{\partial^2 \log \beta\gamma}{\partial u\,\partial v}\right) du\,dv^2 + 3c_1\,du^2\,dv\Big] + \\ & + x\Big[\left(\frac{\partial n}{\partial u} - 2n\frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}\right) du^3 + 3\left(\beta\nu + \frac{\partial n}{\partial v}\right) du^2\,dv + \\ & \quad + 3\left(\gamma n + \frac{\partial \nu}{\partial u}\right) du\,dv^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial v} - 2\nu\frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}\right) dv^3\Big]. \end{aligned}$$

(5) G. Fubini: *Fondamenti* (Torino), p. 1038.

Digitized by Google

Dopo ciò siamo in grado di valutare T, N_1, N_2, Ω in un punto O' preso sopra una curva uscente da un punto O della superficie in direzione diversa da quelle asintotiche. In questa ipotesi può assumersi come parametro sulla curva l'*arco* $s = \int^{\sigma} \sqrt{\varphi_2}$. Se si pone $u_i' = \frac{du_i}{ds}$ e s'indicano con δ i differenziali controvarianti calcolati in base a φ_2 dalle coordinate x di O si passa alle coordinate x' di O' con le

$$(10) \qquad x' = x + \frac{dx}{ds}\,ds + \frac{1}{2}\,\frac{d^2x}{ds^2}\,ds^2 + \frac{1}{3!}\,\frac{d^3x}{ds^3}\,ds^3 + \ldots$$

essendo (6)

$$\frac{dx}{ds} = \sum_1^2{}_r\, x_r\, u_r', \qquad \frac{d^2x}{ds^2} = \Sigma\, x_r\, \frac{\delta^2 u_r}{\delta s^2} + \Sigma\, x_{rs}\, u_r'\, u_s'$$

$$\frac{d^3x}{ds^3} = \Sigma\, x_r\, \frac{\delta^3 u_r}{\delta s^3} + 3\,\Sigma\, x_{rs}\, u_r'\, \frac{\delta^2 u_s}{\delta s^2} + \Sigma\, x_{rst}\, u_r'\, u_s'\, u_t'.$$

Posto $(x, x_u, x_v, x_{uv}) = \Delta$ i valori in O' di T, N_1, N_2, Ω possono scriversi

$$(11) \qquad T/\Delta = -\sum_2{}_i\, T_i, \qquad N_1/\Delta = \sum_1{}_i\, N_{1i}, \qquad N_2/\Delta = -\sum_1{}_i\, N_{2i},$$

$$\Omega/\Delta = 1 + \sum_2{}_i\, \Omega_i$$

l'indice i indicando il grado in ds del termine che si considera. E si ha:

---

(6) G. Fubini: *Fondamenti* (Torino), p. 12.

Digitized by Google

$$
(12)\quad
\begin{cases}
T_2 = u'\,v'\,ds^2\,, \qquad T_3 = \dfrac{ds^3}{3!}\,(\beta u'^3 + \gamma v'^3) \\
N_{11} = v'\,ds\,, \qquad N_{12} = \dfrac{ds^2}{2}\left(\dfrac{\delta^2 r}{\delta s^2} + \beta u'^2\right) \\
N_{13} = \dfrac{ds^3}{3!}\left\{\dfrac{\delta^3 r}{\delta s^3} + 3\beta u'\,\dfrac{\delta^2 u}{\delta s^2} + \nu v'^3 - \beta\,\dfrac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u}\,u'^3 + \right. \\
\qquad\qquad \left. + 3c_1\,u'^2\,v' + \left(3\beta\gamma + 2\,\dfrac{\partial^2 \log \beta\gamma}{\partial u\,\partial v}\right)u'\,v'^2\right\} \\
N_{21} = u'\,ds\,, \qquad N_{22} = \dfrac{ds^2}{2}\left(\dfrac{\delta^2 u}{\delta s^2} + \gamma v'^2\right) \\
N_{23} = \dfrac{ds^3}{3!}\left\{\dfrac{\delta^3 u}{\delta s^3} + 3\gamma v'\,\dfrac{\delta^2 v}{\delta s^2} + n u'^3 - \gamma\,\dfrac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v}\,v'^3 + \right. \\
\qquad\qquad \left. + 3c_2\,v'^2\,u' + \left(3\beta\gamma + 2\,\dfrac{\partial^2 \log \beta\gamma}{\partial u\,\partial v}\right)u'^2\,v'\right\} \\
\Omega_2 = \dfrac{ds^2}{2}\,(n u'^2 + \nu v'^3) \\
\Omega_3 = \dfrac{ds^3}{3!}\left\{3\left(n u'\,\dfrac{\delta^2 u}{\delta s^2} + \nu v'\,\dfrac{\delta^2 v}{\delta s^2}\right) + \left(\dfrac{\partial n}{\partial u} - 2n\,\dfrac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}\right)u'^3 + \right. \\
\qquad + \left(\dfrac{\partial \nu}{\partial v} - 2\nu\,\dfrac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}\right)v'^3 + 3\left(\beta\nu + \dfrac{\partial n}{\partial v}\right)u'^2 v' + \\
\qquad \left. + 3\left(\gamma n + \dfrac{\partial \nu}{\partial u}\right)u'\,v'^3\right\}.
\end{cases}
$$

Conviene osservare fin d'ora le relazioni

$$
(13)\quad
\begin{cases}
u'\,N_{11} - v'\,N_{21} = 0 \\
N_{11}\,N_{21} - T_2 = 0 \\
N_{11}\,N_{22} + N_{12}\,N_{21} = \dfrac{ds^3}{2}\left(u'\,\dfrac{\delta^2 u}{\delta s^2} + v'\,\dfrac{\delta^2 v}{\delta s^2} + \beta u'^3 + \gamma v'^3\right) = \\
\qquad\qquad = \dfrac{ds^3}{2}\,(\beta u'^3 + \gamma v'^3)
\end{cases}
$$

ovvero

$$
N_{11}\,N_{22} + N_{12}\,N_{21} - T_3 = 2\,T_3
$$

$$
u'\,N_{13} - v'\,N_{23} = \frac{ds^3}{3!}\left\{u'\,\frac{\delta^3 v}{\delta s^3} - v'\,\frac{\delta^3 u}{\delta s^3} + 3\left(\beta u'^2\,\frac{\delta^2 u}{\delta s^2} - \gamma v'^2\,\frac{\delta^2 v}{\delta s^2}\right) + \right.
$$
$$
+ 2\left[\left(n + \frac{3}{2}\,\beta\,\frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v}\right)u'^2 - \left(\nu + \frac{3}{2}\,\gamma\,\frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u}\right)v'^2\right]u'v' -
$$
$$
\left. - \left(\beta\,\frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}\,u'^4 - \gamma\,\frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}\,v'^4\right)\right\}.
$$

Digitized by Google

§ 4. — Quadriche aventi per generatrici le tangenti asintotiche in un punto della superficie.

Si consideri il sistema lineare ∞^4 delle quadriche aventi per generatrici in un punto O di σ le tangenti asintotiche di σ. Una quadrica del sistema ha un'equazione del tipo

$$N_1 N_2 = (h_1 N_1 + h_2 N_2 + h_3 \Omega + h T) T \tag{14}$$

con h, h_1, h_2, h_3 costanti arbitrarie. Se essa non è degenere, come vogliamo supporre, $h_3 \neq 0$. Per $h_3 = +1$, $h_1 = h_2 = 0$, $h = \frac{1}{2} \beta\gamma H$ si ha la quadrica di Lie.

Consideriamo su σ un elemento regolare di curva uscente da O, in direzione diversa da quelle asintotiche, e su di essa consideriamo un punto O', di coordinate (10); per O' conduciamo una trasversale *generica* (cioè non passante per O, nè infinitamente vicina ad una retta del piano tangente ivi) e cerchiamo il punto, prossimo ad O, in cui incontra la quadrica (14), che indicheremo con O_Q e il punto d'intersezione O_T col piano tangente.

Per individuare la trasversale passante per O' assumiamo su di essa ad arbitrio un punto C di coordinate

$$x_c = \frac{x_{uv}}{\beta\gamma} + \lambda x_u + \mu x_v + \nu x \tag{15}$$

con λ, μ, ν affatto arbitrari: il coefficiente di x_{uv}, che s'è posto $= \frac{1}{\beta\gamma}$, è necessariamente $\neq 0$ poichè la trasversale è generica (nel senso preciso sopra dichiarato). Per il punto C si ha

$$T/\Delta = -1/\beta\gamma, \quad N_1/\Delta = \mu, \quad N_2/\Delta = -\lambda, \quad \Omega/\Delta = \nu \quad \text{(in } C\text{)}. \tag{16}$$

Per un punto generico della trasversale, di coordinate $\tau x_c + x'$ si ha quindi, utilizzando le (11), (12)

$$T/\Delta = -\tau/\beta\gamma - \sum_2^3 T_i, \qquad N_1/\Delta = \tau\mu + \sum_1^3 N_{1i},$$
$$N_2/\Delta = -\tau\lambda - \sum_1^3 N_{2i}, \qquad \Omega/\Delta = 1 + \tau\nu + \sum_2^3 \Omega_i. \tag{17}$$

Digitized by Google

Le intersezioni della trasversale con la quadrica (14) si hanno sostituendo le espressioni (17) in (14); ciò fatto risulta l'equazione in τ

$$(18)\quad \tau^2\left[\lambda\mu - \frac{h_1\mu}{\beta\gamma} + \frac{h_2\lambda}{\beta\gamma} - \frac{h_3\nu}{\beta\gamma} + \frac{h}{(\beta\gamma)^2}\right] +$$
$$+ \tau\left[\left(\lambda - \frac{h_1}{\beta\gamma}\right)\Sigma N_{1i} + \left(\mu + \frac{h_2}{\beta\gamma}\right)\Sigma N_{2i} +\right.$$
$$\left. + \left(-h_1\mu + h_2\lambda + h_3\nu + 2\frac{h}{\beta\gamma}\right)\Sigma T_i - \frac{h_3}{\beta\gamma}(1+\Sigma\Omega_i)\right] +$$
$$+ \Sigma N_{1i}\Sigma N_{2i} + \} - h_1\Sigma N_{1i} + h_2\Sigma N_{2i} - h_3(1+\Sigma\Omega_i)\{\Sigma T_i +$$
$$+ h(\Sigma T_i)^2 = 0$$

(se si limitano superiormente le Σ al valore $i = 3$ dell'indice l'equazione ora scritta è esatta fino ai termini d'ordine ≤ 3; gli altri termini d'ordine ≥ 4 e ≤ 6 che vi figurano *non* sono tutti i termini di tali ordini che dovrebbero figurarvi; ma a noi interessano soltanto i primi).

Indichiamo con a il coefficiente (indipendente dai differenziali) di τ^2. L'equazione precedente, limitando la trascrizione ai termini d'ordine più basso, si scrive pure:

$$(19)\qquad a\tau^2 - \frac{h_3}{\beta\gamma}\tau + (1 - h_3)\,T_2 = 0$$

e questa dà per la radice prossima a zero, τ_Q, corrispondente ad O_Q

$$(20)\qquad \tau_Q = \frac{\beta\gamma}{h_3}(1 - h_3)\,T_2 + \ldots$$

Il valore τ_T di τ corrispondente ad O_T è invece, a norma delle (17):

$$(21)\qquad \tau_T = -\beta\gamma\,(T_2 + \ldots).$$

Preso un punto P ad arbitrio sulla trasversale, corrispondente ad un valore τ_P di τ (non infinitesimo), il birapporto $(O'\,O_T\,O_Q\,P)$ vale

$$\frac{\frac{1}{h_3}(1 - h_3)\,T_2 + \ldots}{T_2 + \ldots\left(\frac{1}{h_3} - 1\right)T_2 + \ldots} \cdot \frac{\tau_P + \beta\gamma T_2 + \ldots}{\tau_P};$$

Digitized by Google

il valor limite per $O' \to O$ è $= 1 - h_3$ e dipende soltanto dal punto O e da h_3.

Si consideri in un punto O *di* σ *una quadrica contenente le due tangenti asintotiche relative ad* O. *Se per un punto* O' *prossimo ad* O *si conduce una trasversale ad arbitrio che tagli la quadrica in un punto* O_Q *(prossimo ad* O*) e il piano tangente in* O *nel punto* O_T, *e se sulla trasversale si prende ad arbitrio un punto* P, *il valor limite del birapporto* $(O' O_T O_Q P)$ *quando* O' *tende ad* O *(sopra una curva che non sia tangente ad una asintotica) è un invariante proiettivo di* σ *e della quadrica, che non dipende affatto dalla curva su cui si muove* O', *dalla trasversale e dal punto* P *su di essa* (7).

Detto invariante non muta se alla quadrica data se ne sostituisce un'altra avente in comune con quella (oltre alle tangenti asintotiche in O*) una conica passante per* O.

§ 5. — L'elemento lineare proiettivo di Fubini, φ_3/φ_2.

Il risultato precedente è per sè interessante ma non ci permette di esplorare l'intorno del punto O su σ (visto che quell'invariante dipende soltanto da O). L'esplorazione si può compiere spingendo più innanzi l'indagine.

Quell'invariante è zero quando $h_3 = 1$, cioè per la quadrica di Lie e per tutte (e sole) le quadriche aventi in comune con essa (le tangenti asintotiche in O e) una conica passante per O: cerchiamo il termine principale dell'infinitesimo che per $O' \to O$ dà lo zero.

---

(7) Questo teorema vale, più in generale, per due superficie aventi in un punto comune le stesse tangenti asintotiche: ed è del tutto analogo ad un teorema di C. Segre sulle curve [v. *Su alcuni punti singolari delle curve algebriche e sulla linea parabolica di una superficie*; " Rend. R. Acc. dei Lincei „, vol. VI (1897), pp. 168-175]; e il teor. relativo alle superficie si dimostra con gli stessi mezzi usati dal Segre per le curve. A me occorreva, per le indagini successive, giungere alla determinazione dell'invariante per la via che ho seguìta.

Digitized by Google

Se in quest'ipotesi, $h_3 = 1$, si riprende la (18), si ha, in luogo della (19), la

$$(22) \qquad a\tau^2 - \frac{1}{\beta\gamma}\tau + 2T_3 + T_2(h_2\,du - h_1\,dv) = 0$$

la cui radice prossima a zero è

$$\tau_Q = \beta\gamma\,[2T_3 + T_2(h_2\,du - h_1\,dv)] + \ldots$$

i puntini indicando termini d'ordine > 3; mentre τ_T è dato sempre dalla (21).

Il termine principale del birapporto $(O'\,O_T\,O_Q\,P)$ vale

$$2\frac{T_3}{T_2} + (h_2\,du - h_1\,dv) = \frac{1}{3}\frac{\varphi_3}{\varphi_2} + h_2\,du - h_1\,dv.$$

Il termine principale del birapporto costruito per la quadrica di Lie e per quelle che la tagliano in una conica passante per O *dipende soltanto dalla tangente in* O *alla curva su cui si muove* O′ *per tendere ad* O *e non dipende affatto dagli elementi successivi di questa curva nè dalla trasversale per* O′ *nè dal punto* P *su di essa.*

Se in particolare si prende proprio la quadrica di Lie (od un'altra formante fascio con essa e col piano tangente contato due volte) $h_1 = h_2 = 0$; e di più si precisa la posizione (arbitraria) di P prendendolo nell'altra intersezione ($\neq O_Q$ e non prossima ad O) della trasversale con la quadrica, allora il birapporto $(O'\,O_T\,O_Q\,P)$ serve a definire, secondo le vedute di Cayley-Klein, la misura proiettiva della distanza $O'\,O_Q$ rispetto alla quadrica scelta come assoluto. Si ha allora l'enunciato seguente (più ristretto del precedente, ma più espressivo):

Il birapporto che serve a definire la distanza proiettiva dal piano tangente in O *di un punto* O′ *situato sopra una curva uscente da* O *(nell'intorno del 3° ordine almeno) misurata sopra una trasversale generica per* O′ *e assumendo come assoluto la quadrica di Lie (o una formante fascio con essa e col piano tangente contato due volte) è indipendente (nel suo termine principale) sia dalla trasversale che da* O′ *e dipendente solo dalla tangente in* O *alla curva sulla quale* O′ *tende ad* O. *Il suo valore è* $\frac{1}{3}\frac{\varphi_3}{\varphi_2} = \frac{1}{3}$ *dell'elemento lineare proiettivo di Fubini.*

Digitized by Google

Come si sa (8) e come ora risulta anche dall'interpretazione geometrica, il rapporto φ_3/φ_2 è indipendente dalla normalizzazione.

§ 6. — Osservazioni complementari.

Si è supposto, nei §§ precedenti, che la quadrica considerata (avente per generatrici in O le tangenti asintotiche di σ) non sia un cono e che la curva sulla quale O' si fa tendere ad O non abbia ivi per tangente una tangente asintotica.

Manteniamo la prima ipotesi e discutiamo il caso che *l'elemento di curva* OO' *appartenga tutto ad un'asintotica*. Sia questa la $dv = 0$ passante per O, ed il punto O' abbia le coordinate

$$x' = x + x_u\,du + \frac{1}{2}\,x_{uu}\,du^2 + \frac{1}{3!}\,x_{uuu}\,du^3 + \dots \tag{23}$$

Preso ad arbitrio il punto C, le cui coordinate sono date da (15), si trova con un calcolo analogo a quello del § 4 che:

$$\lim_{O' \to O} (O'\,O_T\,O_Q\,P) = 1 - \frac{h_3}{3}\,;$$

quindi come nel caso generale (v. § 4) questo limite non dipende dalla trasversale nè dal punto P, ma solo da σ e dalla quadrica considerata (anzi solo da h_3). *Per la quadrica di Lie quel limite* è $= 2/3$.

Anche in questo caso il maggior interesse è relativo all'annullarsi di quel limite; il che avviene ora per $h_3 = 3$: *queste quadriche sono caratterizzate dal fatto di avere un contatto del 3° ordine con ciascuna delle asintotiche in* O (9).

---

(8) G. Fubini: *Fondamenti* (Lincei), p. 14. Una interpretazione diversa di φ_3/φ_2 trovasi nella Nota di E. Cech: *Sur la géometrie d'une surface et sur le facteur arbitraire des coordonnées homogènes* [" Rend. R. Acc. Lincei ", vol. XXXI (1922), pp. 475-478].

(9) È notevole il fatto che il contatto di 3° ordine con una asintotica porta di conseguenza il contatto di 3° ordine della quadrica anche con l'altra; sicchè esistono ∞^3 quadriche siffatte, una di esse essendo caratterizzata dai valori di h, h_1, h_2.

Digitized by Google

Per queste quadriche il termine principale dell'infinitesimo a cui dà luogo il birapporto $(O'\, O_T\, O_Q\, P)$ è:

$$-\frac{1}{12}\left(\frac{\partial \log \beta^5\gamma^7}{\partial u}+4h_2\right)du$$

e dipende soltanto da σ e dalla quadrica (pel tramite di h_2) ma non dalla trasversale nè da P [10].

§ 7. — La forma normale φ_2 di Fubini.

Dato il punto O di σ, si diano alle sue coordinate curvilinee u, v gli incrementi du, dv (cioè si consideri una direzione uscente da O e da essi individuata); e sulle asintotiche per O si prendano i due punti

$$O' \qquad x' = x + x_u\,du + \frac{1}{2}\,x_{uu}\,du^2 + \frac{1}{3!}\,x_{uuu}\,du^3 + \dots$$

$$O'' \qquad x'' = x + x_v\,dv + \frac{1}{2}\,x_{vv}\,dv^2 + \frac{1}{3!}\,x_{vvv}\,dv^3 + \dots$$

Cerchiamo le intersezioni, C', C'' (infinitamente vicine ad O', O''), della retta $O'\,O''$ con la quadrica (14).

Per un punto $x' + \tau\,x''$ della retta $O'\,O''$ i valori di T, N_1, N_2, Ω, sono dati da

$$T/\Delta = -\frac{1}{3!}(\beta\,du^3 + \tau\gamma\,dv^2) - \frac{1}{4!}\left(\beta\,\frac{\partial \log \beta^3\gamma}{\partial u}\,du^4 + \right.$$
$$\left. + \tau\gamma\,\frac{\partial \log \beta\gamma^3}{\partial v}\,dv^4\right) + \dots$$

$$N_1/\Delta = \tau\,dv + \frac{1}{2}\left(\beta\,du^2 + \tau\,\frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial v}\,dv^2\right) + \frac{\beta}{3!}\,\frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial u}\,du^3 + \dots$$

$$N_2/\Delta = -du - \frac{1}{2}\left(\tau\gamma\,dv^2 + \frac{\partial \log \beta\gamma}{\partial u}\,du^2\right) - \tau\,\frac{\gamma}{3!}\,\frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial v}\,dv^3 + \dots$$

$$\Omega/\Delta = 1 + \tau + \dots$$

---

[10] Le quadriche aventi un contatto del 4° ordine con l'asintotica u uscente da O sono caratterizzate da $h_2 = -\frac{1}{4}\,\frac{\partial \log \beta^5\gamma^7}{\partial u}$; e analogamente il contatto del 4° ordine con l'asintotica v porta $h_1 = \frac{1}{4}\,\frac{\partial \log \beta^7\gamma^5}{\partial v}$.

Digitized by Google

I valori di τ corrispondenti ai punti C', C'' sono quindi le radici dell'equazione

$$(24) \qquad \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{h_3}{3!}\right)\gamma\, dv^3 + \ldots\right]\tau^2 + [du\, dv + \ldots]\,\tau + \\ + \left(\frac{1}{2} - \frac{h_3}{3!}\right)\beta\, du^3 + \ldots = 0.$$

Il birapporto $(O'\, C''\, C''\, O'')$ è dato dal rapporto delle due radici della (24); il suo termine principale è

$$(25) \qquad \left(\frac{1}{2} - \frac{h_3}{3!}\right)^2 \beta\gamma\, du\, dv = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{h_3}{3!}\right)^2 \varphi_2 .$$

Se la quadrica considerata è quella di Lie ($h_3 = 1$), il termine ora scritto vale $\varphi_2/18$; se è un cono, con vertice in O ($h_3 = 0$), si ha invece $\varphi_2/8$; in ogni caso, a meno di un fattore numerico ben determinato (dipendente unicamente dalla quadrica scelta), si ha il significato geometrico della forma normale φ_2 di Fubini.

Se $h_3 = 0$, il cono può anche spezzarsi in due piani contenenti le tangenti asintotiche (purchè, s'intende, nessuno dei due piani divenga infinitamente vicino al piano tangente); in tal caso il birapporto considerato è anche il birapporto dei due piani ora detti e di quelli che dalla loro retta d'intersezione (che può assumersi ad arbitrio, purchè non infinitamente vicina al piano tangente) proiettano i due punti $O'\, O''$. Sicchè:

Si consideri un punto O *di* σ *e una qualsiasi quadrica avente ivi per generatrici le tangenti asintotiche di* σ. *Se sulle due asintotiche uscenti da* O *si prendono i punti* O′ *e* O″ *corrispondenti agli incrementi* du *e* dv, *la retta* O′ O″ *taglia la quadrica in due punti, il cui birapporto con i precedenti ha per infinitesimo principale la forma normale* φ_2 *di Fubini moltiplicata per un coefficiente numerico dipendente solo dalla quadrica* (= 1/18 *per quella di Lie*). In particolare, *se da un punto generico si proiettano sul piano tangente le due corde* O O′ *e* O O″, *il birapporto di queste proiezioni e delle due tangenti asintotiche vale* $\varphi_2/8$ *(qualunque sia il centro di proiezione).*

Digitized by Google

§ 8. — Osservazioni complementari.

1ª) Se $h_3 = 3$, cioè se, come s'è visto (§ 6), la quadrica che si considera ha contatto del 3° ordine con le asintotiche uscenti da O, il calcolo precedente va modificato, tenendo conto nel coefficiente di τ^2 e nel termine noto della (24) dei termini di 4° grado; e si trova che il termine principale del birapporto considerato è

$$\left[\frac{\partial \log \beta^7 \gamma^5}{\partial v} - 4h_1\right]\left[\frac{\partial \log \beta^5 \gamma^7}{\partial u} + 4h_2\right]\frac{\beta\gamma}{(4!)^2}\,du^2\,dv^2.$$

2ª) Nel § precedente si è condotto il calcolo con coordinate normali di Fubini, quindi si può supporre che il risultato ottenuto dipenda da questa normalizzazione (come del resto ne dipende la posizione di O', O'' sulle asintotiche).

Il risultato acquista maggior rilievo dal fatto ch'esso è indipendente dalla normalizzazione: o in altri termini *la costruzione geometrica data fornisce proprio la forma normale di Fubini* φ_2, quali si siano le coordinate; quindi non solo permette di ritrovarla ma ne mette in luce l'importanza intrinseca per la metrica-proiettiva della superficie.

Infatti se si ripete il calcolo di T, N_1, N_2, Ω a partire, invece che dalle x, dalle ρx, essendo ρ una funzione qualsiasi di u, v, i termini scritti nella (24), i soli che abbiano influenza nel calcolo del birapporto, vengono tutti alterati per uno stesso fattore: e ciò non muta il risultato.

L'effetto della normalizzazione si risentirebbe nei termini successivi a φ_2 nello sviluppo del birapporto.

§ 9. — Invarianti proiettivo-differenziali di una curva appartenente ad una superficie: la prima curvatura proiettiva.

In possesso del significato geometrico di φ_2 e φ_3, procuriamoci ora gli invarianti proiettivo-differenziali (del 2° e del 3° ordine) di una curva tracciata sulla superficie.

Digitized by Google

Invariante differenziale del 2° ordine è, come ha osservato Fubini (11), la *curvatura asintotica*

$$\frac{\beta\gamma\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)}{\varphi_2^{3/2}}. \tag{26}$$

Tale è pure ogni espressione ottenuta aggiungendo alla precedente un invariante dipendente dai soli differenziali primi; fra queste vogliamo sceglierne una avente un significato proiettivo semplice.

Allo scopo, sopra una curva uscente da O (in direzione non asintotica) prendiamo un punto O', come al § 3, e proiettiamo la corda OO' da un punto qualsiasi della normale proiettiva sul piano tangente: si otterrà una retta t' (passante per O); calcoliamone il birapporto con la tangente t in O alla curva e con le due tangenti asintotiche $t_1\,t_2$ (pure in O).

Il piano, passante per la normale proiettiva, di equazione $h_1 N_1 + h_2 N_2 = 0$ contiene il punto O', di coordinate x' date dalle (10) se

$$h_1 \Sigma N_{1i} = h_2 \Sigma N_{2i}$$

da cui

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{du}{dv}\left(1 - \frac{\beta\gamma\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)}{\varphi_2} - \frac{1}{2}\,\frac{\bar{\varphi}_3}{\varphi_2} + \ldots\right)$$

essendo $\bar{\varphi}_3 = 2\beta\gamma\,(\beta\,du^3 - \gamma\,dv^3)$. Si ha perciò

$$(t, t', t_1, t_2) = 1 + \frac{\beta\gamma\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)}{\varphi_2} + \frac{1}{2}\,\frac{\bar{\varphi}_3}{\varphi_2} + \ldots$$

che naturalmente tende ad 1 per $O' \to O$. La parte principale del log (t, t', t_1, t_2) è

$$\frac{\beta\gamma\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)}{\varphi_2} + \frac{1}{2}\,\frac{\bar{\varphi}_3}{\varphi_2} \tag{27}$$

e rappresenta, in senso proiettivo, quando si assuma come assoluto nel fascio di centro O la coppia di tangenti asintotiche, l'angolo (infinitesimo) tt'. Questo angolo diviso per l'elemento

---

(11) G. Fubini: *Fondamenti* (Torino), p. 1038, § 3.

Digitized by Google

lineare $ds = \varphi_2^{1/2}$ della superficie in direzione t può assumersi come (prima) curvatura proiettiva.

I sistemi ∞^2 di linee per i quali la curvatura proiettiva è funzione lineare dei parametri della direzione t, definiti dall'equazione differenziale del 2° ordine

$$\frac{\beta\gamma(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)}{ds^4} = -\frac{1}{2}\frac{\bar{\varphi}_3}{ds^3} + m_1\frac{du}{ds} + m_2\frac{dv}{ds}$$

sono i *sistemi assiali* [12] di curve sulla superficie, caratterizzati geometricamente dal fatto che i loro piani osculatori in un punto formano fascio intorno ad un asse (determinato da m_1, m_2).

Come curvatura proiettiva di una linea della superficie in un suo punto O *può assumersi il limite del rapporto fra l'angolo proiettivo della tangente* t *in* O *con la proiezione normale sul piano tangente di una corda uscente da* O *e l'elemento* ds *in direzione* t: *essa è data dall'espressione* (27) *divisa per* ds; *e riesce funzione lineare dei parametri di* t *solo per i sistemi assiali di linee sulla superficie.*

Se si volesse l'interpretazione geometrica della curvatura asintotica di Fubini (26), basterebbe osservare che per la geodetica di φ_2 tangente alla curva in esame la curvatura proiettiva, di cui ci è noto il significato geometrico, vale $\frac{1}{2}\frac{\bar{\varphi}_3}{\varphi_2^{3/2}}$: quindi la differenza fra la curvatura proiettiva della curva e quella della geodetica tangente in O è proprio la curvatura asintotica della curva.

Se ne ha dunque la seguente interpretazione:

Sulla curva uscente da O *e sulla geodetica di* φ_2 *ad essa tangente si prendano i punti* O′ *e* O″ *e si proiettino le corde* OO′ *e* OO″ *da un punto della normale proiettiva sul piano tangente:*

---

[12] G. Fubini: *Fondamenti* (Torino), p. 1035, Caso I (ove però è da porre $\bar{\psi}_3 = -\frac{1}{2}\bar{\varphi}_3$); e più esplicitamente nelle mie Note: *Corrispondenza puntuale fra due superficie e rappresentazione conforme* [" Rend. R. Acc. dei Lincei ", vol. XXXII (1923), pp. 376-380]; *Sistemi coniugati e sistemi assiali di linee sopra una superficie dello spazio ordinario* [" Bollettino dell'Unione Matem. Italiana ", anno III (1924), pp. 10-16]. Dico che un sistema assiale è *associato* ad una congruenza quando questa è costituita dagli assi dei fasci di piani osculatori, ecc.

Digitized by Google

l'angolo proiettivo di queste due proiezioni (cioè il log. del birapporto formato da esse e dalle due tangenti asintotiche in O*) diviso per l'elemento* $\mathrm{ds} = \varphi_2^{1/3}$ *nella direzione delle due curve ha per limite, al tendere di* O′ *e* O″ *ad* O, *la curvatura asintotica* (26) *della curva data.*

Un altro modo per ottenere un invariante differenziale del 2° ordine (non sostanzialmente diverso dal precedente) si ha imitando il procedimento già seguìto per trovare il significato geometrico di φ_3/φ_2 (§ 5). Precisamente: la trasversale allora considerata per O' doveva essere *generica* cioè non infinitamente vicina al piano tangente; che cosa accade nell'ipotesi opposta?

Se il punto O' tende ad O sopra una curva uscente da O in direzione du/dv, il piano tangente alla superficie σ in O' tende ad incontrare il piano tangente in O nella tangente coniugata alla $du\,dv$, cioè congiungente il punto x col punto $x_u\,du - x_v\,dv$. Perciò una retta per O' infinitamente prossima ad una tangente in O a σ potrà individuarsi assegnando il punto O_T della tangente coniugata in cui incontra il piano tangente, le cui coordinate sono del tipo $hx + x_u\,du - x_v\,dv$. Precisiamo la questione prendendo $h = 0$, cioè O_T nel punto d'intersezione della tangente coniugata a $du\,dv$ con la polare reciproca della normale proiettiva rispetto alla quadrica di Lie (cioè con lo spigolo $O_1\,O_2$ del tetraedro di Fubini). Il birapporto dei punti $O'\,O_T$ con i punti ove la loro congiungente incontra la quadrica di Lie vale

$$-1 + \sqrt{3}\,\frac{\beta_\Upsilon\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u) + \frac{1}{2}\,\bar{\varphi}_3}{(\varphi_2^{7/2}\,\varphi_3)^{1/2}}\,ds^{1/3} + \ldots$$

(s'intende che dev'essere $\varphi_2\,\varphi_3 \neq 0$); il termine principale dell'infinitesimo che segue -1, diviso per $\sqrt{3}\,ds^{1/3}$, è un invariante di curvatura (il rapporto di questo alla curvatura proiettiva, già introdotta, dà il significato geometrico dell'invariante, del 1° ordine, $\varphi_3\,\varphi_2^{3/2}$ dipendente soltanto dalla direzione in O della curva su cui si calcola).

Il logaritmo del quoziente del birapporto ora considerato all'analogo costruito per la geodetica tangente, diviso per $\sqrt{3}\,ds^{1/3}$, vale

$$(28) \qquad \frac{\beta_\Upsilon\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)}{(\varphi_2^{7/2}\,\varphi_3)^{1/2}}$$

Digitized by Google

ed è pure un invariante, per applicabilità proiettive, del 2° ordine ([13]).

§ 10. — Invarianti proiettivo-differenziali del 3° ordine di una curva: la torsione proiettiva. Sezioni piane.

Si considerino due curve uscenti da un punto O della superficie σ (in direzione non asintotica) e aventi ivi un contatto del 2° ordine; e su di esse, nell'intorno del 3° ordine di O si prendano i punti O', $\bar{O}'$. Le proiezioni, da un punto della normale proiettiva sul piano tangente, delle corde OO', $O\bar{O}'$ formano con le due tangenti asintotiche in O un birapporto il cui logaritmo (angolo proiettivo delle due proiezioni) è un invariante differenziale del 3° ordine delle due curve in O. Se una delle due curve è la sezione prodotta su σ dal piano osculatore in O all'altra si ha un invariante differenziale della curva in O.

Sulle due curve, sopralineando le grandezze che si riferiscono ad $\bar{O}'$, si ha $\delta = \bar{\delta}$, $\delta^2 = \bar{\delta}^2$ mentre $\delta^3 \neq \bar{\delta}^3$; quindi se $\lambda N_1 + N_2 = 0$ è l'equazione del piano per la normale proiettiva contenente O' dev'essere $\lambda = \sum N_{2i} / \sum N_{1i}$; e analogamente per il piano normale contenente $\bar{O}'$, $\bar{\lambda} = \sum \bar{N}_{2i} / \sum \bar{N}_{1i}$ e perciò il birapporto cercato vale

$$\frac{\lambda}{\bar{\lambda}} = \frac{\sum_1^2 N_{2i} + N_{23}}{\sum_1^2 N_{2i} + \bar{N}_{23}} \cdot \frac{\sum_1^2 N_{1i} + \bar{N}_{13}}{\sum_1^2 N_{1i} + N_{13}} = 1 + \frac{N_{23} - \bar{N}_{23}}{\sum_1^2 N_{2i}} - \frac{N_{13} - \bar{N}_{13}}{\sum_1^2 N_{1i}} + \dots$$

cioè, tenendo conto delle (12) e del fatto che nelle differenze $N_{23} - \bar{N}_{23}$, $N_{13} - \bar{N}_{13}$ si elidono i termini contenenti soltanto

---

([13]) Quest'ultima espressione conserva il suo valore comunque si prenda il punto Or sulla tangente coniugata a quella di partenza, non necessariamente sullo spigolo $O_1 O_2$.

Se sulla superficie è dato un sistema ∞^1 di linee, definito in modo intrinseco, p. es. il sistema delle linee canoniche (supposte non indeterminate), uno degli invarianti precedenti, calcolato in ogni punto per la linea che vi passa, fornisce un invariante differenziale della superficie stessa.

Digitized by Google

differenziali d'ordine < 3, e trascrivendo solo i termini d'ordine più basso nello sviluppo di $\lambda/\bar{\lambda}$,

$$\frac{\lambda}{\bar{\lambda}} = 1 + \frac{1}{3}\beta\Upsilon\left[\left(u'\frac{\delta^3 v}{\delta s^3} - v'\frac{\delta^3 u}{\delta s^3}\right) - \left(u'\frac{\bar{\delta}^3 v}{\delta s^3} - v'\frac{\bar{\delta}^3 u}{\delta s^3}\right)\right] ds^2.$$

Il logaritmo di questo birapporto (o più esattamente il suo infinitesimo principale) diviso per $\frac{1}{3}ds^2$ vale

$$\beta\Upsilon\left[\left(u'\frac{\delta^3 v}{\delta s^3} - v'\frac{\delta^3 u}{\delta s^3}\right) - \left(u'\frac{\bar{\delta}^3 v}{\delta s^3} - v'\frac{\bar{\delta}^3 u}{\delta s^3}\right)\right] \tag{29}$$

ed è un invariante proiettivo-differenziale del 3° ordine relativo alle due curve considerate.

Supponiamo ora che $\bar{O}'$ sia preso sulla sezione di σ col piano osculatore in O all'altra curva. L'equazione di questo piano è $\alpha_0 T + u' N_1 + v' N_2 = 0$ con

$$\alpha_0 = \beta\Upsilon\left(u'\frac{\delta^2 v}{\delta s^2} - v'\frac{\delta^2 u}{\delta s^2}\right) + \beta\Upsilon(\beta u'^3 - \Upsilon v'^3);$$

l'appartenenza di $\bar{O}'$ ad esso è espressa, in forza delle (12), da

$$\begin{aligned}(30)\qquad -\beta\Upsilon\left(u'\frac{\bar{\delta}^3 v}{\delta s^3} - v'\frac{\bar{\delta}^3 u}{\delta s^3}\right) &= 3\beta\Upsilon\left(\beta u'^2\frac{\delta^2 v}{\delta s^2} - \Upsilon v'^2\frac{\delta^2 u}{\delta s^2}\right) - \\ &- \frac{1}{2}\beta\Upsilon\left(u'\frac{\delta^2 v}{\delta s^2} - v'\frac{\delta^2 u}{\delta s^2}\right)\frac{\varphi_3}{ds^3} - \frac{1}{4}\frac{\varphi_3\bar{\varphi}_3}{ds^6} + \frac{\bar{\psi}_2}{ds^2} - \frac{\bar{\varphi}_4}{ds^4}\end{aligned}$$

ove si sono utilizzate le posizioni di Fubini [14]

$$\bar{\varphi}_3 = 2\beta\Upsilon(\beta\, du^3 - \Upsilon\, dv^3)$$

$$\bar{\psi}_2 = \left(n + \frac{3}{2}\beta\frac{\partial\log\beta^2\Upsilon}{\partial v}\right)du^2 - \left(\nu + \frac{3}{2}\Upsilon\frac{\partial\log\beta\Upsilon^2}{\partial u}\right)dv^2$$

$$\bar{\varphi}_4 = \beta^2\Upsilon\frac{\partial\log\beta\Upsilon^2}{\partial u}du^4 - \beta\Upsilon^2\frac{\partial\log\beta^2\Upsilon}{\partial v}dv^4.$$

---

[14] G. Fubini: *Fondamenti* (Lincei), p. 16 e 45, ove è riconosciuto il carattere covariante delle forme seguenti.

Digitized by Google

In forza della (30) l'invariante (29), dipendente ormai dagli elementi della sola curva in esame, d'ordine ≤ 3, e che perciò possiamo chiamare *torsione proiettiva della curva*, si scrive S/φ_2^3 essendo

$$(31)\quad S = \beta\gamma\,(du\,\delta^3 v - dv\,\delta^3 u)\,\varphi_2 - \frac{1}{2}\,\beta\gamma\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u)\,\varphi_3 + \\ + 3\beta\gamma\,(\beta\,du^2\,\delta^2 u - \gamma\,dv^2\,\delta^2 v)\,\varphi_2 - \frac{1}{4}\,\varphi_3\,\overline{\varphi}_3 + \overline{\psi}_2\,\varphi_2^2 - \overline{\varphi}_4\,\varphi_2.$$

L'equazione $S = 0$ rappresenta le sezioni piane della superficie.

Un altro modo per giungere ad un invariante differenziale del 3° ordine di una curva, si ha utilizzando la quadrica di Lie come assoluto di una metrica proiettiva e calcolando in questa metrica la distanza del punto O' della curva dal piano ad essa osculatore in O: cioè il logaritmo del birapporto di O' e dei tre punti nei quali la retta congiungente O' al polo del piano osculatore in O alla curva incontra il piano osculatore e la quadrica di Lie.

Detto logaritmo, diviso per $ds^3 : \sqrt{3}$, vale

$$(32)\qquad \frac{S}{\varphi_3^{1/2}\,\varphi_2^{3/4}}$$

essendo S dato dalla (31).

Anche questo invariante potrebbe assumersi come torsione proiettiva della curva; il rapporto degli invarianti (31) e (32) dà ancora un'altra interpretazione geometrica di $\varphi_3/\varphi_2^{5/2}$ [15].

---

[15] La presenza di φ_3 a denominatore della (32) porta ad escludere nel calcolo precedente le curve uscenti da O in una delle direzioni di Darboux. Ciò è naturale conseguenza del fatto che la quadrica di Lie ha in una di queste direzioni un contatto del 3° ordine con la superficie. La stessa circostanza va rilevata a proposito della (28).

La seconda via seguìta per giungere ad un invariante differenziale del 3° ordine della curva (servendosi della quadrica di Lie), non esige la conoscenza della normale proiettiva (cioè di una preventiva normalizzazione delle coordinate proiettive).

Digitized by Google

§ 11. — La terza forma fondamentale.

Assumiamo come terza forma fondamentale di una superficie, atta ad inviduarla, insieme a φ_2, φ_3, nel gruppo delle collineazioni, quella che uguagliata a zero fornisce le linee proiettive di curvatura della superficie stessa:

$$(33) \qquad \left(n + \beta \frac{\partial \log \beta^2 \gamma}{\partial v}\right) du^2 - \left(\nu + \gamma \frac{\partial \log \beta \gamma^2}{\partial u}\right) dv^2.$$

Per trovarne il significato geometrico calcoliamo la torsione proiettiva S/φ_2^3 delle linee assiali associate alla congruenza delle normali proiettive. Queste linee sono definite dall'equazione

$$(34) \qquad \beta\gamma\,(du\,\delta^2 v - dv\,\delta^2 u) + \beta\gamma\,(\beta\,du^3 - \gamma\,dv^3) = 0$$

e questa, differenziata controvariantemente rispetto a φ_2, dà

$$(35) \qquad \beta\gamma\,(du\,\delta^3 v - dv\,\delta^3 u) + 3\beta\gamma\,(\beta\,du^2\,\delta^2 u - \gamma\,dv^2\,\delta^2 v) = \\ = \frac{1}{2}\varphi_3\left(\frac{\partial \log \beta\gamma^2}{\partial u}\,du - \frac{\partial \log \beta^2\gamma}{\partial v}\,dv\right).$$

Giovandosi delle (34) e (35) l'espressione (31) di S diviene

$$S = \left[\left(n + \beta \frac{\partial \log \beta^2 \gamma}{\partial v}\right) du^2 - \left(\nu + \gamma \frac{\partial \log \beta \gamma^2}{\partial u}\right) dv^2\right] \varphi_2^2,$$

sicchè la torsione proiettiva di quelle linee è uguale alla forma (33) divisa per ds^2.

Il valore della terza forma fondamentale (33) *relativa ad un punto e ad una direzione della superficie si ottiene moltiplicando per* ds^2 *la torsione proiettiva della linea assiale, associata alla congruenza delle normali proiettive, uscente dal punto nella direzione assegnata.*

È così pienamente raggiunto lo scopo che mi ero proposto di assegnare un significato geometrico semplice delle tre forme fondamentali di una superficie e degli invarianti delle curve tracciate su di essa, rispetto al gruppo delle collineazioni.

Digitized by Google

Resti dell'uomo preistorico nelle Colline di Torino

Nota del Socio naz. resid. FEDERICO SACCO

Da un quarantennio che percorro in tutti i sensi le Colline torinesi per ricerche geologiche e paleontologiche, rarissimamente ebbi a riscontrarvi resti paleoetnologici, per cui penso essere ormai opportuno di pubblicare quel poco che vi potei constatare.

Anzitutto è a notarsi come, data la posizione delle Colline torinesi, fronteggianti a Nord le Alpi ed il grande piano padano, coi rispettivi fenomeni dell'epoca diluvio-glaciale (quindi di freddo e di umidità, nonchè di grandi nevicate, di innondazioni e di paludi), è logico che l'uomo primitivo non abbia potuto giungere od almeno svilupparsi in tali regioni torinesi durante il periodo paleolitico (che corrisponde alla seconda metà dell'epoca glaciale pr. d.), ma ci sia giunto e fermato solo essenzialmente nel periodo neolitico, sviluppandovisi poi meglio in seguito.

Tuttavia questo sviluppo dovette essere per lungo tempo un po' lento e limitato se consideriamo che le Colline torinesi, per quanto coperte di foreste e ricche di selvaggina, specialmente Cervidi (1), rimasero per una gran parte dell'Era qua-

(1) Per dare un'idea dell'ambiente e del clima dei Colli torinesi nell'Epoca glaciale basta ricordare l'abbondanza dei resti di Molluschi di tipo alpino rinvenuti nel loess (Vedi F. Sacco, *I terreni quaternari della Collina di Torino*, 1887), la presenza dell'*Elephas antiquus* (trovato dal Parona presso Testona), del *Cervus eurycerus* (che riscontrai in Val Salice), di numerose Marmotte (di cui parecchi resti si raccolsero nelle vicine colline astesi), ecc.

Digitized by Google

ternaria un po' isolate e di non facile arrivo. Infatti esse non solo ebbero per lungo tempo un clima freddo-umido, ma erano circondate a nord e ad ovest dalla grande regione fluvio-paludosa della pianura padana, tanto più che questa sino a quasi la metà del Quaternario riceveva anche tutte le copiosissime acque scendenti dalla cerchia delle Alpi Marittime; inoltre tali colline si presentavano poi anche staccate a Sud dalla regione ligure-langhiana in causa dell'immensa fiumana del Tanaro (raccogliente anche le acque dell'Ellero, Pesio, Gesso e Stura) che, apertasi la via, verso la metà dell'Era quaternaria, attraverso la regione collinoso-sabbiosa del braidese-albigese, incise in breve il suo amplissimo alveo tra l'Astigiana e le Langhe, costituendo così una barriera fluviale di non facile attraversamento, oltre ad ampliarsi poi (in connessione colle acque della Bormida, della Scrivia, ecc.) nel vasto piano alessandrino che rimase anch'esso in stato fluvio-paludoso per molto tempo.

In conclusione l'isolamento completo del rilievo collinoso di Torino-Casale-Valenza, che costituì una vera isola allungata in mezzo al mare pliocenico, continuò in parte a persistere (cangiando solo dal regime marino a quello fluviale) per lungo tempo attraverso l'Era quaternaria, spiegandoci la relativa scarsità dei resti paleoetnologici in questa caratteristica regione, che del resto non presentava quei ricoveri naturali (sottoroccie, caverne e simili) che spesso trovansi nelle regioni montuose, specialmente se calcaree.

Ciò posto passiamo brevemente in esame tali pochi resti.

***

Nell'estate del 1885 passeggiando col compianto Conte L. di Rovasenda sulla collinetta (Bric) della sua villa presso Sciolze in cerca di fossili, egli mi fece osservare una speciale terra brunastra che appariva sul fianco meridionale di detto rilievo, ad una decina di metri dalla sommità. Venutomi il sospetto che si trattasse di materiale carbonioso di antico focolare, pregai l'ottimo amico di far eseguire uno scavo dal suo giardiniere; al che avendo egli accondisceso colla solita squisita cortesia, grande fu la nostra contentezza quando, a circa mezzo metro

Digitized by Google

dalla superficie, in terreno rimaneggiato, apparvero varii cocci di stoviglie grossolane, rossiccie e brunastre, liscie od ornate da semplici graffiti, nonchè qualche ossame che mi parve di Cervide, materiale che portai a Torino per studio.

In seguito il Rovasenda fece allargare ed approfondire lo scasso ricavandone altro materiale, ma analogo a quello escavato sul principio.

Altre e svariate cure mi distolsero dall'esame ulteriore di questi resti che appena accennai a pag. 634 del lavoro sopra " Il Bac. terz. del Piemonte „ (1889); ma ora siccome, per dono munifico della Marchesa Clotilde Terzi, figliuola del Conte Rovasenda, la sua preziosa Collezione è passata al Museo geologico dell'Università di Torino, col gentile consenso del suo Direttore, Prof. C. F. Parona, potei esaminare con comodo anche il materiale del Rovasenda assieme al mio (che da questo momento passo alla Collezione Rovasenda) e ne faccio ora cenno brevemente.

Il materiale ceramico è ridotto purtroppo a frammenti, senza possibilità di una ricostruzione un po' completa; ma ciò, per quanto ebbi ad esaminare sul sito, non dipende generalmente da rottura prodotta nell'opera di escavazione, ma deve risalire all'epoca del rigetto dei manufatti quando già rotti e quindi inutili. Questi resti ceramici sono rappresentati da due tipi abbastanza distinti che in sito apparivano frammischiati, cioè:

a) Ciotole di varia grandezza, leggermente svasate ed un po' panciute verso l'alto, generalmente a fondo piano, qualche volta col margine di detto fondo un po' rialzato; il materiale è rossastro (talora un po' annerito dall'uso), di pasta grossolana, tanto che talora fra l'argilla impura, incompletamente impastata e mal cotta, sonvi persino commisti varii granuli e ghiaiette. Taluni elementi sono però di pasta un po' meno grossolana.

Alcune di queste ciotole sono foggiate molto irregolarmente e grossolanamente, a superficie appena lisciata a mano o con un qualche istrumento analogo ad una spatola; molte invece presentano una ornamentazione molto primitiva che consta essenzialmente di irregolari incavi a scodelline (fig. 1, 2) (come veggonsi pure in certi vasi delle torbiere di S. Giov. Bosco, nella stazione neolitica di Alba, in quella di Vayez in Val Susa, ecc.), oppure di irregolari depressioni o larghi solchi

Digitized by Google

Fig. 1 ($^1/_2$ gr. nat.).

Fig. 2 ($^1/_2$ gr. nat.).

Fig. 3 ($^1/_2$ gr. nat.).

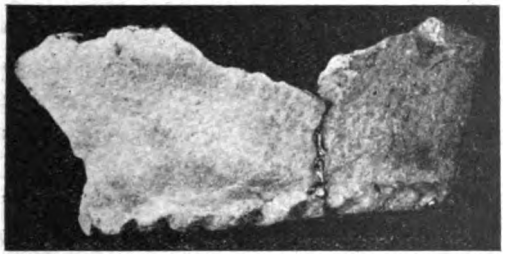


Fig. 4 ($^1/_2$ gr. nat.).

Digitized by Google

obliqui (figg. 3, 4, 5) stati fatti nella parte marginale rialzata esterna del fondo della ciotola, quali pure esistono in certe stoviglie della stazione di Alba. Invece sulla superficie esterna superiore o media dei vasi sonvi spesso speciali solchi a zig-zag,

Fig. 5 ($^1/_2$ gr. nat.).

Fig. 6 ($^1/_2$ gr. nat.).

semplici (fig. 6) o doppi (fig. 7), di rado accompagnati da un solchetto lineare; cioè con ornamentazioni analoghe a quelle di certi vasi raccolti in Piemonte nella Torbiera di Mercurago, nella stazione neolitica di Alba, ecc. e che del resto riveggonsi in certe Palafitte, per es. del Veneto, probabilmente già del primo periodo del bronzo.

Fig. 7 ($^1/_2$ gr. nat.).

La superficie esterna ed interna di questi manufatti è generalmente liscia o quasi liscia, talora però presentasi finamente ma irregolarmente striatellata (figg. 2, 6), ciò che sembra interpretabile non come ornamentazione, ma semplicemente per fregagione fatta dal vasaio con una specie di tessuto grossolano nel foggiare e levigare la ciotola.

Per tali ornamentazioni primitive il vasaio usò sia semplicemente la punta delle dita (come per certe scodelline irregolari interpretabili come impronte digitali), sia punte di legno o di osso (come per i solchi), sia il calcaneo di un Cervide (animali che dovevano abbondare allora in queste regioni) che

Digitized by Google

fu infatti trovato assieme a detti cocci con apparenza di oggetto assai maneggiato e la cui punta sembra adattarsi a certi incavi dei cocci, ma che può forse anche essere stato adoperato per altro scopo (fig. 8).

b) Vasi, foggiati più o meno ad anfora o simile, di pasta relativamente fine, brunastri (1), più o meno panciuti o angolosi (fig. 9), ben levigati, a base generalmente stretta (per quanto a margine un po' esteso) piatta o convessa (fig. 10);

Fig. 8 ($^1/_2$ gr. nat.).

Fig. 9 ($^1/_2$ gr. nat.).

nella parte superiore tali vasi vanno rapidamente restringendosi in modo da presentare all'esterno una specie di ampia gronda circolare, più o meno incavata, limitata in basso da una angolosità mentre in alto essa costituisce il margine un po' espanso, svasato, dell'apertura del manufatto (fig. 11); più di rado il vaso presenta invece nella sua parte esterna, media, una specie di cordone depresso, circolare; non vi appaiono speciali ornamentazioni, salvo, raramente, qualche seghettatura del margine o bocca del vaso.

---

(1) La tinta bruna sembra originata da una specie di spalmatura di materiale argilloso impuro ricco di ossido di ferro assieme ad un po' di materiale carbonioso.

Digitized by Google

Vasi di forma un po' analoga furono trovati in Piemonte presso Sesto-Calende, nelle torbiere di Mercurago, ecc.; essi hanno una fisionomia un po' meno antica delle grossolane stoviglie rossastre, ricordando fittili analoghi dell'epoca del bronzo; ma la mescolanza dei due tipi di vasellame in sito non parrebbe appoggiare l'idea di una vera successione dell'uso del tipo fine a quello del tipo grossolano, ma piuttosto, in generale, di un uso promiscuo o quasi.

Dall'esame complessivo di questo materiale sembra che si possa dedurre trattarsi dei residui di un cosidetto *fondo di capanna* del periodo neolitico superiore passante al periodo del bronzo (se pure non è già attribuibile a quest'ultimo periodo),

Fig. 10 (1/2 gr. nat.).

Fig. 11 (1/2 gr. nat.).

mostrando varie analogie con residui di stoviglie dei depositi dei palafitticoli, il cui periodo di maggior sviluppo corre appunto dalla fine del Neolitico a tutto il periodo del Bronzo.

Notisi che non solo i disegni sovraccennati, ma anche la mescolanza dei due tipi ceramici, uno di pasta grossolana rossastra e l'altro di pasta fine brunastra, si riscontrano pure nella famosa stazione neolitica di Alba, in certe Palafitte, e del resto nello stesso Neolitico di Creta sotto il Palazzo di Knoss, ecc. corrispondendo il fatto, sia a due usi diversi (cioè grossolani e fini), come permane qualcosa d'analogo anche oggigiorno, sia a due provenienze o fabbriche diverse, una più o meno locale, l'altra più o meno lontana.

È però curioso come nella stazione di Sciolze non siasi rinvenuta nessuna di quelle anse o di quei manichi, quali spesso osservansi nelle stoviglie di molte stazioni neolitiche e delle

Digitized by Google

Palafitte. Del resto è un fatto abbastanza frequente che, pur essendovi grandi somiglianze nei manufatti di depositi diversi anche lontani, ogni stazione preistorica ha generalmente qualcosa di speciale, qualche carattere proprio (per pasta ceramica, per ornamentazione, ecc.), ciò che deve corrispondere ad industrie locali, in rapporto a differenze individuali, cioè direi dell'operaio ceramico, od a materiale argilloso diverso, ecc.

La posizione elevata e dominante del Bricco di Sciolze rende logica e naturale tale abitazione dell'uomo primitivo sui Colli torinesi, lasciandoci supporre che altre consimili già esistettero nelle parti alte di dette Colline, dove però l'erosione naturale, la costruzione e la coltivazione devono averne quasi distrutte generalmente le traccie. Qualche scavo, anche sul Bricco di Sciolze, sarebbe forse opportuno.

***

Anche relativamente scarso è il materiale preistorico di accette, generalmente di Pietre verdi, che trovansi invece abbastanza frequentemente nell'Appennino ligure e nelle Langhe, ma in complesso sempre più raramente nell'Astigiana meridionale (vedi quelle di Vinchio, di Mombercelli, ecc.) ed in quella settentrionale fasciante i Colli di Torino-Casale. Di questa regione è una bella accetta verdognola, di Serpentina, un po' appiattita, della lunghezza di circa 105 millim. per una larghezza massima di circa 40 mm.; da un lato, quello appena sgrossato che doveva servire per l'immanicamento, è tozza ed irregolarmente appuntita; dall'altro, allargato a spatola, costituente la parte utile, è levigata sulle due faccie e tagliente sui margini (fig. 12).

Fu rinvenuta in un vallone a Sud di Sciolze, nella regione detta Castellero, dove si osservarono ruderi romani (1). Accette consimili furono già raccolte nei contorni dalle Colline torinesi: così per. es. l'ascia di cloromelanite trovata dalla Sig.ra Gastaldi

(1) Trovasi ora nel R. Museo di Antichità di Torino al quale fui lieto offrirla.

Digitized by Google

presso Moriondo torinese (vedi Gastaldi, 1876); una accetta di Anfibolite granatifera con bellissimo taglio, lunga cent. 11 e $^1/_2$ e larga cent. 5 circa, raccolta nel 1904 presso Torre del Pino torinese (vedi Barocelli, 1919); un'analoga accetta di Anfibolite granatifera presso Mombello, ed altra nei dintorni di Ceresole d'Alba; un'ascia di Diorite afanitica (vedi Gastaldi, 1876), raccolta sui fini del territorio di Torino nell'argilla superficiale che ammanta le falde dei Colli torinesi sulla destra del Po presso la borgata Sassi in un grande scavo fatto per estrazione di materiale da mattoni; una bella accetta di Serpentina, levigata, a margine tagliente (lunga cent. 10 e larga cent. 5 circa), trovata in Valle Andona (Vedi Barocelli, 1919); quivi fu pure raccolta una specie di accetta, subtriangolare, grossolana, di Calcare bianco dolomitico cristallino, a margine irregolarmente tagliente, larga circa 15 cent. per 7 di altezza (Vedi le "Note di Paletnografia piemontese„ (1919) di Barocelli); un'ascia raccolta nelle colline di Refrancore (tra l'Astigiana ed il Casalese), regione assai interessante perchè vi si trovarono pure cuspidi di selce e, secondo l'archeologo Maggiora-Vergano, sul fondo di Val Gaminella vi si sarebbero scoperti anticamente alcuni residui di palafitte.

Fig. 12 (gr. nat.).

Così pure ascie analoghe a quella sovracitata di Sciolze si raccolsero sia nelle torbiere di Borgo Ticino, di S. Giovanni del Bosco, ecc., sia anche nelle regioni di pianura circostante ai Colli torinesi, così a Caresana presso Vercelli, a S. Germano di Pinerolo, ecc.

Digitized by Google

***

Pure poco frequente sui Colli torinesi sono i rinvenimenti di punte di selce, ad uso di freccia o di punta di lancia o di coltello.

Trovai alcuni anni fa una Cuspide di selce assai ben lavorata a scheggiatura, taglientissima ai margini, ben conservata, appena rotta all'estremità del restringimento basale (lunga circa 65 millim., larga al massimo 21 millim., con spessore di circa

Pig. 13 (gr. nat.).

Fig. 14 (gr. nat.).

6 millim.); giaceva alla superficie del terreno in una vecchia stradicciola incisa in una zona sabbiosa fossilifera del Miocene, presso la C. Morra a Sud di Cinzano (fig. 13) (1).

Ricordo che un'altra punta di selce si raccolse nella collina di Ozzano (come già accennai a pag. 634 del lavoro sopra i *Bac. terz. Piemonte* [1889]), ed altre nelle colline di Refran-

(1) È ora conservata nel R. Museo di antichità a cui mi feci dovere di offrirla.

Digitized by Google

core, di foggia analoga a quelle trovate nelle torbiere delle colline moreniche (per es. a Mercurago), oltre che nella regione di piauura (per es. nel Vercellese).

Ricordo qui incidentalmente che pochi anni fa potei acquistare un'analoga Cuspide di selce (che qui riproduco per comparazione) (fig. 14) stata raccolta nell'alluvione sabbiosa superficiale presso l'ultimo pozzo (verso monte) della Condotta dell'acqua potabile del Sangone, tra Sangano e Trana all'incirca. È conservata nel Museo geologico del Politecnico di Torino, al quale credetti mio dovere di offrirla per il suo punto di rinvenimento.

Per chiudere l'esame dei resti dell'uomo preistorico rinvenuti nei Colli torinesi è da ricordarsi il frammento di anello di Serpentina stato raccolto nelle Colline di Chieri andando verso Villa Isnardi (V. Gastaldi, "Framm. di Paleoetn. ital.", del 1876), e specialmente lo splendido pseudoanello ornamentale largo, piatto, verde, di Cossaite (varietà sodica di Onkosina), già illustrato dal Gastaldi in detto lavoro, e stato rinvenuto, sui fini del territorio di Torino, presso borgata Sassi, scavando, per materiale da laterizi, l'argilla impura giallo-rossastra che ammanta spesso le falde delle Colline di Torino sulla destra del Po. Tali oggetti ornamentali debbono però già riferirsi ad un'epoca abbastanza avanzata del periodo dei metalli.

Concludendo, dai pochi resti sovraccennati si può dedurre che, date le condizioni climatiche ed idrografiche delle Colline torinesi, l'uomo vi potè solo giungere, ed in numero limitato, nel periodo neolitico, essenzialmente come cacciatore proveniente specialmente dall'Appennino ligure (tanto favorevole allo sviluppo dell'uomo primitivo pel suo clima, per le sue caverne, ecc.) attraverso le Langhe, l'alto Monferrato ed il Tortonese; costruì qua e là più o meno presto misere capanne o consimili stazioni all'aperto sull'alto di certe colline più adatte per abitazione, estesa visione e conseguente difesa; continuò poi lentamente lo sviluppo umano in queste regioni collinose nel periodo dei metalli, mai però con molta intensità, come pare indicare la relativa scarsezza di resti preistorici di tale periodo riscontrati finora in tali regioni collinose, finchè si giunse alla penetrazione romana.

Digitized by Google

Sulle superficie con un sistema di asintotiche in complessi lineari

Nota di ALESSANDRO TERRACINI

Presentata dal Socio nazionale residente C. Segre.

Le superficie che godono della proprietà indicata nel titolo sono già state considerate, con maggiore o minore ampiezza, da vari Autori (1). Qui esse, nel Capitolo II, sono studiate sistematicamente, e in modo particolare dal punto di vista del loro comportamento nelle trasformazioni per congruenze W, che dà luogo a un elegante teorema di permutabilità. Il metodo adoperato è quello della geometria infinitesimale sintetica. Ho anche stabilito per la stessa via (nel Capitolo I) quei teoremi fondamentali sulla teoria generale delle congruenze W, che poi occorreva applicare; sia per la compiutezza della ricerca sintetica, sia perchè mi pare che da tale trattazione l'intima ragione geometrica di alcune teoremi, ormai classici, esca meglio lumeggiata che non dalle precedenti dimostrazioni analitiche.

(1) Per indicazioni bibliografiche rimandiamo alle opere citate nella mia Nota: *Sulle superficie le cui asintotiche dei due sistemi sono cubiche sghembe*, "Atti della Società dei Naturalisti e Matematici di Modena", serie V, vol. V (1919-20), dove ho determinato esplicitamente le superficie coi due sistemi di asintotiche in complessi lineari; citiamo inoltre LAGALLY, *Ueber Flächen mit sphärischen Krümmungslinien...*, Inaugural Dissertation, München, 1903. Per altre citazioni cfr. FUBINI e CECH, *Lezioni di geometria proiettiva differenziale* (in preparazione).

Quanto ai teoremi del Capitolo I, essi sono tutti noti: in particolare ricordiamo che quelli dei n^{i} 2, 3 e 5 si trovano, dimostrati analiticamente, in BIANCHI: *Sulle configurazioni mobili di Möbius nelle trasformazioni asintotiche delle curve e delle superficie*, "Rend. del Circ. Matem. di Palermo", t. XXV (1908).

Digitized by Google

Capitolo I.

Alcune proprietà fondamentali delle congruenze W dal punto di vista della geometria sintetica.

§ 1. — Sulle trasformazioni asintotiche delle curve.

1. — È ben noto che due curve sghembe si dicono trasformate asintotiche l'una dell'altra quando sono asintotiche su una stessa rigata, vale a dire quando sono riferite fra loro in modo che il piano osculatore a ciascuna delle due curve in un suo punto generico passi per il punto corrispondente dell'altra.

Nel seguito avremo a considerare delle quaterne di curve (A), (B), (C), (D), tali che ciascuna è in trasformazione asintotica con la consecutiva, e l'ultima con la prima, in modo che partendo da un punto generico A della curva (A) si giunge con quelle successive trasformazioni, per il tramite dei punti B, C, D rispettivamente appartenenti alle curve (B), (C), (D), proprio di nuovo al punto A. Una tale quaterna sarà brevemente designata col termine di *quaterna di curve in trasformazione asintotica*.

È chiaro che quattro punti omologhi di una tale quaterna non possono essere sempre complanari, senza essere sempre tutti e quattro allineati.

2. — *Se* (A), (B), (C), (D) *è una quaterna di curve sghembe in trasformazione asintotica, la rigata* (AB) *luogo della retta* AB, *e quella* (CD) *luogo della retta* CD *sono falde focali di una congruenza* W (per la quale quelle generatrici sono corrispondenti).

Il teorema è evidente nel caso che quattro punti corrispondenti A, B, C, D siano sempre allineati, e che perciò le quattro curve considerate siano asintotiche di una stessa rigata; la congruenza W in questione essendo in questo caso costituita dalla congruenza (a falde focali coincidenti) delle tangenti alle asintotiche curve di questa rigata.

Nella ipotesi opposta, se A_1, B_1, C_1, D_1 è una quaterna di punti corrispondenti delle quattro curve infinitamente vicina

Digitized by Google

alla A, B, C, D, le quattro rette AB, A_1B_1, CD, C_1D_1 appartengono alla congruenza lineare H avente per direttrici le rette BC_1, B_1C (sghembe fra loro, perchè se no la retta BC descriverebbe una sviluppabile); come risulta osservando che ciascuna delle quaterne A_1, B_1, C_1, B; A, B, C, B_1; B, C, D, C_1; B_1, C_1, D_1, C è costituita da punti complanari. Per un motivo analogo, le stesse quattro rette appartengono alla congruenza lineare K avente per direttrici le rette sghembe AD_1 e A_1D. Anzi, siccome le rette direttrici delle due congruenze lineari H e K si possono ritenere distinte, e a due a due sghembe fra loro — in accordo con la circostanza che A, B, C, D non sono complanari —, ne viene che le quattro rette AB, A_1B_1, CD, C_1D_1 appartengono ad una schiera rigata (non degenere). L'asserto risulta pertanto dimostrato, la congruenza W essendo appunto quella descritta da questa schiera al variare del punto A.

È poi ovvio che *alle asintotiche curve* (A) *e* (B) *della rigata* (AB) *corrispondono sulla* (CD) *rispettivamente la* (D) *e la* (C).

3. — *Se delle tre curve sghembe* (A), (B), (C) *la prima e la terza sono trasformate asintotiche della seconda, esistono* ∞^1 *curve sghembe* (D), *ciascuna delle quali forma con le tre precedenti una quaterna* (A), (B), (C), (D) *di curve in trasformazione asintotica.*

Lasciamo a parte il caso ovvio che tre punti A, B, C corrispondenti siano sempre allineati. Allora, mantenendo le notazioni di prima, e chiamando p. es. α il piano osculatore in A alla curva (A), una curva (D) che soddisfaccia alla condizione richiesta deve essere ricercata — in base al teorema del n. 2 — fra le asintotiche di una rigata (a) luogo di una retta a del fascio $A\alpha$, tale che appartengano a una schiera le rette BC, B_1C_1, a e la generatrice a_1 della (a) uscente da A_1. Effettivamente, fissata per A una posizione generica, e condotta arbitrariamente la a nel fascio $A\alpha$ (cioè presa arbitrariamente la a fra le rette *osculanti* la (A) in A), la congruenza lineare avente per direttrici A_1B e AB_1 contiene da un lato le tre rette a, BC e B_1C_1 (perchè la a e la A_1B stanno entrambe in α, e per motivazioni analoghe a quelle del n. precedente), e, con esse, la schiera rigata cui esse appartengono; e d'altro lato il fascio $A_1\alpha_1$; perciò quella schiera e questo fascio hanno in comune una

Digitized by Google

retta a_1. Analogamente a_1 definisce una ulteriore retta della (a). L'asintotica della (a) corrispondente alla linea (C) della rigata descritta da BC si può assumere come linea (D).

L'arbitrarietà della soluzione dipende dalla arbitrarietà della scelta della retta iniziale a nel fascio $A\alpha$. — Da quanto si è detto risulta anche che nel modo esposto si ottengono tutte le possibili linee (D).

§ 2. — Il teorema di permutabilità per le trasformazioni asintotiche fra superficie rigate.

4. — Adottiamo la denominazione, ormai diffusa, secondo la quale le due superficie focali di una congruenza W si dicono ciascuna trasformata asintotica dell'altra. Inoltre, intendiamo definita la locuzione di *quaterna di superficie in trasformazione asintotica* in modo del tutto conforme a quello stabilito per le curve al n. 1.

5. — *Se di tre superficie rigate* [2] (a), (b), (c) *la prima e la terza sono trasformate asintotiche della seconda, esistono* ∞^1 *rigate* (d) *ciascuna delle quali forma con le tre precedenti una quaterna* (a), (b), (c), (d) *di rigate in trasformazione asintotica. Inoltre, se* (A), (B), (C), (D) *è una quaterna di curve in trasformazione asintotica, e le tre rigate* (a), (b), (c) *dell'enunciato contengono come asintotiche rispettivamente le tre prime curve* [3], *fra le rigate* (d) *ve n'è una che contiene come asintotica la* (D) [4].

Indico (mantenendo per il resto le precedenti notazioni) con a, b, c tre generatrici corrispondenti delle rigate date, con a_1, b_1, c_1 la terna delle generatrici corrispondenti infinitamente vicina, e cogli stessi simboli i punti rappresentanti quelle rette sulla V_4^2 rappresentativa dello spazio rigato in S_5, V_4^2 che, qui in seguito, designeremo con Φ.

---

[2] Qui, e in seguito, si intendono escluse le sviluppabili.

[3] s'intende, in modo che p. es. la trasformazione asintotica fra (a) e (b) subordini fra (A) e (B) proprio la trasformazione asintotica da cui queste due curve sono legate nella quaterna.

[4] con un'avvertenza analoga alla precedente.

Digitized by Google

Anzitutto, dico che ognuna fra le rette d va ricercata nella schiera individuata dalle corrispondenti rette a, b, c. Infatti, nello S_5 della Φ, dalla circostanza che ciascuna delle due quaterne di punti $a, a_1, b, b_1; b, b_1, c, c_1$ sta in un piano, segue che i sei punti considerati stanno in uno S_3 [5], e perciò i punti a, b, c stanno nei piani di una sviluppabile ordinaria: se anche i corrispondenti punti d non stessero in tali piani, per la retta ac (sempre in S_5) passerebbero i piani di due fra queste sviluppabili, ciò che importerebbe, nello spazio ordinario, che le rigate (a) e (c) sarebbero costituite di rette osculanti una stessa linea sghemba (cfr. la nota [5]).

Ciò posto, riferiamoci alla seconda parte dell'enunciato. La schiera rigata delle tre rette a, b, c (osculanti rispettivamente la linea (A) in A, ecc.) contiene come generatrice una retta d osculante in D la (D); infatti ciascuna di quelle tre rette incontra e la AC e la BD, cosicchè per D passa una retta della loro schiera, che, incontrando la AC, viene a stare nel piano osculatore alla (D) in D. — Allora, la congruenza lineare cui appartengono le rette a, a_1, b, b_1, c, c_1 contiene anche la retta d e l'infinitamente vicina d_1; e siccome, inoltre, le quattro rette a, a_1, d, d_1 stanno nella congruenza lineare che ha per direttrici AD_1 e A_1D, congruenza distinta dalla precedente, così le quattro rette a, a_1, d, d_1 stanno in una schiera.

Così risulta dimostrato che la rigata (d) costruita a partire da una qualsiasi fra le ∞^1 curve (D) che, insieme con tre asintotiche corrispondenti $(A), (B), (C)$ rispettivamente di $(a), (b), (c)$, dà una quaterna in trasformazione asintotica, è trasformata asintotica della (a), corrispondendosi generatrici come la a e la d. Un risultato analogo vale per (d) e (c).

Per completare la dimostrazione, occorre però ancora stabilire che le corrispondenze che, in tal modo, vengono poste tra i singoli punti di una generatrice d e quelli delle corrispon-

---

[5] e, si può supporre, non in uno spazio meno ampio; perchè allora (nello spazio ordinario) o la schiera abc risulterebbe fissa, ciò che è assurdo, oppure le tre rigate (a), (b), (c) sarebbero costituite da rette osculanti una stessa linea sghemba. In questo caso, particolarissimo, e così in quello che anche solo (a) e (c) fossero costituite in tal modo, il ragionamento va completato diversamente.

Digitized by Google

denti a e c sono tali che da ogni punto di d si torna al punto stesso attraverso i consecutivi passaggi per i punti corrispondenti di a, b, c. Ora la corrispondenza della d in sè che prende origine in tal modo è evidentemente una proiettività, per la quale sono uniti il punto D e anche ciascuno dei due punti (eventualmente coincidenti) in cui d si appoggia alle due rette direttrici della congruenza lineare $aa_1 bb_1 cc_1 dd_1$; la proiettività è dunque identica.

§ 3. — Sulle congruenze rettilinee W in generale.

6. — Se due superficie (γ) e (δ) sono l'una trasformata asintotica dell'altra, in modo che alle asintotiche γ di un (primo) sistema sulla superficie (γ) corrispondano le δ sulla (δ), le rigate $R(\gamma)$ e $R(\delta)$ delle tangenti principali del secondo sistema nei punti di due asintotiche corrispondenti del primo sistema sono sempre trasformate asintotiche l'una dell'altra (s'intende, in modo da subordinare fra quelle due asintotiche la stessa corrispondenza puntuale subordinata dalla corrispondenza fra le due superficie date).

Basta, per verificarlo, applicare il teorema del n. 2 a due coppie di asintotiche corrispondenti infinitamente vicine (le quali formano precisamente una quaterna di curve in trasformazione asintotica) (6).

7. — *Se due superficie sono l'una trasformata asintotica dell'altra, le coordinate di una retta che descriva la congruenza* W *di cui esse sono le falde focali sono soluzioni di una stessa equazione di Laplace* (le cui caratteristiche corrispondono alle asintotiche di quelle superficie).

Basterà mostrare che le rette della congruenza W uscenti dai vertici di un quadrilatero infinitesimo p. es. della prima

---

(6) Nel caso che una, o entrambe le superficie (γ) e (δ) siano rigate, essendo rettilinee proprio le asintotiche dei sistemi considerati, bisogna modificare la dimostrazione. Per es., si può ancora ricorrere allo stesso teorema del n. 2, dopo aver stabilito che esso vale ancora quando a qualcuna delle curve sghembe in esso considerate, con le sue rette osculanti, si sostituisce una retta considerata come asse di una congruenza lineare speciale.

Digitized by Google

superficie determinato da due asintotiche infinitamente vicine di un sistema e due dell'altro, appartengono ad una schiera (perchè da ciò segue appunto l'enunciato, mediante il passaggio per il consueto S_δ).

Sotto questa forma, il teorema è vero se le due superficie date, siano esse Σ e Θ, sono entrambe quadriche. Infatti, se esse sono anche solo rigate qualunque, le rette della congruenza W in questione uscenti dai punti di una generatrice stanno in una schiera, e due consecutive fra queste schiere stanno in una congruenza lineare. Per le quadriche, applicando l'osservazione ai due sistemi di generatrici, se ne trae appunto l'enunciato.

Se Σ e Θ sono rigate qualunque, il teorema è ancora vero, come si vede sostituendo a esse le relative schiere quadriche osculatrici lungo generatrici corrispondenti. Invero, tali due schiere (che hanno in comune una coppia di rette) sono a loro volta falde focali di una congruenza W, che subordina la medesima corrispondenza che la originaria congruenza W fra i punti di quelle due generatrici, e anche fra quelli della coppia di generatrici corrispondenti infinitamente vicina a quella. Perciò, essendo il teorema già dimostrato per queste due schiere quadriche, segue che esso vale anche per Σ e Θ.

Finalmente, se Σ e Θ sono superficie qualunque, si applica anzitutto ad esse l'osservazione del n. 6: allora (con quelle notazioni) p. es. la rigata $R(\gamma)$ ha in comune con $\Sigma \equiv (\gamma)$ due asintotiche γ infinitamente vicine, e le tangenti principali del secondo sistema nei punti di γ. Perciò, siccome in base al precedente capoverso la proprietà da dimostrare sussiste già per $R(\gamma)$ e $R(\delta)$, essa si trasporta, per il loro tramite, alle superficie originarie.

Viceversa, *se le coordinate delle rette di una congruenza sono soluzioni di una stessa equazione di Laplace (non parabolica), sulle sue falde focali Σ e Θ si corrispondono le asintotiche.*

Basta verificare che se, per es. sulla Σ, esistono due sistemi ∞^1 di linee (corrispondenti alle caratteristiche di quella equazione di Laplace), tali che le quattro rette della congruenza che escono dai vertici di un quadrilatero infinitesimo della Σ determinato da due linee infinitamente vicine di un sistema e da due dell'altro appartengono sempre ad una schiera, quei due sistemi coincidono con quelli delle asintotiche. Ora, chiamiamo P

Digitized by Google

un punto generico della Σ, P_1 e P_2 i punti ad esso infinitamente vicini rispettivamente su una linea del primo, o del secondo sistema (rispettivamente linea λ e linea μ) e μ_1 la linea del secondo sistema uscente da P_1. Dalle ipotesi fatte segue che le due rigate delle rette della congruenza uscenti dai punti di μ e da quelli di μ_1 sono trasformate asintotiche l'una dell'altra, corrispondendosi le generatrici che escono dai punti di una stessa linea del primo sistema (p. es. da P e da P_1). Queste due rigate, $\rho(\mu)$ e $\rho(\mu_1)$, sono tangenti alla Σ rispettivamente lungo μ e lungo μ_1; cosicchè il piano tangente alla $\rho(\mu)$ in P passa per P_1, cioè incontra proprio in P_1 la generatrice di $\rho(\mu_1)$ che esce da questo punto; vale a dire, il punto di $\rho(\mu_1)$ corrispondente al punto P della $\rho(\mu)$ è proprio P_1. Perciò la retta PP_1 è tangente in P e in P_1 rispettivamente a $\rho(\mu)$ e a $\rho(\mu_1)$; dunque essa si può considerare come intersezione dei piani tangenti in quei punti a quelle rigate, e perciò alla stessa Σ. La retta PP_1 è pertanto tangente principale della Σ; e i due sistemi di linee considerati sono proprio quelli delle asintotiche.

8. — Il teorema di permutabilità per trasformazioni asintotiche di superficie qualunque.

Se di tre superficie la prima e la terza sono trasformate asintotiche della seconda, esistono ∞^1 superficie ciascuna delle quali si può considerare come una quarta superficie, che con le tre precedenti forma una quaterna in trasformazione asintotica (7).

Chiamando (α), (β), (γ) le tre superficie date, nell'ordine, corrispondendosi su esse le asintotiche α, β e γ, si fissino le asintotiche corrispendenti $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$, e si considerino le rigate $R(\alpha_0)$, $R(\beta_0)$, $R(\gamma_0)$ definite come sopra. Di queste tre rigate, per l'osservazione del n. 6, la prima e la terza sono trasformate asintotiche della seconda. Se δ_0 è una qualsiasi fra le ∞^1 curve che (v. n. 3) con $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ costituiscono una quaterna in trasformazione asintotica, esiste (n. 5) una rigata $R(\delta_0)$ che contiene δ_0 come asintotica, tale che la quaterna di rigate $R(\alpha_0)$, $R(\beta_0)$, $R(\gamma_0)$, $R(\delta_0)$ è in trasformazione asintotica: sia δ_1 la sua asin-

(7) La dimostrazione che segue presuppone che si tratti di superficie non rigate: nell'ipotesi contraria essa va modificata.

Digitized by Google

totica corrispondente alle asintotiche $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ infinitamente vicine ad $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$. Analogamente si passi da δ_1 ad un'altra linea δ_2 infinitamente vicina, e così via.

Nasce in questo modo un sistema ∞^1 di curve $\delta_0, \delta_1, \delta_2$, ecc. Dico che la superficie loro luogo soddisfa alle condizioni richieste per il teorema di permutabilità. Infatti, anzitutto la superficie appare come inviluppo delle ∞^1 superficie rigate $R(\delta_0)$, $R(\delta_1)$, ecc., avendo per caratteristiche appunto le varie linee δ; perciò, siccome queste sono asintotiche per quelle rigate, tali sono anche per la superficie inviluppo. Poi, la retta che congiunge per es. un punto della δ_1 al corrispondente punto della α_1, tocca ivi $R(\delta_1)$ e $R(\alpha_1)$, quindi anche rispettivamente la superficie costruita è la prima superficie data.

In tal modo, si ottengono tutte le superficie del teorema di permutabilità.

Capitolo II.

Sulle superficie le cui asintotiche di un sistema appartengono a complessi lineari.

9. — *Se una falda focale di una congruenza rettilinea* W *è una rigata sghemba* (g), *sulla seconda falda focale le asintotiche corrispondenti alle generatrici rettilinee di* (g) *appartengono — in quanto non siano esse pure rettilinee — a complessi lineari* [8].

Se infatti γ è una di queste asintotiche e g la corrispondente generatrice di (g), la considerazione delle ∞^1 rette della congruenza che hanno i loro fuochi rispettivamente su queste due linee mostra che per ogni punto della curva γ, entro il corrispondente piano osculatore, passa una retta di una congruenza lineare fissa; ciò che è sufficiente a dedurne l'appartenenza di γ a un complesso lineare.

---

[8] Cfr. anche per la dimostrazione che segue il n. 2 di Segre: *Sulle congruenze rettilinee* W *di cui una od ambe le falde focali sono rigate*, "Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. XLIX (1913).

Digitized by Google

10. — Sussiste anche il teorema inverso (9): precisamente, *se* (Υ) *è una superficie le cui asintotiche curvilinee* γ *di un sistema appartengono a complessi lineari, essa è trasformata asintotica di* ∞ *rigate sghembe (le cui rette generatrici corrispondono proprio a quelle asintotiche). Ogni retta generica dello spazio è contenuta* (come generatrice) *in una almeno fra queste rigate.*

Chiamo Γ il complesso lineare cui appartiene un'asintotica generica γ; e cerco se è possibile scegliere, entro ognuno degli ∞^1 complessi lineari Γ, una sua retta g in modo che la superficie rigata (g) che è luogo di g venga a godere della proprietà che la congruenza lineare speciale delle rette ad essa tangenti nei punti di una sua generatrice generica g stia sempre entro il corrispondente complesso lineare Γ.

Per maggior chiarezza, trasportiamo il problema nello S_5 della Φ rappresentativa delle rette dello spazio; e consideriamo, in esso, la linea (P_Γ) luogo dei poli — rispetto alla Φ — degli ∞^1 S_4 immagini dei complessi Γ. La ricerca della rigata (g) si traduce nella ricerca di una linea (g) tracciata sulla Φ, tale che la retta ad essa tangente in un suo punto generico g — retta polare dello S_3 immagine della congruenza lineare speciale testè nominata — passi per il polo P_Γ dello S_4 immagine di Γ. Perciò tutto si riduce a far sì che le rette tangenti alla linea (g) si appoggino tutte quante alla linea (P_Γ) (in punti variabili). Ora, se per ogni punto della Φ si immaginano le rette che lo congiungono alle intersezioni del proprio S_4 tangente con la linea (P_Γ), queste rette tangenti inviluppano sulla Φ uno o più sistemi ∞^3 di linee. Ciascuna di queste linee soddisfa alle proprietà richieste per la linea (g), solo che si abbia cura di scartare da esse le rette (10) della Φ appoggiate alla (P_Γ).

---

(9) Questo teorema inverso mi fu comunicato recentemente dal Fubini, con una dimostrazione analitica: un cenno di esso, pure con dimostrazione analitica, si trova in una lettera a me inviata da M. Lagally nel novembre del 1920.

(10) Queste rette non costituiscono che un sistema di dimensione < 3, perchè, se no, la linea (P_Γ) giacerebbe sulla Φ, e questo non può avvenire perchè allora i complessi Γ sarebbero speciali, ciò che non è compatibile con l'ipotesi che le linee γ siano curve. Per questo stesso motivo le linee (g) costruite sono immagini di rigate sghembe (e non sviluppabili).

Digitized by Google

Ritornando ora allo spazio ordinario, se da un punto P, scelto genericamente su una asintotica γ della superficie (γ), si conduce la retta t del corrispondente complesso lineare Γ appoggiata alla corrispondente retta g di una, fissata arbitrariamente, fra le ∞^3 rigate sghembe (g) ora costruite, è manifesto che questa retta è tangente, non solo alla (γ) nel punto P, ma anche alla rigata (g) nel punto gt. Al variare del punto P su γ, e dell'asintotica γ sulla (γ), la t descrive dunque una congruenza W nelle condizioni richieste.

Dalla dimostrazione risulta anche che *le* ∞^3 *rigate del precedente enunciato non dipendono dalla superficie* (γ) *considerata in sè, ma solo dagli* ∞^1 *complessi lineari* Γ *cui appartengono le sue asintotiche* (fissati i quali, la determinazione di (γ) dipende ancora da una funzione arbitraria; cfr. più avanti il n. 12); e ancora che *due qualunque fra quelle* ∞^3 *rigate sono falde focali di una stessa congruenza* W (corrispondendosi quelle loro generatrici che corrispondono ad una stessa asintotica γ [11]).

Infine, *non esistono altre congruenze* W *delle cui falde focali l'una coincida con la data superficie* (γ) *e l'altra sia rigata, in modo che le rette generatrici della rigata corrispondano alle asintotiche* γ [12]; giacchè se (g) è una rigata che, con la superficie (γ), stia nella relazione richiesta, le rette che toccano le due superficie rispettivamente nei punti di un'asintotica γ e della generatrice corrispondente g costituiscono una rigata tangente a (γ) lungo γ e pertanto contenente γ come asintotica. Perciò tale rigata non può essere una schiera; la congruenza lineare spe-

---

[11] Viceversa, sarebbe facile verificare che è questo il solo caso in cui tre rigate sono a due a due falde di congruenze W non degeneri (cioè non ridotte a sistemi di rette condotte per i punti di una curva nei rispettivi piani osculatori), in guisa che le generatrici corrispondenti si raggruppino in ∞^1 terne.

[12] Invece, può darsi che esistano altre congruenze W le cui falde focali sono la (γ) e una superficie rigata, in modo però che le asintotiche γ corrispondono alle asintotiche *curve* della rigata. È chiaro che ciò avviene quando, e solo quando, sulla (γ) le asintotiche dell'altro sistema (quello non contenente le γ) appartengano esse pure a complessi lineari. E in tal caso, se esse sono curve, esistono ∞^3 (sole) rigate nelle condizioni richieste; se sono rettilinee, quelle rigate, in base a teoremi notissimi, dipendono da una funzione arbitraria.

Digitized by Google

ciale cui essa appartiene risulta contenuta in Γ, e la superficie (g) è proprio una di quelle dianzi costruite.

11. — Le superficie del tipo considerato — che saranno chiamate brevemente superficie (γ) — godono della proprietà che *due asintotiche* γ *generiche sono fra loro proiettive* (corrispondendosi su esse i punti segati dalle asintotiche dell'altro sistema) [13]. Chiamiamo infatti $R(\gamma)$ la rigata delle tangenti, nei singoli punti di un'asintotica γ, alle asintotiche dell'altro sistema, rigata le cui generatrici appartengono a una congruenza lineare: come è noto e si ritrova anche subito, le asintotiche curvilinee di $R(\gamma)$ (fra cui è appunto la γ) sono fra loro proiettive (corrispondendosi i punti su esse segati alle singole generatrici). Siccome allora la (γ) appare come inviluppo delle ∞^1 superficie $R(\gamma)$, le asintotiche γ essendo le caratteristiche, ne segue la proprietà enunciata.

12. — Volendo costruire una superficie (γ) le cui asintotiche γ di un sistema, generalmente curve, appartengano a complessi lineari, *si possono assegnare ad arbitrio gli* ∞^1 *complessi lineari* Γ *(non speciali) cui debbono appartenere quelle asintotiche, e un'asintotica* γ_0 *appartenente ad un complesso* Γ_0, *prescelto fra quegli* ∞^1: *con ciò la superficie* (γ) *resta pienamente determinata.* Invero, considero la congruenza lineare in cui Γ_0 viene segato dal complesso lineare Γ_1 ad esso infinitamente vicino entro la ∞^1 assegnata, e la rigata della congruenza formata dalle rette di questa che escono dai singoli punti di γ_0. Questa rigata ammette come asintotica γ_0; e le varie sue asintotiche curve appartengono ai vari complessi lineari del fascio $\Gamma_0\Gamma_1$: essa possiede dunque un'asintotica γ_1 (infinitamente vicina a γ_0) nel complesso lineare Γ_1. Analogamente si passa da γ_1 a un'ulteriore asintotica γ_2; e (γ) viene costruita come luogo delle successive curve $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$, ecc., che risultano effettivamente sue asintotiche (cfr. la fine del n. 11). Ed è chiaro che non esistono altre superficie soddisfacenti alle condizioni richieste.

---

[13] La dimostrazione che segue non differisce da quella che, nella mia Nota citata in [1], ho dato per le superficie con le asintotiche dei due sistemi in complessi lineari.

Digitized by Google

In questo modo poi, *se gli* ∞^1 *complessi* Γ *sono condotti ad arbitrio per le congruenze lineari speciali delle tangenti ad una rigata* (g) *lungo le singole sue generatrici, si ottengono tutte le seconde falde focali delle congruenze* W *di cui* (g) *è prima falda focale.*

13. — Assegnata una superficie (γ) del tipo considerato, le ∞^1 congruenze lineari *caratteristiche* per gli ∞^1 complessi lineari Γ (certo distinte fra loro se le asintotiche dell'altro sistema non sono generalmente rettilinee) dànno luogo a due superficie rigate (g') e (g'') — eventualmente parti di un stessa rigata — luoghi delle loro direttrici g' e g''.

Supponiamo che g' e g'' siano generalmente distinte: cioè che la superficie (γ) non sia fra quelle che più avanti (v. il n. 14) chiameremo *superficie speciali*. Ebbene, attraverso l'interpretazione nello S_5, dove la retta $g'g''$, quale polare di un S_3 variabile in una sviluppabile ordinaria, descrive essa stessa una sviluppabile ordinaria, è chiaro che *le due rigate* (g') *e* (g'') *sono falde focali di una stessa congruenza* W, corrispondendosi su esse appunto due generatrici quali la g' e la g''.

Viceversa, *partiamo da due rigate* (g') *e* (g'') *falde focali di una congruenza* W, *e fissiamo una corrispondenza arbitraria fra i punti di due loro generatrici corrispondenti prefissate,* g_0' *e* g''_0: dico che *esiste una (anzi due) superficie* (γ) *ben determinata, con un sistema di asintotiche,* γ, *in complessi lineari, per la quale le tangenti principali dell'altro sistema si appoggiano a generatrici corrispondenti delle rigate* (g') *e* (g''), *determinando fra* g'_0 *e* g''_0 *proprio la corrispondenza prefissata.* Infatti, l'interpretazione in S_5 mostra intanto l'esistenza di una ∞^1 di complessi lineari Γ inviluppanti la ∞^1 di congruenze lineari aventi per direttrici le coppie del tipo g', g''. Chiamiamo, in particolare, Γ_0 quello fra questi complessi, che ha per congruenza caratteristica la $g'_0 g''_0$: costruita allora la rigata delle congiungenti punti corrispondenti (nella corrispondenza prefissata) di g'_0 e g''_0, si chiami γ_0 una sua asintotica appartenente al complesso Γ_0 (ne esistono certo due, eventualmente parti di una stessa curva); e si applichi il teorema del n. 12 agli attuali ∞^1 complessi lineari Γ e alla γ_0: la superficie (γ) così ottenuta soddisfa alle condizioni richieste (nè ve ne sono altre).

Digitized by Google

14. — Nel caso, escluso nel n. precedente, che per una data superficie (Υ) sia sempre $g' \equiv g''$, diremo che la (Υ) è una superficie *speciale*: la particolarità interessa non la superficie considerata in sè, ma la ∞^1 dei suoi complessi lineari Γ.

Tra le superficie trasformate asintotiche di una data rigata (g) *ve ne sono infinite di speciali*: e precisamente *la determinazione dei relativi* ∞^1 *complessi lineari* Γ *dipende da un'equazione di Riccati.* Infatti, nello S_5, la ricerca della linea (P_Γ) luogo dei poli, rispetto alla Φ, degli S_4 rappresentanti i complessi Γ è ricondotta (cfr. la fine del n. 12) alla ricerca di una linea (P_Γ) tracciata sulla sviluppabile circoscritta alla linea (g) della Φ, e tale che le sue tangenti tocchino la Φ stessa. Che l'equazione differenziale ordinaria in cui si traduce la ricerca di tale linea sia di Riccati, risulta dall'osservare che il birapporto dei quattro punti di intersezione di quattro linee (P_Γ) con una retta variabile tangente alla linea (g) è costante; in quanto, per due fra queste rette infinitamente vicine fra loro, quelle due quaterne di punti appaiono come segate su due tangenti di una conica da altre quattro tangenti della medesima conica [14].

Se per ognuno degli ∞^1 *sistemi di complessi lineari* Γ che, secondo il teorema precedente, si possono costruire a partire da una data rigata (g) *si immagina la rigata* (g') *luogo delle direttrici delle congruenze lineari speciali caratteristiche, due qualunque fra queste rigate* (g') *sono ancora falde focali di una congruenza* W (corrispondendosi rette direttrici che corrispondono ad una stessa generatrice g). Infatti, con le stesse notazioni di sopra, nello S_5, le ∞^1 linee (g') rappresentanti le rigate (g') appaiono come i luoghi dei punti di contatto della Φ con le tangenti alle ∞^1 linee (P): se g' e $\overline{g}'$ sono due fra questi punti di contatto, relativi ai punti P_Γ e $\overline{P}_\Gamma$ delle retta t tangente alla linea (g) nel suo punto g, g'_1 e $\overline{g}'_1$ i loro infinitamente vicini rispettivamente sulla (g') e sulla $(\overline{g}')$, λ e λ_1 le coniche segate dalla Φ sul piano osculatore a (g) in g e sull'analogo piano infinitamente vicino (coniche che

---

[14] Se la rigata di partenza è una schiera (e solo allora) le linee (P_Γ) sono rette (inviluppanti una conica); i complessi Γ sono quelli contenenti una stessa congruenza lineare speciale (fissa, ma arbitraria) di rette tangenti alla schiera lungo una sua generatrice; e le superficie (Υ) relative sono tutte rigate di congruenze lineari speciali.

Digitized by Google

risultano fra loro tangenti nel punto g di t), si ha che si incontrano su t le rette tangenti a λ e a λ_1 in g' e g'_1, e anche la tangenti in $\overline{g}'$ e $\overline{g}'_1$; donde si trae l'esistenza di una prospettività che muta λ in λ_1, g' e $\overline{g}'$ rispettivamente in g'_1 e $\overline{g}'_1$; restando così provato l'asserto.

Per le superficie (γ) speciali, il teorema del n. 13 viene sostituito dal seguente: *si parta da una rigata qualunque* (g'), *e poi si tracci, in modo generico, una rigata* (r_0) *contenuta in una (qualsiasi) congruenza lineare speciale avente per direttrice una generatrice prefissata* g'_0 *della* (g'): *esiste una superficie* (γ) SPECIALE *ben determinata, con un sistema di asintotiche,* γ, *in complessi lineari, per la quale le tangenti principali dell'altro sistema si ripartiscono fra* ∞^1 *congruenze lineari speciali aventi per direttrici le singole generatrici della* (g'), *in modo che quelle corrispondenti alla* g'_0 *costituiscano precisamente la* (r_0). Invero, la consueta rappresentazione in S_5 mostra intanto l'esistenza di ∞^1 congruenze lineari speciali, fra cui quella che contiene la (r_0), che sono caratteristiche per una ∞^1 di complesse lineari Γ: dopo di che, si può ragionare come al n. 13.

15. — Ritorniamo ora a superficie (γ) qualunque, con un sistema di asintotiche, γ, in complessi lineari; e riprendiamo il primo teorema del n. 12: al variare della linea γ_0 entro il complesso Γ_0, e restando fissi gli ∞^1 complessi lineari Γ, si ottengono infinite superficie, *dipendenti da una funzione arbitraria*, con le asintotiche di un sistema appartenenti a quei complessi lineari. Ebbene, *due qualunque fra quelle superficie sono falde focali di una congruenza* W, corrispondendosi su esse le asintotiche appartenenti ad uno stesso complesso lineare. La verifica è immediata, riducendosi all'osservazione che, se γ e $\overline{\gamma}$ sono due asintotiche di quelle due superficie, siano (γ) e ($\overline{\gamma}$), appartenenti ad uno stesso complesso lineare Γ, una retta condotta da un punto di γ a toccare ($\overline{\gamma}$) in un punto di $\overline{\gamma}$ sta nel complesso Γ e, come tale, tocca la (γ) nel punto di partenza.

In base a osservazioni già fatte (n. 10), *se l'insieme delle superficie testè nominate si completa con l'aggiunta delle* ∞^3 *rigate che sono trasformate asintotiche di una qualunque fra esse, tutte queste superficie sono ancora, a due a due, falde di congruenze* W.

Digitized by Google

16. — *Ma due superficie* (Υ) *e* (δ), *ciascuna delle quali abbia le asintotiche di un sistema* (rispettivamente Υ e δ) *appartenenti a complessi lineari* (rispettivamente Γ e Δ), *possono,* come ora si vedrà, *essere le falde focali di una congruenza* W (corrispondendosi appunto quei sistemi di asintotiche), *in modo che i complessi lineari delle asintotiche corrispondenti siano generalmente distinti.*

Proponiamoci di trovare appunto tutte le coppie di superficie che si trovano nelle condizioni ora dette.

Anzitutto, *se* (Υ) *e* (δ) *sono due superficie nelle condizioni ora esposte,* dico che *le* ∞^1 *congruenze* $\Gamma\Delta$ (intersezioni di complessi lineari corrispondenti) *sono caratteristiche per una* ∞^1 *di complessi lineari.* Infatti (cfr. il n. 7 del Cap. I) le quattro rette della supposta congruenza W uscenti dalle intersezioni di due asintotiche infinitamente vicine, Υ e Υ_1, del sistema Υ, con due asintotiche infinitamente vicine dell'altro sistema — sulla superficie (Υ) — appartengono a una schiera rigata. Ciò significa che esiste una congruenza W le cui falde focali rigate (infinitamente vicine) sono costituite dalle rette della primitiva congruenza W uscenti rispettivamente dai punti di Υ e di Υ_1. Ora, di queste rigate, la prima sta nella congruenza lineare $\Gamma\Delta$, e la seconda nella congruenza lineare infinitamente vicina: ma allora quelle due congruenze lineari, contenendo rispettivamente le due falde rigate di una congruenza W, stanno in un complesso lineare (come è noto, e si verifica subito direttamente ricorrendo alla rappresentazione in S_5).

Prima di procedere, facciamo la seguente osservazione: *se due curve* Υ *e* δ, *trasformate asintotiche l'una dell'altra, appartengono rispettivamente ai complessi lineari distinti* Γ *e* Δ, *e se per ognuno dei loro punti, entro il corrispondente piano osculatore, si conduce la retta* [15], *rispettivamente* g *e* d, *appartenente a un complesso lineare prefissato,* H, *si ottengono due rigate* (g) *e* (d) *che sono falde focali di una congruenza* W (la corrispondenza fra le loro generatrici essendo quella data dalla corrispondenza fra Υ e δ). Infatti due generatrici infinitamente vicine della (g), g e g_1, uscenti rispettivamente dai punti G e G_1 di Υ, e le due

---

[15] o più generalmente *una* retta, se si vuole includere il caso che H coincida con Γ oppure con Δ.

Digitized by Google

loro corrispondenti della (d), d e d_1, — uscenti da D, D_1 — stanno da un lato nella congruenza lineare avente per direttrici $G D_1$ e $G_1 D$, e d'altro lato nel complesso lineare H che, per posizioni generiche di g, non contiene certo la nominata congruenza lineare ([16]): quindi g, g_1, d, d_1 appartengono ad una schiera rigata.

17. — Ciò posto, prima di dare l'effettiva soluzione del problema posto al principio del n. 16, conviene distinguere le trasformazioni asintotiche fra due superficie (γ) e (δ) del tipo considerato in due classi. In una *prima classe* porremo le trasformazioni asintotiche di cui si è detto al n. 15. Nella *seconda classe* collocheremo invece tutte quelle trasformazioni asintotiche, per le quali asintotiche corrispondenti stanno in complessi lineari generalmente distinti, e anche quelle che, pure appartenendo già alla prima classe, hanno tuttavia in comune con le trasformazioni asintotiche ora nominate la particolarità che ciascuna delle rigate luoghi delle congiungenti punti corrispondenti di un'asintotica γ e di un'asintotica δ sta in una congruenza lineare (anzichè in un complesso lineare, come avviene per le altre superficie della prima classe). Queste ultime trasformazioni stanno dunque contemporaneamente nella prima e nella seconda classe.

Per le trasformazioni della seconda classe, sussiste la seguente proposizione: *assegnata una superficie* (γ) *con un sistema di asintotiche,* γ, *in complessi lineari* Γ, *per trovare nel modo più generale una superficie* (δ) *sua trasformata asintotica della seconda classe, si assuma ad arbitrio, entro ogni complesso* Γ, *una congruenza lineare* C, *in modo che le* ∞^1 *congruenze così ottenute siano caratteristiche per una* ∞^1 *di complessi lineari, e si tracci per ogni punto di ogni asintotica* γ *la retta della corrispondente congruenza* C: *la congruenza* $\mathfrak{Z}$ *così ottenuta è una congruenza* W, *e la sua seconda falda focale fornisce la superficie* (δ) *richiesta.*

Nota (γ), *ogni superficie* (δ) (la cui determinazione dipende da una funzione arbitraria) *si ottiene (senza quadrature) con sole operazioni di derivazione.*

([16]) Infatti, ne seguirebbe che ad H apparterrebbero entrambe le curve γ e δ, contro l'ipotesi.

Digitized by Google

Che, chiamando C le congruenze lineari in cui stanno le rigate congiungenti i punti corrispondenti di un'asintotica γ e della omologa δ (vale a dire le congruenze $\Gamma\,\Delta$, se $\Gamma \equiv \Delta$), esse si debbano scegliere come nel precedente enunciato, risulta dal primo teorema del n. 16 (che, con la sua dimostrazione, continua a valere pure per le superficie che appartengono contemporaneamente anche alla prima classe); ed è anche chiaro che, così scelte le C, non si possono ottenere superficie (δ) nelle condizioni richieste, se non col procedimento ora indicato. Per dimostrare poi che effettivamente le superficie dell'enunciato risolvono il problema, si osservi anzitutto che la retta della congruenza $\mathfrak{J}$ uscente da un punto di un'asintotica γ viene a stare certamente in Γ, dimodochè la (γ) è una falda focale della congruenza $\mathfrak{J}$. Poi, le rette di questa congruenza uscenti dai punti di due asintotiche γ infinitamente vicine della (γ) stanno nel complesso lineare H congiungente le relative congruenze lineari C infinitamente vicine tra loro; e quindi costituiscono, secondo l'osservazione finale del n. 16 (applicata a quelle due asintotiche che, appunto, sono trasformate asintotiche l'una dell'altra), le due falde focali di una congruenza W. Perciò le quattro rette della congruenza $\mathfrak{J}$ uscenti dai punti d'intersezione di due asintotiche γ infinitamente vicine con due asintotiche, pure infinitamente vicine, dell'altro sistema, stanno in una schiera; e la congruenza $\mathfrak{J}$ è una congruenza W. Quindi, sulla sua seconda falda focale è asintotica ogni linea δ luogo dei suoi punti di contatto con le rette di $\mathfrak{J}$ uscenti dai punti di una linea γ. E poichè la rigata di queste rette tocca ovviamente quella seconda falda lungo la δ, ne viene che δ è anche asintotica su quella rigata; e siccome questa sta nella congruenza lineare C, così la δ sta effettivamente in un complesso lineare Δ (per C) ([17]).

Quanto alla ricerca effettiva delle superficie (δ), tra le costruzioni a ciò necessarie secondo quanto ora si è dimostrato, la sola per la quale non sia senz'altro evidente che essa non

([17]) Il dubbio che le superficie (δ) così costruite rientrino tutte fra quelle del n. 15 si elimina in base al grado di arbitrarietà della soluzione; anzichè da una funzione arbitraria, le superficie (δ) fornite dalla costruzione e rientranti effettivamente fra quelle, dipendono solo da 4 costanti arbitrarie, come si verifica facilmente.

Digitized by Google

equivale che a operazioni di derivazione, è quella che consiste nel tracciamento delle ∞^1 congruenze lineari C. Ora, la ricerca di queste congruenze, nello S_5 rappresentativo, trasformata con la polarità rispetto alla Φ, equivale alla ricerca di una superficie sviluppabile contenente una curva assegnata (P_H). Si può applicare allora una costruzione indicata, per un altro scopo, dal Prof. Segre [18], che conduce appunto a sole operazioni di derivazione: basta condurre per gli ∞^1 S_3 osculatori di (P_H) altrettanti S_4 e cercarne il terzo inviluppo (luogo delle intersezioni di quattro S_4 consecutivi). La costruzione va modificata se la linea (P_H) sta in uno S_3; ma anche in tal caso si vede facilmente che essa si traduce ancora, analiticamente, in operazioni dello stesso tipo.

Osserviamo infine che, *per le coppie di superficie considerate in questo n., le asintotiche* γ *della* (Γ) *sono tutte proiettive alle asintotiche* δ *della* (Δ), ciò che subito discende dalla considerazione della rigata che tocca le due superficie rispettivamente secondo una linea γ e la corrispondente linea δ.

18. — Prima di proseguire, dobbiamo fare una breve digressione relativa alle trasformazioni asintotiche fra curve appartenenti a complessi lineari.

Anzitutto, riteniamo suddivise anche queste trasformazioni in due *classi*, in modo del tutto analogo a quello definito al principio del n. 17. Dimostriamo allora che *se, nel teorema del Cap. I n. 3, si suppone che ciascuna delle tre curve* (A), (B), (C) — che riteniamo senz'altro non siano asintotiche su una stessa rigata — *stia in un complesso lineare, ognuna delle* ∞^1 *curve* (D) *sta ancora in un complesso lineare se le trasformazioni asintotiche fra* (A) *e* (B) *e fra* (B) *e* (C) *appartengono alla* STESSA *classe, mentre, se quelle trasformazioni appartengono a classi* DIVERSE, *fra le curve* (D) *ve ne è una e una sola che sta in un complesso lineare.*

Invero, chiamando A, B, Γ rispettivamente i complessi lineari di (A), (B), (C), e (D) una qualsiasi fra le curve del teorema citato,

---

[18] V. il n. 7 della sua Nota: *Le congruenze rettilinee* W *aderenti a due superficie rigate*, "Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino „, vol. XLII (1907).

Digitized by Google

se $A \equiv \Gamma$, le rette DA e CD, osculanti rispettivamente di (A) e di (C), stanno in $A \equiv \Gamma$. E siccome esse sono generalmente distinte, ne segue che il piano polare di D rispetto al complesso lineare considerato è proprio il piano ivi osculatore alla (D). Dunque questa curva — e lo stesso vale, naturalmente, per la (B) — sta in quel complesso lineare.

Si supponga invece $A \not\equiv \Gamma$, e, per ora, che ciascuna delle due rigate (AB), (BC) stia in una congruenza lineare. Dei due complessi A e Γ, uno al più può coincidere con B; supponiamo p. es. che sia $A \not\equiv B$. Allora, se si costruisce la linea (D) col procedimento seguìto nella dimostrazione del Cap. I n. 3, ne risulta che la retta AD appartiene costantemente al complesso lineare che congiunge la sua posizione iniziale con la congruenza lineare cui appartengono, per ipotesi, le generatrici della (BC). E siccome la retta AD sta anche nel complesso A, ne segue che la (AD) sta in una congruenza lineare; e perciò la (D), che è una sua asintotica, sta in un complesso lineare. Il ragionamento cadrebbe soltanto se il complesso A contenesse la congruenza lineare a cui, per ipotesi, appartengono le generatrici della rigata (BC): ma questo caso non si può presentare, perchè allora la rigata (AB), contenuta nella congruenza intersezione dei due complessi lineari A e B, entrambi contenenti la congruenza lineare di (BC), e la rigata (BC) starebbero in una stessa congruenza lineare, e le curve (A), (B), (C) sarebbero asintotiche su una stessa rigata, contro l'ipotesi.

Finalmente si faccia l'ultima ipotesi che resta possibile: che cioè sia $A \not\equiv \Gamma$, e p. es. $A \equiv B$, in modo però che la rigata (AB) non stia in una congruenza lineare. Allora, se la (D) deve stare in un complesso lineare Δ, questo complesso appartiene al fascio $B\Gamma$, perchè nell'ipotesi opposta la congruenza lineare $\Gamma\Delta$ cui apparterrebbe la rigata (CD) trasformata asintotica della (AB) verrebbe a stare nel complesso B, contro l'ipotesi. Però è certo $\Delta \not\equiv A$, perchè, se no, il ragionamento esposto nel primo capoverso della dimostrazione porterebbe a conchiudere $B \equiv \Gamma$. Quindi la rigata (AD) sta in una congruenza lineare, $A\Delta$, che coincide con quella cui appartiene (BC). Da tutto questo risulta che, volendo che una linea (D) ottenuta a partire da (A), (B), (C) col procedimento del Cap. I n. 3 stia in un complesso lineare, occorre — con le notazioni di quel n. — scegliere inizialmente

Digitized by Google

la retta a (osculante la (A) nel suo punto prefissato genericamente A) nella congruenza $B\Gamma$, ciò che determina univocamente tale posizione iniziale. E, con questa scelta, quel procedimento mostra che effettivamente (D) sta in un complesso lineare.

19. — Ciò posto, si ha per le superficie (γ) il seguente teorema di permutabilità: *se nel teorema di permutabilità per le trasformazioni asintotiche di una superficie si suppone di partire da tre superficie* $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ *aventi ciascuna un sistema di asintotiche in complessi lineari, ognuna delle* ∞^1 *superficie che con quelle dà una quaterna in trasformazione asintotica ha ancora le asintotiche di un sistema in complessi lineari, se le trasformazioni asintotiche fra* (α) *e* (β) *e fra* (β) *e* (γ) *appartengono alla* MEDESIMA *classe, mentre fra quelle* ∞^1 *superficie ve ne è una e una sola dotata di tale proprietà, quando quelle due trasformazioni asintotiche appartengono a classi* DIVERSE.

Basta, per convincersene, riprendere la dimostrazione del teorema del Cap. I n. 8, tenendo presente il risultato testè stabilito: con le notazioni di quel n., risulta che per δ_0 vi sono ∞^1, oppure una posizione possibile; da essa è determinata univocamente δ_1 pure in un complesso lineare; ecc., ecc.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 4 Maggio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: S. E. Boselli, De Sanctis, Stampini, Brondi, Einaudi, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Faggi, Luzio e Solari.

Il Socio Einaudi funge da Segretario nell'assenza del Socio Vidari, il quale è scusato.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente comunica una lettera dell'Accademia di Agricoltura, Scienze e Lettere di Verona, nella quale s'invita l'Accademia a farsi rappresentare alla commemorazione del suo Segretario Biadego, la quale sarà tenuta oggi dal Socio Flamini. La Classe, ringraziando per il cortese invito, si associò alla commemorazione.

Il Presidente comunica che la Unione Accademica Nazionale nella sua adunanza del 14 marzo ha designato a comporre la delegazione italiana nella prossima sessione della Unione Acca-

Digitized by Google

demica Internazionale in Bruxelles i signori: sen. C. Calisse della R. Accademia dei Lincei, prof. G. De Sanctis della R. Accademia delle Scienze di Torino, prof. Vincenzo Ussani del R. Istituto veneto, prof. G. Q. Giglioli della R. Università di Pisa. I due voti di cui la delegazione italiana dispone saranno attribuiti ai rappresentanti delle due Accademie che prime dettero la loro adesione, e in mancanza di uno di questi il diritto di voto passerà al rappresentante della terza. Il prof. Ussani rappresenterà quale delegato tecnico tutte le assemblee associate nel Comitato del Dizionario del Latino medievale; il prof. Giglioli le rappresenterà nel Comitato del *Corpus Vasorum*.

Il Presidente comunica pure che la R. Accademia Nazionale dei Lincei, iniziatrice delle due imprese dei supplementi al *Corpus Inscriptionum* e della *Forma Italiae*, procedette alla costituzione delle commissioni, a cui ne verrà affidata la direzione. Aggiunge che venne riservata a questa R. Accademia delle Scienze la facoltà d'integrare le commissioni stesse designando a farne parte qualcuno de' suoi membri. L'Accademia, che già è rappresentata in entrambe le commissioni dal proprio Socio residente prof. De Sanctis, delibera di collaborare alle due imprese procedendo a suo tempo alla nomina di apposite commissioni interne.

Il Socio De Sanctis chiede la parola per illustrare brevemente i lavori del Comitato centrale della Unione Accademica Internazionale per il Dizionario del latino medievale e per esprimere un plauso all'opera intelligente ed energica svoltavi dal nostro delegato prof. V. Ussani. La Classe si associa unanime a tale plauso.

Il Socio Einaudi presenta un suo volume intitolato *Le lotte del Lavoro*, Torino, Gobetti, 1924, e brevemente ne illustra il concetto informatore.

Il Socio Luzio presenta una Nota, *Monsignor Fornari e Vincenzo Gioberti*, sulla politica ecclesiastica del periodo albertino.

Digitized by Google

La lettura della Nota è ascoltata con molto interesse dalla Classe.

I Soci Boselli e Cian plaudono alle ricerche del Luzio, le quali integrano altre dal Luzio stesso già promosse ed accennano a fonti al riguardo ancora forse inesplorate.

La Nota del Luzio sarà pubblicata negli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

Mons. Fornari e V. Gioberti

Nota del Socio nazionale residente ALESSANDRO LUZIO

I.

Nel voluminoso carteggio su materie ecclesiastiche tra il Ministero degli esteri sardo e gli Arcivescovi e Vescovi dello Stato ho rinvenuto frammiste due importanti lettere di quel Mons. Fornari, nunzio pontificio a Bruxelles: celebrato, almeno per alcun tempo, dal Gioberti, come suo illuminato e generoso patrono (1).

Mi par quindi utile pubblicarle, aggiungendovi altri documenti, che completano e rincalzano le conclusioni della precedente mia nota giobertiana (*Atti*, vol. LVIII, 186 sgg.).

Dalla corrispondenza officiale con gli alti dignitari della Chiesa in Piemonte, risulta luminosamente per più d'una prova che il Solaro Della Margherita non solo professava decisa avversione al Rosmini, ma spiegava gran zelo nel diffondere tra l'Episcopato gli scritti inviatigli da Roma, dall'ambiente gesuitico, contro il Roveretano.

Il Gioberti perciò, che aveva preso posizione netta contro "gli errori, rosminiani sin dall'*Introduzione allo studio della filosofia*, finita di stampare nell'estate del 1840, doveva necessariamente esser riguardato dal Solaro come un prezioso alleato da conquistare durevolmente: come un figliuol prodigo a cui

(1) Cfr. Massari, *Ricordi biografici*, II, 183 sgg.; Cian, *Lett. di V. Gioberti a P. D. Pinelli*, Torino, 1913, p. 97 sgg.; Balsamo-Crivelli, *Gioberti-Massari, Carteggio*, Torino, 1920, p. 582 sgg.

Digitized by Google

riaprire le porte del Piemonte e le braccia della regia clemenza. Ond'è che nel marzo del '41, promovendo il Crotti di Costigliole da consigliere d'ambasciata in Francia a titolare della Legazione Sarda nel Belgio, tra le altre istruzioni gli dava pur quella di dedicare una speciale attenzione al battagliero filosofo:

C^te^ Crotti
Paris

9 mars 1841

... Je profite de cette circonstance, M^r^ le C^te^, pour vous prier de vous procurer des informations exactes qui vous mettent à même de me faire un rapport sur la conduite actuelle, morale et politique, sur les occupations et les relations de l'Abbé Giobert, sujet du Roi qui a quitté Turin, pour avoir été compromis dans des menées politiques, et qui après avoir demeuré assez longuement à Paris, se trouve actuellement à Bruxelles...

(Copialettere Libro 5 del " Gabinetto particolare " del Solaro della Margherita).

Se non a volta di corriere, con relativa sollecitudine il Crotti assunse e fornì le ampie, spassionate informazioni richiestegli:

Bruxelles, 24 avril 1841

... Par votre lettre du 9 mars dernier vous m'avez ordonné, Monsieur le Comte, de prendre, en arrivant à Bruxelles, des informations précises sur la conduite actuelle morale et politique de M^r^ l'Abbé Giobert et sur le genre de ses occupations et de ses relations.

M^r^ l'Abbé Giobert n'est pas très connu ici et n'est pas à la tête d'un Collège ainsi que je crois vous l'avoir écrit de Paris dans le tems (1); mais il est simplement Professeur de Philosophie dans un Collège tenu par un certain M^r^ Gagia (2), homme d'esprit, qui a su inspirer assez de confiance pour qu'un grand nombre de pères de famille lui confiassent leurs enfants. M^r^ l'Abbé Giobert a tenu une bonne conduite à Paris vivant

(1) Il Crotti fu addetto alla Legazione di Parigi, come consigliere, dal 1836 al '40: e questo suo dispaccio sul Gioberti, che non m'è riuscito di rintracciare sinora, l'avrà certo dettato in qualche periodo di interinale reggenza dell'ambasciata, affidata allora al Brignole Sale.

(2) Aveva scritto dapprima " Garcia " e s'affrettò a rettificare con disp. 12 maggio, confermando tutto il resto.

Digitized by Google

misérablement dans la retraite du produit de quelques ouvrages qu'il faisait imprimer; mais ces ressources n'étant pas suffisantes ou étant taries, il vint en Belgique espérant améliorer son sort. Il se plaça chez ce Mr Gagia en qualité de professeur de Philosophie et s'y est toujours acquitté consciencieusement, à ce qu'il paraît, de ses devoirs. Ce Mr Gagia n'est rien moins qu'un ancien curé italien (de Brescia, à ce qu'on m'a dit) qui a apostasié, s'est fait luthérien, s'est marié et vit avec sa famille du produit du Collège. Mr Giobert ignorait-il ces circonstances lorsqu'il s'est mis aux gages de cet apostat? C'est ce que je n'ai pu savoir; mais ce qu'il y a de sûr c'est qu'il ne l'ignore plus aujourd'hui, car depuis quelque tems il cherche à se placer ailleurs. Il n'a point pu obtenir de dire la messe; apparemment à cause de l'endroit où il demeure; mais on m'a assuré qu'il dit tous les jours son office et mène une vie exemplaire. Il a même souvent des altercations avec Mr Gagia en matière religieuse et il est inébranlable dans la foi. Par sa présence il fait beaucoup de bien et empêche souvent le mal; mais il y est malheureux et désire qu'on lui permette de rentrer dans ses foyers. Je tiens ces détails de l'Internonce du St Siège. Un très respectable père Jésuite qui connaît bien le pays m'a dit à peu près la même chose. Monseigneur Fornari a ajouté qu'un bon catholique de sa connaissance était venu dernièrement le prier de vouloir s'intéresser à Mr l'Abbé Giobert et lui avait donné des renseignemens satisfaisants sur son compte en fait de moralité et de principes religieux. Il n'a pas été question de principes politiques que Monseigneur savait n'avoir pas été bons. Il paraît au reste qu'indépendamment du peu de sympathie qu'il y existe entre Mr Giobert et Mr Gagia, ce dernier étant menacé de perdre la majeure partie de ses élèves parce que sa qualité de prêtre défroqué commence à s'ébruiter, il s'ensuivra la fermeture du Collège et qu'alors la séparation entr'eux sera inévitable. L'Internonce ne s'explique autrement la présence de Mr Giobert dans un Collège tenu par Mr Gagia si ce n'est par la nécessité de pourvoir à son existence et peut-être aussi l'espoir d'y faire un peu de bien en donnant ses soins, comme il le fait, aux principes religieux des élèves. Pour le moment voilà tout ce que j'ai pu apprendre et que je m'empresse de mander à Votre Excellence; mais je me réserve à Lui transmettre plus tard les nouvelles informations que je tâcherai de me procurer,...

CROTTI DE COSTIGLIOLE.

A ragguagli così benevoli pel Gioberti il Solaro sul momento non rispose, aspettandone il seguito promesso; e poichè questo tardava, si diè la pena di sollecitarlo, verso la fine dell'anno, allorchè per le nozze imminenti del Principe ereditario si pre-

Digitized by Google

disponeva un'amnistia, di cui desiderava che il Gioberti fruisse, invocandola.

C^te^ Crotti
Bruxelles

14 décembre 1841

Par votre dépêche du 24 avril dernier, vous avez bien voulu me donner quelques informations que je vous avais demandées sur la conduite morale et politique de M^r^ l'Abbé Gioberti, et sur le genre de ses occupations et de ses rapports personnels. Je suis dans le cas de recourir de nouveau à votre obligeance pour savoir si ce sujet du Roi n'a pas fait d'autre ouvrage depuis qu'a paru celui qu'il publia l'année dernière, et si vous avez à me donner sur sa conduite, sur sa position actuelles, et sur le projet qu'il paraissait avoir alors de quitter le Collège où il enseignait la philosophie, les renseignements que vous vous réservâtes alors de vous procurer encore. Je vous serai obligé, M^r^ le C^te^, de me les transmettre dans une dépêche confidentielle avec toutes les autres notions que vous aurez pu vous procurer nouvellement à son égard, et en vous en remerciant d'avance, je saisis volontiers cette occasion...

(Copialettere c. s.).

I dispacci 24 dicembre 1841, 18 febbraio, 29 marzo, 15 aprile 1842, dettati allora dal Crotti, si posson leggere nell'Appendice III al *Carteggio Gioberti-Massari*, editi dal benemerito Balsamo-Crivelli: a completarli gioveranno le reciproche del Solaro, rintracciate nel suo *Copialettere*.

14 Janvier (1842)

J'ai eu l'honneur de soumettre au Roi la dépêche confidentielle que vous avez bien voulu m'écrire le 24 décembre dernier, relativement à M^r^ l'Abbé Gioberti, et les informations très avantageuses que vous m'avez données sur son compte. S. M. a appris avec satisfaction que cet Ecclesiastique est revenu à de bons sentimens religieux, et elle a même exprimé l'idée que s'il ferait la demande de retourner dans sa patrie, elle serait disposée, en considération des témoignages favorables qu'ont mérité ses efforts et sa conduite actuelle, à lui en accorder la permission: ce ne serait toute fois que dans le cas où il solliciterait lui-même humblement cette grâce, par une supplique qu'il adresserait à cet effet au Roi.

Je dois, M^r^ le Comte, vous faire part de la disposition bienveillante dans laquelle S. M. serait à l'égard de M^r^ Gioberti, pour que vous puissiez aviser au moyen convenable de la lui faire connaître, afin de

Digitized by Google

le mettre ainsi à même d'en profiter, si son vœu est de rentrer en Piémont. Mais cette permission ne devant lui être accordée que comme une grâce, et sur des instances, il ne faut naturellement pas avoir l'air de faire auprès de lui une démarche pour l'engager, mais seulement lui ouvrir la voie de solliciter cette faveur de la clémence de S. M. Du reste, avant de rien faire dans ce but, vous devez bien vous assurer, si Mr Gioberti désire réellement revenir dans sa patrie, et s'il se déciderait à faire au Roi une demande à cet effet, car peut-être serait-il trop fier pour vouloir se soumettre à cette supplication.

Avant même de l'amener à l'idée de faire cette démarche, il convient d'abord de tâcher qu'il demande à l'Archevêque de Turin, la permission qu'il paraît désirer si vivement, de pouvoir dire la Messe, ce que ne rencontrera pas de difficultés, car l'Archevêque ne l'a jamais considéré comme déchu du pouvoir de la célébrer. Je puis même vous dire confidentiellement, que ce Prélat à qui j'en ai parlé, voulait lui envoyer de lui même une attestation qui lui donnât le moyen d'obtenir, de l'autorité Ecclesiastique Belge, la permission de célébrer la messe dans ce pays, mais que je n'ai pas jugé que ce fût à propos. J'ai pensé avec raison qu'il fallait lui laisser faire cette demande lui même, car s'il se décidait d'abord à cet acte de soumission auprès de l'Archevêque, ce serait la meilleure preuve qu'il est revenu à de bons sentimens.

Je dois aussi vous reccomander, Mr le Comte, de vous assurer encore bien positivement avant d'insinuer à Mr Gioberti l'idée de solliciter la grâce de rentrer dans sa patrie, s'il est vraiment retourné à de bonnes opinions politiques, car d'après des suppositions qui ont été faites, il paraîtrait que sous ce rapport, ses idées n'ont pas changé d'une manière favorable comme pour les principes religieux.

En vous donnant ces indications, Mr le Comte, je confie à vos soins la manière de remplir convenablement l'objet de cette dépêche, et je saisis volontiers cette occasion pour vous renouveler les assurances .....

(confidentielle)

10 mars 1842

J'ai reçu la dépêche confidentielle que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire en date du 18 février pour me faire part de la conversation que vous avez eue avec Mr l'Abbé Gioberti, ensuite des directions que vous avait données ma dépêche du 14 janvier, et me rendre compte de ce qu'il vous a dit de ses projets pour l'avenir. Maintenant que vous lui avez fait pressentir que sa demande de pouvoir célébrer la messe serait accueillie favorablement par l'Archevêque de Turin, et que vous lui avez suffisamment laissé concevoir l'espérance de pouvoir obtenir plus tard la grâce de rentrer dans sa patrie, il convient de ne rien faire de

Digitized by Google

plus auprès de lui dans le but que j'avais indiqué dans ma dépêche précédente, d'autant plus que tout en expriment l'intention de faire la démarche nécessaire auprès de l'Archevêque, il prouve par le retard qu'il veut y mettre, qu'il n'est pas très empressé d'obtenir la faveur qu'il solliciterait (1). Je vous invite en conséquence, Mr le Comte, à vous en tenir à l'égard de l'Abbé Gioberti aux insinuations que vous lui avez faites, mais à ne rien lui dire de plus dans la vue de l'engager à solliciter sa double réabilitation. Je recevrais du reste volontiers les détails que vous pourrez être dans le cas de me donner sur l'exécution des projets dont il vous a parlé, et je vous en offre d'avance mes remercimens, du même tems que ceux que je vous dois déjà pour l'attention que vous avez eue de m'envoyer la brochure qu'il a écrite contre Mr De Lamennais.

Je profite ecc.

4 avril 1842

Le Roi a reçu de Mr l'Abbé Gioberti Vincent une supplique dans laquelle il témoigne le vœu de pouvoir se rendre en Italie où il a l'espoir de trouver une place pour l'enseignement de la Philosophie, et sollicite en conséquence des bontés de S. M. les dispositions nécessaires pour le mettre à même de réaliser ce projet pour lequel il demande la grâce de son assentiment. D'après ce que vous m'avez mandé, Mr le Comte, dans votre dépêche du 18 février dernier, de l'intention que Mr Gioberti vous avait manifestée d'aller en Angleterre et d'y passer quelques années pour y consulter les manuscrits dont la connaissance lui est nécessaire pour terminer l'ouvrage philosophique dont il s'occupe, je n'explique pas bien comment il se fait qu'il demande maintenant à venir en Italie. Quoi qu'il en soit je vous invite à reconnaître ce qu'il en est, à cet égard, et je dois vous faire connaître que si Mr Gioberti désire vraiment se rendre en Italie il n'y a pas de difficultés à ce que vous lui délivriez ou visiez un passeport dans ce but, et même pour passer dans les États du Roi, s'il souhaite les traverser, pour se rendre à sa destination. Dans ce cas cependant vous voudrez bien m'en prévenir d'avance en m'indiquant à toute bonne fin, quand et par quel point de notre frontière il compterait entrer dans les États de S. M.

Je saisis ecc.

(1) È evidente che queste stesse cose comunicò il Solaro al marchese Gustavo Cavour: il quale, nella polemica col Gioberti, gli rimproverava di avere ostentato a Parigi costumi secolareschi " avec une barbe à la jeune France „ e di non avere per " un orgueil déplacé „ voluto dimandar neanche dal Belgio all'Arcivescovo di Torino il *celebret*. La " bonne source „, adombrata dal Cavour, non era altri che il ministro degli esteri.

Digitized by Google

La supplica al Re si può leggere tra' documenti della *Censura in Piemonte*, pubblicati dal Manno: è concepita con esuberanza di termini, che riesce sgradevole, poichè il Gioberti alludendo evidentemente alle celebri iscrizioni dedicatorie, in memoria del Pallia, della *Teorica del Sovrannaturale*, deplora d'aver " offeso il vero e per poca considerazione passato il segno „ !... (1).

II.

La benignità mostrata allora da C. Alberto al pentito e contrito offensore indusse, pochi mesi dopo, il Gioberti ad un passo indubbiamente mal ponderato: quello cioè di pretendere l'intervento sovrano nella sua polemica rosminiana col marchese Gustavo di Cavour (2) !...

Si riferiscono appunto a simile zuffa, poco cristianamente condotta da entrambe le parti, le due lettere di Mons. Fornari, che ora produco. Il Nunzio pontificio, animato dalla più calda deferenza per l'avversario del Rosmini e del Lamennais, non comprese pur egli l'inopportunità di premer sul Re, per soffocare una contesa già scoppiata su giornali stranieri. Ad ogni modo ha grande valore l'attestazione di Mons. Fornari, che e di scienza propria e per autorevoli informazioni sfatava ogni addebito alla correttezza ecclesiastica dell'esule abate.

Eccellenza

Il Sig. Abbate D. Vincenzo Gioberti, suddito di S. M. il Re di Sardegna, il quale deve essere ben noto all'Eccellenza Vostra, essendosi veduto attaccato in un articolo dell'*Universo* (giornale che si pubblica in Parigi) da un tal Sig. Marchese Gustavo Cavour suo compatriotto, e calunniato intorno alla sua condotta privata come sacerdote, ha cre-

---

(1) *Biblioteca di storia italiana recente*, I, 125 sgg.

(2) Per la quale si veggano gli scritti del Bollea e del Solmi nel vol. XV del *Bollettino st.-bibl. subalpino*; del Colombo, nella *Rassegna stor. del Risorgimento* del 1918. Cfr. nello studio del Manno, dianzi citato, p. 129, la lett. 2 febbraio 1843 del G. al Promis, ove scrive: " ho chiesto giustizia al Re e spero di ottenerla „. La relativa lettera a C. Alberto è sconosciuta finora: se pure esiste e per non so qual ragione non fu prodotta con le altre giobertiane dal Manno.

Digitized by Google

duto di publicare colle stampe una risposta agli attacchi di lui, e di deporre quella risposta ai piedi di S. M. il suo sovrano accompagnandola con una lettera, colla quale supplica la M. S. a dare una occhiata a quella risposta, e quindi, se il crederà, indurre il Marchese a confessare il suo torto.

Per far pervenire la sua lettera ai piedi di S. M. ha creduto rivolgersi a me, con invitarmi a spedirla all'Eccellenza Vostra, pregandola di umiliarla a S. M. Conoscendo io la vita che mena in Bruxelles il Sig. Gioberti e vedendo che egli non si occupa di altro che della educazione religiosa e scientifica dei giovani che gli sono confidati, e dello studio, menando una vita del resto ritiratissima, e che a ben giusta ragione può dirsi esemplare, non trascurando alcuno dei doveri non solo del Cristiano, ma ne anche del Sacerdote, tranne la celebrazione del S. Sagrifizio, dalla quale viene impedito non per sua condotta irregolare, ma per motivi politici all'Eccellenza Vostra ben noti, ho creduto di non dovermi ricusare alla sua preghiera, e perciò mi prendo la rispettosa libertà di spedire, congiuntamente a questa mia, l'indicata lettera del Sig. Gioberti, con un esemplare stampato della risposta fatta alle accuse pubblicate contro di lui, e pregarla a degnarsi di deporla ai piedi di S. M.

Prego V. E. ad accogliere l'espressione dei sentimenti di profondo rispetto, con cui ho l'onore di rassegnarmi dell'Eccellenza Vostra

Um^mo^ Dev^mo^ ed Obbl^mo^ servitore
R. Arcivescovo di Nicea Nunzio Apostolico.

Bruxelles, 25 Gennaio 1843.

Presi gli ordini di S. M., il ministro degli esteri in due lettere successive, a poche ore di distanza, dimostrò al Nunzio l'impossibilità dell'ingerenza sovrana: additando la via de' tribunali, come la più adatta a definir la vertenza. Là poteva far il Gioberti rifulgere la propria irreprensibilità religiosa e politica: la esigere la condanna o la volontaria ammenda del denigratore; là dimostrare ingiusto l'arresto, immeritato l'esilio del '33; e non fu ben ispirato a respingere il consiglio (1),

(1) Pietro di Santa Rosa, cavalleresco difensor del G. nella polemica col Cavour, ammetteva pienamente che l'amico nel '33 « était extrêmement exalté en fait d'opinions libérales, il visait à la République, je crois à la démocratie pure... » (*Bollettino* cit., p. 333). Sulle accuse specifiche mosse al G. non poteva gettar luce piena il processo, perchè strozzato a tutto vantaggio del prevenuto, per effetto di influenze clericali: « dans nostre

Digitized by Google

lasciando adito al dubbio che non si sentisse troppo solido sul terreno de' fatti. Non s'addiceva, comunque, a un avversario della Monarchia assoluta il provocare un atto d'imperio in una vertenza del tutto privata... E questo pensò certo il Solaro della Margherita, se anche nelle sue missive al Nunzio discretamente lo tacque!...

---

pays (non a torto esclamava G. Cavour) on ne fait pas un scandaleux procès à un chapelain du Roi „, a un teologo, ecc. (lett. cit. dal Colombo). Informazioni precise (che potrebbero anche esistere nell'Archivio dell'Arcivescovado di Torino) aveva inserito il segretario particolare del Re, G. B. De Gubernatis, nel suo *Diario del '33,* di cui il Brofferio pubblicò la prima parte nel vol. XIII de' *Miei tempi*; ma purtroppo mancano i mesi tipici nell'autografo conservato dalla Biblioteca Reale. Ivi peraltro alcuni passi confermano quanto sia deplorevole lo smarrimento o la distruzione delle note mancanti dalla metà di febbraio a' primi di giugno.

Sotto la data del 3 giugno leggiamo: " Giobert condotto dal Comandante della piazza (*vedi* 14-24 maggio e 1° corrente) disse: se mi hanno arrestato perchè sono liberale, mi protesto di esserlo e di essere sempre stato tale... „.

" 4 giugno... Estratto della relazione de' Carabinieri... giorno 31 alle otto di sera, arresto del teologo Giobert (*vedi sopra* 1° giugno) trovate in casa sua lettere sospette dei fuggitivi studenti Scovazzi e Bertolini „.

L'interessante *diario*, pieno di cose prelibate, continua per fitte pagine, a tutto giugno: e v'ha tra le altre rivelazioni inattese pure quella che il Re era " disgustatissimo „ del Maistre, anguilleggiante nei suoi doveri di giudice militare; irritato assai contro l'Omodei, accusato di aver permesso nell'Arsenale stesso la fabbrica d'un bel numero di pugnali tirannicidi; e preoccupato infine dei sospetti lanciati contro la fedeltà di parecchi generali. Ma per quanto abbia aguzzato lo sguardo in quelle vere *pattes de mouche*, faticosissime a decifrare, del De Gubernatis, nessun'altra menzione vi ho rinvenuto del processo Gioberti, tranne quest'ultimo accenno rilevantissimo:

" 1° luglio... mi dice (sottinteso, parrebbe, il Re) che i due Cesari: Alfieri, Balbo, ed un terzo (*forse C. Saluzzo*) erano della società del cappellano Giobert „.

Indi a poco, il De Gubernatis perdeva il favore reale; gli subentrava nella carica di segretario di fiducia il Castagnetto; e l'espulso si sfogava in altro *diario del 1835-36* (di cui possiedo copia) nelle più atroci diffamazioni contro il Sovrano e la Corte. Fonte perciò torbidissima, da usare con le maggiori cautele.

Digitized by Google

(Copialettere, Libro 6).

Mons. Fornari
Nunzio Apostolico a Bruxelles.

2 febbraio 1843

Ho ricevuta la lettera di cui piacque a V. E. Reverendissima di onorarmi in data delli 25 scorso gennaio e ben volentieri secondando il desiderio che ella vi esprimeva io mi recai a dovere di sottomettere a S. M. il ricorso che il Sig. Gioberti le ha indirizzato in un coll'esemplare della risposta da lui testé pubblicata all'articolo inserito dal Sig. M^se di Cavour nel giornale francese l'*Univers*.

La M. S., che non potè vedere senza rincrescimento sorgere cotal quistione, sarebbe stata disposta ad usare della sua influenza per cercar modo di soddisfare alla domanda del Sig. Gioberti, se egli si fosse da principio a lei rivolto, esponendo le sue ragioni e rimettendosi a quanto la sua saviezza avesse giudicato a proposito di determinare per aggiustare l'insorta contesa prima di aver ricorso alla publicità per farsi egli stesso ragione delle calunnie che egli si lagna essere state contro di lui pubblicate dal Sig. di Cavour. Ma ora che egli stesso ha prescelto di ricorrere all'arma della stampa, ora che egli si è fatto a smentire le asserzioni del suo avversario con risposta inserita nello stesso giornale, e concepita in termini d'altronde assai più duri e violenti (1) di quelli ond'erasi verso di lui servito il pred° Marchese, non può a meno di considerarsi la disputa come fra di loro impegnata, cosicchè ora non possa più essere il caso che S. M. si faccia a prendere qualche ingerenza in tale affare.

Nell'esprimere a V. E. Rev^ma il mio rincrescimento di non poterle fare risposta più conforme all'interessamento che ella mostra pel Teologo Gioberti, io debbo pregarla a volergliela communicare, mentre approfitto etc.

---

(1) Esageravano dunque i corrispondenti torinesi del Gioberti nell'assicurargli che il Re aveva approvata la sua risposta " in termini ancor più forti che non dice il Baracco. Lo so da persone informatissime „ (*Carteggio Gioberti-Massari*, ed. cit., Balsamo-Crivelli, p. 239; a proposito del Massari, ricordo che tra gli atti di polizia del 1844, Genova, cart. 1^a, havvi un nutrito fascicolo sul suo conto. Come intimo del Gioberti, fu pedinato a Torino e Genova durante una breve sua permanenza, enumerando ad uno ad uno tutti i " sospetti di liberalismo „ che avvicinò. Notevole pure un dispaccio della Legazione Sarda a Firenze del 2 aprile 1844).

Digitized by Google

(ibid.)

li 3 febbraio 1843

Ebbi jeri l'onore di rispondere alla pregma lettera che V. E. Revma erasi compiacciuta indirizzarmi intorno al Sig. Teologo Gioberti, credo opportuno di ritornare oggi su tale argomento, desiderando presentarle qualche nuova osservazione sulla disgustosa quistione di cui si tratta.

È veramente cosa rincrescevole che il Sig. di Cavour abbia attaccato con pubblico articolo non chè la dottrina, la stessa vita privata del Teologo Gioberti, e si comprende che questi se ne sia risentito ed abbia cercato con corrispondenti parole di ribatterlo e confutarlo. Pei motivi che io mi feci ad esporre all'E. V. Revma col mio foglio di jeri e di cui ella avrà saputo apprezzare la giustezza, S. M. non potrebbe più al punto a cui ora essa è recata, ingerirsi per verun modo in cotal quistione. Ma se in questo stato di cose il Sig. Teologo Gioberti non reputa il suo onore abbastanza difeso dalla risposta con cui egli si è fatto a smentire le allegazioni del Mse di Cavour, rimane sempre a lui aperta la via de' tribunali, cui egli può portar querela per ottenere una riparazione conveniente della ricevuta offesa, sicuro di trovare in essi tutta l'imparzialità che egli può desiderare.

Colgo nuovamente etc.

Mons. Fornari comunicò le due ministeriali al Gioberti: il quale (non abbiamo ragione di dubitare dell'assicurazione formale del Nunzio) non trovò da ridirvi, ond'è un po' strano il leggere nel Carteggio del Pinelli, dell'edizione Cian (p. 135), le recriminazioni del filosofo contro il Ministro, volere o no fedele esecutore de' cenni sovrani.

Ma lasciamo la parola a Mons. Fornari, zelante apologista di quella " preteria „ giobertiana, che nel sincrono carteggio Massari (p. 150) vediamo ridotta, per bocca dell'interessato, ad assai " piccola cosa „.

Eccellenza

Ricevute appena le due pregiatissime lettere di Vostra Eccellenza dei 2 e 3 del corrente Febbraio, mi feci un dovere di comunicarne il contenuto al Sig. Abbate Gioberti, il quale ricevette (convien che il dica), la comunicazione della determinazione Sovrana con quel rispetto, e quella sommissione che si conviene a qualunque suddito, dicendo che ricono-

Digitized by Google

sceva giustissime le considerazioni per le quali S. M. nel suo profondo sapere stimava conveniente di non prendere alcuna parte nell'affare in questione.

Mi soggiunse solamente che, veduto ch'egli ebbe l'articolo del Sig. Marchese di Cavour, egli pensò subito che il miglior modo possibile di ottenere una ritrattazione si era quello di ricorrere alla giustizia di S. M.; ma siccome credette che vi sarebbe corso un certo tempo fra l'offesa, e la ritrattazione, si credette in debito di ricorrere alla stampa per distruggere, o almeno diminuire la publica impressione fatta in suo disfavore; mezzo ch'egli credette il più opportuno per conseguire più prontamente il suo intento; ma che non gli è riuscito, essendosi fin qui la redazione del giornale l'*Univers* ricusata di publicare la di lui apologia.

Comunque per altro sia la cosa, egli è sensibilissimo alla clemenza colla quale S. M. si è degnata accogliere il suo ricorso, sebbene non abbia giudicato dovervi fare intervenire la sua sovrana autorità.

Però siccome quello che più duole al Sig. Gioberti si è il vedere publicamente stampato ch'egli come un apostata dello stato Ecclesiastico ne abbia trascurato tutti i doveri, io ho creduto mio officio di consolarlo con dei motivi sovrumani, e gli ho promesso che quando avessi avuto l'onore di rispondere all'Eccellenza Vostra, mi sarei fatto un dovere di dirle ciò che io so della sua condotta, e della vita che mena; ed è perciò che mi credo in obbligo di smentire ciò che si è detto di Lui, sapendo io benissimo, che (non potendo egli celebrare il S. Sagrifizio della Messa, per non avere il permesso in regola del suo ordinario di restar fuori della sua Diocesi), non lascia peraltro tutti gli otto giorni di accostarsi ai sacramenti della Penitenza e della Eucarestia, e ciò posso dirlo sapendolo dalla testimonianza stessa del suo confessore, ch'è uno dei Parrochi i più zelanti della città; onde può dirsi che s'egli per necessità manca ad uno degli essenziali doveri del Sacerdozio, ciò è indipendentemente dalla sua volontà, e cerca di supplirvi per quanto è dal canto suo.

Che s'egli vive in un pensionato, che giustamente non gode riputazione, ciò è perchè, privo affatto di qualunque mezzo di sussistenza, non ha trovato, ed a motivo delle sue circostanze personali, non troverebbe altro modo da sussistere: ma in quello stesso pensionato, ove vive, ed ove è incaricato della istruzione Religiosa dei giovani allievi, egli e col suo esempio, e colle sue insinuazioni ha già saputo richiamare al seno della unità Cattolica alcuni giovani protestanti che erano convittori in quel pensionato. Oltre di ciò so che con zelo veramente edificante non ha egli omesso nè mezzo, nè fatica alcuna per ottenere che un certo Malaspina rifugiato italiano, morisse nella pace della Chiesa mu-

Digitized by Google

nito de' SS. Sagramenti, sebbene i suoi sforzi non siano stati coronati di un felice successo.

Ho creduto dover dire tutto ciò ad onore della verità, ed a giustificazione del Sig. Gioberti, se mai le asserzioni del Marchese di Cavour avesser fatto una qualche sinistra impressione sul di lui conto, e per calmare il di lui spirito, il quale ha vivissimamente sentito la forza delle asserzioni del Sig. Marchese.

Reso in tal guisa conto all'Eccellenza Vostra della commissione, della quale si è degnata onorarmi, pregandola di sempre nuovi suoi venerati comandi, ho l'onore di confermarmi col più profondo ossequio

di Vostra Eccellenza

Bruxelles, li 10 Febbraio 1843

Um^mo^ Dev^mo^ ed Obl^mo^ servitore
R. Arcivescovo di Nicea Nunzio Apostolico.

L'incidente si chiuse con una responsiva del Solaro (*Copia-lettere* cit.), la cui sincerità non parmi disputabile nel voto ardente espresso dal suo punto di vista, all'unissono col Nunzio: che il Gioberti, ritornando *ad bonam frugem* in tutto e per tutto, diventasse (come gli era facile, sol che volesse) fulgidissimo astro tra' difensori dell'altare e del trono.

li 27 febbraio 1843.

Mi ha fatto gran piacere quanto l'E. V. Rev^ma^ mi ha comunicato intorno al Sig. Abate Gioberti nel suo venerato foglio dei 10, ma non le nascondo che mi rincresce di saperlo in una casa protestante, che è il solo vero ostacolo alla celebrazione della S. Messa, poichè se egli si rivolgesse al nostro Arcivescovo, sarebbe stato munito de' documenti necessarii e il suo superiore locale non indugierebbe accordargli le necessarie facoltà tosto chè trovasse qualche altra occupazione. Vedo il gran bene che fa, e assai me ne rallegro, ma più ancora mi rallegrerei se un ecclesiastico così distinto pe' suoi talenti e per la sana dottrina religiosa che professa si rendesse utile alla Chiesa anche in altro modo. Non mi fo giudice della condotta di alcuno, e meno d'una persona raccomandata da V. S. Rev^ma^ cui sottopongo la mia opinione, ma avendo ella avuto la bontà di entrare in particolarità sul conto dell'Abate Gioberti, non ho voluto rispondendole lasciare di manifestare come io pensi.

È grande peccato, che uomini capaci di rendere così grandi servigi alla Chiesa, ed anche allo Stato, si trovino in una falsa condizione per colpa davvero delle idee de' tempi, le quali hanno sedotto tanti belli

Digitized by Google

ingegni: ma non posso credere che colui il quale sì ben conosce le cose di Dio, non finisca per ritornare un giorno anche in politica a quelle massime più sane che sono anche più conformi alle massime del Vangelo, ed al volere adorabile di quel Dio che disse: " per me reges regnant „.

Quanto mi è grato di corrispondere coll'E. S. Rev^ma^, altrettanto mi duole il pensare che chiamato a più alto destino, vanno a cessare i nostri rapporti; me ne rallegro però pel maggior bene della chiesa, e colgo.....

Digitized by Google

Il Gioberti critico dell'idealismo postkantiano

Nota 1ª del dott. SANTINO CARAMELLA

Presentata dal Socio nazionale residente Giovanni Vidari

PREMESSA.

Uno dei punti più oscuri, e più scarsamente commentati, del pensiero giobertiano è il problema delle sue relazioni critiche con l'idealismo dei grandi " epigoni „ : Fichte, Schelling, Hegel (1). Giacchè esiste una contraddizione in atto, e nel fatto, tra il parallelismo ideale che lega il nostro filosofo alla metafisica postkantiana e la sua persistente, indefessa ostilità contro quella stessa metafisica: la celebre teoria dello Spaventa della circolazione del pensiero europeo è minata così, nel caso specifico, da questo semplice, ma ineliminabile, dato — che Gioberti non ebbe alcuna coscienza della propria similarità all'idealismo tedesco, o almeno tanto poca che non gl'impedì di fraintenderlo, a quel che pare, e di misconoscerne i valori. Si è finora pensato, dagli interpreti del pensiero giobertiano, di spiegare questa enigmatica posizione sia collegando le critiche di Gioberti alle polemiche antifichtiane, antischellinghiane, antihegeliane di Galluppi e Rosmini, sia interpretandole come un risultato

(1) Ne ho già dato qualche cenno, e sviluppato un aspetto soltanto, nelle mie *Linee di Storia dell'Estetica in V. Gioberti* (" Nuova Rivista Storica „, 1922, pp. 65-115), § IV: ma questo nuovo esame sostituisce interamente la parte generale di quello. Per le relazioni di Gioberti col pensiero romantico v. pure il mio saggio su *Lo sviluppo dell'Estetica giobertiana* (" Giorn. critico della filos. it. „, 1921, fasc. I, pp 59-70, e fasc. II, pp. 33-62; integrato dalla recensione al libro di C. Sgroi, *ivi*, 1922, fasc. I, pp. 96-110), e la bibliografia qui oltre cit.

Digitized by Google

del suo ortodossismo cattolico e della sua concezione dogmatica della nazionalità della filosofia, sia infine qual conseguenza dell'oscurità in cui rimase a' suoi occhi il vero carattere del proprio filosofare. Spiegazioni tutte esatte, ma insufficienti perchè solo parzialmente valevoli; del pari di quella, che Gioberti combatta i postkantiani perchè in essi perseguita come evidenti ed espliciti i " pericoli „ da lui avvertiti, o superati, nello sviluppo della sua speculazione: cioè, la sua ombra (1). Ma una più accurata esegesi ci mostra che, se vogliamo assegnare a Gioberti una personalità filosofica e una individuazione originale nella storia della filosofia (2): se non rinunciamo cioè a procedere oltre la semplice risoluzione del sistema di lui in elementi di metafisica postkantiana: allora bisogna cercare nella critica giobertiana qua'che cosa di più che un giuoco di illusioni ottiche e di identificazioni arbitrarie tra la fenomenologia degli errori e la serie delle dottrine figliate da Kant: qualche cosa di più, e cioè un valore positivo. Altrimenti Gioberti non farebbe se non ripetere la critica di Galluppi, la critica di Rosmini, e quella stessa del Mamiani (3): lui che era ben più addentro, per in-

---

(1) Cfr. B. Spaventa, *Scritti filosofici*, ed Gentile, pp. 119-124; *La filosofia di Gioberti* (Napoli, 1863), pp. 216-220; *La Filosofia italiana nelle sue relazioni* etc., ed. Gentile, lez. IX; *Da Socrate a Hegel*, c. s., pp. 199-212. — G. Gentile, *Le origini della filosofia contemporanea in Italia*, v. III, p. 1ª (1921), p. 184 e ss. — V. Piccoli, *L'Estetica di V. G.* (Milano, 1917) pp. 143 160, e altrove. — G. Saitta, *L'originalità della filos. ital.* (" Rassegna Nazionale „, 1917). — V. Fazio-Allmayer, *Il problema de la nazionalità nella filosofia di B. Sparenta* (" Giorn. critico „ cit., 1920, pp 174-6).

(2) Il che ho tentato di fare nella mia introduzione sul *Significato filosofico della Protologia giobertiana*, premessa al vol. " Vincenzo Gioberti, *Protologia*, estratti dagli autografi a cura di G. Balsamo-Crivelli, con introduzione e note di Santino Caramella „ (Torino, Paravia, 1924); vedi a pp. xix-xxvii.

(3) Del Mamiani, più oltre. Per ora cfr. Galluppi, *Saggio filos.*, lib. III, c. 19, § 208; *Lettere filos.*, XIV, XV, XVI (le ultime due pubbl. ora per la prima volta da A. Guzzo, nella sua edizione ap. Vallecchi, Firenze, 1923); *Elementi di filos.*, " Ideol. particolare „, c. VI e " Log. mista „, c. I; *Considerazioni filosofiche sull'idealismo trascendentale e il razionalismo assoluto* (ed. ital., Napoli, 1841); e in due manoscritti su Schelling, che si conservano alla Bibl. Naz. di Napoli, tra le molte carte galluppiane, di cui il Guzzo, op. cit., p. xxx. — E cfr. Rosmini, *Nuovo Saggio*, sez. VII, cap. II, art. 4-7;

Digitized by Google

formazione e per comprensione, nella vita storica della nuova metafisica di Germania, e con la *Protologia* giunse a svolgerne tutte le esigenze fondamentali: lui che, per i vincoli che lo collegano al Vico, poteva dirsi a buon diritto un anello indipendente ed autonomo dello stesso movimento che generò gli " epigoni „ (1), anche nella sua differenza da essi.

Ora, se si tien conto, com'io credo che debba tenersi in realtà, del fatto che Gioberti riuscì ad appropriarsi e a sviluppare per conto suo il problema kantiano (non meno — obbiettivamente — di Galluppi e Rosmini e con maggior fecondità soggettiva che in loro non sia), base necessaria e spesso affatto idonea per giudicare dell'idealismo dopo Kant (2); se si pensa che tutte le critiche di Gioberti sono per questo rispetto studiate e pensate, e che in esse vi è, caso per caso, un progresso costante — il progresso medesimo del suo pensiero dall'*Introduzione allo studio della filosofia* alle " Postume „: tosto sarà evidente la possibilità di una nuova e compiuta valutazione, che non è destinata a giustificare o esaltare, ma a comprendere. E sarà anche chiarito come questa indagine possa giovare all'intelligenza di tutto Gioberti.

Sistemi di filosofia moderna, § VII; *Logica*, prefaz., cap. IX (v. Spaventa, *Hegel confutato da Rosmini*, nel cit. vol. *Da Socrate a Hegel*, pp. 153-191); *Saggio storico-critico sulle categorie e la dialettica*, lib. II.

(1) S. Caramella, *Gioberti e Vico* (in " Giornale critico „ cit., 1922, pp. 243-265). E si tenga presente il problema dei rapporti fra romanticismo e classicismo nel pensiero giobertiano, che è stato largamente discusso (dopo il Gentile) da V. Piccoli, *L'Estetica di V. G.* (Milano, 1917); *La teoria dello stile in V. G.* (in " Rivista di Cultura „, 1921, pp. 157-162); e in " Nuova Rivista storica „, 1923, fasc. VI (*Pubblicazioni giobertiane*), a p. 13 e ss. dell'estratto. — Carlo Calcaterra, *Gli studi danteschi di V. Gioberti* (in " Misc. „, *Dante e il Piemonte*, Torino, 1921) e due importanti recensioni in " Giornale storico d. lett. it. „, 1922, vol. LXXX, pp. 344-357, e nella " Rassegna „, 1923, pp. 109-112. — C. Sgroi, *L'Estetica e la critica letteraria di V. Gioberti* (Firenze, Vallecchi, 1921); *Gioberti critico di Shakespeare*, in " Rassegna „, 1922. — A. Anzilotti, *Gioberti* (Firenze, Vallecchi, 1921), c. I (a cui cfr. le mie osservazioni in " Giorn. critico della filos. ital. „, 1922, pp. 297-306).

(2) Degli studi e delle derivazioni kantiane di Gioberti tratta a lungo, e credo esaurientemente, il mio volume su *La formazione della filosofia giobertiana* (Torino, Gobetti ed., 1924).

Digitized by Google

I.

Idealismo e panteismo.

Abbiamo parlato di appropriazione e coltivazione del problema kantiano: partiamo dunque da Kant (1). E la storicità della dottrina di Kant consiste appunto, per Gioberti, non solo nella sua discendenza da Cartesio, ma nella sua continuità ideale di procreatrice dell'idealismo tedesco, quale corre da Fichte a Hegel. Di fronte a questo periodo storico il Nostro, dopo un primo momento di ignara opposizione testimoniata dalle sue carte giovanili (1818-1826) (2), si avvia presto, e 'l confortano le sue

---

(1) Cito sempre le opp. di Gioberti secondo le segg. edizioni: *Teorica del Sovranaturale*, ed. Marghieri, Napoli, 1864; l'*Introduzione* e gli *Errori*, nonchè i *Prolegomeni*, nell'ed. di Capolago (1845-47); *Del Buono* e *Del Bello*, ed. Le Monnier, Firenze, 1857²; il *Primato* e il *Rinnovamento* nelle nuove ediz. critiche del Balsamo-Crivelli e del Nicolini; le " Postume „ nell'edizione Massari (Torino, Botta), i nuovi inediti nelle edizioni Solmi.

(2) Di questi manoscritti sono a stampa: *a) Miscellanee* (Torino, Botta, 1859-60, 2 voll.; ne doveva uscire anche un terzo); *b) Meditazioni filosofiche* (ed. Solmi, Firenze, Barbèra, 1909); *c) Studi filologici* (ed. Fissore, Torino, 1867); *d) Chiose dantesche* (ed. Fabricatore, Napoli, 1861): edizioni disordinate e incompiute o malfide. I mss. giovanili più importanti occupano i voll. XII, XIII, XIV della sez. giobertiana nella Bibl. Civica di Torino: sono circa tremila pensieri, numerati dal 1592 al 5486, che vanno dal 1822 al 1825-26 (Cfr. S. Caramella, in " Giorn. critico „, 1921, fasc. II, p. 60 sgg., e 1922, pp. 96-97. — C. Calcaterra, op. cit., pp. 18, 21 e *passim*: e in " Giorn. stor. d. lett. it. „, 1922, l. c., p. 345 sgg.; in " Rassegna „, 1923, pp. 110-111. — P. Menzio, *Pagine scelte di V. Gioberti* (Torino, Paravia, 1922), pp. v-vii, e p. 28). Per la citazione presente vedi *Miscellanee*, I 6-7: " La filosofia è bene spesso un delirio indegno del nome e dell'uomo che lo professa; un delirio il più estravagante che immaginare si possa, dallato a cui i sogni dei poeti sono sensati ragionamenti. Qual altro nome si può dare in fatti ai sistemi degli scettici, degli epicurei, e degli idealisti?..... Nè solo uomini stolti caddero in siffatti delirii, ma ingegni per altro vasti e profondi, gli Epicuri *ecc.*, i Fichte, i Schellingi „. Contro Fichte quale rappresentante di uno stretto soggettivismo scettico, cfr. *Ivi*, I 329, II 385. Contro Hegel pare specialmente diretto quest'altro passo delle stesse *Miscellanee*, I 521: " La troppa astrazione eccede il *modo*, la moderazione, e si oppone al buon senso. Tali sono le dottrine dell'idealismo, del panteismo, che re-

Digitized by Google

prime letture di storici della filosofia (Degerando e Buhle), a una posizione critica, sebbene ancora, e per un pezzo, astratta. Ciò in conseguenza del valorizzarsi di un suo anteriore *consensus* o *Einfuhlung*. " Prima che l'idealismo per me esistesse, ci racconta Gioberti, io pure ne sentii i germi in me. Considerando che le altre persone non erano *me*, sentiva che per poter essere ben certo dell'esistenza altrui, sarebbe stato d'uopo ch'*io* fossi stato *essi*. Anche dell'idealismo trascendentale di Fichte ebbi sentore, e soprattutto ideai più volte, in confuso, il germe del suo sistema, che un solo è il *me* nell'universo, che si svilupperà nella divinità, chiedendo a me conto, perchè mai quell'*io* che sentiva in me, di forza infinita indipendente, non era *Dio* stesso, perchè l'*io* di Dio era piuttosto Dio, che l'*io* di me? non sapea trovar la causa, il diritto della differenza „ (1). La differenza è posta invece da Fichte, e in genere dall'idealismo, con il concetto della distinzione fra trascendentalità ed empirie: ma di questo non si avvide per molto tempo Gioberti, e com'egli non aveva allora trovato il momento differenziale, così credette che nemmeno avessero pensato a cercarlo gli epigoni di Kant. Onde per lui la posizione di Fichte (l'autore della scienza della scienza) (2) e di Schelling è posizione sostanzialmente bruniana: e Bruno il precursore italiano di entrambi (3). Panteistico dunque tanto il sistema del me subbiettivo di Fichte quanto l'altro schellinghiano dell'assoluto: e panteistico per un processo di pensiero che cerca di risolvere la contingenza del mondo idealizzandolo in Dio, com'è tanto più facile dopo che il criticismo ha ridotto la natura a fenomeno, illusione (4). Qui si chiarisce anche la diversità di Fichte e di Schelling da Spinoza;

---

gnarono e regnano principalmente nell'Alemagna. La troppa astrazione, a forza di voler sminuzzare le idee e di giungere all'ultima *apriorità* possibile „, confonde i termini più opposti, " quantunque infinita sia la distanza dall'uno all'altro „. Fin qui la fonte precipua, salvo per Hegel, è probabilmente la Staël, *De l'Alemagne*, III^e^ partie, ch. V, VI, VII.

(1) *Medit. filos. ined.*, p. 45; e in Menzio, *Pagine scelte*, p. 6. E conclude: " Bestemmie! Ma bestemmie per quell'età forse per me innocenti, ma che mostrano tutto l'orgoglio umano „.

(2) Op. cit., p. 10.

(3) Op. cit., p. 40; *Nuova Protol.*, I 17, 21, 47; *Il sist. dell'id.*, 249.

(4) *Medit.*, pp. 219, 221.

Digitized by Google

il quale vede il problema sotto l'angolo visuale di Cartesio ed essi sotto quello di Kant, in quanto si appoggiano sui dati del kantismo, e partono dall'analisi del *me* pensante per spiegare le relazioni di questo me con l'universo. Mentre Spinoza si fonda sul principio astratto della necessità della esistenza, essi invece costruiscono il loro panteismo sul sentimento vivo e intimo della propria esistenza: e così hanno esercitato molto maggiore influsso sugli spiriti, accostandosi molto al neoplatonismo. Dove il panteismo di tipo spinozistico nega a Dio l'intelligenza e la libertà, il nuovo panteismo postkantiano lungi dal negarne la libertà pone in essa la sua essenza fondamentale, " considerando Dio come lo spiegamento di un atto liberrimo „, sì da conservare la idea di Dio e distruggere solo quella delle creature: sebbene così distrugga la personalità umana e l'ordine morale. Interiormente ad esso nasce poi questa distinzione: che Fichte " rifonde Dio e l'universo nel principio pensante dell'uomo che costituisce la coscienza „, e partendo dalla coscienza il suo sistema " è l'opera della riflessione e si scorge evidentemente in esso il parto immediato del kantismo „: Schelling " rifonde Dio o l'uomo e l'universo in un identico assoluto, che solo si può conoscere col mezzo della più sublime astrazione „, da cui appunto egli parte e con cui opera (1). " Per confutare questi sistemi — basta por mente alla contraddizione di questa realtà, concentrata nella unica sostanza, colle apparenze che ne sono escluse, le quali, quantunque si facciano ideali, sono pur qualcosa che non è *niente*; è all'impossibilità di spiegare il modo con cui la realtà genera le apparenze, il me il non me, l'assoluto il relativo, come osservano il Buhle e l'Ancillon „ (2). Critica che, evidentemente, non tien più conto delle differenze segnate con tanta cura e soprattutto ignora gli sforzi di Fichte e Schelling proprio per superare la contraddizione e cercare la spiegazione additata; ma quel che c'importa qui è l'individuazione, povera e parziale, sì (poichè di Fichte vien preso in considerazione solo il periodo di Jena, cui del resto è ormai

(1) *Medit.*, pp. 258-9, 319-20.

(2) *Ivi*, p. 221. Cfr. Buhle, *Storia della filos. mod.*, trad. it., XII; Ancillon, *Mélanges philosophiques.*

Digitized by Google

chiaro (1) che la fase successiva non contraddice ma svolge; e di Schelling solo il sistema dell'identità), ma non inesatta, che il Gioberti dà dei due filosofi: perchè essa rimase poi per lui definitiva (2).

Comunque, eccolo più tardi cominciar a costruire su questa base uno schizzo storico dell'idealismo tedesco. Di fronte al problema della necessità e della contingenza Kant (si è già riferito) attribuisce la necessità al soggetto e la contingenza al dato obbiettivo. Dopo di lui Fichte cerca, più acutamente, di spiegare la stessa contingenza con la natura del conoscere, ossia di porla come un momento di questo. Invece " Schelling ed Hegel riconobbero, che nè la necessità nè la contingenza sono risultato della nostra conoscenza, ma della natura delle cose: volendo però spiegare quel dualismo, tentarono di ridurlo all'unità, riducendo la contingenza alla necessità, e così confusero l'ente con le esistenze „, in un assoluto obbiettivo (3). Ciò è vero, senza dubbio, per Schelling, ma non per Hegel: il quale,

---

(1) V. il recente vol. di G. Maggiore, *Fichte*, Città di Castello, 1921: che illustra largamente questa tesi.

(2) Nella dissertazione *De Deo et nat. relig.*, dopo avere accennato al " Berkeleyi, Fichti, Schellingii idealis mundus, animo inhaerens, eque immediato Numinis influxu, seu intrinseca humani ingenii conditione promanans „ (§ 1, in *Ric. biogr. e Cart.*, I 64), e classificata fra gli scettici l'opinione del Fichte " circa corporum *non-existentia* „ (§ II, p. 65), riassume al § VII questi giudizi delle *Meditazioni*: " A Xenophane usque ad Schellingium immodicum unitatis studium, et fallax iucundae methodi ratio philosophicis illecebris pantheismum exornavit „. Segue un'esposizione del panteismo come spinozismo (" nos tamen comunia pantheistharum commenta prose-Guimur, discrimina omittimus „), a cui si subordina anche il " recentium Germanorum *Ius absolutum* „. Ma " Fichtius e *Criticorum* schola egressus pantheismum idealismo nova quadam ratione inseruit. Si acute (ita ipse censet) introspicias in mentem tuam ipse, eamque omni cogitatione pertractes, quidpiam omnino incognitum, indefinitum, vagum in animi latebris delitescere persenties, quo esse noscas, quoque veluti fondamento subnixi mentis actus sustentantur. In vero id, quod vera existentia fruitur; cui nempe soli competunt Numinis privilegia „: teoria fantastica e assurda (pp. 71-73). — Come fonti son cit. per Fichte, *De fine hominis* (cioè *Die Bestimmung des Menschen*) più il Buhle e il Degerando; per Schelling l'Ancillon, op. cit., e il Gley, *Systhema philosophicum.*

(3) *Teorica della m. um.*, P. II, fr. XIV-XIV, p. 46. S'intenda " contingenza „ come " non-Io „, e l'interpretazione di Fichte è esatta.

Digitized by Google

assimilato così crudamente al suo antecessore, si snatura un po' troppo. Ma di ciò, più ampiamente, qui oltre. Limitiamoci ora a notare come di qui sorga la critica mossa nella *Teorica del Sovranaturale* ai " moderni panteisti di Germania „, accusati di sintesi viziosa delle dualità universali insopprimibili (essere-esistenze; necessità-contingenza; creatore-creature) e di negare la percezione del contingente in pro' di un'unica facoltà razionale, che abbia solo il necessario per oggetto: perchè " il panteista, non potendo negare separatamente Iddio, nè il mondo, gli annienta di fatto entrambi, ingegnandosi di ridurli a un principio unico, e di rappresentarli con una sola idea „ (1). Tuttavia essi debbono pur riconoscere qualche dualità (come quella di ideale e reale), sebbene composta fantasticamente in uno; e c'è nel panteismo un concetto vero e profondo, " la compenetrazione psicologica e ontologica di Dio coll'universo, appartenente da un lato all'essenza intrinseca delle cose, e dall'altro alla natura della mente umana „ (2). Tanto che il nostro è per un momento disposto ad accettare l'identità del reale e dell'ideale propugnata da Schelling ed Hegel, nel senso però (tutto vichiano) che il raziocinio umano è analogo e parallelo al progresso della natura, e la logica alla cosmologia (3). Più tardi egli abbandona invece queste concessioni, e s'irrigidisce in una avversione *de parti pris* al concetto panteistico, che diventa la sua arma contro Rosmini e il suo continuo rimprovero ai postkantiani (4), ma per attirargli il ricambio di egual moneta (5). Ora il Gioberti

---

(1) *Teor. d. Sovran.*² II 216-217 (note 1ª-2ª), e § IX (p. 11).

(2) *Teor. d. Sovran.*² II 9 (§§ VI-VII).

(3) *Teor. d. mente umana*, P. II, fr. XII, p. 45. È la minuta della nota 44ª alla *Teor. d. Sovran.* (II 255-6): ma qui l'adesione viene però ridotta a una semplice e vaga citazione (Cfr. *Introd.*, II 385).

(4) V. i luoghi cit. qui appresso.

(5) Al Gioberti il Rosmini rispose infatti, come è noto, col volume anonimo *Gioberti e il Panteismo* (*lezioni*), 1ª ed., Milano, 1846 e Napoli, 1847; 2ª ed anon., Lucca, 1853 (cfr. intorno ad esso, oltre la risposta di Gioberti nel II dei *Documenti e schiarimenti al Gesuita moderno*: Ferri, *Essai* cit., I 468; Gentile, *Rosm. e Giob.*, pp. 138-140; Saitta, op. cit., pp. 196 e 201-3). E l'accusa di panteismo gli fu lanciata anche dallo Zarelli, con i due volumi libellistici *Il sistema filosofico di V. G.* e *Il sistema teologico di V. G.* (Paris, Sarlier, 1848-49), a cui il Nostro ribattè lungamente nel *Discorso*

Digitized by Google

si era professato, nei suoi anni giovanili, panteista: ma di un panteismo di ispirazione etico-religiosa e, se in metafisica bruniano, troppo orientato verso il paolinismo per costituire una vera e propria negazione della trascendenza (la qual negazione, come correlato necessario dell'immanenza dialettica, è appunto per lui il segno distintivo del panteismo); e nelle *Postume* fu panteista, ma in un altissimo senso che lo poneva sopra le proprie ed altrui critiche di questa concezione. Ma nell'*Introduzione* e negli *Errori* egli se ne sentiva immune: perchè il suo principio di creazione era per lui l'immediata negazione del panteismo così come se l'era formulato e l'aveva preso a combattere, cioè come la dottrina della pura identità, data e fatta *ab aeterno*, del divino e dell'umano, del valore e della realtà, del dover essere e dell'essere: la quale identità non essendo se non astratta indifferenza, o mera confusione, voleva dire distruzione del divino, del valore, del dover essere in quanto tali, o viceversa dissolvimento mistico dell'umano, del reale e dell'essere, come costantemente il Gioberti intese a ripetere (1). La formola ideale, come processo, era appunto il superamento di questa identità vuota e assurda, in un moto dialettico di identità e differenza; e se nell'*Introduzione* questo principio non travalica lo spinozismo con sufficiente risolutezza, come ha mostrato lo Spa-

---

preliminare con un saggio delle calunnie di un nuovo critico, premesso alla 2ª ed. della *Teor. d. Sovran.* (Torino, Capolago, 1850, t. I; sulla quale ed. cfr. Berti, *Di V. Giob.* ecc., cit., p. 248, lettera al Boglino s. d.). Un'acerba critica dello Zarelli, e difesa del Gioberti, è già nel vol. *Gioberti e Zarelli* (Pisa, Rocca Vannucchi tip., agosto 1851, di pp. xv-263, in 16°), anonimo e anzi stampato apocrifo (come confessa l'editore a p. xv), senza il consenso dell'ignoto autore. (Nella Bibl. Univ. di Genova, 4 T II 27, ne ho trovato una copia con note a penna, evidentemente di amico dell'A., le quali in parte protestano contro l'editore, in parte recano lievi correzioni da raffronto col ms. originale). L'operetta comprende un proemio, nove capitoli dove sono enumerati e criticati gli errori dello Z., e un'appendice in risposta a obbiezioni di un amico (Al n. 5 del cap. VII, p. 126 il nostro postillatore ha segnato: *M[s].; ritratto questa censura*).

(1) Ricordo per il momento solo la *Lettre sur les doctrines philos. et politiques de M. de Lamennais* (ed. di Bruxelles, Meline et Caus, 1843, in 24°, pp. 14-31) e le *Considerazioni sulle dottrine religiose di V. Cousin*, cap. I (anche *Introd.*, III, 346 sgg.).

Digitized by Google

venta (1), perchè non è fondato sul concetto dello spirito assoluto, unico capace di porre il vero creare, si pone almeno come esigenza molto viva della creazione (Saitta) e ad ogni modo si connette con quel miglior nucleo dello spinozismo che nell'unità attuosa di *natura naturans* e *natura naturata* (sostanza-causa) supera già, come aveva cominciato a fare il Bruno, il vecchio panteismo dell'identità astratta: e non è quindi molto lontano dalle maggiori luci della *Protologia* (2).

Verso il panteismo, ad ogni modo, pare a Gioberti che il pensiero tedesco corra, dopo Kant, per una trafila inevitabile e necessaria. E distingue in questo svolgimento tre epoche: la prima capitanata da Kant, il cui puro psicologismo trova la massima espressione in Fichte (seconda epoca), il quale non pone più, è vero, il soggetto senza l'oggetto, ma ripristina questo solo come generato da quello: per aprire la via alla terza epoca, che sotto l'egida di Schelling ed Hegel muove dall'oggetto per riuscire al soggetto, ma ponendo i due termini senza nesso dialettico, riesce alla loro astratta identità. Ma in realtà questo muovere dall'oggetto è un muovere dal soggetto, sia perchè l'Uno così ottenuto non è pura idea, ma l'Idea mista di elementi sensibili, un concetto un astratto un fantasma frammisto di elementi ideali, una sintesi contraddittoria e fantastica di sensibili e intelligibili: e sia perchè l'ideale che essi identificano col reale è l'idealità vuota della mente, non il concreto ideale dell'oggetto assoluto. Epperò siamo qui in pieno panteismo: un panteismo che era soggettivo nella seconda fase, ma nella terza diventa assoluto: restaurazione, in fondo, della concezione spinoziana, ma con poderoso carattere di creatività poetica: quasi un'algebra di concetti, generatrice di un'infinità di sistemi diversi, tutti più o meno manchevoli, sebbene talvolta vi si innestino ancora le credenze morali e religiose più

(1) Cfr. la rivalutazione storica del Gentile, in *Critica*, XI (1913), pp. 136 e 452-5 (= *Le orig. della filol. contemporanea in It.*, cit., vol. III, parte 1ª, pp. 183-5, e parte 2ª, pp. 119-123).

(2) *Introd*, I, 52, 138; II, 257; IV, 174; *Rinnovamento*, II, 214-5 (Nicolini); e il framm. in Solmi, *Il sistema dell'identità* ecc., p. 341; *Protol.*, I, 55 e 603, oltre ai passi cit. nella nota seguente.

Digitized by Google

profonde e inestirpabili (1). Accanto a questo filone principale ve n'è sì, un secondo, di pensatori più indipendenti sebbene meno sublimeggianti: quali Bardili, Bouterweck, Krause (2). Ma pur affermando in qualche modo quest'ultimo, e altri a lui affini, il principio essenziale di creazione, anch'essi, dal più al meno, son tocchi di panteismo: il quale, cacciata di nido l'ontologia leibniz-wolfiana, pare costituire ormai il carattere distintivo della speculazione germanica in tutte le sue deduzioni e prosecuzioni. E Gioberti insiste sulla necessità del passaggio ad esso dal pensiero criticistico, a scopo polemico, s'intende, ma non senza buone ragioni.

Più lucidamente che altrove questa esegesi storica è espressa da quel luogo degli *Errori* dove si cerca di inquadrare Rosmini nelle linee della filosofia alemanna. " Voi vi trovate (*così finge il Nostro che parli a Rosmini qualche dotto tedesco*) presentemente in una spezie di diritto mezzo fra Emanuele Kant e Amedeo Fichte: imperocchè, da un lato introducete una forma intellettiva per ispiegare la cognizione, e dall'altro, stabilite che questa forma è obbiettiva, tiene un non so che di divino, anzi è un dio in erba, e non le manca che il *compiersi* e l'*assolversi* (così voi parlate) per diventar Dio assolutamente... — oltre che ne ammettete una sola, e non una dozzina e più, come fa il prussiano filosofo. Il che è già un passo verso il nostro Amedeo; per raggiungere il quale non avete che a conciliare questa obbiettività colla subbiettività del Kant, fermando che l'ente ideale è obbiettivo e subbiettivo nello stesso tempo. — Quando voi

---

(1) *Introd.*, I 53-4, 138; II 107 (Solmi, *Dottr. d. conosc.*, p. 1601), 252, 258 sgg. (cfr. 231, 247), 333; III 140-2, 355; *Errori*, I, 36, 41, 139, 147-8, 167, 241; II 144; *Primato*, III 113 e 136; II 162; *Protol.*, I 582, 602; e *La libertà cattolica*, 341-2; nel citato *Discorso prelim.*, 190-6.

(2) Per il Bardili v. *Errori*, III 71, 90-92, 114-120 (*lett.* XII: contro il Tarditi che nella III delle sue *Lettere*, pp. 98, 105-107 aveva assimilato la formola giobertiana al sistema del B.); sul Bouterweck, *ivi*, 121-122; sul Krause v. *Teor. d. m. um.*, p. 47; *Introd.*, II 258, 420; *Errori*, II 137, e specialmente il cit. framm. solmiano (*Il sistema dell'identità* ecc., p. 341, 4°), secondo il quale Krause costituirebbe una nuova epoca " vacillante fra l'ontologismo e il psicologismo „, ma che conserva l'*individualità creata* (quindi, implicitamente, il termine medio della creazione) e presentisce oscuramente la necessità di una scienza protologica.

Digitized by Google

avrete un ente ideale che sia ad una soggetto e oggetto, voi lo farete *assolversi* e *compiersi* in Dio, e diventar l'Assoluto col processo del Fichte; e *l'urto* famoso di questo filosofo, onde si crea il *Me* e il *Non me*, — vi sarà dato dal *sentimento*, che sforza lo spirito a sentenziare sulla realtà delle cose. Così avendo distinto l'idea dal giudizio, *compiuta* e *assoluta* la prima per opera del secondo, non potevate meglio disporre il vostro sistema ad *assolversi* e *compiersi* in quello del Fichte „ (1). Non c'è bisogno di dimostrare come qui sia precorsa con molta genialità l'interpretazione che di Rosmini dà lo Spaventa: quando si superi l'ostacolo sgradevole del tono burlesco (2).

II.

Fichte e Schelling.

Ci restano ora da esaminare partitamente i giudizi e le critiche di Gioberti intorno a ogni singolo epigono di Kant: e vedremo gli uni e le altre precisarsi via via e per nuovi affratellamenti di pensiero e anche per le più vaste e sicure informazioni che il Nostro assume via via a loro riguardo negli ultimi anni della sua vita, leggendo qualche altro storico contemporaneo e forse alcuno dei testi originali (3). E paragonato con

---

(1) *Errori*, I 381-2 (lett. VII).

(2) Spaventa, *La filosofia italiana nelle sue relazioni con la filos. eur.*, pp. 159-162; *Scritti filosofici*, pp. 47-49 (che è molto più vicino a Gioberti dell'altro luogo preced.).

(3) Tali storici sono precisamente: 1°. Steininger, *Examen critique de la philos. allemande* (Bruxelles, 1841); 2°. *Delineazione della storia della filosofia* di Odoardo Schmidt, tradotto dal tedesco per Giambattista Passerini (Capolago, tip. Elvetica, 1844, pp. xlvii-287 in 8°), con una pref. dello stesso Passerini, *Sullo stato attuale della filosofia in Germania* (cit. con lode già in *Prolegomeni*, p. 458), intorno al cui valore storico v. Gentile in " Critica „, X (1912), pp. 109-116; 3°. *Hegel et la philos. allemande, ou exposé et examen critique des principaux systèmes de la philos. allem. depuis Kant, et espécialement de celui de Hegel*, par A. Ott, docteur en droit (Paris, Joubert, 1844, pp. xii-544, in 8°); 4°. *Histoire de la philosophie allemande depuis Kant jusqu'à Hegel*, par J. Willm (Paris, Ladrange, 1846, 1847, 1849, in 4 volumi in 8°, pp. xi 528, 630, 466, 648): opera solida e accurata, che ancor oggi si legge

Digitized by Google

il giudizio di questi storici e di critici quali il Passerini e il Mamiani il suo non è poi inferiore agli altri, per quanto risenta di una formazione prematura (1).

In riguardo a Fichte, questo giudizio non subisce, sebbene ripetuto e rifatto di frequenti, quasi nessuna aggiunta per una più precisa determinazione storica. Ma nella sua povertà non cessa di essere esatto. Per Gioberti il Fichte è non solo il continuatore di Kant, ma dello stesso cartesianismo: dal *cogito ergo sum* e dalla soggettività kantiana procede, traendo il psicologismo alle sue assolute conseguenze, a porre il pensiero umano, mediante un egotismo ontologico, come lo stesso Assoluto. È questo di Kant e Fichte un nuovo sistema tolemaico (la terra centro dell'universo), di fronte al quale l'affermazione gioberiana della trascendenza si presenta come una vera rivoluzione copernicana, non già nel mero senso del significato — come quella che Kant si vantava di aver fatto, ma nel contenuto stesso dei suoi postulati. Comunque, la dottrina fichtiana vuole che l'animo dell'uomo, lo spirito soggettivo e finito della concezione comune, sia identicamente il demiurgo dell'universo,

---

con profitto. Tutti questi autori son citati nella *Protologia*: dove ricorre anche qualche critica alle dottrine dello (schellinghiano) Schmidt (I 33-34 e 548). — Quanto ai testi, ecco alcune versioni sincrone che Gioberti potè vedere (la cit. di un libro di Fichte da noi riscontrata nella dissertazione del 1825 è con ogni verosimiglianza indiretta): 1°. *Doctrine de la Science. Principes fondamentaux de la Science de la connaissance*, par J. G. Fichte, trad. par P. Grimblot (Paris, Ladrange, 1843; cfr. quello che ne dice il Tilgher a p. xv della pref. alla sua trad. della *Dottr. d. Scienza*); 2°. Id., *De la destination du savant et de l'homme de lettres*, trad. par M. Nicolas (ib., 1845). — 5°. Schelling, *Système de l'idéalisme trascendental*, trad. par Grimblot (Paris, 1842); 6°. Id., *Écrits philosophiques et morceaux propres à donner une idée générale de son système*, trad. par Bénard (Paris, 1847); 7°. *Bruno* di Schelling, trad. da Marianna Florenzi Waddington, con prefaz. di T. Mamiani (1ª ediz., Milano, 1844; più tardi una 2ª ediz., Firenze, Le Monnier, 1859, con aggiunte), ecc.

(1) Una deduzione storica dell'idealismo tedesco non dissimile da quella sovraesposta di Gioberti, sebbene più corretta, svolgono difatti il Passerini, p. xii sgg., lo Schmidt, p. 254 (ma questi meno risolutamente, perchè sostiene una sua propria interpretazione del kantismo, pp. 242-3) e specialmente l'Ott, p. 21 sgg. Concorde con Gioberti quasi alla lettera il Mamiani, nella *Pref.* al *Bruno* di Schelling, trad. Waddington (Firenze, 1859²), pp. l, liv, lvii.

Digitized by Google

ch'egli irraggia intorno a sè, da vero creatore, come un'educazione od emanazione della sua semplicissima unità: e in ciò ponga e crei Dio stesso. Veramente Fichte non aveva mai abbandonato la distinzione fra io empirico e Io puro o trascendentale: ma è certo però che per costruir questo la sua speculazione parte dalla coscienza pratica di quello, come Gioberti ha chiarito nelle *Meditazioni*. Inoltre il Nostro non dimentica di spiegare che dei due aspetti dello spirito così identificati, il secondo (l'assoluto) è per Fichte primigenio, e non il primo. Di vero c'è, in questa poetica e fantasiosa teoria, che ove si applichi a Dio e non più all'uomo, essa corrisponde perfettamente alla formola ideale: e qui, e nel soggettivismo, Fichte si differenzia nettamente dagli altri panteisti, antichi e moderni (1). Per quanto del concetto di un Io assoluto, creatore del mondo Gioberti scorga precorrimenti nell'*Âtman* upanisadico, interno reggitore del reale (2); ma dimenticando la nuova differenza, data nella concretezza fichtiana dell'individuo, che invece si dissolve progressivamente man mano che dalla *Bṛihadarânyakopaniṣad* scendiamo alla *Kaṭhaka* e da questa ai Vedântin (3).

Ciò posto, è chiaro come Gioberti, superata la distanza fra la sua concezione e quella del Fichte con le dottrine immanentistiche della *Protologia*, possa qui giungere a quella decisione, ormai famosa dopo le ripetute citazioni dello Spaventa, che, posta la nuova unità di psicologismo trascendente e vero ontologismo, l'intuizion d'essa costituisca la parte pellegrina e profonda del sistema di Fichte (" il resto è antropomorfismo ") (4). Non solo: ma questo panteismo egoistico in sostanza non erra gran che, nel dichiarare l'uomo creatore: perchè tale è veramente il nostro spirito nel suo fare, e non differisce

---

(1) *Introd.*, I 140; II 199, 253-4; III 365, 367-8; *Errori*, I 243, 288, 361-6, 423; II 56 e III 103; *Gesuita moderno*, IV 169; *Discorso prelim.* cit., p. 232.

(2) *Gesuita moderno*, V 149 n.

(3) Cfr. Oltramare, *Hist. des idées théosophiques dans l'Inde*, t. I: *La théosophie brâhmanique* (Paris, 1907), liv. I e II, *passim*.

(4) *Protol.*, II 725-6. Cfr. Spaventa, *La filos. ital. nelle sue relaz.* ecc., pp. 118, 164, 196.

Digitized by Google

da Dio se non in quanto esso è creato e quello increato (o autocreantesi) (1).

Minore facilità di conciliazione presenta invece la critica di Schelling, sebbene proseguita con maggior approfondimento. Ma si tratta sempre di un concetto centrale battuto in breccia a preferenza d'ogni altro: il concetto dell'assoluta identità, caratteristico della seconda fase evolutiva di questo apollineo filosofo (1799-1806) (2). Gioberti ebbe qui per base un'informazione più prossima alle fonti che non i soli suoi storici preferiti: e precisamente un riassunto manoscritto, schematico e preciso, del sistema schellinghiano, al quale non mancò di aggiungere le sue osservazioni critiche (3). In generale egli intende abba-

---

(1) *Protol.*, II 679. Cfr. *ib.*, p. 517, la citaz. di una teoria giuridica del Fichte (sulla "trasformazione„, ossia *die Verarbeitung der Naturprodukte*; cfr. *Grundlage des Naturrechts*, II Th., II Abschn., § 19 D [*SS. WW.*, III, 231-234] e Fischer, *Gsch. d. neur. Philos.*, VI³, 420).

(2) Sul quale v. Fischer, op. cit., VII³ (*Schelling*), II Buch. 3er Abschnitt.

(3) Il ms. (che non è, nel testo, certamente di mano del Nostro) è stato pubblicato, con le note marginali di Giob., da E. Solmi nella mem. *Il sistema dell'identità di Schelling esaminato da V. Gioberti* (in "Atti d. R. Acc. d. Sc. d. Torino„, vol. XLVII, 1911-12, pp. 338-359), a pp. 342-358. E il Solmi connette giustamente questo riassunto della dottrina schellinghiana con la *Darstellung meines Systems der Philosophie* del 1801 (p. 342); ma al termine della memoria (p. 359) si manifesta di parere contrario, per avanzar l'ipotesi che il riassunto derivi originariamente dalla penna di Schelling stesso, e sia stato tradotto e trasmesso al Giob. da qualche comune amico. Invece è positivamente, per i primi capp., una parafrasi (ora da considerare come versione, ora come ampliamento fondato sul testo stesso di Schelling) dei *Sätze* con cui s'iniziano i più importanti paragrafi della cit. *Darstellung*. Il compendiatore ha distribuito la materia in 12 capitoletti con relativi sottotitoli; ma la traduzione dei termini non è sempre fedele: così *Vernunft* è tradotto per *identità assoluta*, interpretando più che traducendo. Ecco del resto i risultati del mio confronto (condotto su Schelling, *Werke, Auswahl in drei Bänden*, hg. von Otto Weiss, Leipzig, Eckardt. 1907 [ora Meiner], II 318 sgg. = *SS. WW.*, I, IV, 114 sgg.):

I. *Dell'assoluto qual fondamento d'ogni essere* (Solmi, pp. 342-43): 1° = *Darst.*, § 1; 2° = *ib.*, § 2; 3° = *ib.*, § 3; 4° = *ib.*, § 4 e 7; 5° = § 12 e *Zusatz* I; 6° = §§ 13, 14 e *Zus.*; 7° = § 14, *Erläuterung*.

II. *Dell'essenza e delle forme dell'assoluto quale essere* (pp. 343-45): 1°-3° = *Darst.*, § 16 e *Zus.*, 1-2; 4° = *Zus.*, 1-2 del § 18; 5°-7° = §§ 18-20.

III. *Del tutto e delle cose particolari* (pp. 345-7): 1° = §§ 21 e 22 (cfr. anche i sgg.); 2° = §§ 27-29; 3°-4° = § 30 *Erläut.*; 5° = § 32 e *Anmerkung*;

Digitized by Google

stanza bene la posizione di Schelling quale *Identitätsphilosoph* e come rappresenti un momento necessario del pensiero post-kantiano il rivivere in lui della dommatica spinozistica: presentare Schelling come panteista dell'identità, mitologo e razionalista ad un tempo, non è certo un errore storico, per quanti incrementi richieda questo giudizio affine di essere elevato a piena verità (1). Ma non si può più approvare il ravvicinamento

---

6° = § 33 e *Anmerk.*; 7° = § 34 e *Zus.*, 1-2; 8°-9° = §§ 35-37; 10° = § 37 *Erläut.* (e cfr. 23 *Erläut.*); 11°-12° = §§ 38-41.

IV. *Delle potenze dell'universo in generale* (pp. 347-8): 1° = § 42 *Erläut.* e *Anmerk.*; 2° = § 41 *Anmerk.*; 3° = § 45 e *Beweis*; 4° = § 46 *Zus.*; 5° = §§ 47-49; 6° = § 50 ed *Erläut.*

V. *Della gravitazione e della luce come primi fattori della natura corporea particolare* (pp. 348-50): 1° = § 51, *Zus.* e *Allgem. Anmerk.*; ...

VI. *Delle potenze della natura corporea. Del magnetismo* (pp. 350-1): 1° = §§ 65, 67, 68; 2° = § 59 e *Zus.*, 1-2; 3° = § 70 e *Anmerk.*; 4° = § 71 (e cfr. 67); 5° = §§ 74, 79, 80 e *Zus.*, 1; 6° = §§ 81, 83; 7° = § 83 *Zus.*, 1.

VII. *Della elettricità* (p. 351): 1°-2° = § 83 *Zus.* 2 3; 3° = § 84 *Zus.* 4; 4° = §§ 89 e 85; 5° = §§ 84, 87, 88.

VIII. *Del chimismo* (p. 352): 1° = §§ 110 (e *Zus.* 1), 112, 113; 2° = § 113 *Allg. Erläut* 2; 3° = §§ 114, 118, 119; 4° = §§ 120-123; 5° = § 126 *Zus.* 2, e 127, 129, 130; 6° = §§ 131-132; 7° = § 134 *Zus.*; 8° = § 135.

Qui s'interrompe la corrispondenza, come già per la maggior parte del cap. V: la *Darstellung* prosegue ancora per pochi paragrafi senza uscire dalla cosmologia, il riassunto giobertiano compie invece con altri 4 capp. (biologia, etica, politica, estetica) e una " pianta iconografica „ finale l'esposizione di tutto il sistema dell'identità, valendosi di notizie derivate in gran parte dalle *Fernere Darstellungen aus dem System der Philosophie* (1802; in *SS. WW*, I, IV, 333-510). Cfr. anche *Ueber Verhältnis* ecc. (*SS. WW.*, I, VII, 377-8), su cui Losacco, *Schelling*, pp. 229-30. — Quanto alla cronologia, lo stretto rapporto fra la critica di Gioberti e quelle del Passerini (p. xvi), dello Schmidt (pp. 226-7, 263-5), dell'Ott (p. 63 e sgg.), e l'essere le note ispirate a un pensiero che supera certo quello dell'*Introd.*, del *Bello*, degli *Errori*, del *Buono*, del *Primato*, anche quello dei *Prolegomeni*, sembrano indicare come data di stesura delle osservazioni il 1845-46 almeno. Si noti che nonostante la compiutezza del riassunto, esso reca in fondo l'asserzione che alla filosofia dell'identità " il suo fondatore stesso non ha ancora dato l'ultima mano „: che forse ha rapporto con la nota finale della *Darstellung* schellinghiana (*Werke*, 546), dove Sch. si scusa di aver lasciato interrotta l'esposizione: ma potrebbe anche derivare dal Passerini, p. xviii.

(1) Cfr. i passi del Passerini e dello Schmidt, dell'Ott cit. nella nota precedente. Ma inoltre le critiche analoghe di Herbart (su cui vedi Losacco, in *Critica*, XIV, 233-4, e Gentile, *ivi*, XIII, 467-8 e XIV, nota ad l. c.), di

Digitized by Google

della filosofia della natura di scuola schellinghiana al *Système de la Nature* pubblicato dai materialisti francesi del secolo XVIII: puramente gratuita è la tesi giobertiana che (soppresse le differenze di carattere accessorio, date già nell'interesse religioso e nell'elevatezza intellettuale propri dei tedeschi), nei principî fondamentali le due concezioni non differiscano gran fatto (1). Il presupposto di Schelling anche in questo campo è pur sempre Kant; il presupposto dell'Holbach è Condillac-Lamettrie: e non occorre altro per sciogliere il nesso tentato (2).

Federico Schelling, nota il Nostro, avvertì in Fichte questa contraddizione, che l'Assoluto è per lui soltanto soggetto, mentre nel concetto panteistico non dev'essere piuttosto soggetto che oggetto: e tentò di superarla innalzandosi " a un assoluto del pari circostante alla dualità circoscritta del reale e dell'ideale, dello spirito e della natura; dal quale assoluto egli fa germinare ogni essenza „ (3). Dunque, puro spinozismo. E in fatti, lo Spinoza, lo Schelling e l'Hegel — ai quali si deve una speciale accentuazione dei concetti di sostanza, assoluto, medesimezza [identità], " abbandonarono in apparenza il principio e il metodo cartesiano „, cioè il psicologismo seguíto da Kant e Fichte, " e mossero dalla sostanza infinita, dall'assoluto, dall'Idea, per esplicare il doppio ordine del reale e dello scibile „. In apparenza, perchè, " la sostanza dello Spinoza e l'assoluto dei filosofi tedeschi non sono l'Idea schietta, ma bensì l'idea mista di elementi sensitivi, o per dir meglio un concetto, un astratto, un fantasma frammescolato di elementi ideali, una sintesi contraddittoria di sensibili e di intelligibili; e però al principio cartesiano si attengono. Ora l'Idea nella sua purezza esclude la virtù creatrice, e conduce necessariamente al panteismo; il quale consistendo nella confusione del subbiettivo e dell'obbiet-

---

Reinhold (Losacco, loc. cit., 243-4), e soprattutto dello Jacobi, *Von den göttlichen Dingen und ih. Offenbarung*, 1811 (*Werke*, II 348-54), di cui Gioberti poteva essere informato dal Wilm, op. cit., II 555 sgg. e sulla quale cfr. Losacco, *Schelling*, p. 263 sgg.

(1) *Introd.*, III 18.

(2) A proposito della *Darstellung* schellinghiana, ricordo ancora che se ne ha una recente traduzione italiana di Ettore De Ferri (Bari, Laterza, 1923).

(3) *Ivi*, II 254.

Digitized by Google

tivo, dell'intelligibile e del sensibile, è impresso di una subbiettività e relatività indelebile „. Così si spiegano le origini kantiane del panteismo postkantiano, analoghe alle origini cartesiane dello spinozismo. Mancò a questi filosofi la capacità di sollevarsi al vero Assoluto, oltre che per l'abbandono della tradizione religiosa e scientifica, anche per l'occulto predominio che mantenne sovra di essi il psicologismo cartesiano (1). E la ragione di tale insuperabile psicologismo è che la filosofia dell'identità assume per principio un'astrazione, cioè una forma soggettiva del pensiero umano, credendo che essa rappresenti la massima realtà. Quando poi, " chiariti dell'insufficienza dell'astratto, i panteisti ricorrono al concreto, qual'è il concreto che possono ammettere, se non il sensibile „ ? altro non essendo, ad esempio, " il pensiero puro con cui lo Schelling concretizza la sua astrazione dell'identità assoluta „ (2). Ad ogni modo, prendiamo pure per ben costruito il concetto. Bisognerà dire " che la sostanza indeterminata e universale è una cosa indipendente da ogni spirito finito, necessaria, assoluta, di cui gli esseri particolari sono altrettante determinazioni ; che essa è una potenza eterna, infinita e apodittica che si attua e concretizza finitamente e temporalmente nelle varie parti del creato „. Esclusa la molteplicità delle sostanze, si negherà eziandio la contingenza delle cose finite ; tutto è necessario (3). A concepire questa somma e prima realtà si giunge per intuito (intuizione intellettuale) : e intuitivo è il metodo dello Schelling mentre quello di Hegel sarà poi speculativo. " Schelling deriva la cognizione dell'assoluto da una percezione immediata ; Hegel da un discorso dialettico.

---

(1) *Introd.*, II 107 (151) e 258. Cfr. *Protol.*, I 84, 603.

(2) *Errori*, II 243, 247.

(3) *Errori*, III 316-318. E Giob. nota (p. 317): " Questo è a capello la dottrina dei più celebri panteisti antichi e moderni, cominciando da Capila, dagli Svabavichi, dalle altre scuole bramaniche e buddistiche fino agli Schellinghiani e agli Egelisti „ (Cfr. *Protol.*, I 46). Di Kapila, l'autore del Sāmkhya, è parola a lungo in *Carteggio Gioberti-Massari*, pp. 84-86. Gli Svabavichi sono gli *Svabhāvavādinâh*, su cui vedi A. M. Pizzagalli, in " Rendic. Ist. Lomb. di Scienze e Lettere „, XLVI (1913), pp. 104-112. Ma c'è differenza fra Schelling e il panteismo orientale (*Gesuita moderno*, I 308): in lui diventa filosofia ciò che là è semplice dogma.

Digitized by Google

Entrambi hanno ragione e torto. Schelling considera la cosa rispetto all'intuito; Hegel riguardo alla riflessione „; l'uno e l'altro unilateralmente. " Entrambi poi errano affatto quanto all'oggetto conosciuto, giacchè l'Assoluto di cui essi parlano non è l'Assoluto „: riducendosi a un mito contraddittorio (" è Dio; e pure si sviluppa; è nello spazio; è nel tempo; si perfeziona, contiene potenzialmente la creatura „ (1). Ma non solo di unilateralità pecca la dottrina dell'intuizione intellettuale: essa — come analogamente succede nel pensiero hegeliano, non tien conto che il pensiero immediato non è identico all'ente intelligibile, sebbene la sua unione con questo sia la più stretta possibile nel campo del pensiero. Inoltre: porre l'Assoluto come oggetto del pensiero immediato (qui Gioberti critica anche sè stesso, quello dell'*Introduzione*) è porlo anche come oggetto immediato, cioè senso (così rimane spiegata la critica precedente: fusione di sensibile e intelligibile, arbitraria). E poi: che cosa costituisce l'intelligibilità dell'obbietto, se l'intuito è immediato? Il soggetto stesso, evidentemente: ma tale soggettività astratta, che è precisamente una cosa sola con l'immediatezza del senso, sopprime l'assolutezza che si voleva asserire e provare (2).

Come già Speusippo, Schelling ed Hegel fanno cominciare l'universale, cioè Dio medesimo, dall'imperfetto (3). Tuttavia Gioberti non è contrario del tutto a questo concetto (nel riferire il quale forse ha presente, piuttosto che la dottrina dell'identità, la fase posteriore del pensiero schellinghiano rappresentata dalle *Ricerche sulla libertà umana* del 1809 (4)): perchè

---

(1) *Protol*, I 215, 157 (84 cit.).

(2) *Protol.*, I 174, 260-261.

(3) *Protol.*, I 46. Per Speusippo cfr. framm. 38-41 Lang. (Bonn, 1911) e Ueberweg-Prächter[11], 355 per il concetto della divinità; per l'evoluzionismo, anche in senso teologico, Aristot., *Metaph.*, XIII 7, 1032 *b* 31 *a* 8, 1083 *a* 21 (Krische, *Die theologische Lehren der griechischen Denker*, Göttingen, 1840, pp. 257-8; Zeller, *Philos. d. Gr.*, II 1[4], 1004; Gomperz, *Griech. Denker*, trad. franc., III. p. 2).

(4) Accenno esplicito a questa terza fase del pensiero schell. in *Proleg.*, p. 600. Del concetto dell'*Urgrund* appartenente all'ultima fase, ma ricorrente in qualche modo anche nella terza, v. due citazioni in *Protol.*, I 107 e 604. Della filosofia, della mitologia e della rivelazione è parola nella *Libertà Cattolica*, p. 241 (Solmi).

Digitized by Google

se ne trae a rigore il seguente corollario, che " Dio non è ancora, ed è in istato di formazione. Ma siccome la forza unica e infinita, sendo infinita, non sarà mai pienamente attuata per qualunque corso di secoli, Dio non sarà mai pienamente: vi ha e vi sarà sempre un Dio in potenza, un Dio più o meno incoato, ma non mai un Dio compiuto, assoluto (*absolutus*) in atto ,. Dove c'è, sì, il trasferimento a Dio di quel ch'è proprio dell'universo: ma c'è anche un germe di vero, in quanto così viene espressa mimeticamente, ossia *per sensibilia*, l'eternità (non statica, ma) dinamica e attuosa del divino (1).

Ma quel che preoccupa il critico più distesamente è pur sempre il momento dell'identità. Posta la quale è negato il primo e il secondo ciclo creativo, e negata la realtà dei fenomeni mondiali (se non acosmismo, certo teocosmismo; tanto per Schelling che per Hegel) (2). Posta l'unica sostanza, il panteismo idealistico Schelling-hegeliano rinnega la molteplicità dei contingenti, nonostante le eccezioni contraddittorie in cui inevitabilmente incorre. L'unità è la sola cosa reale, perchè sola è sostanziale: la varietà colla sua relazione è una semplice forma di questa sostanza unica in cui s'immedesimano pensiero ed essere, natura e spirito, universo e Dio, dentro un'assoluta e originaria identità (3). Ma intanto: l'identità è un concetto relativo, non assoluto, e l'assoluto è il fondamento dell'identità, ossia la precede e non ne è già costituito; Schelling avrebbe forse ragione se l'assoluto fosse in sè l'identità assoluta come qualche cosa di reale: ma l'identità è un concetto solamente nostro, risultato di astrazione e non scaturigine di realtà (4). Inoltre, la natura è essenzialmente, anzichè identità, diversità: e lo stesso Schelling la deve opporre allo spirito, ammettendo in qualche modo, contraddittoriamente, due assoluti. Semplice è per vero la natura, ma non identica: si tratta di due predicati non confondibili, e solo a Dio, come in sè e per sè, può essere attribuito il secondo (5). Ma anche rispetto all'essere assoluto c'è

(1) *Protol.*, I 369.

(2) *Introd.*, III 141.

(3) Cfr. *Introd.*, IV 325-6.

(4) *Il sistema dell'identità*, pp. 342 e 345 (ad I 1; II 6). ***Disapprovazioni di metodo e terminologia*** ad I 3-4; II 2-3.

(5) *Ivi*, pp. 342-343 (ad I 1-2); *Protol.*, I 587.

Digitized by Google

confusione nel sistema schellinghiano: confusione della forma dell'assoluto (l'identità) con l'assoluto medesimo. Alla proposizione che nel suo immediato essere identico l'Essere per ciò stesso conosca sè primitivamente e sia così, senz'altro, **ragione**, bisogna opporre che la conoscenza non è l'essere (come oggetto assoluto), nè la ragione è l'essere, se non in un senso improprio. Affermando che " siccome tutto che è, considerato nella sua essenza assoluta e sostanziale, è la stessa identità assoluta, così tutto che è, considerato nella forma del suo vero essere, è un conoscere di essa assoluta identità „, unico conoscere primitivo e convertibile con l'essere assoluto medesimo considerato nella sua forma, — Schelling " si allontana dal vero panteismo, e cade nell'antropomorfismo proprio degli ontologi dualisti: gli Eleatici in questa parte ragionano meglio di lui „ (Non pare, veramente: che cosa ci potrebbe essere invece di più parmenideo?). Inoltre " non vi ha cognito primitivo, e il conoscere non può essere propriamente parlando nè assoluto, nè primitivo. L'essere per sè non ha forma; sono le forme che a tutto rigore hanno l'essere. La forma, cosa senziente e sentita, ripugna al concetto dell'essere pensato „ (1). Critica questa che s'intende per la seconda parte, ma non per la prima: della quale non vediamo la conciliazione con il pensiero giobertiano a noi noto, nè poi una ben chiara esegesi, anche a introdurre qui un attualismo storicistico, anacronisticamente.

Ma come si passa in questo sistema dall'Uno ai molti, dall'identico al diverso? In realtà, non c'è passaggio. Si parla di **trasformazione**: ma nel concetto di questa è già incluso quello di preesistente diversità; ciò che sostanzialmente identico non può trasformarsi, è immutabile. Bisognerebbe dire invece che l'identità perfetta è proprio solo dell'infinito: e che nel finito l'unità è inseparabile dalla molteplicità e la diversità dall'identità. Schelling, per conto suo, salta dall'assoluto, al relativo, dall'uno al molteplice, dall'essere alle forme, senza indicare il modo del passaggio (senza " provare l'identità „, direbbe Spaventa), nè come l'essere in quanto opposto esca fuori dell'indifferenza. E inoltre, ponendo la finità come effetto della differenza

(1) *Il sistema dell'identità*, p. 344 (ad I 4-6).

Digitized by Google

quantitativa del subbiettivo e dell'obbiettivo, cade nel doppio errore di pensare che la finità nasca dalla circonferenza del reale (1), mentre è dal suo centro, dall'essere, e di spiegare la finità con la quantità, che per contro ne deriva (la finità sgorga invece dalla libertà, simbolicamente intesa). Infine l'essere non è solo nella totalità, secondo vorrebbe Schelling, come non è nei particolari: ma questi e quello sono in lui (2).

Tali errori si trasfondono per intero nell'apriorismo dominante la costruzione filosofica della natura (3), che il successore

(1) " Errore fondamentale di Schelling, nato, se male non mi appongo, dall'influenza del suo antecessore Fichte, che se ne valse a dimostrazione del suo egoismo speculativo „ (p. 346, e cfr. 348). Bene, anzi: perchè in Fichte la finità deriva appunto dal momento del non Io, che è altresì l'esterna.

(2) *Protol.*, I 587-8; *Il sistema dell'identità*, pp. 345-347 (ad III 2, 4, 5, 9, 10, 11).

(3) Non possiamo mancare di citar per intero i pochi ma importanti passi delle opere di Gioberti intorno a questo apriorismo della *Natur-philosophie* schellinghiana: 1) " Il Leibniz, ponendo nella monade creata [*invece che in quella increata*] il germe obbiettivo del vero, errò gravemente e spianò poi la strada alla filosofia critica, donde uscì poi il panteismo. Federico Schelling colla sua filosofia della natura recò a compimento l'error leibniziano, e nocque non poco alle scienze fisiche, introducendo quel vezzo di voler conoscere e stabilire *a priori* le leggi contingenti delle cose create, che ora soltanto comincia a dismettersi in Germania. Il voler fabbricare la scienza della natura *a priori*, cioè senza ricorrere alle osservazioni e agli esperimenti, è una insigne follia, non però evitabile, secondo i principî del panteismo; che immedesimando lo spirito umano coll'assoluto, e collocando in essolui il vero obbiettivo, è forzato a conferirgli i privilegi di Dio; il quale essendo l'autore delle leggi cosmiche, non è probabile che abbia d'uopo d'osservazioni, di sperimenti, di macchine per conoscerle „. Vero è però che la scienza non è soltanto sperimentale, ma anche razionale: e questa " è la parte di verità che si contiene nella filosofia della natura già regnante in Germania „ (*Errori*, II 176-177). — 2) Il filosofo che travalica i confini della propria indagine e vuole " metter piede nel territorio delle altre scienze, disconoscendo l'autonomia loro, violandone l'indipendenza e spogliandole delle loro proprie ricchezze, non può aggiudicarsi la suppellettile aliena, senza alterarne l'essenza, rendendo omogeneo ciò che dianzi era eterogeneo. Così soglion far nella Magna gli Schellingiani e gli Egelisti: non solo intorno alle cose religiose, ma eziandio in proposito delle naturali; svisando i fatti e i fenomeni del mondo esteriore per idealizzarli a loro talento „. Tale dunque " la filosofia della natura; la quale testè

Digitized by Google

di Fichte ha voluto tentare, confondendosi continuamente, giusta il suo costume, l'essere in senso scientifico e l'essere in senso volgare (l'essere e l'esistere, insomma). Così nella famosa legge della polarità, non ben chiara del resto nè in sè nè quanto al processo che la dimostra: subbiettività e obbiettività sono soltanto relazioni formali, e non polarità dell'essere identico. Schelling, " derivando la finità, cioè la varietà di ciascuna forma, dalla circonferenza e non dal centro, e di più non avendo distintamente e psicologicamente separato l'essere dalla forma „, confonde l'uno con l'altro, la fisica colla filosofia e riesce (nello studio del reale) più naturalista che panteista „. Formali sono la soggettività e l'oggettività come semplici relazioni psicologiche di forma a forma; e così " l'interno e l'esterno o sono sinonimi del soggetto e dell'oggetto, o dell'essere e delle forme „ (a proposito della qual coppia di opposti è improprio l'uso schellinghiano di sostanza e accidente); ma Schelling, in fondo,

---

fioriva, ma è morta e sepolta al dì d'oggi, perchè le scienze fisiche sono culte e in onore „ (*Prolegomeni*, pp. 522-523). — 3) " La scienza odierna, essenzialmente panteistica, confondendo Iddio con l'universo, vuol trovare in questo le doti di quello. L'identità [*il principio dell'id.*] è di tal numero. Quindi tutti quei sistemi sulla cellula, sul globicino, sulle vescichette, sulla spiralità elementare, piovuti di Germania in Germania [*evidente accenno al Lamennais*; cfr. *Carteggio Giob.-Massari*, p. 54]. V'ha il vero in tali sistemi; ma il vero ci è esagerato e diventa assurdo... Link vuole che tutto sia cellula, Goethe che ogni parte del vegetale sia foglia, Raspail che tutto sia una vescichetta, ecc. Ma non si accorgono che se originalmente non si trova qualche diversità nelle foglie, nelle cellule, nelle vescichette, le loro varie metamorfosi sarebbero impossibili „ (*Protol.*, I 587-588). — 4) " Le influenze del panteismo germanico, e la filosofia della natura che ne prese origine da un canto, e molte osservazioni dall'altro sullo stato presente del mondo fisico ed organico fecero conchiudere, che la natura è similare in tutto a sè stessa, monotona, e che la varietà delle sue forme è un'apparenza a cui l'unità soggiace. Sistema di Goethe sulle foglie. La cellula, la vertebra; Carus, Link, Raspail, Oken, Schelling, ecc. Unità degli elementi, ecc. Ma questi sistemi non hanno che una verità relativa alla presente costituzione del mondo „ (*Protol.*, I 608). — 5) " La filosofia schellinghiana della natura errava nel voler scoprire tutte le leggi fisiche *a priori*. La vera filosofia dee convalidare *a priori* tutti i fatti, cercandone le leggi, ma dee pigliare le mosse della sperienza. Altrimenti si confonde la metafisica con la fisica e il Cosmos con Dio: processo ragionevole solo nel panteismo „ (*Protol.*, II 547).

Digitized by Google

non fa che trasportare con ingegnoso artifizio dei fenomeni puramenti fisici in filosofia, adattandosi la tecnologia filosofica presa metaforicamente: e viceversa. La sua filosofia della natura riesce in questa maniera nulla più che una concezione poetica (1).

Non crediamo di dover qui svolgere minutamente una glossa di questa critica commentatrice del Gioberti. Essa va considerata nel suo valore storico e biografico, e cioè non solo per la notevole elevatezza di tono della discussione, ma inferiore a molte altre contemporanee, ma per il significato che assume nello svolgimento del pensiero giobertiano, considerato dal suo aspetto eterocritico. Certo, molto ci sarebbe da obbiettare per l'esattezza dell'interpretazione. Dapprima Gioberti scambia il metodo, o per meglio dire i presupposti del metodo, per il concetto: il primo è senza dubbio quello di Spinoza, ma il secondo non meno indubbiamente sta più su, storicamente e idealmente, del sistema spinoziano. Questo per la riduzione dello schellinghianesimo a puro spinozismo: e del pari per la critica di psicologismo intentata al principio dell'identità, di cui non bisognava confondere l'origine astrattiva e fantastica con il preciso valore qui assunto per esso. E questo valore differenzia appunto Schelling da Spinoza: sia perchè la differenza posta dal secondo nell'originaria indifferenza è differenza platonica, per cui gli attributi reciprocamente si escludono in uno sdoppiamento di realtà per sè stanti e ciascuna conchiusa in sè stessa, mentre la differenza schellinghiana è dialetticamente viva e mantiene l'identità in ognuno dei momenti progressivi attraverso i quali si afferma: sia perchè tale identità è poi nel suo essere identica, r a g i o n e, e l'assoluto oggetto si converte con l'assoluto soggetto, sebbene non appaia ancora provata la primarietà di questo (possono, logicamente, essere prima tanto l'uno che l'altro). Del che si può trovare già precorrimento in Spinoza, ma solo Schelling ne rivendica a sè il merito esplicito, come quegli a cui tale passo era già reso possibile da Kant e da Fichte. L'iden-

(1) *Il sistema dell'identità*, pp. 347-8, 349-51, 354 (ad IV 1; V 6; VI 2-3; VII 3; IX 8; cfr. *Libertà Cattolica*, p. 400). Alla morale e alla politica schellinghiana Giob. è in gran parte favorevole (pp. 355-7). Della critica all'Estetica ho trattato nelle mie *Linee di storia dell'Estetica in V. Gioberti* (" Nuova Riv. Storica „, 1922, fasc. 1°), § IV, già cit.

Digitized by Google

tità del pensiero e dell'essere ha, insomma, in Spinoza un valore prekantiano, in Schelling un valore prehegeliano: ecco la diversità delle due posizioni. Gioberti, piuttosto, coglie nel segno parlando di acosmismo sostanziale e di teocosmismo: la *Darstellung meines Systems der Philosophie* non supera qui il semplice spinozismo (1). Ma intendere il processo di identificazione come confusione e sintesi, non di opposti, ma di contraddittorii (quindi contraddittoria in sè stessa) (2) può essere giustificato soltanto qualora si pensi come il Nostro drammatizza in questa critica un pericolo vivo e presente nel suo spirito, a cui fu per qualche tempo prossimo a soccombere: il pericolo di un astratto immanentismo. E fa fronte pertanto con tutte le sue forze alla concreta forma storica rappresentante agli occhi suoi tal pericolo medesimo. Tanto da scorgere questo anche là dove non è: in Hegel (3).

---

(1) Fischer, *Schelling* cit., pp. 550-52.

(2) Cfr. ancora *Protol.*, I 79.

(3) La critica di Hegel e della dialettica hegeliana sarà esposta nella seconda parte della presente Nota, la cui pubblicazione è rinviata al prossimo volume degli *Atti*.

L'Accademico Segretario
Giovanni Vidari

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'11 Maggio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, PONZIO, HERLITZKA, POCHETTINO e il Segretario MATTIROLO che legge il verbale della precedente adunanza, approvato senza osservazioni.

Scusano l'assenza i Soci SACCO, PARONA, D'OVIDIO.

Il Presidente dà comunicazione di una lettera della *Société Géologique de Belgique* nella quale si annuncia alla nostra Accademia che la Società celebrerà nel giorno 27 di luglio il primo cinquantenario della sua fondazione.

L'Accademia delibera di dare incarico al suo Socio corrispondente JEAN MASSART di volerla rappresentare a tale solennità.

Similmente si delibera di dare incarico al nostro Socio corrispondente Prof. Antonio GARBASSO di rappresentare il nostro Sodalizio nell'occasione che in Firenze si celebrerà il primo centenario della insigne *Accademia Medico-Fisica Fiorentina.*

Dopo di che non essendovi comunicazioni di lavori l'adunanza è dichiarata chiusa.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 18 Maggio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Stampini, Einaudi, Patetta, Prato, Cian, Pacchioni, Faggi, Luzio, Jannaccone e il Segretario Vidari.

Scusano l'assenza i Soci Valmaggi e Solari.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Socio De Sanctis presenta il volume primo di un'ampia *Relazione sui lavori della missione archeologica italiana in Egitto* (Torino, R. Museo di antichità), volume dovuto alla penna del Socio E. Schiaparelli e pubblicato per cura della Direzione generale delle antichità e belle arti. Data la mole del volume, la ricchezza e l'importanza scientifica del suo contenuto, il Socio De Sanctis si riserva di riferirne più ampiamente e precisamente in una prossima adunanza.

Il Presidente Ruffini si compiace della importante pubblicazione, e prende atto della promessa fatta dal Socio De Sanctis.

Il Socio Vidari presenta e offre all'Accademia un suo recente lavoro, *Il pensiero pedagogico italiano nel suo sviluppo storico* (Torino, Paravia), che in un certo senso continua, pur

Digitized by Google

in modo sintetico e per linee generali, l'altro pubblicato recentemente nel vol. LXVI, serie II delle *Memorie* dell'Accademia col titolo: *Studi sulla storia del pensiero pedagogico italiano.*

Il Presidente RUFFINI ringrazia e si rallegra col Socio presentatore per la sua attività scientifica.

Il Socio LUZIO presenta per la inserzione negli *Atti* il lavoro: *Gli ultimi giorni di Carlo Alberto. Documenti inediti*, e ne illustra il contenuto.

Il Presidente RUFFINI ringrazia, e rileva non pure il valore delle indagini del collega LUZIO, ma anche il crescente interesse che gli studi su Carlo Alberto vanno sempre più assumendo, e che acquistano particolare importanza per la imminente commemorazione del 75° anniversario della morte del magnanimo Re.

La Nota del Socio LUZIO sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio PATETTA presenta, in continuazione di una Nota precedente, lo scritto: *Un presunto autografo di Giovanni Antonio de Petruciis conte di Policastro.*

La Nota sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Socio DE SANCTIS dà una prima sommaria relazione sui lavori della recente seduta dell'Accademia internazionale, a cui egli ha partecipato in Bruxelles, rilevando anzitutto l'importanza che è andato assumendo il contributo dell'Italia in seguito all'efficace intervento del Governo. Si riserva di ritornare prossimamente sull'argomento.

Digitized by Google

LETTURE

Gli ultimi giorni di Carlo Alberto.

Documenti inediti.

Nota del Socio nazionale residente ALESSANDRO LUZIO

I.

Dei dispacci da Oporto di Edoardo Delaunay diè prima qualche tratto l'opuscolo semi-officiale, pubblicato subito col titolo *Relazione sulla malattia, morte e trasporto della salma e sulle esequie celebrate a S. M. il Re C. Alberto,* Torino, Crivellari, 1849; poi il Paravia nelle *Lodi del Re C. A.*, orazione inaugurale dell'anno accademico a Torino (Stamperia Reale, 1849, p. 56, 2ª edizione); infine inserì qualche cenno il Cibrario nei suoi *Ricordi d'una missione in Portogallo*, ibidem, 1850, p. 293 sgg.

Produrli quasi tutti integralmente m'è parso doveroso e per la loro importanza storica e come omaggio riconoscente al Sovrano magnanimo, nel LXXV anniversario della sua morte.

Al Presidente del Gabinetto, sorto dopo Novara, cav. Gabriele Delaunay, il nuovo Re ingiunse di nominare immediatamente " un agent diplomatique auprès de la Cour de Lisbonne, afin d'avoir des nouvelles plus rapides de son auguste Père dont la position excite au plus haut degré son intérêt et celui de toute la famille royale... „ (1).

(1) Son le frasi che adoperò il De Launay nel suo primo rapporto che or or citeremo, presentandosi a C. Alberto, al quale aveva, da Lisbona, 26 aprile, chiesto venia se trattenuto da una quarantena non poteva mettersi prima ai suoi ordini. " Si dans les tristes circonstances du Royaume

Digitized by Google

Venne prescelto pel delicato incarico il figliolo del Delaunay stesso, cav. Edoardo: e da Lisbona non potè questi recarsi ad Oporto, prima del 12 maggio. Chiesta udienza a Carlo Alberto, l'ottenne l'indomani: e orientatosi nel nuovo ambiente iniziò il 19 l'opera sua d'informatore con una serie di dispacci della stessa data, la cui successione è precisata dal numero d'ordine appostovi. Ecco le parti più salienti de' suoi primi colloqui con l'esule Re:

(N. 7).

Porto le 19 mai 1849.

..... Dans cet entretien, comme dans les suivants, Elle me parla des motifs qui l'avaient déterminé à renoncer à la dignité Souveraine, plutôt que de souscrire à des conditions telles que l'occupation de notre territoire et surtout de la citadelle d'Alexandrie par les troupes autrichiennes. On venait précisément de recevoir la nouvelle de l'insistance du Cabinet de Vienne pour l'exécution pleine et entière de l'armistice. Sa Majesté ne put s'empêcher de témoigner combien il lui était pénible de se voir trompé dans l'espoir que son Auguste Fils rencontrerait moins de difficultés pour les négociations de la paix, tout en reconnaissant que le Ministère avait fait tout ce qui dépendait de lui pour modifier les conditions de cet armistice; que la position était difficile et qu'il fallait de l'énergie pour la rendre meilleure. À cette occasion le Roi voulut bien me dire les choses les plus flatteuses sur votre compte, Monsieur le Chevalier, mais ce n'est point à moi (1) qu'il appartient de les répéter dans une correspondance officielle. Je ne puis tout au plus qu'y faire allusion pour la fidélité du récit.

Sa Majesté déclare qu'Elle est décidée à mener désormais une vie retirée, de rester en dehors des affaires politiques, et à décliner les offres de la Cour de Portugal de se transporter à Lisbonne ou à Cintra à quelques lieues de la Capitale, d'abord par goût et penchant pour la solitude, puis pour se soustraire à des honneurs qui contrasteraient trop avec sa position particulière. Le Duc de Palmella, C.te de S. Fré en

---

de Sardaigne mon cœur avait pu s'ouvrir à la joie, c'était sans doute au moment où j'ai reçu la nouvelle de cette destination dans un pays où V. M. dirigeait ses pas... Il me tarde d'être à même de remplir les intentions de S. M. le Roi Victor Emmanuel, qui sont d'entourer son bien-aimé père de tous les égards, de toutes les attentions etc. „ (Copia acclusa al disp. " du Lazaret de Lisbonne 26 avril „).

(1) Come figlio del ministro.

Digitized by Google

Piémont, un des premiers personnages et des plus riches propriétaires de ce Pays, m'avait prié de mettre de sa part un de ses palais à la disposition du Roi qui a été sensible à cette preuve d'intérêt, mais sans vouloir profiter de l'offre qu'il a décliné comme toutes les autres. " Je veux vivre comme un bourgeois de Porto „. Tel est le désir du Roi, et il l'exprime dans ces termes.

En effet S. M. habitait d'abord en ville une maison où il n'y avait aucune trace de luxe, un véritable *pied à terre*. Peu avant mon arrivée une villa de M^r^ Pinto Ferreiro a été louée de six en six mois: c'est le premier jour de son entrée dans cette nouvelle demeure que S. M. a reçu la députation de la seconde Chambre. À l'extérieur la maison n'a rien de remarquable, l'architecture en est très simple; à l'intérieur elle est loin d'offrir encore du *comfort*, mais peu à peu on augmente le mobilier. Quant à la position elle est très riante: on y jouit d'une vue admirable sur la mer et le Douro; dans le jardin dessiné en terrasses il y a une promenade entre des arbres d'une assez belle végétation. En un mot dans son ensemble c'est une campagne d'une modeste apparence, mais dont le Roi avec une rare abnégation se montre satisfait sans paraître regretter ses palais somptueux. Je crains seulement que ce séjour pour une autre saison que l'été ne soit un peu exposé à l'humidité.

D'après les instances réitérées du Gouverneur Civil, qui ne voulait point prendre sous sa responsabilité de laisser sans sentinelles une maison écartée de la ville, Sa Majesté a consenti à avoir quelques soldats de garde.

(N. 8).

Porto le 19 mai 1849.

..... C'est en date du 4 mai que le Roi Charles Albert a écrit à S. M. la Reine D.^a^ Maria en lui annonçant qu'ayant préféré renoncer à la Couronne plutôt que de se soumettre à des conditions humiliantes, et décidé à passer le reste de ses jours dans la retraite, Il avait choisi ce pays pour son séjour; Il priait en conséquence S. M. de déclarer franchement si une telle détermination pouvait lui causer quelque déplaisir parceque dans ce cas Il ne tarderait pas à se retirer ailleurs.

C'est la crainte que sa présence ne puisse être de quelque embarras au Gouvernement Portugais dans les conjonctures politiques actuelles, qui a engagé Sa Majesté, comme Elle a bien voulu me dire, à faire cette démarche dictée par un scrupule digne d'éloges.

Cette lettre dont j'ai rapporté en substance le plus saillant, était conçue dans les termes les mieux appropriés à la circonstance. Elle arriva à Lisbonne le jour même des couches de la Reine qui chargea son Auguste Époux d'y faire une réponse dont la teneur paraît avoir satisfait le Roi Charles Albert. Un bateau à vapeur de guerre de l'État porta cette réponse à Porto.....

Digitized by Google

(N. 9).

Porto le 19 mai 1849.

C'est le 14 de ce mois, que la députation de la seconde Chambre s'est acquittée de sa mission auprès du Roi Charles Albert. M^r^ Ratazzi donna lecture de l'adresse dont il remit ensuite l'original manuscrit et plusieurs exemplaires imprimés à Sa Majesté qui ne put se défendre d'une certaine émotion en faisant la réponse. En voici le résumé.

Le Roi déclara qu'il agréait bien volontiers l'adresse de la Chambre, comme une preuve de l'affection et de l'estime de la nation, sentimens qu'il avait toujours ambitionnés; qu'il avait constamment fait tout ce qui était en son pouvoir pour le triomphe de la cause italienne et pour le bien de ses peuples, sans être jamais guidé par des considérations d'intérêt personnel. Sa Majesté entra ensuite dans quelques détails pour démontrer que la guerre contre l'Autriche n'était ni injuste, ni imprudente; Elle expliqua le motif qui l'avait engagé à abdiquer en ajoutant que, le cas échéant, Elle ne manquerait pas de combattre, même comme simple soldat, contre les Autrichiens partout où la guerre éclaterait contre cette Puissance, sauf en Italie où Elle ne pouvait retourner de crainte de susciter quelques complications, et parceque là S. M. serait remplacée par son Auguste fils Victor Emanuel. S. M. déplora les désastres de l'Italie et le sort malheureux des Lombards et des Vénitiens obligés de s'exiler de leur patrie; Elle fit des éloges de plusieurs officiers et des corps de l'Armée qui se distinguèrent dans les derniers événemens, et Elle termina son discours en exprimant des voeux pour la nationalité et l'indépendance de l'Italie.

La députation se propose à son retour à Turin vers les premiers jours de juin, de publier *in extensum* la réponse de S. M. (1). Je crois en avoir indiqué les passages les plus saillants.

---

(1) La relazione Rattazzi è a pag. 28 sgg. dell'opuscolo stampato dal Crivellari. Con procedimento di dubbia lealtà un membro della Commissione *anticipò* la risposta ufficiale di C. A., inviando in data dell'*11* questa lettera da Oporto, che la *Concordia* pubblicò il 19 maggio:

" Finalmente questa mattina siamo giunti ad Oporto dopo un lungo travagliato e difficilissimo viaggio; questa mattina ci presentammo a Carlo Alberto, che dimora tuttora in un'umile e modestissima casuccia, *Rua des Carraucas*, composta di tre sole camerette. Il Re ci accolse con affettuose e particolari dimostrazioni e s'intrattenne a lungo delle nostre passate e presenti sventure.

" Oggi ci giunse il manifesto ministeriale del 25 colla *Gazzetta*, e sono le ultime nuove che abbiamo d'Italia! E non poteva rattenere le lagrime al pensare che gli Austriaci occupano Alessandria. — *Oh se gli Italiani*

Digitized by Google

Pendant que ces messieurs offraient au Roi le dernier tribut de la reconnaisance de la Chambre des Députés, par une triste coïncidence les canons des forts annonçaient le trépas d'un lieutenant général et saluaient sa dépouille mortelle.

---

avessero imitato gli Ungheresi, diceva, *se i miei generali m'avessero seguìto in quella Cittadella*, a quest'ora forse non dovremmo piangere sulle nostre vergogne e piegare il collo alla tracotanza tedesca! Ma dopo la rotta di Novara, l'abbandono delle truppe, lo scoramento degli ufficiali, ho creduto bene nell'interesse del mio paese di abdicare, sperando migliori condizioni per l'armistizio, al quale io non avrei sottoposto il mio nome! Ora mi rimane il dolore di vedere anche questa speranza perduta! — Queste ed altre simili furono le tristi parole che ci disse il Re, e ti assicuro che ci congedammo tutti coll'animo oppresso e maravigliato a tanta sventura. E noi siamo i primi (?!) piemontesi che abbiamo recata una parola di affetto e di gratitudine al principe che versò tanti benefizii, tanti titoli a quella turba di cortigiani che tutti gli volsero le spalle colla fortuna.

" Ho voluto darti notizia del mio arrivo prima che il corriere parta; del resto mi toccherebbe aspettare quattro giorni l'altra partenza. *Domenica 13 presenteremo formalmente l'indirizzo.* Fra pochi giorni il Re andrà ad abitare una villetta nei dintorni della città, sui colli che stanno in riva al Dhouro, modesta dimora anche questa, e che farebbe torcere il naso alla nostra aristocrazia, ma che ai miei occhi ingrandisce il suo ospite.

" Superate le difficoltà del viaggiare nel Portogallo e nella Spagna, spero essere in breve ritornato all'Italia, che perdio! non deve perire ".

Una stampa volante, tip. Panizza, protestava giustamente contro la tendenziosità di questa lettera spedita alla *Concordia*.

Talune dichiarazioni attribuite a C. Alberto, osservava l'anonimo confutatore, " suoneranno per molti un'accusa al Principe, che firmò l'armistizio, un'accusa all'esercito, ai generali che si rifiutarono al preteso volere del Re.

" Ora noi domanderemo se tra i fatti che incontrastati emergono dalle ultime nostre sventure, non sianvi questi due:

" 1. Che dopo la rotta di Novara, per ritirarsi su Alessandria, bisognava passare sul corpo d'un esercito vincitore; e se all'aprirsi della campagna niuno mai contestò che il piano più ragionevole sarebbe stato di appoggiare tutte le operazioni sulla base di Alessandria, venne però dal Ministero approvato quello che fu sgraziatamente seguìto.

" 2. Che il Re abdicò bensì generosamente per ottenere migliori condizioni, ma riconobbe la necessità di sottoscrivere all'armistizio. Noi facciamo appello a quanti assistettero all'ultima seduta secreta della Camera, se questi fatti non risultino tali per l'esposizione fattane dal sig. Josti, dal ministro Cadorna, dai generali Giacomo Durando e Dabormida.

" Noi diremo dunque, che le espressioni di Carlo Alberto non possono avere avuto il senso che risulta dalla lettera pubblicata dalla *Concordia*,

Digitized by Google

La veille de cette audience S. M. me parla de ces députés comme appartenant au parti des exaltés. Je me suis borné à confirmer ce jugement en ajoutant toutefois que, d'après leur langage, j'avais lieu de croire qu'ils ne figuraient pas dans les rangs des républicains. En effet c'est sur ce parti qu'ils rejettent avec raison la cause principale de l'issue fatale de la guerre, tout en convenant que le sentiment de l'indépendance italienne n'est point assez compris par les masses pour pouvoir compter désormais sur la réussite avant que les Cabinets d'Europe aient reconnu le principe des nationalités. Quant à l'armistice de Novare, ils persistent à le considérer comme inconstitutionnel, parcequ'il renferme, d'après leur avis, des conditions qui excèdent les pouvoirs d'un général d'armée, et qu'il n'est point contresigné par un Ministre responsable. J'ai combattu cette opinion par des argumens connus, en faisant en même tems ressortir que dans tous les cas le Ministère actuel avait dû accepter cet armistice comme un fait accompli, ce qui ne l'avait point empêché d'agir de la manière la plus pressante, quoique sans succès, pour obtenir la modification des clauses les plus dures.

Pour ne pas être diffus je m'abstiendrai de plus amples détails. J'ajouterai seulement que la présence de ces Messieurs en Portugal n'a donné lieu qu'a un seul incident au reste d'aucune portée. Ils assistaient à Lisbonne à une séance de la seconde Chambre. Un membre de l'opposition les ayant remarqués dans la tribune du Corps Diplomatique, prit la parole pour prier l'assemblée de donner à la discussion une couleur plus intéressante pour une députation qui venait complimenter un Roi vaincu en défendant l'indépendance et la liberté italienne. Aucun orateur ne suivit ce député dans cette digression.

M.rs Mautino, Rossellini et Cornero sont partis le 16 de Porto, et M.r Rattazzi quittera également cette ville le 20 c.t pour retourner à Turin. En attendant il voit chaque jour le Roi qui paraît l'honorer de sa confiance.....

---

poichè Carlo Alberto avrebbe con esse gettato il sospetto sul proprio suo figlio e su quei generali che con lui avevano sparso il sangue sui campi per la guerra dell'Indipendenza.

" La sua venerata parola non può suonare che unione, coraggio e speranza, non mai, come accennerebbe pur troppo questo anonimo documento, odio, diffidenza, ingratitudine e sconforto ,.

Le dichiarazioni testuali di C. A. date dal De Launay, e confermate dalla stessa relazione Rattazzi, erano di fatto correttissime, spoglie di qualsiasi recriminazione, al pari di quelle successive alla Commissione del Senato.

Digitized by Google

(N. 10).

Porto le 19 mai 1849.

L'état de santé du Roi Charles Albert ne laisse pas que de donner de vives inquiétudes aux personnes qui l'entourent. S. M. a beaucoup souffert depuis la dernière campagne surtout des fatigues et des privations d'un long voyage; aux souffrances physiques se sont jointes les peines morales. Pendant un mois environ, Elle ne voulait consulter aucun médecin à Porto, se contentant de se traiter d'après d'anciennes recettes; enfin depuis quelques jours on l'a décidée à voir un médecin de ce Pays, M^r^ le D^r^ d'Assis, qui jouit d'une réputation de talent et d'habileté. J'ai eu deux entretiens avec lui, et pour mettre toute responsabilité à couvert, j'ai jugé à propos de le prier de m'écrire ses observations. C'est ce qu'il a fait dans la lettre ci-jointe (1) qu'il m'adresse en me recommandant de ne la communiquer que confidentiellement. Cette communication a lieu à l'insu de l'Auguste malade. Vous verrez, Monsieur le Chevalier, s'il ne serait peut être pas le cas d'en donner connaissance à M^r^ Riberi, médecin ordinaire du Roi, pour concerter un traitement adapté à ce climat et au nouveau genre de vie de S. M. Il serait surtout essentiel de prescrire un changement de nourriture, l'usage de quelques viandes au lieu du poisson qui est un des plats quotidiens de sa table. De même il serait nécessaire d'envoyer de Turin un des cuisiniers de la Cour, car ici on ne trouve guères que des cuisiniers fripons ou des cuisinières détestables, comme celle actuellement dans la maison du Roi.

Je ne manque pas chaque jour d'aller présenter mes hommages au Comte de Barge, et prendre des nouvelles de sa santé, en cherchant à l'engager à faire un traitement pour guérir radicalement une maladie aussi compliquée. " Maintenant peu importe que je m'en aille „. Telle est la réponse textuelle que j'ai reçue un jour que j'insistais davantage. Je vois avec plaisir que M^r^ d'Assis lui accorde ses soins, et je pars un peu moins inquiet pour Lisbonne. Cependant j'ai pris mes mesures pour être tenu au courant de tout ce qui pourrait intéresser la Famille Royale et le Gouvernement. Par le moyen du télégraphe j'aurai, le cas échéant, des nouvelles rapides, et le Gouverneur Civil, M^r^ de Vasconcellos, a promis de m'écrire au moindre événement.

J'avais proposé à Sa Majesté qui me traite avec la plus grande bienveillance de rester quelque tems encore à Porto, mais Elle juge à propos qu'il vaut mieux retourner à mon poste à Lisbonne, où Elle pourra aussi se prévaloir de mes services.

---

(1) Manca l'inserto.

Digitized by Google

II.

Succeduto al Gabinetto Delaunay il D'Azeglio, l'agente diplomatico in Portogallo indirizzò le sue lettere al nuovo Presidente dei Ministri, che gli aveva confermata la propria fiducia, eccitandolo ad abbondare in notizie sull'infelice monarca. Le sue condizioni cominciavano a divenir preoccupanti: nè E. Delaunay lo dissimulava, dolendosi che per le insistenze di C. Alberto, bramoso di quiete, si fosse visto costretto a restituirsi in Lisbona. Donde necessariamente non poteva inviare che notizie di seconda mano, trasmessegli dal console avv. Moro.

Lisbonne 26 mai 1849.

..... Dans un de mes rapports du 19 c.t je suis entré dans de longs détails sur la santé du Comte de Barge, en désignant son régime de vie comme le plus grand obstacle à son retablissement. J'ai jugé a propos, en dernière ressource, de faire une démarche auprès de son confesseur pour qu'il usât de son influence afin d'engager Sa Majesté par tous les moyens de la persuasion, à s'abstenir de faire maigre tous les jours de l'année. Il m'a promis d'agir dans ce sens, comme il l'avait déjà fait d'ailleurs à plusieurs reprises.

Le Roi Charles Albert m'avait chargé de remettre de sa part une lettre au Roi du Portugal en réponse à celle que ce Souverain Lui avait adressée vers le 10 de ce mois. Je me suis empressé de solliciter une audience.

Lisbonne 29 mai 1849.

D'après les renseignemens qui me sont transmis en date du 25 mai par Mr Moro qui restera quelques jours encore à Porto, l'état de santé du Comte de Barge loin de s'être amélioré, avait plutôt empiré depuis mon départ de cette ville. La toux était devenue si fréquente, que Sa Majesté voulait à toute force se faire saigner dans l'espoir d'éprouver quelque soulagement. Le médecin, Docteur d'Assis, a cru devoir s'y opposer, en motivant son refus par les conséquences graves qui pourraient résulter vu l'affaiblissement général de l'Auguste malade. Il permit ensuite une application de dix sangsues pour calmer les douleurs hémorrhoïdales.

Les douleurs du foie auraient cessé depuis 2 jours, mais dans la nuit du 23 au 24, S. M. avait eu une très forte dyssenterie qui durait encore à peu près avec la même intensité. Ces détailes paraîtraient con-

Digitized by Google

firmer le rapport du Dr d'Assis, qui indiquait les intestins comme le véritable siège de la maladie.

On a réussi enfin à persuader le Roi Charles Albert qu'il arriverait malheur, s'Il continuait à ne se nourrir qu'avec du poisson et des légumes, et S. M. a consenti à prendre des tasses de bouillon et de la gélatine. Le 25 l'enrouement avait augmenté au point qu'Elle ne parlait qu'avec difficulté. Le médecin espère quelque bienfait du changement de nourriture, mais si dans quelques jours il n'y a pas une amélioration sensible, il se propose de dire au Roi sans détours de quitter Porto, s'Il ne veut point y perdre le peu de santé qui lui reste en même tems que la vie.

Sans aucun doute d'autres parties du Portugal seraient à préférer comme séjour, à une ville où l'air est très vif, et où il y a aussi une grande humidité. Le climat de Madère paraît être celui qui serait le plus favorable pour S. M., mais la traversée pour y arriver est de plus de trois jours en bateau à vapeur, traversée peut-être trop pénible pour Sa Majesté qui pour surcroît de maladie aurait encore à souffrir du mal de mer auquel Elle est sujette. Au reste Elle n'a encore formé aucun projet de changement de demeure.

Mr le Colonel Kiss Nekmser, hongrois, porteur d'un passeport délivré par la Légation de Sardaigne à Paris, a débarqué à Porto se rendant à Londres avec une mission confidentielle, vraisemblablement celle de solliciter l'appui du Cabinet Britannique en faveur de la Hongrie. C'est un agent de Kossuth qui lui a remis une lettre de créance. Mr Kiss s'est déjà présenté à Paris au Président de la République qui lui a accordé une audience particulière, en déclinant toutefois de le recevoir officiellement. Il a déclaré vouloir s'arrêter à Porto uniquement pour présenter ses hommages à S. M. le Roi Charles Albert.

Lisbonne 2 juin 1849.

..... On a déjà obtenu un grand point, grâce aux efforts réunis du médicin et du confesseur, en décidant Sa Majesté à interrompre le régime de vie qu'Elle avait adopté par esprit de pénitence depuis quatre ans, celui de s'abstenir de manger de la viande.

Continuando le notizie pessimiste, il Delaunay riprese dimora in Oporto, rimanendovi sino all'agosto, malgrado le frequenti esortazioni ad andarsene da parte del Conte di Barge, insofferente di non trovare neppur là quella solitudine che agognava per ritemprare lo spirito affranto.

La sua lunga agonia ci è descritta giorno per giorno dal Delaunay, in rapporti, che necessariamente riferisco *brevitatis*

Digitized by Google

ergo nei soli tratti essenziali recidendo superflue ripetizioni, per dare maggior risalto alle particolarità drammatiche e a quanto distrugga ingiusti sospetti.

Si pretese invero accagionare Vittorio Emanuele II di sconoscenza figliale, senza tener conto del fatto ch'egli cadde gravemente malato, ma non cessò per questo di mostrare la più affettuosa sollecitudine per l'augusto genitore, a cui inviò espressamente come suo rappresentante il Principe Eugenio di Carignano. Fu questi accolto anzichenò bruscamente, per l'unica ragione che il Re abdicatario desiderava evitare ogni scossa alla gracile salute della consorte, e temeva che ogni missione speciale potesse preludere a un viaggio — assolutamente deprecato da lui — di Maria Teresa ad Oporto.

Come si poteva, dopo ciò, insistere con visite officiali da cui il moribondo imperiosamente rifuggiva, per non esporre chicchessia, e tanto meno i suoi più cari, ai disagi d'una lunga peregrinazione, all'insalubrità del soggiorno d'Oporto, che pareva scelto apposta per affrettare un larvato suicidio?

Ma quanto egli amasse i suoi, appare dalle frequenti lettere consegnate per la casa reale al Delaunay: appare dalla agitazione, da cui C. Alberto fu sopraffatto all'udire la malattia pericolosa del figlio; dalla consolazione che provò al leggere il primo proclama di Moncalieri (1), annunciante la guarigione di Vittorio Emanuele II, e il suo virile atteggiamento contro le improntitudini demagogiche.

Ma ecco senz'altro, *usque ad finem*, alla catastrofe del 28 luglio, i dispacci Delaunay:

Porto le 5 juin 1849.

..... Lorsque j'ai pris ses ordres pour la réception de la députation de la Cour de Lisbonne, Sa Majesté parut vivement contrariée de devoir subir cette presentation: « Je ne suis plus que le Comte de Barge; « je ne veux plus faire le Roi. Je suis venu m'établir ici pour vivre « tranquille, retiré du monde. Je ne désire voir personne. Si l'on m'im- « portune par des visites, j'irais plutôt en Amérique ».

---

(1) In data 3 luglio: cfr. MARIOTTI, *Il Risorgimento d'Italia narrato dai Principi di Casa Savoia*, Firenzo, 1888, p. 77: e a p. 91 il secondo proclama, celebre, di Moncalieri del 20 novembre 1849.

Digitized by Google

La risposta di C. Alberto alla deputazione del Senato si può leggere nel Cibrario, p. 276 e fu del resto stampata dai giornali del tempo, diffusa pur anco in foglietti volanti (1). Dai rapporti Delaunay mette conto di stralciare i soli particolari di contorno. Premesso che era stata una fortuna che le due commissioni della Camera e del Senato — per gli intoppi della quarantena — non avessero potuto, *toto coelo* discordanti com'erano di umori, incontrarsi ad Oporto, il Delaunay così commenta le due dichiarazioni famose di C. A. di aver cercato invano la morte a Novara, e di portar la fiducia oltre tomba che gli italiani sentirebbero alfine la necessità d'essere uniti per divenire invincibili.

Porto le 6 juin 1849.

..... Ce discours, la dernière phrase surtout, avait un caractère plus solennel encore, vu la circostance de l'état presque désespéré alors du Roi. L'histoire impartiale comblera un jour une lacune dans ce discours, en stigmatisant la conduite coupable du parti républicain qui a jeté tant de troubles dans la péninsule, et sur lequel retombe toute la responsabilité de nos désastres.

M^r^ Cibrario et de Collegno ne quitteront pas Oporto avant de voir des symptomes d'amélioration de la santé du Comte de Barge. Je les ai beaucoup engagés à persister dans cette intention; leur société d'ailleurs est très agréable à S. M.

M^r^ le Colonel Kiss Nekmser, dont j'ai déjà parlé, est parti d'ici pour Londres, après avoir eu une audience du Roi Charles Albert, qui n'a consenti à le recevoir qu'après beaucoup d'hésitations. Il est porteur d'une lettre de créance de Kossuth dans laquelle celui-ci le constitue son *alter-ego*. Il a sur des banquiers un crédit de 500/m. frs. dont il se disait autorisé en remettre 200/m. à Ledru-Rollin dans le cas de son avénement au Ministère, et s'il réussissait à entraîner la France dans une intervention en faveur de la Hongrie. M^r^ Kiss venait de Madrid où comme à Paris, Berlin et Bruxelles, Kossuth avait envoyé des agents. N'ayant pas trouvé de sympathies en Espagne, il se rendait à Londres

(1) L'Archivio di stato di Torino ha una ricca collezione di quelle stampe del 1848-49. Per la morte di C. A. c'è una vera colluvie di poesie italiane, latine, vernacole che meriterebbe d'esser studiata, poichè son rilevabili non i soli canti del Prati, del Bertoldi, ecc., ma anche certe composizioni popolari, dialettali, improntate a profondo, sincero rimpianto. Una ne riproduco nel corso di questa Nota, § IV.

Digitized by Google

pour user de toute son influence auprès de Lord Palmerston. Il a déclaré ici qu'il considérait comme certain le succès des hongrois, à moins que la Russie n'intervienne avec une armée de 150/m. hommes.

Porto le 9 juin 1849.

..... Ci-joint deux lettres de S. M., l'une pour S. M. la Reine Marie Thérèse, l'autre pour S. A. R. Mgr. le Duc de Gênes.

Porto le 12 juin 1849.

..... S. M. a seulement une fois émis l'idée de se rendre à l'île Madère, et elle a aussi désigné Rome comme une ville dont le séjour pourrait Lui être agréable, lorsque l'ordre et la tranquillité y seront rétablis. *Ad ogni buon fine*, j'ai l'honneur de solliciter des instructions pour cette dernière éventualité.

Depuis le 14 mai échu, jour où S. M. a occupé sa nouvelle habitation, la maladie ne lui a point encore permis de sortir de ses appartemens. Elle consacre à la lecture la plus grande partie de la journée. Mr Cibrario Lui avait suggéré d'écrire un mémoire sur les derniers événemens de son règne, afin de prouver mieux encore tout ce que le Roi et ses États avaient fait pour la cause de l'indépendance italienne, en s'offrant lui, Mr Cibrario, de s'occuper s'il était nécessaire de la rédaction de cet exposé où l'histoire puiserait un jour de précieux renseignemens. Mais S. M. n'a pas adopté pour le moment cette idée, les faits sont trop récents, disait-Elle, et il y aurait bien des noms propres jetés à travers ce mémoire, parmi lesquels quelques-uns ont joué un rôle peu honorable.

J'ai eu l'honneur de voir aujourd'hui le Roi Charles Albert pour Lui donner lecture des bulletins de la *Gazette Piémontaise* sur la santé de son Auguste Fils le Roi Victor Emmanuel. S. M. attend avec impatience des nouvelles plus détaillées. Elle m'a paru aussi inquiète de ne rien apprendre sur la marche des négociations de paix entre le Piémont et l'Autriche.

Oporto le 18 juin 1849.

..... Aux souffrances de S. M. vient encore se joindre une inquiétude très vive sur la maladie de son Auguste Fils le Roi Victor Emmanuel. Les bulletins contenus dans la *Gazette Piémontaise* jusqu'au 30 mai, — le dernier n° arrivé à Porto — sont loin de pouvoir rassurer son coeur paternel. J'ai donc cru devoir dire un mot à ce sujet dans ma dépêche télégraphique [di jeri]. Pour gagner du tems, le Comte de Montalto pourrait être chargé de me transmettre par la voie du télégraphe des nouvelles attendues avec une aussi vive impatience.

Digitized by Google

(NN. 25-26)

Porto le 23 juin 1849.

..... Dans la lettre ci-jointe au C^te^ de Castagnetto, M^r^ Canua fait part de ses impressions et de l'avis des médecins avec lesquels nous avons eu une conférence hier. Ces détails intéresseront la Famille Royale. Malheureusement ils sont loin d'être rassurants: il y a une très légére amélioration, il est vrai, la dyssenterie a diminué, mais l'oedème aux jambes, l'absence d'appétit, un mouvement fébrile résultant des altérations intérieures des organes, une faiblesse extrême, inspirent toujours beaucoup d'inquiétude. Les médecins croient que la maladie est actuellement réduite à un état chronique. Quant à la guérison ils ne peuvent en répondre, d'autant moins que les remèdes n'ont plus la même efficacité sur une constitution détériorée depuis longtems.

..... Comme le Roi Charles Albert m'avait souvent demandé si je pouvais lui communiquer quelques nouvelles de Turin, j'ai cru devoir profiter de cette circonstance pour lui donner lecture des passages les plus saillants [di parecchi rapporti contenenti " de précieux renseignements „ su quanto il D'Azeglio operava e disegnava per tenere a freno disorganizzatori dello Stato, instaurare una vera libertà basata sull'ordine. Gli lesse pure] la dépêche relative à la condamnation à mort du G^al^ Ramorino. Sa Majesté a bien voulu me témoigner toute sa satisfaction d'avoir eu connaissance de ces très belles dépêches sur les actes du Gouvernement à l'intérieur et vis à vis de l'étranger.

Porto le 28 juin 1849.

..... Ce pli renferme plusieurs lettres du Roi Charles Albert à LL. MM. les Reines Marie Thérèse et Adélaïde, etc.

..... La prostration de forces continue, et paraît même augmenter de jour en jour. Le Comte de Barge disait hier: " je m'affaiblis de plus en plus „. Cet aveu de sa part est significatif, car ordinairement Il répond par un je vais mieux, quand on demande des nouvelles de sa santé.

Porto le 29 juin 1849.

..... Aujourd'hui le Roi Charles Albert est à peu près dans le même état que hier. — Les médecins m'ont répété aujourd'hui que les cas de guérison des dyssenteries chroniques, sont de très rares exceptions; que l'Auguste malade s'affaiblissait chaque jour davantage; qu'ils admiraient la force de caractère de S. M. qui se lève encore à l'heure accoutumée, *comme si Elle voulait mourir sur sa chaise.* Ce langage est très peu rassurant — nos pressentimens à tout ici ne nous laissent plus aucun espoir.

Digitized by Google

Porto le 30 juin 1849.

D'après vos instructions, je me suis empressé de porter à la connaissance du Roi Charles Albert le premier article de la dépêche N° 143 en date du 10 de ce mois. S. M. en a écouté la lecture avec la plus grande attention, en témoignant combien Elle était satisfaite d'apprendre des nouvelles qui laissaient espérer une prompte conclusion de la paix. Elle a remarqué avec plaisir que l'initiative partait de l'Autriche pour la reprise des négociations interrompues ensuite de prétentions inadmissibles. S. M. m'a chargé de vous témoigner, Monsieur le Chevalier, tous ses remercimens pour l'obligeance que vous avez de la tenir informée par mon intermédiaire de la marche d'une affaire aussi importante.

S. M. a été de même sensible à l'empressement que vous avez mis à proposer à son Auguste Fils, la nomination de M^rs^ d'Almeida et Forrester chevaliers de S^t^ Maurice. Ce dernier devant faire une course de quelques mois en Angleterre, je n'ai pas voulu tarder à lui annoncer cette bonne nouvelle. Il a eu l'honneur de présenter ses hommages au Roi Charles Albert qui a bien voulu lui marquer sa bienveillance de la manière la plus flatteuse, en lui donnant une croix de cet ordre qu'Il a portée durant la guerre de l'indépendance italienne. C'est un souvenir historique que j'ai vu passer avec regret dans les mains d'un étranger.

[Per l'arrivo ad Oporto del Principe Eugenio di Carignano].

Charles Albert a montré plus d'étonnement que de satisfaction.. Il faut supposer que par une excessive délicatesse de sentimens S. M. regrette tout ce qui a pu causer quelque dérangement, ou qu'Elle voit avec un certain déplaisir, comme la plupart des malades, tout ce qui lui rappelle la gravité de son état. Ainsi Elle a été visiblement contrariée de l'arrivée du Chev. Riberi; ainsi Elle désire mon départ de Porto et celui de M^r^ les Sénateurs Chev. Cibrario et de Collegno.

..... J'ai prié le Comte de Montalto d'annoncer une légère amélioration dans l'état de S. M. le Roi Charles Albert pour éviter de causer trop d'alarmes, et surtout pour détourner la Reine Marie Thérèse du projet de venir a Porto.

(*Confidentielle*).

Porto le 2 juillet 1849.

Le *Monzambano* est arrivé ici après une heureuse traversée le 30 juin échu. M^r^ le Chevalier Bobone en ayant été averti par le télégraphe de la Société du Commerce, a cru devoir, à mon insu, en donner la nouvelle au Roi Charles Albert. S. M. n'a pu se défendre de la plus vive inquiétude: la pensée Lui était venue que ce bateau à vapeur apportait

Digitized by Google

peut-être la notification de la mort de son auguste fils le Roi Victor Emmanuel. Je n'ai pas manqué de faire sentir à Mr Bobone, lorsqu'il m'a parlé de son équipée, son manque de tact (1), et combien étaient déplacées une démarche aussi précipitée, cette ingérence dans mes attributions. Tout en rendant justice à l'intention qui a dicté cette démarche, il n'en est pas moins vrai qu'elle a un peu contribué à présenter de prime abord les choses sous de fâcheux auspices, ce qui n'aurait pas eu lieu si, après une entente préalable, on eût annoncé la visite du Prince de Carignan en même tems que le rétablissement de la santé de notre Auguste Souverain.

[È perciò che la prima impressione destata dall'arrivo del Principe Eugenio non fu delle più favorevoli in S. M. Carlo Alberto].

« Ma maladie, dit-Elle, n'est pas sérieuse, je n'ai pas été un seul jour alité. Le moment n'était point encore opportun pour me faire visite: votre présence est d'une grande utilité à Turin. — Les soins de Mr Riberi ne me sont pas nécessaires — si l'on met des entraves à mon désir de vivre retiré du monde, j'irai plutôt en Chine...

Le Prince de Carignan est sorti des appartemens de S. M. très attristé du grand changement qu'Il a remarqué dans les traits, dans la

(1) Era il Bobone un buon piemontese, già console di S. M. a Lisbona e durevolmente stabilito in Portogallo, che profuse a C. Alberto, arrivato inatteso in paese straniero, le più affettuose, commoventi dimostrazioni, mettendogli a disposizione la sua intera sostanza. Il Re volle gli fosse dimostrata la propria riconoscenza con l'elevazione a Barone, perdonandogli i suoi eccessi di zelo.

In lettera del 21 aprile da Lisbona al Ministero degli esteri scriveva il Bobone queste generose parole: « Je me suis empressé d'envoyer à S. M. une lettre de crédit sur la maison Butler Nephew et C. de Porto de 8 contos de Reis (50 mille francs) laquelle somme sera mise à la disposition de S. M. pour pourvoir à ses plus pressants besoins. C'est tout ce que je me trouve posseder dans ce moment en argent comptant, mais j'ai joint à S. M. l'offre de ma fortune entière pour le cas où elle puisse lui être utile. J'espère que S. M. agréera cette démarche comme une marque de l'inviolable attachement que je porte à son auguste personne et de mon ardent désir », di alleviare i suoi mali. La lunga residenza in Portogallo, le relazioni cospicue, la conoscenza di leggi e costumi gli permettono di offrire riflessibili servigi. Si firma « Jerôme Bobone chevalier de S. Maurice et S. Lazare et ancien Consul Général de S. M. à Lisbonne ».

Digitized by Google

personne de son royal cousin, et très ému d'un accueil qui ne paraissait pas répondre tout à fait à son attente...

J'ai profité de cette occasion pour m'expliquer avec la plus grande franchise. Le penchant de S. M. pour la solitude a augmenté depuis son abdication et les préoccupations qui en ont été la conséquence. Elle ne cherche du soulagement que dans la religion. Malgré la bienveillance qu'Elle porte aux personnes qui l'entourent d'attentions, Elle a laissé entrevoir le désir de leur départ. Il en a été ainsi à l'égard des Sénateurs Cibrario et de Collegno; il en est de même à mon égard. J'ai fait ressortir que c'était pour moi un véritable chagrin de voir S. M. décliner mes offres de services, soit de l'aider dans sa correspondance, soit de lui faire la lecture des journaux, etc., et d'avoir ainsi le sentiment de lui être directement de peu ou d'aucune utilité; que dans le cas où il y aurait dans la diplomatie quelqu'un dont le nom, le caractère, les antécedens ou les relations pourraient lui être plus agréables, non seulement je demanderais, mais même je verrais avec un certain plaisir mon remplacement. Peut-être que s'il y avait plus de conformité d'âge, la confiance s'établirait plus facilement. Ce serait sans doute avec regret que je renoncerais à une mission aussi honorable, mais il importe avant tout que le bien se fasse, et de choisir la personne réunissant le mieux les conditions requises à cet effet.

Le Prince m'a répondu par ce mot prononcé avec émotion: Et moi!... en me laissant deviner que Lui aussi avait beaucoup souffert d'une réception peu en harmonie avec les sentimens de son cœur. Il a ensuite ajouté qu'il en serait de même avec un autre diplomate qu'avec moi, et qu'ainsi d'après son avis, il n'etait pas nécessaire d'écrire dans ce sens au Ministère.

Il vous appartient maintenant, Monsieur le Chevalier, de juger dans votre sagesse si mon remplacement doit être proposé au Roi Victor Emmanuel. Malgré la bienveillance que son Auguste père me témoigne, et le désir qu'Elle a bien voulu m'exprimer une fois de me voir conserver ce poste, je le répète, je remettrais sans la moindre observation la gestion de cette Légation entre les mains d'une personne qui saurait mieux concilier les intérêts du Comte de Barge avec ceux du Gouvernement. Dans tous les cas, il me répugnerait de me conformer aux intentions de S. M. de la quitter pour retourner à Lisbonne, en me faisant sentir qu'il serait bien d'être dans la capitale à une époque où il y a quelque agitation dans les esprits, où l'on vient de former un nouveau Ministère auquel je devrais rendre compte de l'état de nos affaires, de la marche des négociations pour la paix avec l'Autriche. La gravité de la maladie de S. M. n'est plus un secret; le Gouvernement Portugais, mes Collègues, la société trouveraient fort extraordinaire mon départ de Porto, et l'attribueraient à un manque de cœur

Digitized by Google

et de dévouement. D'un autre côté je ne doute pas que je serais blâmé à Turin. Ainsi au risque de déplaire au Roi Charles Albert, je suis décidé à Lui dire si je suis mis au pied du mur, que d'après le désir de son fils le Roi Victor Emmanuel, il ne m'est pas permis de partir de Porto avant sa convalescence. J'ai déjà parlé dans ce sens au Prince de Carignan, et j'attends les ordres du Ministère sur ce point...

Un point essentiel c'est d'empêcher l'arrivée ici de S. M. la Reine Marie Thérèse *qui serait contraire à la volonté de son Auguste Epoux.* Sa santé si délicate ne lui permettrait pas de supporter les fatigues d'un long voyage.

Porto le 8 juillet 1849.

...Dans le dernier article de la dépêche N° 143 du 10 juin, vous voulez bien me prévenir, Monsieur le Chevalier, que des dispositions ont été données pour faire adresser directement à S. M. la *Gazette Piémontaise* et le *Risorgimento.* Aucun numéro de ces journaux n'est encore parvenu à sa haute destination. Il serait utile de ne pas en retarder l'envoi pour faire contre-poids au *Corriere Mercantile* de Gênes et à la *Concordia* dont les directions (celle de la *Concordia* au moins) se sont empressées spontanément d'expédier leurs exemplaires au Comte de Barge dont le nom est pour elles un drapeau d'opposition.

(N. 36).

Porto le 16 juillet 1849.

Ne doutant pas qu'il serait très agréable à S. M. le Roi Victor Emmanuel, d'avoir quelques dessins de la ville habitée à Porto par son Auguste Père, je me suis mis à la recherche d'un peintre. D'après tous les renseignemens que j'ai pris, il n'y a ici aucun artiste assez distingué pour exécuter ce travail. J'étais ainsi au moment de renoncer à mon projet, lorsque M^r^ Forrester allant au devant de mes désirs, a bien voulu me faire don de quelques dessins qui pourront suffire à un de nos paysagistes de Turin pour prendre une idée exacte du pays, et reproduire quelques vues. Il pourrait en même temps se prévaloir des indications qui lui seraient fournies par M^rs^ les Sénateurs Cibrario et de Collegno, ou par une des personnes venues ici à bord du *Monzambano.*

Ci-joint:

1° Une lithographie de la maison habitée par S. M. le Roi Charles Albert. Ce dessin a été exécuté par M^r^ C. A. Pinto qui en a fait tirer plusieurs copies à ses frais (1).

---

(1) Della litografia riuscitissima sono rimaste accluse due copie al disp. 4 luglio De Launay.

Digitized by Google

(N. 38).

Porto 16 juillet 1849.

...S. M. n'a encore aucune intention bien arrêtée sur le lieu qu'Elle choisira pour sa résidence si Elle recouvre assez de forces pour quitter cette ville dont le climat Lui est très nuisible, et le sera davantage encore vers l'automne. Dans tous les cas, Elle paraît décidée à ne jamais plus retourner en Piémont, ni dans une autre partie de l'Italie, ni à se rendre en France tant que ce pays sera soumis au régime républicain. Il resterait le midi de l'Espagne. Mais il n'est pas facile d'y arriver en traversant le Portugal où il n'y a pas de routes où puissent passer les voitures. D'autre côté S. M. souffre beaucoup du mal de mer. Pour tout concilier, il faudrait chercher à abréger la traversée, et à cet effet de Porto aller débarquer à Vigo ou à Pontevedra (10 à 12 heures de distance en bateau à vapeur) où l'on trouve des routes praticables pour se diriger à petites journées vers une autre destination. Dans le but d'en faciliter les moyens, il serait à propos d'expédier ici un bateau à vapeur pour stationner dans le Douro jusqu'au moment opportun pour transporter ailleurs S. M.

Si malheureusement Elle devait succomber à sa maladie, ce bâtiment serait également nécessaire pour recevoir sa dépouille mortelle et la porter en Piémont. Ainsi dans les deux hypothèses, il est à désirer que le Gouvernement donne des ordres pour le prochain départ d'un bateau à vapeur pour Porto.

D'après une lettre à mon adresse de notre Envoyé à Madrid, en date du 6 de ce mois, le Duc de Valence lui a renouvelé de la part de la Reine Isabelle l'offre pour le Roi Charles Albert de venir s'établir dans une des villes du Royaume d'Espagne, où le Gouvernement serait heureux de faire tout ce qui serait en son pouvoir pour contribuer au rétablissement de sa santé. J'ai porté le contenu de cette lettre à la connaissance de S. M. qui m'a chargé de répondre au C^te^ de Montalto d'être l'interprète de sa reconnaissance auprès de S. M. Catholique et de son Gouvernement.

De même, il y a quelques jours, le Consul de France à Porto, est venu m'informer qu'il avait reçu de son Gouvernement l'ordre d'offrir ses services au Roi Charles Albert, et de se mettre à ma disposition pour tout ce qui pourrait être agréable à S. M. D'après les intentions de S. M., je me suis empressé de témoigner à ce Consul sa gratitude pour cette preuve d'attention. Il serait peut-être le cas de charger la Légation du Roi à Paris d'adresser directement des remercîmens au Cabinet français.

La *Gazette Piémontaise* du 27 juin dernier annonce la mort de S. M. le Roi Charles Albert, d'après une dépêche télégraphique en date

Digitized by Google

du 21 de Bayonne. Je ne sais qui s'est permis de transmettre à Turin cette nouvelle tirée peut-être de quelque journal de Madrid, et qui aurait dû être accueillie avec circonspection et reproduite sous forme dubitative.

(*Confidentielle*)

Porto le 18 Juillet 1849.

...C'est le lendemain du départ de Mgr. le Prince de Savoie Carignan, que son état a empiré. Les soins, les attentions dont S. A. R. entourait son Auguste Cousin, les nombreuses occasions où Elle à montré le dévouement le plus parfait, l'affection la plus tendre, avaient encore mis davantage en évidence ses éminentes qualités, et devaient rendre la séparation plus pénible. Le pressentiment que c'était peut-être un dernier adieu, a causé à son âme sensible une émotion des plus douloureuses. Son extrême affaiblissement a amené plus tard une crise durant la quelle toutes ses pensées se sont portées sur la Famille Royale, dont S. M. a parlé à plusieurs reprises en faisant les éloges des membres qui la composent, en louant surtout beaucoup la conduite de son fils le Roi Victor-Emmanuel depuis son avènement au trône. S. M. a été émue jusqu'aux larmes en apprenant par des lettres le respect affectueux, les égards de tout genre qu'on a pour S. M. la Reine Marie Thérèse à la Cour. Ce qui prouve que si le sentiment religieux domine tout chez le Roi Charles Albert, il y a toujours une large place dans son cœur pour les affections de famille.

Lors du départ du *Monzambano* l'Auguste Malade se faisait encore des illusions, car il ordonna l'embarquement de sa voiture de voyage, en donnant les dispositions nécessaires pour qu'on Lui en envoyât une autre plus commode et d'une construction plus solide. Mais dans la journée du 17, Il se doutait de la gravité de son état, et Il disait à son ancien valet de chambre Bertolino, qu'il était près de sa fin. D'après son désir l'aumônier avait déjà prié l'Évêque du Diocèse de venir lui donner sa bénédiction en cas de danger.

Porto le 21 juillet 1849.

...Sa Majesté connaît la gravité de son état: Elle se résigne aux décrets de la divine Providence en montrant une grande égalité d'âme et toute la ferveur du Chrétien. Son aumônier a déjà ouï sa confession générale. Demain l'Auguste Malade recevra la communion en viatique, non pas que le danger soit très imminent, mais pour satisfaire à un pieux désir de sa part provenant de ses sentimens si religieux. Quant aux autres dispositions, je n'en parle pas dans ma correspondance, parce qu'elles sont du ressort de M^r^ Canna avec lequel je suis en rap-

Digitized by Google

ports journaliers. Mais je répète ce que j'ai dit ailleurs: tout ce qu'il est possible de faire en pareille circonstance a été prévu, et on ne néglige rien de notre côté pour éviter, autant qu'il dépendra de nous, tout regret en cas d'une catastrophe.

Le Roi Charles Albert a reçu ce matin une lettre de S. M. la Reine Marie Thérèse, qu'Elle a lue avec empressement et avec plaisir. Dans des moments aussi cruels, nous nous réjouissons de tout ce qui peut causer quelque soulagement à Sa Majesté, et sous ce rapport nous désirerions vivement recevoir bientôt la nouvelle de la conclusion d'une paix honorable offrant des garanties de tranquillité pour l'avenir.

Comme Père et comme Roi qui a présidé longtems aux destinées de notre Pays, cette nouvelle serait pour lui un baume consolateur et donnerait plus de calme encore à son esprit...

J'ai reçu quelques N^os^ de la *Gazette Piémontaise*, entr'autres celui du 3 juillet. Je tenais à ce que le Roi Charles Albert eût connaissance de la proclamation de son Auguste Fils le Roi Victor Emmanuel portant la même date. D'après mon désir, le Chev^r^ Canna vient d'en donner lecture à S. M. qui a témoigné toute sa satisfaction en répétant à plusieurs reprises: *È molto bello!* Éloge bien mérité pour un langage aussi noble, aussi élévé, et si conforme aux sentimens paternels qui ont toujours animé les Souverains de la Maison Royale de Savoie.

Porto le 25 Juillet 1849.

Monsieur le Chevalier,

Depuis quelques jours S. M. le Roi Charles Albert dont les sentimens religieux sont si connus, avait témoigné le désir de recevoir le Viatique même avant l'imminence du danger de la maladie. C'est hier matin à huit heures et demie que l'Aumônier, après avoir célébré la messe dans la chapelle contiguë aux appartemens de S. M., Lui administra ce Sacrement de l'Église. Il n'y avait ni pompe, ni apparat, mais tout était grave et solennel dans cette fonction. Quand, suivant l'usage, l'auguste malade fut interrogé sur les articles de foi, Il répondit dans des termes qui indiquaient une conviction profonde; Il demanda ensuite pardon de ses offenses — comme Il les pardonnait de son côté avec bonne volonté et charité chrétienne — à ceux qu'Il aurait offensés en général ou en particulier. En résumant sa pensée Il ajouta de la manière la plus touchante: " J'oublie tout! „.

Il reçut alors la Sainte Eucharistie avec une grande ferveur, et avec cette piété dont Il ne s'est jamais écarté même dans les agitations d'un règne laborieux et fécond en évenemens. Ses valets de chambre, le Chev.^r^ Canna et moi nous avons accompagné le viatique avec des flambeaux.

Digitized by Google

A quatre heures de l'après midi, l'Évêque du Diocèse en habits pontificaux, après avoir adressé à S. M. quelques paroles pleines d'onction pour le fortifier de plus en plus dans ses sentimens de résignation et de détachement des choses terrestres, Lui a donné la bénédiction Apostolique. Mg^r^ est sorti de la chambre du Roi, en disant avec émotion " Ce sera la mort du juste „. En effet il n'appartient plus à la terre que par ses souffrances, son âme aspire à des sphères supérieures.

Depuis hier soir j'ai jugé prudent de venir loger à la villa du Roi, pour être prêt à toutes les éventualités.

Le 26 Juillet de la villa de S. M.

La faiblesse toujours croissante de l'auguste malade, sa répugnance pour toute sorte d'aliment, la difficulté de la respiration, une physionomie presque cadavérique, sont autant de symptômes qui indiquent une fin prochaine. Dès ce matin S. M. a exprimé l'intention de recevoir l'extrême-onction, et l'aumônier se tient prêt dans une pièce voisine, à Lui donner les secours de la religion. Le Chev.^r^ Riberi, comme toujours, est admirable dans ses soins: il se multiplie, il lutte avec ardeur et avec toutes les ressources de l'art contre les progrès du mal; il s'evertue à trouver quelque remède pour prolonger au moins de quelques jours une existence aussi précieuse. Nous sommes dans la plus grande consternation, et nous redoutons que le danger ne devienne de plus en plus imminent. S. M. paraît connaître la gravité de sa position, car avant de laisser panser sa plaie, Elle demanda avec le plus grand calme si Elle passera encore cette nuit.

Pour ne pas négliger aucune précaution, le Chev.^r^ Canna a engagé l'aumônier a demeurer à la villa du Roi jusqu'à nouvel ordre. Le D^r^ Riberi voulait veiller auprès de S. M., mais Elle n'y a pas consenti. Ses trois valets de chambre, Bertolino, Valetti et Rumiana éludent ses ordres en montant depuis plus de vingt jours la garde à sa porte qu'ils laissent entr'ouverte à son insu. Ils remplissent à chaque heure, à chaque instant leur devoir avec un dévouement, un zèle, une activité digne des plus grands éloges.

Le 27 juillet.

À une heure du matin nous avons été prendre des nouvelles du Roi Charles Albert. Les remèdes prescrits par le Chev.^r^ Riberi, des frictions de Rhum surtout ont produit un bon effet en surexcitant les esprits vitaux.

L'oppression, le dévoiement ont considérablement diminué; le pouls qui était à peine sensible a repris un peu de force. Cette amélioration inattendue nous a consolé, mais nous avons déjà vu si souvent ces alternatives de bien et de mal, que nous accueillons avec défiance

Digitized by Google

un espoir auquel nous craignons de devoir renoncer bientôt. Quoiqu'il en soit un mieux sensible s'est déclaré; c'est autant de gagné sur l'ennemi. Les frictions ont été répétées chaque fois avec succès, et le Roi m'a confirmé aujourd'hui de sa propre bouche l'amélioration de son état.

Le 28 juillet 1849.

Aujourd'hui c'est à peu près le même état qu'hier quoique la nuit n'ait pas été aussi calme. Mais je le répète cette amélioration n'est que passagère d'après l'avis du Chev.r Riberi.

J'en étais à ce point de ma dépêche lorsqu'on est venu m'appeler pour me rendre auprès de S. M. qui venait de tomber en défaillance. L'agonie a commencé, l'extrême onction lui a été administrée. Il était environ 3 heures de l'après midi; à 3 h. et demie S. M. a rendu l'âme à Dieu.

Je convoque les autorités de la ville pour constater le décès. Le courrier va partir. Je dois finir cette lettre n'ayant plus d'ailleurs la force de continuer au milieu de la consternation générale, et des pleurs.

J'ai l'honneur de renouveler les assurances de ma considération très distinguée.

E. DE LAUNAY.

Non intendo soffermarmi sulle modalità dei funerali, della traslazione a Torino, ecc.; perchè ne son piene le carte. Rileverò solo un incidente disgustoso, sollevato dal console francese che, per futili questioni d'etichetta nella spedizione degli inviti, s'astenne dalle esequie d'Oporto. Il Delaunay lo mise a posto, come meritava, riferendone al Ministero in quest'ultimo dispaccio, che è anche osservabile per l'accenno alle molte carte dallo stesso C. Alberto distrutte o fatte bruciare quasi *in articulo mortis*, dopo aver ricusato, come vedremo, di far testamento!...

Porto 8 août 1849.

...Je n'ai eu en vue dans cette circonstance que le respect le plus profond pour la mémoire de l'Auguste défunt, et la dignité de mon caractère de Représentant. Les Consuls d'Autriche et de Russie qui ont apposé leur signature au procès verbal de décès, avaient compris que les dissidences politiques entre nations devaient en présence d'un tombeau faire place à des sentimens de respect et de douleur; ils auraient dû eux et leurs Collègues, même si j'avais été dans mon tort, soutenir cette générosité d'âme en se mettant aussi au dessus de ces misérables discussions d'étiquette et de préséance. Mais le Consul de France s'étant

Digitized by Google

mis à la tête de cette ridicule opposition, et m'ayant écrit en ma qualité de Chargé d'Affaires une lettre dont certaines expressions sont inconvénantes, j'ai dû m'en plaindre vivement au Ministre de la Republique à Lisbonne.

...Tout ce qui est relatif à la maison du Roi, est réglé par le Chev.r Canna faisant fonctions d'Intendant de la liste civile. Il se charge ainsi de mettre ordre à la succession, dresser l'inventaire des meubles, tenir note de l'argent trouvé dans la caisse de S. M. Vis à vis de toute autre personne dont je n'aurais pas connu le caractère parfaitement probe et loyal, j'aurais fait acte d'autorité en ne permettant pas une ingérence étrangère à la mienne dans une affaire aussi délicate. Mais j'ai déjà eu depuis longtems l'occasion d'apprécier les sentimens d'honneur et de dévouement de cet excellent employé, et je suis trop heureux de pouvoir en conscience et d'une manière normale me décharger sur lui de toute responsabilité, dans un moment surtout où je dois m'occuper de mille détails concernant les cérémonies, les procès-verbaux etc.

Quant aux papiers S. M. dans les derniers jours de sa maladie en a fait brûler la plus grande partie; il ne reste que quelques lettres que j'ai mises sous les scellés de la Légation pour être consignées dans les mains de son Auguste Fils S. M. le Roi Victor Emmanuel.

III.

Nel secondo volume della *Miscellanea Manno*, p. 621 sgg., pubblicò il Rinaudo una importante relazione del Riberi, giudicandola giustamente " una fedele esposizione più dello stato morale che non delle fisiche condizioni del Re negli ultimi giorni della sua vita ".

Sui soccorsi dell'arte prestatigli si diffondono meglio due relazioni, destinate al Re, rimaste tra' dispacci del Delaunay, e certamente inedite, perchè nè il Rinaudo, nè la *Bibliografia Carlo-Albertina* del Carutti, nè altri le ricorda. Il solo Paravia che nelle citate *Lodi di C. Alberto* addusse la testimonianza del Riberi si limitò (p. 57) a riferirne una lettera di pura cronaca sulle funebri cerimonie d'Oporto.

Credo quindi giovevole testualmente produrle, perchè dànno le impressioni immediate sincere del clinico illustre a proposito di Sua Maestà.

Digitized by Google

Ripigliando il filo delle mie relazioni (1) io ho l'onore di dire a V. M. che dalla partenza di S. A. R. il principe Eugenio fin al giorno d'oggi il male dell'Augusto malato ha percorse orride fasi. La diarrea, dopo una falsa tregua stata già per me annunziata, ritornò forse più intensa, però con qualche diminuzione della tosse e dell'espettorazione; e di pari passo crebbe la disappetenza anzi l'avversione ai cibi ed alle bevande, più ancora a quelli che non a queste; la macilenza diventò estrema e le forze s'esaurirono quasi del tutto con frequenti sincopi e con polso appena percettibile. Di guisa che nei giorni 25 e 26 del volgente mese l'Augusto malato chiese e ricevette tutti gli uffizii religiosi, non eccettuata l'estrema benedizione che gli fu impartita dal vescovo di costì — però, essendo egli sempre conscio a se stesso, io ho pregato ed ottenuto che s'indugiasse l'estrema unzione e ciò nell'intendimento d'evitare il più che per me è possibile ogni commozione d'animo e nuova esca al male. Fatta soprattutto fiducia su la presenza d'un prete nella casa il quale ad ogni sinistro evento sarebbe sempre stato in tempo per riparare al sì fatto indugio. Così imminente fu in quei due giorni il pericolo che, falsamente annunziatasi non so per chi l'estrema catastrofe in Oporto dove l'Augusto malato è oggetto di generale premura ed ammirazione, si manifestò una costernazione universale nelle persone di ogni condizione della società. L'Augusto malato il quale era fermo d'essere a due diti dalla tomba, continuò sempre a conservare grande calma e grande rassegnazione, solamente sollecito della sanità di coloro che gli porgevano le loro premurose assistenze ad ogni minuto del giorno e della notte. Vie maggiore era quel pericolo ai miei occhi per la considerazione che non si poteva più fare caso nè dei clisteri, non più ritenuti, nè dei rimedii interni di qualche efficacia i quali od erano rigettati dal ventricolo o non tollerati dalle fauci per la recente sopravvenienza d'un'espulsione *aftosa* nell'ima parte delle medesime. In questi difficilissimi frangenti ho preso il partito d'erigere le forze della vita vicinissime a spegnersi con lavare di tre in quattro ore tutto il corpo con *rhum* in cui s'infondeva senapa, e coi cataplasmi senapizzati, fatti successivamente trascorrere lunghesso i membri; e contro la diarrea si è adottata la dieta esclusiva d'acqua di riso e di midollo di pane, e si è amministrato un rimedio interno astringente vegetale, non punto caloroso, il quale fu fortunatamente per due giorni tollerato dallo stomaco e non provocò ribrezzo passando per le fauci. Per buona ventura l'effetto corrispose al fine proposto: rinvennero alquanto le forze; cessarono le frequenti sincopi di cui alcune avevano

(1) Mancano in atti.

Digitized by Google

incusso grave timore; cessò pur essa la tosse con la espettorazione; il polso ripigliò un poco di vigore; la voce già spenta, ritornò quasi alla sua naturalezza e la diarrea si sospese ed è già sospesa da due giorni. Ridestò quest'evento molte speranze negli assistenti e nei frequenti visitatori della città i quali lo tenevano come prodigioso. Ridestò pure speranze nello stesso Augusto malato a cui, per solo scopo d'incoraggiamento, io lo ho magnificato più che non si dovesse. Ma sono dolente di non potere per ora partecipare di quelle speranze. Non posso parteciparvi perchè vedo essere troppo grande l'estenuazione delle forze. Non posso ancora parteciparvi perchè non vedo modo di ripararle per la grande avversione agli alimenti d'ogni specie, come gelatine animali e vegetali d'ogni maniera, *flan*, *sabayone*, minestre di riso molto cotto, di pane trito, di semole, d'*arrow-root*, di julep, ecc. ecc. per modo che l'alimentazione è presentemente ridotta a qualche porzioncella di biscottini e di pasta di pomi codogni, ed a qualche poco di brodo che l'Augusto malato non prende fuorchè per mie instanti preghiere e quasi per compiacermi; e le bevande sono ridotte ad una mistura d'acqua semplice con acqua teriacale o con alcune gocce di vino di Château-Magneau o di caffè, rare volte all'uso dell'acqua di *ribes*. Non posso ad ultimo parteciparvi perchè vedo che, dopo sospesa la diarrea e l'espettorazione, si manifestò un tal quale affanno di respiro ed ho timore o ch'esso non sia per risolversi fuorchè col ritorno della diarrea, o che, in caso negativo, sia per progredire a gravi esiti morbosi nella cavità del petto — pochi pochissimi giorni basteranno a chiarire la tendenza degli eventi — è questa la genuina esposizione del fatto e lamento che i limiti della verità da cui non posso uscire, mi vietino di dare speranze e di porgere più consolanti notizie. Sia del rimanente certa la M. V. che l'Augusto malato è per ogni capo assistito ad ogni momento del giorno e della notte con una premura così cordiale che non passa giorno senza che egli manifesti la sua piena soddisfazione agli assistenti. Viva Ella altresì certa che, antivedendo io fin d'ora la possibilità delle pur ora dette sinistre conversioni del male, tutto porrò in opera per prevenirle o per iscongiurarle se è possibile.

Nella confidenza che mi sarà ben presto sporta una nuova occasione di dare a V. M. ulteriori informazioni in proposito, la prego di gradire il rinnovamento degli atti di reverente ossequio con cui ho l'alto onore di sottoscrivermi.

Di Vostra Maestà

l'Um.mo Ubb.mo ed Obbl.mo
RIBERI.

Oporto ai 28 di luglio 1849

Digitized by Google

S. R. M.

A quest'ora sarà già pervenuta a notizia della M. V. la dura catastrofe di cui io fui qui uno de' dolenti spettatori; perocchè le infauste notizie sogliono correre assai più veloci che non le liete. Il lugubre evenimento fu chiuso da un colpo apopletico che, ripetutosi tre volte in un'ora cioè dalle ore due alle tre del giorno 28 dello scadente mese, riuscì ad una calma agonia, stata seguita dalla morte alle ore tre e mezzo dello stesso giorno. Recò stupore cotesta rapida soluzione per ciò che, sebbene il male fosse di disperata guarigione, pure, dopo le minacce d'esito fatale occorse nei giorni 25 e 26, si era desso da due giorni mitigato, siccome la M. V. potrà scorgere dalla relazione qui affogliata ed a Lei diretta, ch'io aveva scritta e suggellata fino dalla mattina del giorno 27 e che poi ho dimenticata su il tavolo della mia stanza perchè, pel sopraggiunto malaugurato accidente, io non mi sono più scostato dal letto dell'Augusto malato fuorchè mezz'ora dopo la sua morte cioè dopo che il Corriere era partito. Nella fiducia dunque che da cotesta relazione la M. V. sarà messa a giorno de' fatti antecedenti, io m'affretto dirle che da due giorni e mezzo la diarrea che costituiva l'argomento di cui più si crucciasse l'Augusto malato, era svanita. Che i benefizi dell'alvo, tuttochè assai scarsi, erano ritornati allo stato naturale — che la tosse e l'espettorazione erano ridotte a pochissimo di cosa — che erasi sospeso ogni rimedio, ad eccettuazione delle lavature di *rhum*, desideratissime dall'Augusto malato, come quelle a cui attribuiva egli il suo miglioramento, soprattutto il sentirsi meno debole e la cessazione delle sincopi — che da venti ore egli prendeva alquanto più d'alimento, specialmente di brodo, e ciò non solamente per secondare le mie preghiere, ma perchè vi aveva minor avversione — che quest'avversione era come cessata nella mattina del giorno della catastrofe, poichè aveva egli già con qualche piacere preso da 14 a 15 oncie di bródo con un poco di biscottino e di pasta di pomi *codogni* — che i sonni della notte del 27 al 28 furono interrotti (cosa insolita) da sogni non però paurosi — che la mattina del 28 fu tranquilla, avendomi l'Augusto malato più volte detto non avere egli più da pezza provata tanta calma — che alle undici della stessa mattina, fatta la solita lavatura col *rhum*, io ho esaminata la fistola la quale non era male avviata, e mi sono in pari tempo con un'esatta *auscultazione* e *percussione* del petto convinto che questa cavità non offriva lesioni di rilievo, che l'Augusto malato avendomi, dopo quella verificazione, invitato a trattenermi con seco lui per una mezz'ora circa, com'egli accostuma di fare quattro o cinque volte nel giorno cioè dopo ciascheduna delle visite ch'io aveva l'onore di fargli nelle ventiquattro ore, m'interrogò minutamente e separatamente su il conto della sanità

Digitized by Google

di tutti i membri della Reale Famiglia e su il timore in cui era che la malattia da V. M. sofferta fosse per riprodursi, e mi dimostrò soddisfazione, anzi grande soddisfazione quando io gli dissi essere il principe Oddone prossimo al suo ristabilimento; Sua Maestà l'Augusta Consorte di lui godere presentemente buona sanità e sperare io che V. M., evitando le vicissitudini atmosferiche e coprendo il corpo con lana, avrebbe preoccupato il ritorno del male da cui fu ultimamente contristata — che avendogli io esternato, presa la favorevole opportunità, come S. A. R. il Principe Eugenio m'avesse al momento della sua partenza da costà incaricato di dirgli che, qualora gli fosse piaciuto d'aver al suo canto alcuno de' membri della Reale Famiglia, al suo primo cenno ciascheduno de' medesimi avrebbe con trasporto di giubilo incontinente corrisposto alla desiderata chiamata, fu egli evidentemente commosso, diede molte lodi *al bell'animo e all'ottimo cuore* di S. A. R. il Principe Eugenio e finì col dirmi: *delibererò dopo che sarò meglio ancora.* Che ritornato io nella mia camera a mezzogiorno ed un quarto, fui di nuovo ammesso dall'Augusto malato ad un'ora e venticinque minuti dopo mezzodì insieme col sig. D.r Fortunato essendo il sig. D.r Assis da alcuni giorni assente per malattia, nel quale tempo l'Augusto malato, fatte prima chiudere le imposte della camera per essere nell'oscurità, aveva dormito un placido sonno di tre quarti d'ora circa. Che fu egli il primo a dire al s. d.r Fortunato come si sentisse molto meglio, il che ebbe questi occasione di verificare. Che siccome da due giorni e mezzo l'Augusto malato stava, per la facilità delle medicazioni, coricato su il lato destro, fu tra me ed il testè citato dottore convenuto che, per evitare ulcere da decubito cotanto facili a comparire nello stato d'estrema macilenza, mettesse bene ch'egli stesse alquanto voltato su il lato sinistro. Che essendoci il Sig. D.r Fortunato ed io dopo la visita che durò un quarto d'ora circa, intrattenuti per lo spazio di dieci minuti in una sala vicina, fummo d'accordo essere quello un miglioramento altrettanto grato quanto inaspettato, ma non potemmo farci illusione che fosse per continuare senza che si offrissero ulteriori disgustose fasi. Che erano appena trascorsi tre minuti da che io aveva preso commiato dal S. D.r Fortunato, quando Rumiano mi domandò con premura presso l'Augusto malato dicendomi essere egli stato colto da svenimento non appena fu voltato su il lato sinistro da esso lui coadiuvato da Valetti; ed io giunto in un battere di palpebre su il luogo e trovatolo privo di sensi e colla bocca alquanto contorta, adoperai con tutta sollecitudine ogni mezzo perchè rinvenisse, come in fatti rinvenne alquanto a segno di potermi dire con balbuzie che aveva il cervello quasi in uno strettojo, confuse le idee, chiuse da spasimo le fauci e freddo e paralitico il braccio sinistro, al quale però, dopo forti e protratte frizioni per me fatte, ritornò il calore ed un tal poco di movi-

Digitized by Google

mento ne' diti e che dopo un quarto d'ora ch'egli era piuttosto bene risensato e mi aveva congedato, desiderando di stare solo, al che io non ho aderito, fu ripreso da un secondo insulto dal quale uscito con gli stessi mezzi da prima adoperati, si riconobbe che il braccio destro era pur esso rimasto freddo e paralitico; la quale cosa lo mise in forte pensiero e cruccio. Che, ridestato il calore di quest'arto e un poco di movimento nei diti della mano corrispondente con le stesse forti e protratte frizioni, l'Augusto malato mi disse balbettando *essere meglio,* e poi, trascorsi pochi minuti, sentendosi forse i furieri d'un nuovo insulto, prese con la sua mano sinistra la mia mano destra che fregava la palma di quella, ed, indirizzatemi alcune gentili, affettuose, commoventi parole di cui mi sovverrò sempre, mi disse che si *sentiva morire* e da quel momento non rinvenne più per quanti mezzi siami io industriato d'adoperare. Che gli fu data l'estrema unzione in tempo utile. Che, dopo una breve e placida agonia, quasi scompagnata da bocheggiamento, egli trapassò. Che finalmente non volli mancare di rendere al cadavere, benchè mi scoppiasse il petto, l'ultimo uffizio di chiudergli le palpebre.

Prego la M. V. perchè mi permetta che le rinnovi gli atti ossequiosi dell'inalterabile devozione con cui ho l'onore di rassegnarmi.

Di V. M.

l'Um.mo Ubb.mo suddito
RIBERI.

Oporto ai 29 di luglio 1849.

IV.

Tra la pioggia di fiori, oggi quasi tutti avvizziti, che i verseggiatori del tempo profusero sulla bara di C. Alberto, qualche fragranza conserva ancora questa poesia dialettale, stampata in foglietto volante da una tipografia Arnaldi: senza alcuna indicazione di luogo e d'autore. Era ignota anche ad un valentissimo collezionista, quale il nostro cav. Armando, e perciò la riproduco, come ingenua e schietta attestazione del sentimento popolare in Piemonte nel '49, al tragico ritorno dell'esule d'Oporto.

Digitized by Google

L'arriv d' Carlo Albert.

Legenda.

Mort! e a l'è ses meis apena
Ch'i t surtiie dant-to palas
La vitoria a smiava an vena,
La speranza at dasìa 'l bras;
T'ere l'unic tra ii Sovran
Ferm an trono, e nen tiran.
" Pover Re, che differensa
" Dal ritorn a tua partensa!

Al Tësin a t'aspetava
Un esercit pien d'ardor;
'L croato a tramolava
Mac a vede i tre colour,
E dl'Italia a lusìa già
'L bel sol dla libertà.
" Pover Re, che differensa
" Dal ritorn a tua partensa!

Bsognlo sempre ch'a s'illuda
La fiducia d'le nassion?!
An Piemont a j'era d'Giuda
Che 'nt dì dla redension
A molavo freidament
'L pugnal d'l tradiment.
" Pover Re, ecc.

Oh vergogna! al prim son d'tromba
D'l Piemont vëdde i soldà
Valoros a preuve d'bomba
Sensa battse sbaraglià!...
Ah pur trop con nostr rossour
J'oumo pers fina l'onor.
" Pover Re, ecc.

Digitized by Google

Pr l'Italia a dè la vita
Carlo Albert a l'era pront,
Ma a l'infamia d'la sconfita
A peul nen pieghè la front,
E voltandse ai so Scudè,
A l'a dit " Son pi nen Re „.
" Pover Re, ecc.

Pr montagna e pr pianura
Pr vallon e pr desert
Scortà sol da la sventura
A s'na va Re Carlo Albert,
E lontan dai so pì car
A s'arresta an riva al mar.
" Pover Re, ecc.

Ant l'esili desolant
Consumà dal long dolor
A l'è mort parei d'un Sant,
Prdonand ai traditor.
Su so feretro, Italian,
Doumse noui decò la man.
" Pover Re, ecc.

Tut un popol an cilissi
Su tua tomba as prostra, o Re,
Pront a fè d'neuv sagrifissi
Pr compì to gran pensè;
Ti proteggne, e dant' 'l ciel
Touca l' cœur a Emanuel.
" Pover Re che differensa
" Dal ritorn a tua partensa!

Digitized by Google

V.

La frase finale dell'anonimo poeta mostra come, agli inizi del regno di Vittorio Emanuele II, serpeggiasse uno strano, gratuito senso di sfiducia nella sua attitudine verso la causa liberale, se dall'ombra di Carlo Alberto si riteneva necessario invocare che " toccasse il cuore „ del figlio.

Ciò si doveva anzitutto alle voci cervellotiche sparse già durante la guerra del '48-49; poi al fatto che non veniva pubblicato il " testamento „ del martire d'Oporto.

Nessuno credeva che non esistesse: si pensava che rimanesse occulto *et pour cause*; le fantasie lavoravano su questo preteso, misterioso atto segreto di ultima volontà.

Il vero è che Carlo Alberto aveva (come accennammo) ricusato di stendere un testamento, anche quando non potè più nutrire alcuna illusione sulla prossima fine. Di quel rifiuto è facile intuire le cause. Pe' suoi sudditi nulla aveva a soggiungere, dopo le risposte solenni agli indirizzi del Senato e della Camera. Pel figlio sentiva già dal primo proclama di Moncalieri come avesse sicuramente imbroccato la retta via: nè voleva in alcun modo preoccupare le risoluzioni, che al successore verrebbero suggerite dall'esperienza, dalla lealtà propria, dall'interesse della Monarchia, della patria.

Delle non dirò pressioni, ma esortazioni fatte a Carlo Alberto dal suo *entourage* perchè si arrendesse a chiamare un notaio, ci informa questo dispaccio *fuori serie* del De Launay, che riprodotto *in extenso* chiuderà degnamente l'interessante raccolta:

(*Confidentielle*).

Porto le 27 Juillet 1849.

Monsieur le Chevalier (Massimo D'Azeglio).

Les progrès rapides de la maladie du Roi Charles Albert inspirant les inquiétudes sérieuses d'un dénouement fatal, le Chev. Canna a cru avec raison qu'il était de son devoir de pressentir si S. M. avait l'intention de prendre quelques dispositions testamentaires. Le Dr Riberi ayant décliné cette mission pénible de crainte de trop alarmer l'Auguste Malade, son aumônier fut chargé, le 21 de ce mois, de faire adroitement

Digitized by Google

les premières ouvertures. Cette démarche n'ayant point eu le résultat désiré, Mr Canna, après avoir épuisé tous les autres moyens, se décida, non sans une émotion bien naturelle, à revenir lui-même à la charge auprès de S. M. qui lui déclara, dans les termes les plus formels, que son intention était de ne point faire testament.

De mon côté, quoique je n'eusse aucune instruction et que cette affaire ne fût pas de mon ressort, je n'ai pas négligé de prêter mon concours à Mr Canna soit auprès du Chev. Riberi, soit auprès de l'aumônier. — Les dépêches N° 148-149-150 et 151 m'ayant mis à même de donner des détails qui devaient intéresser S. M., j'ai sollicité une audience qui m'a été accordée aujourd'hui. J'ai trouvé le Roi Charles Albert gisant dans son lit, et je n'ai pu me défendre d'une douloureuse impression en voyant les ravages causés par la maladie.

Voici le résumé de l'entretien.

J'ai commencé par dire qu'ayant reçu des nouvelles satisfaisantes sur la santé de S. M. le Roi Victor Emmanuel et des autres membres de la Famille Royale, je n'avais pas voulu tarder à les lui communiquer dans l'espoir d'apporter quelque soulagement à ses souffrances; que son auguste Fils, en reprenant les rênes du Gouvernement, avait de nouveau mis en évidence les sentimens de la tendresse la plus vive pour son bien-aimé Père dans une proclamation qui aurait produit le meilleur effet sur ses peuples; — que toute la Famille Royale, l'armée, la garde nationale, la population entière des États adressaient au Ciel des prières ardentes pour la conservation des jours de leur bienfaiteur.

S. M. a écouté avec plaisir et intérêt ces paroles, et m'a demandé ensuite des détails sur notre situation à l'intérieur et à l'extérieur. J'ai répondu que les négociations pour la paix marchaient vers une solution honorable; que les Cabinets de Londres et de Paris avaient fait des démarches pressantes à Vienne. — Je me suis abstenu, pour ne point faire trop vibrer une corde si sensible, de mentionner que de nouvelles entraves n'avaient pu être encore aplanies malgré les efforts d'esprit conciliateur du Ministère. — S. M. m'a seulement interrogé sur le chiffre de l'indemnité de guerre, sans ajouter un mot à ma réponse que les prétentions qui s'élevaient à plus de 200 semblaient être réduites à 70 ou 75 millions; que relativement à la situation intérieure tout portait à supposer que le parti conservateur aurait le dessus dans les élections.

Quant à sa santé, Elle m'a dit à deux reprises qu'Elle se sentait mieux aujourd'hui.

Au moment où S. M. m'a congédié, surmontant l'émotion la plus pénible, j'ai renoué l'entretien dans ces termes:

" J'ai l'honneur de vous renouveler, Sire, mes offres de service, en me déclarant prêt à me rendre au moindre de vos désirs, soit que S. M. veuille dicter quelque lettre pour son Auguste Fils le Roi Victor Em-

Digitized by Google

manuel, pour la Reine Marie Thérèse, la Famille Royale, soit qu'Elle veuille adresser quelques paroles à l'armée qui a combattu sous ses ordres, et aux populations des États si attachées à la Maison de Savoie, ou pour toute autre disposition temporelle si jamais, contre toute apparence, le danger devenait imminent. Le souvenir le plus consolant de ma vie serait celui de vous donner, Sire, une preuve de mon dévouement sans bornes „.

S. M. m'a remercié avec sa bienveillance ordinaire, en me disant qu'Elle espérait me revoir.

Je crois devoir rendre compte confidentiellement de cet entretien. Vous voudrez bien m'excuser, Monsieur le Ministre, si, abandonné a mon propre jugement dans une circonstance aussi grave, je me tiens en deça ou si je vais au delà des intentions supérieures. Quelque soit votre réponse, vous pouvez compter sur un zèle et une bonne volonté a toute épreuve.

J'ai l'honneur de vous renouveler, Monsieur le Chevalier, les assurances de ma haute considération.

E. DE LAUNAY.

Digitized by Google

Un presunto autografo di Giovanni Antonio de Petruciis conte di Policastro

Nota II del Socio naz. resid. FEDERICO PATETTA

Nella mia precedente Nota (1) sopra un presunto autografo del poeta Giovanni Antonio de Petruciis, ricordai un biglietto del 17 maggio 1483, firmato *A. Secret*(arius) *Comes policastri*; biglietto già posseduto dal bibliofilo ferrarese Giuseppe Cavalieri ed in seguito dalla Libreria antiquaria di U. Hoepli in Milano.

Ho potuto ora esaminare questo biglietto, e da un'annotazione a lapis a piedi del biglietto stesso e da quanto più diffusamente è scritto sul foglio, che serve di camicia, ho visto che il Cavalieri credette sempre di possedere un autografo di Giovanni Antonio de Petruciis, che egli confondeva con Antonello.

Ciò poco importa. Giova invece notare che le due linee autografe d'Antonello contenute nel biglietto

" *V. d. tot*(us) *A. Secret*(arius)
Comes policastri „

dànno nuovi elementi per il confronto con la presunta firma di Giovanni Antonio, e che questi nuovi elementi, lungi dal dissipare i dubbi espressi a pag. 8 della Nota precedente, li aggravano notevolmente, anzi li mutano per me in quasi certezza.

(1) Estr. dagli *Atti* della nostra Accademia, vol. LIX (Adunanza del 13 aprile 1924).

Digitized by Google

A dir vero le due sottoscrizioni non sono, anche nelle parti comuni, perfettamente simili. Si direbbe che la sottoscrizione indubbiamente d'Antonello è più stentata; e la parola *Secret.* s'avvicina nel nesso *ecr* alla solita firma d'Antonello molto più che al presunto autografo del figlio. Viceversa le parole *v. d. tot*(us)... *Comes policastri* hanno nelle due sottoscrizioni forme in gran parte eguali; cosicchè, se il biglietto del 28 maggio 1485 è veramente di Giovanni Antonio, bisogna dire che egli, dopo aver avuto dal padre la Contea di Policastro, abbia voluto sostituirsi al vecchio *Comes policastri* imitandone anche la firma.

Se poi il vecchio Petrucci si firmava ancora *Comes Policastri* in maggio del 1485, è probabile che egli abbia ceduto la Contea al figlio solo in vista del progettato matrimonio colla Sanseverino; e che il povero poeta abbia così acquistato il titolo di Conte di Policastro non per goderne a lungo, ma per illustrarlo coi suoi versi e colle sue sventure. Che padre e figlio abbiano contemporaneamente usato dello stesso titolo, mi pare assolutamente improbabile.

Ricordo ancora, per riguardo alle sottoscrizioni d'Antonello, che nel secolo decimoquinto i sovrani ed i personaggi politici, a fine di premunirsi contro possibili falsificazioni e per mettere eventualmente sull'avviso i loro corrispondenti nel caso di firme carpite od estorte, usavano, come di sigilli, così di contrassegni e di firme diverse secondo la diversità degli atti e dei destinatari delle loro lettere. Ciò spiegherebbe come Antonello abbia potuto firmarsi nelle lettere ai *Signori de la summaria* " *A. Secret. Comes policastri* „ e in quelle all'ambasciatore fiorentino " *Comes policastri Secret.* „ (1).

Aggiungo, per dare un altro esempio, che un manoscritto (2) appartenuto a Bona di Savoia duchessa di Milano contiene, di

---

(1) Una lettera al Re del 30 settembre 1485, conservata in copia nell'archivio di Firenze, è firmata A. Petrucci (*Archivio stor. per le prov. napolet.*, vol. 43, pag. 228). La ricevuta del 10 gennaio 1482, pubblicata dall'Omont in *Bibl. de l'École des chartes*, vol. 70, 1909, pag. 470, è sottoscritta "*Antonellus, manu propria* „.

(2) Era nel 1827 del conte Domiziano Mola Boursier di Larissé, e fu descritto da Federico Sclopis nella *Lettera ... al signor prof. Costanzo Gazzera ... sopra alcuni documenti inediti ragguardanti a Bona di Savoia ...*, Torino, Alliana, 1827. Dalla lettera dello Sclopis deriva quanto sul codice

Digitized by Google

mano sua e di mano del marito Galeazzo Maria Sforza, contrassegni e sottoscrizioni da usarsi secondo le circostanze ed i corrispondenti. Bona, oltre a chiudere la sua firma fra contrassegni diversi, sottoscriveva secondo i casi: " *bona di vesconte duchesa de milan* „; " *bonna madona e contessa de pavia* „; " *bonna* (1) *manu propria ss.* „; " *bonna etc.* „; " *bonna de savoia madona de novara* „; " *m. Bo. de. ducissa M*(edio)*l*(an)*o propria* (2) „; " *Bona* „.

Segno anche questo dei tempi e dei perpetui sospetti che, fra le feste e il lusso delle Corti, rendevano inquieti i grandi e i piccoli Signori e, come dice il Symonds, mutavano la loro vita, apparentemente così splendida, in *un continuato terrore* (3).

---

si legge in Giac. Rodolfo, *Di manoscritti e rarità bibliografiche appartenuti alla Biblioteca dei Duchi di Savoia*, Carignano, 1912, pag. 18-20. Il Rodolfo riprodusse, col mio consenso, la legatura originale, molto interessante, del volume; e in una nota, a pagina 20, accennò all'acquisto da me fattone, usando inavvertentemente espressioni che importa chiarire: " Questo codice da non molto tempo fu asportato dalla libreria Larissé, alla quale non venne più restituito; dopo varie vicende fu acquistato alla raccolta..... Patetta „. La verità è che il codice, insieme ad altri meno importanti, fu preso, molti e molti decenni or sono, dal conte di Larissé, primogenito, mentre la biblioteca rimase al secondogenito cav. Ademaro, morto vecchissimo alcuni anni fa. Gli eredi del conte di Larissé vendettero i manoscritti, tre dei quali *dopo varie vicende*, cioè dopo esser passati per molte mani, finirono coll'essere acquistati dalla Libreria Antiquaria G. Schoder in Torino. Dallo Schoder io comperai il codice contenente i documenti su Bona di Savoia, il giorno 19 aprile 1910. Il cav. Ademaro, da me informato dell'acquisto, si limitò a dire che, se il codice fosse stato di sua proprietà, non si sarebbe accontentato del prezzo richiesto dal libraio Schoder. Ed avrebbe avuto, del resto, perfettamente ragione.

(1) Nell'originale si leggerebbe piuttosto " *boma* „.

(2) Segue un segno che somiglia alla lettera *n*, come si può vedere nella tavola aggiunta alla citata monografia dello Sclopis. Evidentemente le parole di questa strana sottoscrizione sono di proposito poste fuori d'ordine, e, completata la *m* iniziale in *manu*, si deve quindi leggere: " *Bona ducissa de Mediolano manu propria* „.

(3) Cfr. J. A. Symonds, *Il Rinascimento in Italia. L'era dei tiranni*, trad. De La Feld, Torino, 1900, pag. 95.

L'Accademico Segretario
Giovanni Vidari

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 25 Maggio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci PEANO, PARONA, MATTIROLO, GRASSI, PANETTI, SACCO e POCHETTINO il quale funge da Segretario;

della Classe di Scienze morali storiche e filologiche: i Soci PATETTA, PRATO, FAGGI, JANNACCONE e SOLARI.

Scusano l'assenza i Soci GUIDI, SCHIAPARELLI, CIAN, VIDARI, BRONDI e LUZIO.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza delle Classi unite (8 luglio 1923).

Il Presidente fa dar lettura dal Socio FAGGI della Relazione della Commissione per il Premio Gautieri per la letteratura (triennio 1920-22). Apre quindi la discussione su detta Relazione; nessuno prendendo la parola, il Presidente avverte che nella prossima seduta a Classi unite verrà aggiudicato il Premio Gautieri.

Il Socio JANNACCONE domanda alcuni schiarimenti sui criteri che si seguono nel prendere in considerazione, ai fini del Premio Gautieri, lavori ed opere non espressamente presentati

Digitized by Google

dai loro autori. Il Presidente dà gli schiarimenti richiesti. A questo proposito stesso il Socio Faggi domanda se non sarebbe meglio limitare l'esame alle sole opere presentate onde evitare alla Commissione aggiudicatrice l'assunzione di una responsabilità piuttosto grave. Il Presidente risponde ciò essere impossibile dovendosi rispettare il Regolamento della Fondazione che viene in certo modo ad imporre alla Commissione di assumere la responsabilità per il conferimento del premio.

Digitized by Google

Relazione *sul Premio Gautieri per la Letteratura* (triennio 1920-22).

Onorevoli Colleghi,

la Commissione da voi nominata con l'incarico di riferire e proporre circa il conferimento del Premio Gautieri di Letteratura, assegnato al triennio 1920-22, si onora di darvi conto del lavoro compiuto e di presentarvi le proposte relative.

Al detto concorso si sono presentati il Dr Prof. Attilio Momigliano e il Dr Prof. Carlo Calcaterra. La Commissione, esaminati i titoli dei due concorrenti, è stata dolente di dover escludere il primo di essi, perchè i suoi titoli principali — per ogni riguardo notevolissimi — sono stati pubblicati anteriormente al triennio 1920-22.

Il Dott. Carlo Calcaterra, insegnante nel R. Liceo scientifico di Torino e libero docente di Letteratura italiana nella Università torinese, presentò alcune pubblicazioni che si sono subito imposte all'attenzione nostra, come si erano già assicurato il favore della critica e dei più autorevoli cultori di questi studî. Infatti dall'esame di esse appaiono evidenti la larghezza e la serietà della preparazione, congiunte ad una sicura padronanza storica della materia, pur in campi fra loro lontani e diversi.

La *Storia della poesia frugoniana* è una poderosa monografia, nel miglior significato del vocabolo; tale da potersi considerare come uno dei contributi più cospicui e più solidi alla conoscenza del nostro Settecento letterario, non solo in quanto è un'esposizione bene organata e largamente illustrata di fatti spesso nuovi, ma anche perchè indaga acutamente nella sua genesi e nel suo svolgimento complesso, nonchè nei suoi effetti, il " fenomeno frugoniano „. Questa del Calcaterra è valutazione storica e insieme psicologica ed estetica, nella quale vedesi per la prima

Digitized by Google

volta, in un lavoro di questa natura, fatta la debita parte alle forme metriche (Cap. V).

Gli *Studi danteschi di Vincenzo Gioberti* è il titolo d'un altro saggio monografico, ampio e vario, nel quale il Calcaterra si muove sicuro non solo pel vasto labirinto della letteratura dantesca, ma anche nel seguire quelle che ben potrebbero dirsi le vibrazioni del pensiero filosofico ed estetico giobertiano al contatto della poesia dell'Alighieri. I giudizi ch'egli esprime e le ricerche, anche collaterali, da lui tentate, riescono a recar luce pure sulla natura e sulle vicende del Romanticismo italiano in genere, su quello piemontese in particolare, nelle sue attinenze col movimento filosofico. Al quale ultimo — intendiamo, il Romanticismo subalpino — si riferisce un'altra e pregevole pubblicazione del Calcaterra, su Ludovico di Breme. Sennonchè, di questa la Commissione non può tener conto, perchè, sebbene stesa e stampata nel '22, ha veduto la luce sotto la data del '23.

In questi lavori e nella vasta rassegna su Alfredo Oriani si sarebbe tentati di muovere al Calcaterra l'appunto d'una certa esuberanza non strettamente necessaria, sovrattutto nella parte bibliografica; ma, a ben considerare, se questa sua è una colpa, si deve pur riconoscere che è una *felix culpa*, come quella che conferma di che ricco viatico di soda dottrina e di erudizione sia fornito l'autore.

La Commissione, dopo aver passato in rassegna più altre notevoli pubblicazioni relative alla letteratura italiana, e fra esse alcune consacrate a celebrare il Centenario dantesco, ha fissato la propria attenzione sopra il volume d'un insigne studioso riguardante la letteratura francese.

Il libro di Luigi Foscolo Benedetto, *Le origini di Salammbô* (Firenze, 1920) è uno studio completo sul realismo storico d G. Flaubert, e attesta non solo una profonda e larga conoscenza di questo autore, ma di tutta quanta la letteratura francese che con lui e con la sua opera si riconnette. È diviso — oltre l'introduzione — in due parti: la prima ha per soggetto *L'eredità romantica* di G. Flaubert, la seconda *Il lavoro di ricostruzione*. Specialmente in quest'ultima il Benedetto rivela una cultura classica non comune, filologica e archeologica a un tempo, nel segnalare ed esaminare tutte le fonti di cui si valse il Flaubert per la ricostruzione storica dei tempi cartaginesi. In un ultimo

Digitized by Google

capitolo, denso di pensiero, che serve di conclusione, il Benedetto discute i criteri estetici che hanno guidato il Flaubert nel suo romanzo, e il valore che, rispetto ad essi, si può assegnare alla ricerca erudita e alla sua curiosità di studioso.

Onorevoli Colleghi,

Data l'importanza delle pubblicazioni con le quali i due studiosi presi in considerazione si sono egregiamente affermati ognuno nel proprio campo speciale, la Commissione unanime vi propone di dividere il Premio Gautieri per la Letteratura, assegnato al triennio 1920-22, in due parti eguali, fra il Prof. L. F. Benedetto e il Prof. Carlo Calcaterra.

Torino, 18 maggio 1924.

Francesco Ruffini, *Presidente*
Ettore Stampini
Adolfo Faggi
Alessandro Luzio
Vittorio Cian, *Relatore.*

Gli Accademici Segretari:
Oreste Mattirolo
Giovanni Vidari

Digitized by Google

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 25 Maggio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, PARONA, GRASSI, PANETTI, SACCO, POCHETTINO e il Segretario MATTIROLO, il quale legge il verbale dell'adunanza precedente che risulta approvato senza osservazioni.

Scusa l'assenza il Socio GUIDI.

Il Presidente con elevata e commossa parola comunica all'Accademia la perdita gravissima del Socio Corrado SEGRE che apparteneva alla nostra Accademia sino dal febbraio del 1889. Egli ricorda le benemerenze dello scienziato insigne verso il nostro Sodalizio, e ne esalta i meriti preclari come matematico e Professore valoroso, modesto, che dedicò tutta intera la sua vita e tutti i suoi pensieri all'ideale purissimo della Scienza, lasciando di sè desiderio vivissimo in quanti lo conobbero e ne ammirarono il carattere.

Il Presidente comunica che la Commemorazione del Socio SEGRE sarà solennemente fatta da un Socio competente, e ne affida l'incarico al Socio D'OVIDIO.

Digitized by Google

Il Segretario nel nome del Socio GUIDI presenta una Nota del Sig. Ing. PUGNO dal titolo: *Sulle sollecitazioni negli Scafi dei galleggianti*, che viene accolta per gli *Atti*.

Dal Socio NACCARI viene pure presentata una Nota del D^r^ Massimo FENOGLIO, *Contributo allo Studio della zona mineralizzata di Cogne* (Val d'Aosta).

Questa Nota viene accolta per gli *Atti*.

Digitized by Google

LETTURE

Sulle sollecitazioni negli scafi dei galleggianti

Nota dell'Ing. GIUS. MARIA PUGNO
presentata dal Socio nazionale residente Camillo Guidi

È noto che gli ingegneri navali si servono, per il dimensionamento degli scafi, di dati suggeriti dalla pratica e da questa giornalmente riconfermati. Se non che, chi cercasse di risolvere il problema del dimensionamento con metodi teorici, (il professore Mengoli col classico metodo delle derivate del lavoro), si accorgerebbe di giungere a sollecitazioni, e quindi a dimensioni [1], diverse, e, generalmente, più rilevanti di quelle suggerite dalla pratica, specialmente per quanto riguarda gli scafi per navigazione interna.

Di fronte al provato rigore teorico del metodo analitico, e alla evidente sufficienza del dato empirico, e tenuto conto che uno scafo normalmente deperito continua a resistere per anni ed anni senza dar segni evidenti di debolezza, sembrò lecito indurre che una tale differenza di risultati dovesse trovare la sua giustificazione nell'essere il metodo teorico impostato senza tener conto di una circostanza che, appunto in condizioni di massimo deperimento, avesse modo di far risentire al massimo grado la sua influenza. Tale circostanza sembrò poter consistere nella non perfetta rigidità delle connessioni tra le varie parti costituenti lo scafo, e specialmente di quelle tra madiere e costola, e tra costola e baglio; non perfetta rigidità dovuta alla

[1] Cfr. A. MENGOLI, *La robustezza trasversale degli scafi con speciale riguardo a quelli destinati alla navigazione interna.* "Atti del Collegio degli Ingegneri Navali e Meccanici in Italia „, anno 1914.

Digitized by Google

elasticità propria della sezione d'incastro, a difetti di costruzione e, infine, alla sconnessione per l'uso. Mi proposi, allora, di studiare gli effetti di tali elasticità di incastro, e cominciai a considerare una elasticità fittizia concentrata in una certa sezione del classico arco di ponte dotato già di una certa elasticità propria uniformemente diffusa, e ricavai le espressioni dei sei parametri elastici in funzione delle espressioni dei due gruppi di parametri relativi l'uno alla elasticità diffusa, l'altro alla elasticità concentrata (1). Applicai queste espressioni, ricavate per detto generalissimo caso, ad uno scafo tipo largo due metri ed alto uno (fig. 1) (già considerato dal prof. Mengoli), e supponendo, per approssimazione, che per la simmetria della costruzione e delle sollecitazioni si trovassero in identiche condizioni elastiche gli incastri posti allo stesso livello, cioè che vi si potessero immaginare concentrate identiche elasticità supplementari, ottenni per i sei parametri le seguenti espressioni:

$$M_v = \zeta_1 \left(\eta_1 + \frac{\mathfrak{W}}{W} \epsilon_1\right) \tag{1}$$

$$M_0 = \zeta_1 \left(\eta_2 + \frac{\mathfrak{W}}{W} \epsilon_2\right) \tag{2}$$

$$Y_v = \zeta_3 \frac{1}{V} \left(\eta_3 + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} \epsilon_3\right) \tag{3}$$

$$X_0 = \zeta_4 \frac{1}{N} \left(\eta_4 + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} \epsilon_4 - \delta \frac{\eta_2}{V}\right) \tag{4}$$

$$X_v = \zeta_4 \frac{1}{V} \left(\eta_5 + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} \epsilon_5 - \delta \frac{\eta_1}{N}\right) \tag{5}$$

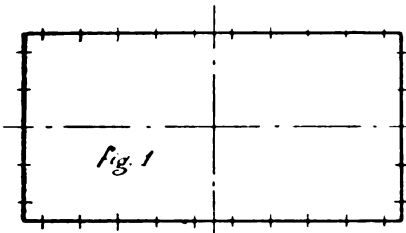
$$Y_0 = \zeta_3 \frac{1}{V} \left(\eta_6 + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} \epsilon_6\right) \tag{6}$$

essendo:

$$\zeta_1 = \frac{\Sigma w}{\Sigma w + 2 \frac{\mathfrak{W}}{W}}, \qquad \zeta_3 = \frac{V}{V + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} v}, \qquad \zeta_4 = \frac{N}{N + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} n},$$

(1) Cfr. C. Guidi, *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni*. Parte II e IV. Torino, Vincenzo Bona, 1911, e G. Colonnetti, *Principii di Statica dei solidi elastici*. Pisa, Enrico Spoerri, 1916.

Digitized by Google



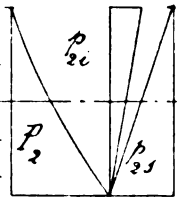


fig. 5

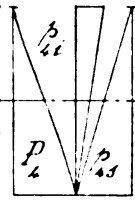


fig. 6

fig. 7

TAV. I

Scala $\frac{1}{40}$

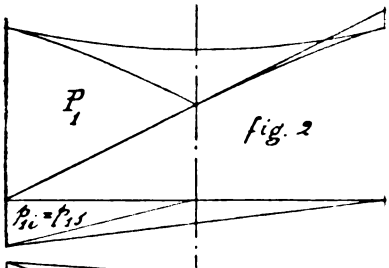


fig. 2

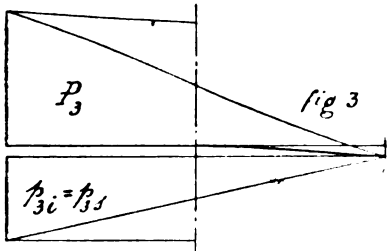


fig 3

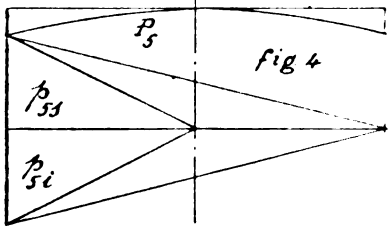


fig 4

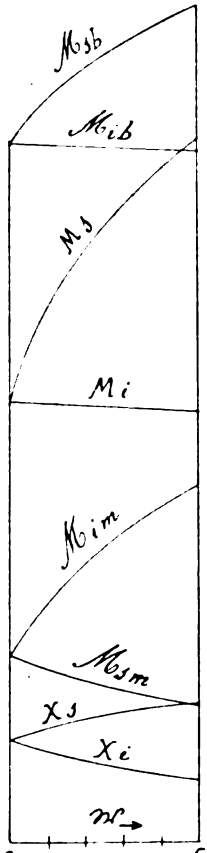


fig. 9

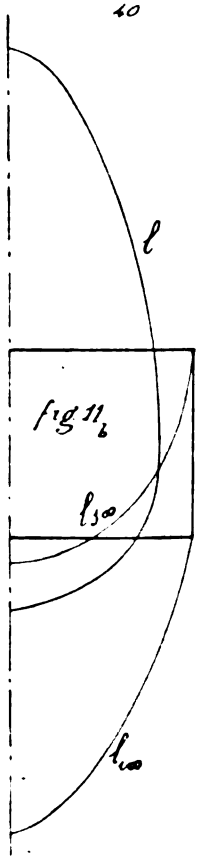


fig 11 b

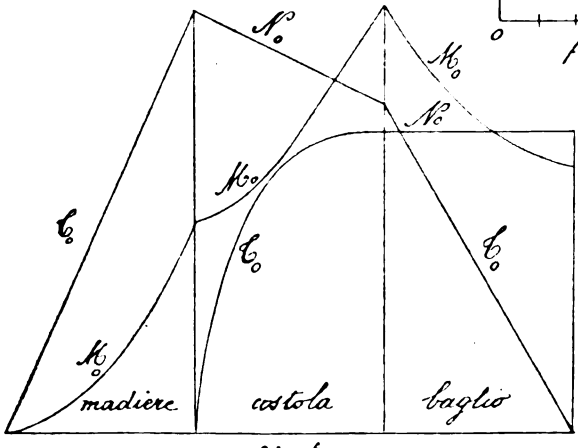


fig. 8

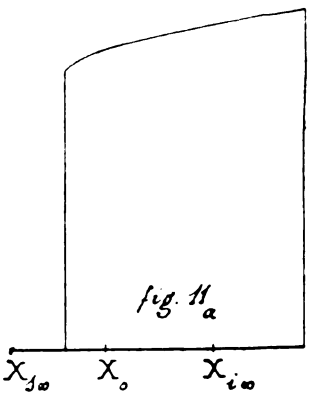


fig. 11 a

Digitized by Google

TAV. II

Scale:

1 cm = 25 cm = 12.5 kgm

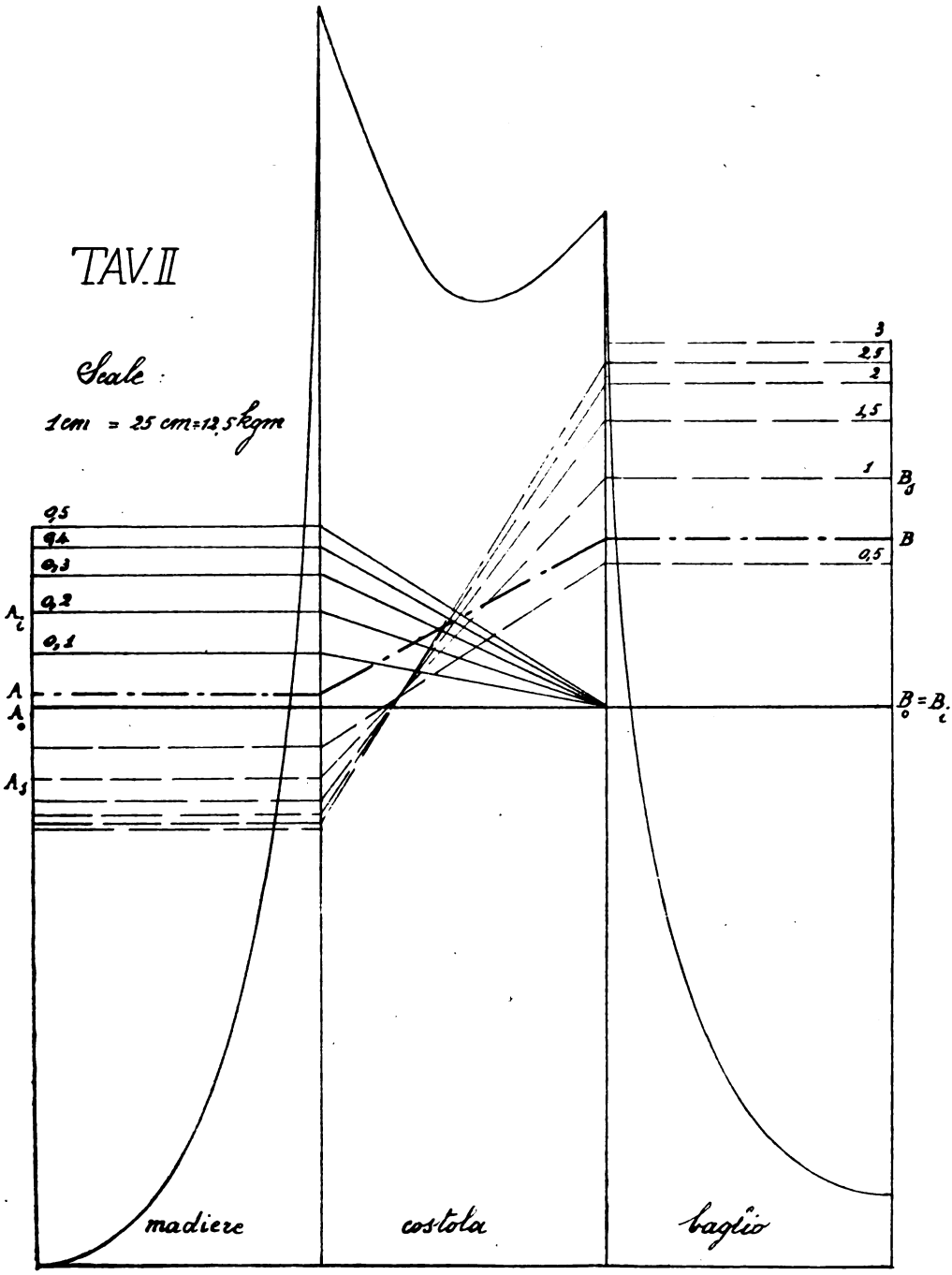


fig. 10

Digitized by Google

ove M_v è il momento, attorno al baricentro elastico di tutti i pesi elastici presenti, della reazione d'incastro, avente per componenti X_v orizzontale e Y_v verticale, provocata da un carico viaggiante unitario verticale; M_0, X_0, Y_0 hanno significato analogo per carico unitario orizzontale; $\eta_1 \dots \eta_6$ sono le ordinate, lette sulla retta d'azione del carico, dei sei poligoni funicolari P relativi alla elasticità diffusa Σw, con distanze polari rispettivamente: $\lambda_1 = \Sigma w$, $\lambda_2 = \Sigma w$, λ_3 arbitraria, $\lambda_4 = V$ segmento intercetto dai lati estremi di P_3 sull'asse verticale baricentrico nella distribuzione elastica diffusa, $\lambda_5 = N$ segmento intercetto dai lati estremi di P_4 sull'asse orizzontale baricentrico nella distribuzione elastica diffusa, $\lambda_6 = \lambda_3$. Le ordinate $\epsilon_1 \dots \epsilon_6$ sono analoghe alle $\eta_1 \dots \eta_6$, ma lette nei sei poligoni p connettenti le elasticità singolari concentrate nei due gruppi di incastri superiori ovvero inferiori. Le distanze polari dei due poligoni p sono rispettivamente uguali a quelle dei sei poligoni P. $\mathfrak{W}$ è una delle elasticità singolari; W è quel valore di $\mathfrak{W}$ per il quale furono costruiti i sei poligoni p ed ha il significato di unità elastica; v ed n sono i segmenti analoghi a V ed N, ma relativi a p_3 e a p_4 anzichè a P_3 e a P_4; δ è la distanza (verticale) tra i baricentri dell'elasticità diffusa e di quella totale.

Se consideriamo lo scafo in galleggiamento in mare tranquillo, cioè in equilibrio verticale, dobbiamo necessariamente trovare reazione d'incastro verticale nulla; le espressioni della reazione totale d'incastro per carichi unitari, sono fornite senz'altro dalla (4) e dalla (5).

In una qualunque distribuzione di carichi, se Q_v e Q_0 sono due carichi verticale e orizzontale generici, la reazione ammette la seguente espressione:

$$(7) \qquad X = \zeta_4 \Big\{ \frac{1}{N} \Big(\Sigma Q_0 \eta_4 + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} \Sigma Q_0 \epsilon_3 - \delta \frac{1}{V} \Sigma Q_0 \eta_2 \Big) + \frac{1}{V} \Big(\Sigma Q_v \eta_5 + \zeta_1 \frac{\mathfrak{W}}{W} \Sigma Q_v \epsilon_5 - \delta \frac{1}{N} \Sigma Q_v \eta_1 \Big) \Big\}.$$

La sua posizione sarà nota, noto essendo il suo braccio rispetto al baricentro elastico totale, dato da $\frac{M}{X}$, ove

$$(8) \qquad M = \zeta_1 \{ \Sigma Q_v \eta_1 + \Sigma Q_v \epsilon_1 + \Sigma Q_0 \eta_2 + \Sigma Q_0 \epsilon_2 \}.$$

Le formole (1), (2), (3), (4), (5), (6) sono documenti dello

Digitized by Google

scafo considerato; le (7), (8) sono documenti dello scafo considerato nelle condizioni di carico considerate (carico distribuito uniformemente, metà sul baglio, metà sul madiere).

Nelle figure 2, 3, 4 sono rappresentati i poligoni P_1, P_3, P_5, p_{1i}, p_{3i}, p_{5i} corrispondenti alle elasticità singolari nei nodi inferiori, p_{1s}, p_{3s}, p_{5s} corrispondenti alle elasticità singolari concentrate nei nodi superiori; nelle figure 5, 6, 7 sono rappresentati i poligoni P_2, P_4, P_6, p_{2i}, p_{4i}, p_{6i}, p_{2s}, p_{4s}, p_{6s}.

Le sollecitazioni in una sezione qualunque risultano ciascuna di due parti: una provocata dai carichi che stanno tra l'incastro e la sezione; avremo cioè uno sforzo di taglio $\mathfrak{T}_0$, uno sforzo normale $\mathfrak{N}_0$ e un momento flettente $\mathfrak{M}_0$; l'altra provocata dalla reazione d'incastro che genererà a sua volta due sforzi $\mathfrak{T}_1$ e $\mathfrak{N}_1$ e un momento $\mathfrak{M}_1$. Data la forma di scafo, $\mathfrak{T}_1$ è nullo nel madiere e nel baglio e $\mathfrak{N}_1$ è nullo nelle costole; $\mathfrak{M}_1$ è costante nel madiere e nel baglio (naturalmente per una data reazione), e varia linearmente lungo le costole. I diagrammi di $\mathfrak{T}_0$, $\mathfrak{N}_0$, $\mathfrak{M}_0$, essendo queste grandezze dipendenti dalle sole condizioni di carico, e non dal valore di $\mathfrak{W}$, sono ricavabili una volta per tutte (fig. 8). I diagrammi di $\mathfrak{T}_1$ e $\mathfrak{N}_1$ sono noti, essendo noti i valori della reazione d'incastro; i diagrammi di $\mathfrak{M}_1$ nel madiere e nel baglio si ottengono con le seguenti formole:

$$\mathfrak{M}_{i\ \text{madiere}} = M_i + \delta X_i - \frac{h}{2} X_i \tag{9}$$

$$\mathfrak{M}_{i\ \text{baglio}} = M_i + \delta X_i + \frac{h}{2} X_i \tag{10}$$

$$\mathfrak{M}_{s\ \text{madiere}} = M_s - \delta X_s - \frac{h}{2} X_s \tag{11}$$

$$\mathfrak{M}_{s\ \text{baglio}} = M_s - \delta X_s + \frac{h}{2} X_s ; \tag{12}$$

h essendo l'altezza dello scafo (1 metro).

L'indice i riferisce al caso di elasticità singolari concentrate nei modi inferiori; l'indice s ai superiori. M_i e X_i diversificano da M_s e X_s per i valori e per i segni delle ordinate e che vi compaiono.

Nella figura 9 sono stati portati come ascisse i valori della elasticità singolare e come ordinate i valori di X_i, X_s, M_i, M_s, $\mathfrak{M}_{im}$, $\mathfrak{M}_{ib}$, $\mathfrak{M}_{sm}$, $\mathfrak{M}_{sb}$; la figura, oltre ad assicurare con la

Digitized by Google

continuità delle sue linee sulla giustezza dei calcoli, permette di fare le seguenti importanti osservazioni:

I. $\mathfrak{M}_b$ e M_i si possono ritenere indipendenti dall'elasticità dell'incastro inferiore.

II. Per elasticità singolare che tende all'infinito nei nodi inferiori, il momento della reazione d'incastro attorno al baricentro elastico totale e il momento nel madiere tendono ad uno stesso valore; il baricentro invero tende al madiere; analogamente per le elasticità nei nodi superiori.

III. Impostando un breve calcolo e tenendo conto degli usuali valori delle elasticità d'incastro, delle loro ammissibili variazioni e delle corrispondenti variazioni nella reazione d'incastro, si può dedurre che i diagrammi degli sforzi di taglio e normale rimangono sensibilmente costanti; lo studio dovrà quindi limitarsi all'osservazione del diagramma del momento flettente.

Questo, per mezzo scafo, è stato riportato nella fig. 10. Sono stati considerati diversi valori dell'elasticità singolare, sia nei nodi inferiori sia in quelli superiori e sono state ottenute due famiglie di fondamentali come $A_i B_i$ e come $A_s B_s$; la fondamentale $A_0 B_0$ corrisponde a elasticità nulla; si è preferito per semplicità di disegno variare la fondamentale anzichè la curva.

Ciò fatto, sembrano lecite le seguenti conclusioni:

I. Un incremento di elasticità nell'incastro inferiore *a)* carica la parte centrale del madiere e ne scarica gli estremi, (in valore assoluto); questa azione può fino a un certo limite riuscire benefica, perchè uguaglia i due momenti massimi in valore assoluto; *b)* scarica le costole; *c)* è indifferente per il baglio.

II. Un incremento di elasticità nell'incastro superiore *a)* carica il baglio nella parte centrale e lo scarica agli estremi, *b)* scarica molto le costole verso l'alto e le carica un poco verso il basso, *c)* scarica il madiere nella parte centrale e lo carica agli estremi.

III. Tenendo conto del contemporaneo prodursi di incrementi nelle due elasticità e delle probabili partecipazioni delle loro influenze nel fenomeno elastico, si ottengono diagrammi del tipo di quello avente per fondamentale la AB. Si nota che vi è diminuzione di momento e quindi azione benefica (tenendo conto della conclusione I *a)*), per tutte le sezioni tranne che

Digitized by Google

per quelle del baglio centrale; notiamo però che anche nella peggiore ipotesi (elasticità superiore infinita) il baglio si comportèrebbe come trave appoggiata agli estremi e sarebbe soggetto al momento dei carichi sovrastanti che esso sostiene. Ora in pratica la parte centrale del baglio è generalmente scarica (se non puntellata), quindi il momento corrispondente sarà certamente minore di quello qui ottenuto. Si potrebbe osservare che una diversa disposizione di carichi sul baglio potrebbe far variare e magari invertire la legge di variazione dei parametri elastici; un breve esame delle fisionomie dei poligoni di ordine dispari, ci persuade che, ben inteso a parità di intensità di carico, ciò non è, in misura sensibile.

In conclusione, è evidente l'azione benefica della sconnessione degli incastri; questa ha naturalmente dei limiti, in vista, tra l'altro, della necessità di resistere in mare cattivo. Negli scafi per navigazione interna ove gli incastri superiori hanno minore importanza e dove, per il fatto che si deve unire una costola (verticale) a un fondo (piatto) che stanno ad angolo retto, la sezione d'incastro bene si singolarizza, accrescendo l'influenza relativa del suo comportamento, l'azione studiata deve essere più sentita.

Rimane da notare che altre elasticità singolari possono essere immaginate concentrate lungo lo scafo, là dove vi è unione di tronchi. Nella figura 11 *a* e 11 *b* sono state tracciate le curve delle pressioni per $\mathfrak{W}_i = \mathfrak{W}_s = 0$, per $\mathfrak{W}_i = \infty$, per $\mathfrak{W}_s = \infty$.

Nota 1ª. — Volendo considerare lo scafo in mare agitato, si può seguire lo stesso procedimento, soltanto che, oltre ai momenti nello scafo prodotti in condizioni di mare calmo, devono considerarsi ancora momenti analoghi prodotti dall'onda agente sull'una o sull'altra costola, e quelli prodotti dalla corrispondente reazione verticale (non più nulla) e dal corrispondente incremento di reazione orizzontale, alla ricerca dei quali sono sufficienti alcuni dei poligoni già tracciati nelle figure 5, 6 e 7.

Nota 2ª. — Il diagramma del momento nella costola risulta dalla differenza di un diagramma parabolico e di uno lineare, riferita ad una fondamentale obliqua.

Digitized by Google

Contributo allo studio della zona mineralizzata di Cogne
(Val d'Aosta)

Nota del Dott. MASSIMO FENOGLIO
presentata dal Socio nazionale residente Andrea Naccari

Lavori minerarii eseguiti in questi ultimi anni alle miniere di Cogne portarono a constatare fatti nuovi, che presentano un certo interesse dal lato geologico e mineralogico.

Oggetto di questa mia nota è appunto lo studio di materiale proveniente da questi nuovi lavori.

Per quel che riguarda le condizioni generali di giacitura del giacimento di Cogne non mi dilungo, rimandando il lettore alla monografia del Prof. A. Stella " Le Miniere di Ferro dell'Italia „ (1).

È noto che il giacimento di ferro magnetico di Cogne è legato, come del resto tutti i giacimenti di magnetite analoghi delle Alpi Occidentali, alle cosidette pietre verdi, e più precisamente alla serpentina, che ha qui la forma di una grande lente e viene a contatto al tetto con calcescisti ed al riposo con banchi di calcari più o meno dolomitici, i quali però poco sotto a loro volta riposano su altri calcescisti.

I giacimenti principali detti di Liconi e di Larcinaz si sviluppano appunto ai due estremi della lente serpentinosa, dove essa, almeno agli affioramenti, viene a restringersi e poi a chiudersi.

I fatti nuovi messi in evidenza da lavori eseguiti nell'ultimo quinquennio si possono così raggruppare:

(1) A. Stella, *Le Miniere di Ferro dell'Italia*. Torino, 1921, p. 6.

Digitized by Google

I. Noduli di magnetite con brucite trovati in pieno giacimento nella massa principale mineralizzata di Liconi;

II. Nella costruzione di un pozzo di estrazione si incontrò in pieno giacimento circa alla metà della distanza tra il tetto ed il riposo, una lente calcarea in gran parte saccaroide con fiamme di magnetite, ad andamento quasi orizzontale della potenza di 4 m.;

III. Alcune gallerie in traverso - banco al riposo del giacimento incontrarono vene, fiamme e lenti di magnetite in pieni calcari: una di queste lenti raggiungeva la potenza media di circa 4 m.

In un primo tempo le mie ricerche furono esclusivamente dirette sul materiale proveniente da queste tre località, materiale abbondante in gran parte gentilmente speditomi dal Dottor F. Elter, attuale Direttore di quelle miniere, parte raccolto dal Prof. A. Stella e dallo scrivente in occasione d'una visita fatta nel giugno 1921.

Avendo nel materiale in parola notata una certa diffusione di alcuni minerali non comuni, che potevano presentare un certo interesse, sia per le loro peculiari condizioni di giacitura che per la loro paragenesi, non note nel giacimento di Cogne, estesi le mie ricerche a tutto l'abbondante materiale delle miniere di Cogne, che fa parte della collezione del Museo Minerario della nostra Scuola. Detto materiale fu in gran parte raccolto dal Prof. A. Stella, che vivamente ringrazio anche per gli schiarimenti fornitimi durante le mie ricerche, e ringrazio pure il Dott. F. Elter che mi fornì con tanta gentilezza campioni e informazioni.

Procedo senz'altro alla descrizione del materiale, che raggruppo nel modo seguente in corrispondenza ai nuovi fatti osservati sopra accennati:

I. Noduli di magnetite con brucite in pieno giacimento;

II. Calcari cristallini (con brucite) in pieno giacimento e porzioni mineralizzate di magnetite;

III. A) Magnetite delle vene e fiamme nei calcari del riposo;

B) Calcari a brucite e parti mineralizzate di magnetite con humite appartenenti alla lente principale sopra accennata.

Digitized by Google

I. — Noduli di magnetite con brucite in pieno giacimento.

Premetto anzitutto che alle miniere di Cogne la brucite presenta una notevole diffusione, sinora non avvertita. Se sono relativamente rare le concentrazioni di brucite in noduli di dimensioni talora anche cospicue nella magnetite, l'esame microscopico di un numero notevole di sezioni sottili, mi permette di affermare che la troviamo con una certa frequenza diffusa nella magnetite, intimamente associata a magnetite, serpentino e calcite.

Inoltre la troviamo ancora diffusa nei calcari, come diremo più sotto.

Ebbi la fortuna di avere in istudio dal Dott. Elter un magnifico campione cubico di circa 15 cm. di lato, costituito essenzialmente di brucite che involge una lente di magnetite dello spessore medio di 5 cm.

a) La lente mineralizzata di magnetite all'esame macroscopico si presenta costituita da una massa compatta che appare in generale molto ricca in magnetite finemente granulare, associata a plaghette e venette di brucite con qualche noduletto di limonite, proveniente da alterazione di pirite.

All'esame microscopico si rivela la struttura cristalloblastica con microimplicazione tra magnetite e ganga, costituita in prevalenza da serpentino.

Questo è generalmente lamellare (antigorite), raramente fibroso (crisotilo): le lamelle sono per lo più abbastanza regolari e ben distinte, talvolta con sfaldatura evidente, il carattere ottico dell'allungamento (parallelo alle tracce della sfaldatura) è positivo. Potere rifrangente basso, birifrazione discreta; il pleocroismo è presso che nullo.

Subordinati sono la brucite in laminette coi caratteri che più sotto descriverò, e la calcite in piccole plaghe, riconoscibile subito per i ben noti caratteri, laminette di mica bianca coi caratteri della muscovite.

Si scorgono pure laminette di clorite, di color verde con marcato pleocroismo tra il gialliccio e verde erba.

Digitized by Google

Data la quantità cospicua di brucite a mia disposizione e la sicura giacitura, nonchè l'ottimo stato in cui era conservata, ritenni non senza interesse procedere ad uno studio un po' dettagliato del minerale in parola.

La brucite alle miniere di Cogne fu segnalata e identificata per la prima volta da C. Friedel nel 1882 (1), e poi dal Dottor E. Grill nel 1921 (2), su campioni non raccolti in posto.

b) Nel mio campione la brucite si presenta in lamine serrate le une sulle altre generalmente sottili, di dimensione varia, da qualche millimetro sia in lunghezza che in larghezza sino a lamelle con 4-5 mm. di larghezza e 6-7 di lunghezza.

Queste ultime qualche volta sono leggermente incurvate e presentano sfaldature basali più evidenti.

Nella massa generale brucitica con caratteristica lucentezza madreperlacea si scorgono a occhio nudo e meglio alla lente una quantità notevole di microscopici granuli di magnetite disseminati qua e là sotto forma di pigmento nero.

Il peso specifico determinato sopra laminette accuratamente scelte fra le più pure e più fresche in Thoulet, con bilancia di Westphal, risultò uguale a 2,38 (a 15° C).

All'esame microscopico, sia da sola, sia quando la troviamo associata ad altri minerali (magnetite, serpentino, calcite), si presenta con due aspetti distinti: in laminette e scaglie, trasparenti e incolore, talora un poco incurvate. Nelle lamine tagliate normali alla base si scorgono evidenti traccie di sfaldatura secondo $\{0001\}$. Meno frequentemente si osservano pure laminette isotrope più o meno distintamente esagonali.

Un secondo modo di presentarsi della brucite è quello di aggregati più o meno irregolari costituiti da fibre allungate riunite a fasci o da scagliettine generalmente in serie, sempre distribuite assai irregolarmente, sovente piegate e contorte, talvolta anche fratturate con spostamento.

Talora sono limpide ed incolore, tal'altra si nota un leggero intorbidamento e ingiallimento, particolarmente verso l'estremità,

---

(1) C. Friedel, *Sur la brucite de Cogne* (Vallée d'Aoste). " Bull. de la Soc. Min. de France „, 1882, p. 324.

(2) E. Grill, *Cenni sopra alcuni minerali delle miniere di Cogne* (Val d'Aosta). " Proc. Verb. Soc. Tosc. Sc. Nat. „, vol. XXX, 1921, p. 4 estratto.

Digitized by Google

talvolta oscure quasi opache, per la presenza di magnetite, che vi è finemente diffusa nel senso della sfaldatura.

Tra questi due differenti modi di presentarsi della brucite si osservano talvolta passaggi graduali.

La birifrazione è intensa, sovente si ha estinzione ondulata.

Servendomi di essenze a indice di rifrazione noto, ho determinato il valore di $\omega = 1.560$ (Na).

Nelle sezioni sottili tanto per il minerale in lamine quanto per quelli in aggregati fibrosi o a scagliette, ho potuto verificare mediante il cuneo di quarzo, che l'allungamento è negativo.

All'esame a luce convergente di alcune lamine opportunamente scelte e isolate osservai che la figura d'interferenza non era perfettamente uniassica, ma presentava debole biassicità, con piccolissimo angolo degli assi ottici. Il carattere ottico è positivo.

Le lamelle di brucite trattate con acido cloridrico concentrato a freddo sono completamente disciolte, senza dar luogo a effervescenza di sorta. Data la quantità notevole di sostanza a mia disposizione, ho ritenuto opportuno procedere all'analisi quantitativa, che ho eseguito su una porzione di brucite freschissima, previa accurata eliminazione dei granuli di magnetite frammisti (1).

Riporto coi miei (I) i risultati delle analisi eseguite da G. Grill (II) e C. Friedel (III) su brucite di quella stessa località:

	I		II	III
MgO	67,59		67,47	67,07
BeO	0,12		0,12	—
FeO	0,75		0,68	1,13
$H_2O < 110°$	0,17	31,38	31,85	29,48
$H_2O > 110°$	31,21			
Fl	0,14		0,23	—
SiO_2 e parte insolubile	—		—	2,13
Somma	99,98		100,35	99,80

(1) L'analisi venne fatta nel Laboratorio di Chimica Applicata del R. Politecnico, diretto dal Prof. C. Montemartini, che vivamente ringrazio per l'ospitalità concessami.

Digitized by Google

I risultati della mia analisi vanno sufficientemente d'accordo con quelli del Grill, mentre tanto i miei quanto quelli del Grill differiscono alquanto da quelli ottenuti dal Friedel, specialmente per quel che riguarda il tenore in FeO e H_2O, ciò che fa supporre che il minerale analizzato dal Friedel non fosse molto puro. Questo modo di vedere è anche confermato dalla quantità notevole di SiO_2 e residuo insolubile ottenuto dall'Autore in parola.

II. — Calcari cristallini (con brucite) in pieno giacimento e porzioni mineralizzate di magnetite.

a) All'esame macroscopico la roccia ha l'aspetto di un calcare saccaroide, scistoso, quasi friabile, bianco, con leggere incrostazioni giallo-rossastre limonitiche, che talora si riducono a pigmento.

A occhio nudo e meglio alla lente si osserva pure una certa diffusione di granuli di magnetite. Questa poi è concentrata sovente in fiamme, sempre associata a discreta quantità di calcite.

La roccia dà forte effervescenza con acido cloridrico diluito a freddo, nel quale è quasi completamente solubile, ciò fa già supporre che la maggior parte dell'elemento carbonato sia calcite, e tale osservazione è in accordo coll'esame microscopico, da cui risulta che la roccia è prevalentemente costituita da larghe plaghe di calcite ad incastro reciproco associata a lamine di brucite con evidenti sfaldature secondo $\{0001\}$.

Inclusi nelle plaghe di calcite si scorgono granuli e plaghette di epidoto di color giallo canario, raramente incoloro, con marcato pleocroismo:

n_p = incoloro
n_m = giallo verdognolo
n_g = verde.

L'assorbimento è:

$$n_g > n_m > n_p .$$

Potere rifrangente forte, e birifrangenza energica; dal

Digitized by Google

modo di estinzione di qualche grano si può indurre una certa dispersione.

Per tutti questi caratteri l'epidoto in questione deve definirsi una pistacite.

b) Le porzioni lenticolari mineralizzate di magnetite (fiamme) all'esame macroscopico presentano una tessitura alquanto scistosa concordante con quella del calcare cristallino includente.

La magnetite è finemente granulare e presenta alternanze più o meno regolari costituite da sottili zonature di calcite, essa pure finemente granulare.

La porzione mineralizzata di magnetite all'esame microscopico presenta la caratteristica struttura cristalloblastica con microimplicazione reciproca della magnetite colla ganga che la accompagna, costituita essenzialmente da calcite, serpentino, brucite, muscovite ed epidoto.

Prevale la magnetite; la calcite per quanto subordinata costituisce sovente plaghe di dimensioni notevoli, associata a laminette e fibre di serpentino.

Subordinatamente si hanno laminette di brucite e di muscovite. Si riscontrano pure piccole plaghe di epidoto pistacitico coi caratteri di quello sopradescritto.

III. — A) **Magnetite delle vene e fiamme nei calcari del riposo.** — B) **Calcari a brucite e parti mineralizzate di magnetite con humite.**

A) *Magnetite delle vene e fiamme nei calcari del riposo.*

a) All'esame macroscopico i campioni del minerale di queste vene hanno sovente l'aspetto alquanto scistoso, con alternanze più o meno regolari di zonature di magnetite e di calcite finemente granulari, con sottili pellicole e pigmento di limonite. Presentano talora lenti di un calcare saccaroide grigio con lenticciuole di mica sericitica compatta. A contatto tra queste lenti di calcare saccaroide e la zona mineralizzata si scorgono bellissimi cubetti e granuli di pirite.

α) La porzione mineralizzata scura all'esame microscopico si risolve in un aggregato di calcite con magnetite.

Digitized by Google

La mica è quasi sempre associata a laminette di clorite e costituisce plaghette che al microscopio si risolvono in un aggregato minutissimo di squamette con frequente disposizione accartocciata, generalmente incolore, qualche volta leggermente colorate in verdognolo, mancanza di pleocroismo, potere rifrangente mediocre, birifrangenza energica, colori di interferenza vivi.

β) La porzione calcarea chiara all'esame microscopico si presenta costituita da un aggregato prevalente di calcite con lamine di mica, talora di dimensioni notevoli, coi caratteri di quella or ora descritta.

Qui però le squamette di sericite si presentano talora con disposizione subparallela, con caratteristica estinzione d'insieme.

b) I campioni calcarei contenenti le fiamme mineralizzate all'esame macroscopico presentano zonature irregolari (fiamme) di magnetite, il cui spessore varia da 1 a 10 cm. La massa calcarea saccaroide talora è bianca, tal'altra leggermente verdognola per la presenza di serpentino, che qualche volta si concentra in piccole lenti coll'aspetto del serpentino nobile.

In uno dei campioni la lente mineralizzata è interrotta da una superficie di frattura spalmata di laminette di brucite, già in gran parte alterata.

α) La porzione mineralizzata, al microscopio rileva la caratteristica struttura cristalloblastica con microimplicazione reciproca, specialmente ben visibile tra magnetite e serpentino talora lamellare, talora fibroso.

Pure frequente è la calcite in piccole plaghe, anch'essa con microimplicazione reciproca colla magnetite.

Si scorgono talvolta anche laminette di mica incolora coi caratteri della muscovite.

β) Della parte costituita da calcare saccaroide che racchiude le fiamme di magnetite, la porzione bianca all'esame microscopico si risolve in un aggregato di calcite con qualche grano di olivina e di magnetite, la porzione colorata in verdognolo si presenta invece costituita da plaghe di calcite associata a serpentino lamellare e fibroso.

Si scorgono talvolta anche plaghe di olivina colla caratteristica struttura a maglie, in parte serpentinizzata.

Furono pure osservati grani di epidoto coi caratteri della

Digitized by Google

pistacite, e laminette di mica bianca coi caratteri della muscovite.

Minerali accessori sono grani di pirite sovente alterata ai margini in limonite; quest'ultima è talvolta diffusa nell'intera massa sotto forma di pigmento e di piccoli grumi; idioblasti di sfeno, riconoscibile per l'elevatissimo potere rifrangente e l'altissima birifrangenza.

B) *Calcari a brucite e parti mineralizzate di magnetite con humite.*

Qui conviene trattare a parte le roccie calcaree incassanti del tetto e del riposo della lente mineralizzata e le parti mineralizzate di magnetite costituenti quest'ultima.

a) Le roccie incassanti sono essenzialmente costituite da calcari dolomitici grigiastri, compatti, a frattura concoide, talora con vene di calcite spatica e di amianto a fibra corta.

In un campione osservai pure una plaghetta di incrostazione, costituita da piccoli grani di un minerale rosso bruno del gruppo delle humiti, che descriverò più avanti.

La roccia trattata con acido cloridrico diluito a freddo non dà sensibile effervescenza; questo fa già supporre che la maggior parte dell'elemento carbonato sia dolomite.

All'esame microscopico la roccia si risolve in un aggregato di grani disposti a mosaico di carbonato con mancanza di geminazioni lamellari; ciò è in accordo coi risultati del saggio chimico e conferma la presenza della dolomite.

Associate ai grani di dolomite si scorgono pure laminette di brucite.

Allo scopo di accertarmi che anche il minerale dei calcari che possedeva identiche proprietà ottiche della brucite tipica, fosse realmente brucite, ritenni opportuno eseguire su questo materiale alcune prove microchimiche, che confermarono pienamente i risultati dell'esame ottico.

Infatti, ridotti in polvere minuta alcuni frammenti di calcare, e separate accuratamente con un ago e coll'aiuto di una lente alcune laminette del minerale, le trattai con cloruro di ammonio, con idrossido di ammonio, e con fosfato sodico: diluita convenientemente la soluzione, a freddo si separarono lentamente bellissimi cristallini di fosfato ammonico magnesiaco.

Digitized by Google

Così pure fu positiva la prova microchimica di Lemberg (1): in una sezione sottile di calcare trattata a freddo con nitrato d'argento e lasciata a sè per due giorni, tutte le plaghe del minerale in parola divennero completamente nere, mentre gli altri elementi rimasero inalterati.

b) Le parti mineralizzate all'esame macroscopico si presentano costituite da magnetite compatta prevalente, con disposizione talora zonata e talora lenticolare rispetto alla ganga serpentinosa, sovente coll'aspetto di serpentino nobile.

Si osservano pure plaghe di calcite spatica; frequentissima è poi la calcite intimamente associata a serpentino e magnetite, e ben visibile colla sua caratteristica spaticità specialmente nella frattura trasversale.

I campioni di minerale più povero presentano per lo più una tessitura scistosa, mentre i più ricchi presentano una tessitura massiccia, a grana più o meno minuta, e talora minutissima, senza però diventare quasi mai un aggregato di pura magnetite.

All'esame microscopico si rivela immediatamente la struttura poichiloblastica: dove la calcite e la magnetite fanno da sfondo al serpentino.

Si osservano qui eccezionalmente granuli di pirite con aureola di alterazione in limonite.

Si osserva pure la presenza di un pirosseno generalmente in piccole lamelle, talvolta in prismetti e granuli irregolari, incoloro, con sfaldatura prismatica evidente, potere rifrangente abbastanza elevato e birifrangenza energica.

Le misure dell'angolo d'estinzione sopra lamine $\{010\}$ diedero il seguente valore:

$$z : n_g = -39°.$$

Per l'insieme di questi caratteri il minerale in parola è da ritenersi un pirosseno diopsidico.

Passo a descrivere il minerale humitico in granuli di color rossastro, notato in alcuni campioni provenienti dalla zona di

---

(1) J. Lemberg, *Zur mikrochemischen Untersuchung von Calcit, Dolomit und Predazzit.* " Zeitschr. d. deut. geol. Ges. „, 39, 1887, p. 489. *Zur mikroskopischen Untersuchung von Calcit, Dolomit und Predazzit.* " Ibid. „, 40, 1888, p. 357.

Digitized by Google

contatto. Esso si presenta generalmente in granuli irregolari del diametro al più di 2 mm., disseminati tanto nella magnetite quanto nel serpentino, coi quali è intimamente associato, tanto che la separazione è oltremodo difficile. I grani più freschi hanno un bel colore rosso granato, con caratteristica lucentezza vitrea, privi di sfaldatura, affatto simili nel colore a granato almandino.

Talvolta però i grani si presentano alterati, ed allora dànno origine ad una sostanza rossastra, bruna, d'aspetto quasi terroso. L'alterazione qualche volta è solo superficiale, ed eliminata accuratamente la pellicola di alterazione si scorge un piccolo nucleo di minerale indecomposto con tutti i caratteri dei grani sopradescritti; altre volte è invece l'intiero grano che è alterato.

Il peso specifico determinato sopra grani accuratamente scelti fra i più puri e più freschi in joduro di metilene, con bilancia di Westphal, risultò uguale a 3,196 (a 25° C).

L'aspetto di questo minerale, come già accennai sopra, potrebbe farlo credere granato, ma ciò è subito escluso dall'esame microscopico.

Infatti in sezione sottile il minerale ha carattere birifrangente, in granuli e in plaghe di dimensioni anche notevoli a contorno irregolare, senza indizio alcuno di sfaldature; si osservano invece numerosi solchi di frattura irregolari, che percorrono il minerale in tutte le direzioni.

Il colore è giallo aranciato con marcato pleocroismo:

$$n_g = n_m = \text{giallo pallido}$$
$$n_p = \text{giallo aranciato.}$$

L'assorbimento è:

$$n_p > n_m = n_g.$$

Si osservano pure plaghe con pleocroismo

$$n_g = n_m = \text{giallo pallidissimo}$$
$$n_p = \text{giallo paglierino.}$$

L'assorbimento anche in questo caso è sempre:

$$n_p > n_m = n_g.$$

Digitized by Google

Il forte rilievo indica un forte potere rifrangente.

L'indice di rifrazione medio determinato per confronto con soluzioni diversamente concentrate del liquido di Thoulet risultò eguale a 1,681 (Na). La birifrangenza è energica e dal modo di estinzione di qualche plaga si può indurre una certa dispersione.

Molte plaghe di questo minerale humitico presentano geminazione polisintetica; scelsi quelle che presentavano estinzione sensibilmente simmetrica, e su queste misurai angoli compresi tra 7° e 17°.

L'insieme di questi caratteri porta ad ascrivere questo minerale al gruppo delle humiti.

Come conferma ho proceduto a saggi chimici.

La polvere di questo minerale ha colore giallo aranciato ed è attaccata da acido cloridrico concentrato a freddo, e con maggior facilità a caldo, con separazione di notevole quantità di silice gelatinosa.

Nella soluzione per aggiunta di acqua ossigenata si ottiene nettissima colorazione giallo arancione, reazione caratteristica del titanio.

Fu pure riscontrata la presenza del fluoro con la nota reazione con l'acido solforico concentrato.

Questi saggi confermano la pertinenza del minerale al gruppo delle humiti e tenuto conto dei valori limiti dell'angolo di estinzione, credo di poterlo individuare come clinohumite, e data la presenza del titanio costituirebbe una varietà titanifera di clinohumite, di quella clinohumite titanifera a cui lo Zambonini diede il nome di titanidroclinohumite (1).

Associazioni regolari. — Accompagna sovente la titanidroclinohumite plaghe e grani di un minerale incoloro, con forte rilievo, e birifrangenza energica, esso pure privo di sfaldatura, e presenta invece numerose screpolature che percorrono il minerale in tutte le direzioni e dànno luogo ad un reticolato le cui maglie sono riempite da laminette di serpentino.

---

(1) F. Zambonini, *Sur la véritable nature du titanolivine de la Vallée d'Ala* (Piémont). "Bull. de la Soc. Franç. de Minéralogie „, n. 5, 1919, p. 279.

Digitized by Google

Sono questi i caratteri e la struttura caratteristica a maglie dell'olivina serpentinizzata. Del resto l'associazione olivina e humite è comune, ed è stata osservata da numerosi Autori.

A proposito di questa associazione titanidroclinohumite ed olivina, ho osservato un fatto, che mi pare interessante.

L'esame di molte sezioni sottili a nicols incrociati mi fece constatare che sovente quelle porzioni di minerale incoloro che aveva l'aspetto dell'olivina estinguevano sempre contemporaneamente alla titanidroclinohumite, per cui mi nacque il dubbio che si trattasse di uno stesso individuo.

Quest'estinzione contemporanea potrebbe essere spiegata dall'isorientazione dei due diversi minerali. Data però la frequenza osservata del fenomeno, mi parve molto improbabile che dovessi sempre fortuitamente imbattermi nel caso dell'isorientazione.

Ma v'è di più. Nelle sezioni geminate polisinteticamente osservai che le strie di geminazione si continuavano in tutta la plaga sia nella parte colorata che in quella incolora e che plaghe debolmente colorate e talvolta incolore si presentavano esse pure geminate polisinteticamente con angoli di estinzione simmetrica eguali alle analoghe colorate.

D'altra parte essendo stato dimostrato dallo Zambonini (1) che la titanolivina appartiene al gruppo delle humiti, anzi che è una varietà titanifera di clinohumite, non v'è motivo di ritenere che le porzioni scolorate debbano sempre rappresentare un altro minerale anzichè la stessa humite forse meno titanifera.

Non bisogna dimenticare che sino allo studio dello Zambonini, la titanolivina era considerata una varietà titanifera di olivina, con transizione dalla titanolivina alla olivina, per cui era logico che le porzioni scolorate si ascrivessero all'olivina.

Del resto non è sempre agevole in questi casi il definire con esattezza in sezione sottile se si tratti di un minerale del gruppo dei peridoti o delle humiti, anzi, quando mancano i geminati con estinzione simmetrica e la colorazione, è addirittura impossibile.

Riferendomi a quanto sopra è esposto, senza per niente limitare l'associazione olivina humite, osservata da numerosi Au-

(1) F. Zambonini, Memoria citata.

Digitized by Google

tori, tra cui Artini (1), Brugnatelli (2), Repossi (3), Zambonini (4), parmi di poter concludere che nel mio caso, pur ammettendo la associazione olivina titanidroclinohumite, osservata in parecchie sezioni sottili, sovente porzioni scolorate di minerale che a tutta prima potrebbero essere prese per olivina siano rappresentate dallo stesso minerale humitico.

Le plaghe e i grani di titanidroclinohumite e di olivina sono sovente accompagnati da magnetite, anzi quest'ultima è talora in forma di grani di dimensioni varie inclusa nei primi due.

Si osserva pure con certa frequenza l'associazione titanidroclinohumite e calcite.

Giacitura. — È noto che le humiti furono sinora trovate in bei cristalli nei proietti vulcanici del Vesuvio, in granuli interclusi in alcuni calcari metamorfici per contatto: a Pargas in Finlandia, a Sparta nel New Jersey, nell'Alta Birmania, ecc., e in quantità esigua entro a qualche calcare metamorfico della Sila in Calabria, a Brugo in Val della Mera.

La titanolivina presenta notevole diffusione entro a peridotiti più o meno serpentinizzate delle nostre Alpi: Val Malenco, Valtellina, Val Sesia, Val d'Ala, Val di Susa, ecc., come pure nel gruppo di Voltri in Liguria.

In condizioni analoghe si trovava la titanolivina descritta per la prima volta da Damour proveniente da Pfunders nell'Alto Adige, e quella del Ghiacciaio di Findelen nel gruppo Saas-Zermatt (5).

In una miniera di magnetite di Telly Foster nello Stato di New York si trovarono cristalli di condrodite.

---

(1) E. Artini e G. Melzi, *Ricerche petrografiche e geologiche sulla Val Sesia.* " Memorie del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere „, Milano. 1900. p. 334.

(2) L. Brugnatelli, *Sulla titanolivina dei dintorni di Chiesa in Val Malenco.* " Rivista di Mineralogia e Cristallografia Italiana „, vol. XXX, 1904, p. 13 estratto.

(3) E. Repossi, *La bassa valle della Mera – Studi petrografici e geologici,* parte II. " Memorie della Società Ital. Sc. Nat. „, vol. VIII, fasc. 2°, 1916, pp. 132, 142.

(4) F. Zambonini, Memoria citata, p. 275.

(5) M. Damour, *Note sur un péridote titanifère.* " Annales des Mines „, 5^{me} série, vol. 8, p. 90, 1855.

Digitized by Google

Nel mio caso non si può affermare che la titanidroclinohumite presenti nettamente l'uno o l'altro tipo di giacitura, di quelli or ora accennati.

Infatti, ancorchè sia legata alla serpentina, la quale ha a sua volta al tetto ed al riposo calcari, la titanidroclinohumite non è sparsa comunque nella massa serpentinosa mineralizzata, ma la troviamo ora associata a serpentina ora a magnetite, sempre nella zona di contatto coi calcari.

Fu pure osservata in un campione di calcare nel tetto della lente mineralizzata e in qualche campione di calcare in gran parte mineralizzato per sostituzione di magnetite, a cui è intimamente associata.

Allo scopo di vedere se la titanidroclinohumite da me studiata presentava una certa diffusione, presi in esame l'abbondante materiale delle miniere di Cogne del nostro Museo Minerario, ed anche qui non fu trovata che associata a magnetite, serpentino e pirosseno in campioni provenienti dalla zona di contatto mineralizzato tra serpentina e calcescisti del tetto in regione Colonna.

Il pirosseno ha qui la caratteristica struttura lamellare del diallagio secondo il pinacoide } 100 { e sovente si presenta sfibrato con decolorazione e formazione di clorite e serpentino.

Nelle sezioni parallele all'asse verticale si ha estinzione inclinata rispetto alle traccie di sfaldatura:

$$z : n_g = -39^\circ;$$

ciò conferma la sua pertinenza al diallagio.

In alcune sezioni colpisce il contrasto tra la serpentinizzazione del diallagio e la freschezza della titanidroclinohumite.

In qualche plaga ai margini della titanidroclinohumite si osservano pure porzioni d'un color bruno caratteristico, tendente al verdastro che rappresentano porzioni del minerale alterato.

Diallagio e titanidroclinohumite hanno qui talvolta disposizione parallela con compenetrazione reciproca.

In campioni della susseguente zona di contatto di regione Liconi ho notato la presenza di un pirosseno di color carnicino, venato di calcite, in noduli di qualche centimetro di diametro, associato a plaghe di brucite coi caratteri di quella già descritta.

Digitized by Google

La polvere del pirosseno in parola ha colore giallo pallidissimo.

In sezione sottile il minerale si presenta in prismi e in plaghe di color giallognolo chiaro con pleocroismo lievissimo.

In alcune sezioni si scorgono evidenti le tre traccie di sfaldatura, caratteristiche dei pirosseni, e nelle sezioni trasversali all'asse verticale si scorgono due sistemi di sfaldature, talora interrotte, che si tagliano sotto un angolo presso che retto.

Si notano pure screpolature che percorrono il minerale in tutte le direzioni, riempite da serpentino lamellare.

Notai pure alcune plaghe a geminazione polisintetica.

Il potere rifrangente è abbastanza forte e la birifrangenza energica.

Le misure dell'angolo di estinzione su } 010 { diedero come massimo il valore:

$$z : n_g = -48°.$$

Per l'insieme di questi caratteri il pirosseno in questione è da ascriversi all'augite.

Associata all'augite si scorgono laminette di brucite, talvolta costituenti piccole plaghe, tal'altra formano delle vere vene, che attraversano il pirosseno.

Si notano poi grani di magnetite disseminati tanto nell'augite quanto nella brucite.

Da quanto è stato esposto circa la giacitura della titanidroclinohumite di Cogne mi pare di poter concludere che essa viene a trovarsi in quella fascia di contatto in cui si trovano anche gli altri silicati (epidoti, granati e pirosseni) ed ha probabilmente la medesima origine.

Il Dott. E. Grill (1) ha descritto una condrodite appartenente pure alle miniere di Cogne, che trovò associata a laminette di brucite su campioni raccolti nelle discariche di Liconi.

Riassunto e osservazioni finali. — Riassumendo, le osservazioni sopra riferite mi hanno permesso di constatare nel giaci-

(1) E. Grill, Nota citata, p. 8.

Digitized by Google

mento di Cogne concentrazioni singolari dibrucite in pieno minerale della massa di Liconi, nonchè la presenza di brucite in calcari cristallini inclusi dalla massa di minerale in parola, e infine la presenza di brucite nella zona calcareo-dolomitica del riposo del giacimento anche nella nuova lente.

Così pure è messa in evidenza la presenza della titanoidroclinohumite, specie mineralogica nuova per quell'importante giacimento, e ne sono precisate le condizioni di giacitura: viene cioè a trovarsi nella zona di contatto tra la nuova lente mineralizzata e i calcari incassanti del tetto e del riposo della stessa, ed inoltre nella zona di contatto mineralizzato tra serpentina e calcescisti del tetto in regione Colonna.

Le osservazioni esposte possono aggiungere alcuni dati sulle idee genetiche che abbiamo su quel giacimento.

Lo Stella (1) attribuisce la eccezionale concentrazione di magnetite di Cogne non solo alla differenziazione magmatica, della roccia eruttiva originaria peridotica, ricca in ferro, ma ritiene altresì che tale concentrazione sia con ogni probabilità legata alla sua profonda trasformazione, cioè alla sua serpentinizzazione e laminazione, e anche alla sua posizione di contiguità delle roccie calcari incassanti, nelle quali sono avvenuti i noti fenomeni di contatto.

Il concetto dell'influenza che possono aver avuto le roccie calcari incassanti e i fenomeni di contatto ivi manifestatisi sulla grandiosa concentrazione di magnetite, non poteva avere migliore conferma ed estensione dai fatti messi in evidenza dai lavori eseguiti dopo i suoi studi.

Quei lavori, come sopra è detto, hanno fatto constatare la presenza di una lente di calcare cristallino in piena massa mineralizzata, la frequente presenza di vene, fiamme, e lenti di magnetite nei calcari del riposo.

Questi fatti sono indizio dell'importanza del fenomeno di sostituzione mineralizzante, evidente al contatto mineralizzato dei calcari e probabile anche in piena massa del minerale, dove la lente di calcare può essere interpretata come residuo di calcare incluso non completamente sostituito.

---

(1) A. Stella, Op. cit., p. 56.

Digitized by Google

Tali fenomeni di sostituzione trovano appunto la loro corrispondenza nei particolari di struttura e di paragenesi sopra riferiti.

Si può aggiungere che queste constatazioni assumono anche un certo interesse pratico dal punto di vista minerario per eventuali ricerche minerarie.

Scuola di Ingegneria Mineraria del R. Politecnico,
Torino, maggio 1924.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza dell'8 Giugno 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci PARONA, PEANO, GUIDI, PANETTI, SACCO, POCHETTINO;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci DE SANCTIS, EINAUDI, PATETTA, PRATO, VALMAGGI, FAGGI, SOLARI e il Segretario VIDARI.

Scusano l'assenza i Soci MATTIROLO, BRONDI, LUZIO, JANNACCONE.

Si legge e si approva l'atto verbale della precedente adunanza.

Il Presidente invita i Soci a votare per sì o per no sulla proposta per il conferimento del premio Gautieri per la Letteratura (triennio 1920-22), secondo la relazione letta nella precedente adunanza.

Il risultato della votazione è il seguente: votanti 15, schede 15, sì 15.

Il Presidente proclama vincitori del premio Gautieri per la Letteratura i signori prof. Carlo Calcaterra e Luigi Foscolo Benedetto, ai quali va divisa in parti eguali la somma assegnata per il triennio 1920-22.

Gli Accademico Segretarii:
ORESTE MATTIROLO
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'8 Giugno 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci DE SANCTIS, EINAUDI, PATETTA, PRATO, VALMAGGI, FAGGI, SOLARI e il Segretario VIDARI.

Scusano l'assenza i Soci BRONDI, LUZIO, JANNACCONE.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Socio VALMAGGI presenta l'opera in due volumi: *Le credenze d'oltretomba nelle opere letterarie dell'antichità classica* inviata in dono all'Accademia dall'autore Socio corrispondente Carlo PASCAL, e ne discorre brevemente. Rileva che l'opera, uscita a luce la prima volta nella " Biblioteca di Filologia classica „ diretta dall'autore stesso e pubblicata dall'editore Battiato di Catania, è troppo nota perchè sia mestieri segnalarne i pregi. Pure avvantaggiandosi di nuove cure e di qualche addizione, essa ricompare in questa nuova edizione (Torino, G. B. Paravia e C., Biblioteca " Storia e pensiero „) con la veste primitiva, senza mutazione alcuna nella materia nè nell'ordine e nel disegno generale. A buon diritto, dacchè sono senza fondamento gli appunti di sovrabbondanza o di scarsa attinenza col tema, che altri volle muovere a questo o a quel capitolo dell'importante lavoro.

Digitized by Google

Il Socio VIDARI presenta alla Classe il volume: G. A. FICHTE, *Filosofia della massoneria*, prima versione italiana con introduzione e note di Santino CARAMELLA, volume inviato in omaggio dal traduttore, del quale recentemente l'Accademia ebbe ad accogliere per la stampa negli *Atti* uno scritto d'argomento giobertiano. L'operetta del FICHTE, di cui il CARAMELLA ha curata con molta diligenza la traduzione, era stata per più di un secolo quasi ignorata, ma, ripubblicata recentemente da Wilhelm Flitner (Leipzig, Meiner, 1923), meritava di esser fatta conoscere agli Italiani, perchè rispecchia quell'aspetto illuministico e umanitario del pensiero fichtiano, che è stato talora offuscato dalle interpretazioni nazionalistiche di esso.

Il Socio PATETTA presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota dal titolo: *Lettera di Cesare Balbo al P. Taparelli d'Azeglio sulla questione dei Gesuiti*. La Nota sarà pubblicata.

Il Socio VALMAGGI presenta e illustra, chiedendone l'inserzione negli *Atti*, lo scritto del prof. Mario VALLAURI, *Intorno al dramma "Adbhutadarpana"*. La Classe ne delibera la pubblicazione.

Il Socio DE SANCTIS riferisce intorno ai lavori dell'ultima sessione dell'U. A. I., che ebbe luogo in Bruxelles nei giorni 12, 13 e 14 maggio, e alla parte da lui avuta in essi; illustra l'attività della rappresentanza italiana, riconosciuta dallo stesso Presidente della Unione Accademica Internazionale, e presenta per la inserzione negli *Atti* la Relazione stesa in proposito a nome della Delegazione italiana dal prof. V. USSANI. Riferisce pure intorno alla sessione dell'Ufficio internazionale del V Congresso storico tenutasi in Bruxelles nei giorni 15 e 16 maggio, alla quale egli partecipava come delegato italiano, e presenta a tale proposito una relazione, che sarà inserita negli *Atti*. Comunica che il Consiglio direttivo dell'U. A. Nazionale, radunatosi in Roma nei primi giorni di giugno, affidò alla nostra Accademia la preparazione dei supplementi al *C. Inscr. Lat.*, vol V, per la regione pedemontana e ligure, e stanziò appositamente L. 5000.

Digitized by Google

Chiede infine che l'Accademia, associandosi con la R. Deputazione di Storia patria e con la Società di Archeologia, provveda alla nomina dei proprii rappresentanti nella Commissione che dovrà occuparsi dei supplementi al vol. V del *Corpus*.

Il Presidente ha parole vive di ringraziamento e d'elogio per l'opera dispiegata dal Socio De Sanctis nella Unione Accademica Nazionale e nella Unione Accademica Internazionale.

La Classe invita il Presidente a prendere con la Deputazione di Storia patria e la Società di archeologia gli opportuni accordi a fine di costituire la Commissione piemontese pei supplementi al *C. I. L.*

Digitized by Google

LETTURE

Lettera di Cesare Balbo al P. Taparelli d'Azeglio sulla questione dei Gesuiti.

Nota del Socio naz. resid. FEDERICO PATETTA

1. — Quando, coi *Prolegomeni al Primato* pubblicati nell'aprile del 1845, vennero alla luce i primi vigorosi attacchi del Gioberti contro la Compagnia di Gesù, la questione dei Gesuiti era imposta da parecchio tempo all'esame di molte persone serie e di buona fede, che s'occupavano di problemi storici, politici e religiosi, ed appassionava, in vario senso, gli animi degli orecchianti. L'avevano messa, per così dire, all'ordine del giorno le famose lezioni fatte nel 1843 al Collegio di Francia dal Michelet e dal Quinet, e le polemiche che ne erano seguite. Il nuovo scritto del Gioberti e la quasi contemporanea pubblicazione della storia apologetica della Compagnia scritta dal Crétinau-Joly (1) aggiungevano esca al fuoco. " Non si parla che di una cosa sola: i Gesuiti „, scriveva Cesare Balbo in una lettera allo stesso Gioberti (2). " È il tema del 1845 ; e in Italia forse più che altrove „. Egli aveva quindi sentito il bisogno di

(1) *Histoire religieuse, politique et littéraire de la Compagnie de Jésus*, Parigi e Lione, 1845, 6 volumi. La prefazione dell'ultimo volume ha la data del 4 settembre 1845.

(2) In *Ricordi biografici e carteggio di Vincenzo Gioberti raccolti per cura di* Giuseppe Massari, Torino, 1861, vol. II, pag. 537. Di questa, e delle altre otto lettere di Cesare Balbo dirette al Gioberti e pubblicate dal Massari, ho delle vecchie copie, che concordano quasi sempre coll'edizione, ma in qualche piccolezza possono servire a correggerla. Noto, per esempio, che la lettera edita senza data nel vol. cit., pag. 569 e segg., ha nella mia copia la data di Torino, 9 marzo (1846).

Digitized by Google

far la sua *professione di fede*, e aveva voluto pubblicarla in appendice ad una nuova edizione delle *Speranze*; ma poichè questo non gli era stato possibile, offriva al Gioberti di mandargli o portargli il manoscritto, e gli dava qualche notizia in proposito: " ..... seguivo Lei nell'ammirare l'istituzione, nel deplorare la degenerazione. Ma finivo con dire che a questi pure io tendo le mani, chè *nihil Italiani a me alienum puto.* E questo m'avrebbe certo fatto dir *gesuitante, gesuitaio* o *gesuita.* Ero pronto a tal calunnia. Che importa? Sarebbe stata la millesima almeno delle sofferte. Nessuno forse (non Ella certo che non ha moglie, figli e figlie) patì tanto da costoro; dico i gesuitanti, gesuitai, *ultra,* regressisti (1), falsi conservatori, falsi realisti, vecchi e giovani antiliberali in una parola. Io fui rovinato e calunniato tutta mia vita da questa parte, in cui non so quanto entrino, ma di cui certo sono miseramente amici i Gesuiti. Quindi Ella vede che l'accusa mi sarebbe stata, mi sarebbe crudele. Ma pazienza, dico; l'avrei incontrata volentieri per dire il mio parere su ciò, e dirlo, come mi pareva, moderatamente..... „.

Nell'occasione, o addirittura nella necessità di dire pubblicamente il suo *parere* sui Gesuiti, almeno fino all'abolizione della loro Società nel 1773, venne a trovarsi il Balbo non molti mesi dopo, quando cioè, in principio del 1846, dettò, per l'*Enciclopedia popolare* edita dal Pomba, quel *Sommario della storia d'Italia fino all'anno 1814*, che scritto in quarantatre giorni, ma preparato con studi e meditazioni di più che trent'anni, può dirsi la più soggettiva e la più suggestiva di tutte le storie d'Italia che finora possediamo. Voleva egli senza dubbio dire il suo parere *moderatamente,* come aveva scritto al Gioberti; e perciò prevedeva che si sarebbe *scostato da molti* suoi *consenzienti ed amici*, cioè dai liberali, attirandosi l'accusa d'essersi *accostato a coloro dai quali dissentiva quasi generalmente* (2). In realtà, certo

---

(1) Così la copia manoscritta. Nell'edizione mancano le virgole dopo le parole *gesuitai* e *ultra.*

(2) Op. cit., Torino, Pomba, 1846, pag. 425. Questa seconda edizione del *Sommario* è semplice ristampa della prima, che era stata inserita, come s'è detto, nell'*Enciclopedia popolare.* La terza edizione, di Losanna, Bonamici, novembre 1846, fu corretta e ampliata dall'autore, il quale vi fece in seguito *moltissime ed importanti correzioni*, che servirono per l'edizione

Digitized by Google

in buona fede e credendo d'esporre imparzialmente i meriti e i demeriti dei Gesuiti, e le ragioni degli *odii* e delle *invidie,* che s'erano *accattate*, egli finì, come spesso avviene, col volgere alternativamente le spalle all'una e all'altra parte, senza mai cercare di salir tanto in alto da poter considerare le varie questioni da un punto di vista generale, e giudicarne quindi con criterii stabili ed in modo netto e preciso. Non mi pare, comunque sia, nè il Balbo lo sperava, che i Gesuiti dovessero aver ragione di lodarsi del preteso *accostarsi* dell'autore al partito favorevole a loro. Molte accuse essi avranno senza dubbio trovate ingiuste: di una, affatto nuova, si saranno forse meravigliati non meno di quanto dovessero meravigliarsene i loro avversarii; dell'accusa cioè d'inabilità. Appunto quest'accusa, che in parecchi casi si risolve, anche per il Balbo, in circostanza attenuante o addirittura scusante, è formulata, nella prima redazione del *Sommario,* con grande crudezza d'espressioni e con una limitazione, che poteva sembrare quanto mai offensiva: " Molti ammirarono, or lodando, or esecrando, le destrezze, l'abilità, la politica de' Gesuiti; ma essi furono forse i più impolitici, i più mal abili degli uomini; mal abili agli interessi comuni che non poterono imparare ne' loro collegi, mal abili agli interessi politici proprii dipendenti necessariamente dai comuni, abili soltanto ai proprii interessi pecuniari, che è, come si vede nel mondo, la infima delle abilità „. Nella terza edizione del *Sommario*, pubblicata a Losanna nel novembre dello stesso anno 1846, il periodo riferito è alquanto modificato, ma non certo per attenuarne la portata: " ..... mal abili in generale agli interessi secolari, che n. p. i. n. l. c., mal abili in particolare agli interessi politici che sono i più difficili della vita secolare; abili soltanto ai loro interessi proprii e famigliari, cioè agli interessi di lor accrescimento, di lor fortuna, di lor sostanze, che è, c. si v. n. m., la i. d. a. „ (1). Nella

---

postuma di Firenze, Le Monnier, 1856, riprodotta poi. a cura di Fausto Nicolini, nella raccolta Laterziana degli *Scrittori d'Italia* (Bari, 1914).

(1) Nelle edizioni postume l'ultimo periodo comparve corretto [?] dal Balbo nel seguente modo: " abili soltanto, o poco più, che ai loro interessi propri familiari, cioè a quegli accrescimenti di sostanze, di fortuna, od anche di credito e di fama, che sono, c. si v. n. m., la i. d. a. „ (ed. Le Monnier, pag. 380; ed. Laterza, vol. II, pag. 119).

Digitized by Google

stessa edizione compare per la prima volta una nuova accusa ai Gesuiti, apparentemente molto più fondata di quella d'inabilità. Nella resistenza alle pretese delle quattro corti Borboniche, che volevano la soppressione della Compagnia di Gesù, Clemente XIV non sarebbe stato efficacemente *aiutato* " dalla società stessa, nella quale si pronunziò, si pose allora quella massima fatale *sint ut sunt aut non sint*, quella massima forse irreligiosamente superba, e non Ignaziana, e certo impolitica; irreligiosamente superba, perchè la società sola della chiesa divinamente istituita è immutabile quaggiù, e mutabili, riformabili sono le società istituite nella chiesa, e così gli ordini religiosi che tutti si riformarono salvo questo; massima poi non Ignaziana, perchè S. Ignazio coordinò appunto meravigliosamente la società al secolo suo, ond'è a credere la coordinerebbe ora, e si sdegnerebbe di non vederla coordinata; massima impolitica finalmente, perchè i tempi son sempre potentissimi a respingere tutto ciò che non si coordina ad essi „. Delle questioni più vive e più scottanti, cioè della restaurazione della Compagnia per opera di Pio VII e della condotta politica dei Gesuiti dopo il 1814, il Balbo, come dice nella lettera che pubblico, *non poteva nè doveva* occuparsi, dati i limiti di tempo posti nella sua trattazione.

2. — Pubblicata la terza edizione del *Sommario*, a Roberto d'Azeglio, suo cugino in primo grado, che gli suggeriva di mandarne un esemplare al proprio fratello Prospero (il quale era in religione il P. Luigi Taparelli della Compagnia di Gesù, ma che i famigliari continuavano a chiamare col nome di battesimo), il Balbo rispondeva che lo avrebbe fatto volentieri, se non avesse temuto che il dono spiacesse. Assicurato del contrario, aveva mandato, o si disponeva a mandare il libro, quando, il 20 febbraio del 1847, gli giunse una lettera dello stesso Prospero, che si faceva vivo dopo il *silenzio di molti anni* (1). Il contenuto di

(1) Il *silenzio di molti anni* è attestato dallo stesso P. Taparelli in una lettera, di cui diremo, del 17 marzo 1847, pubblicata da Eugenio Di Carlo, *Lettere inedite di Cesare Balbo e Luigi Taparelli d'Azeglio*, Paravia e C., *s. a.* (Palermo, 1823), pag. 51.

Digitized by Google

questa lettera, che è ricordata con lode da Costanza d'Azeglio (1) e che sarà forse tuttora nascosta nell'archivio Balbo, si può in gran parte arguire dalla risposta. Scrivendo al suo illustre cugino, il P. Taparelli ne lodava *i sentimenti religiosi*, ma lasciava capire, pur fra *le gentilezze amichevoli e le precauzioni oratorie*, che non trovava giusta l'accusa d'*inabilità politica* fatta, come s'è detto, ai suoi confratelli nella prima redazione del *Sommario*. Il Taparelli, professore di Diritto naturale nel Collegio di Palermo e già in corrispondenza col Gioberti, il quale " ne teneva in molto pregio la dottrina e l'ingegno filosofico „ (2), aveva poco prima suscitato grandi dispute col suo breve scritto *Della Nazionalità*, considerato da molti, e fra essi dal fratello Massimo e forse dallo stesso Balbo, come un tentativo di giustificazione del dominio austriaco in Italia (3). Il Balbo, appena letto l'opuscolo, l'aveva fatto oggetto di *critiche*, che dovevano notoriamente esser stampate (4) e non lo furono. Sembra però che di tutto questo la lettera non parlasse. Certo non ne parla la risposta.

Nella sua risposta, datata del giorno stesso, nel quale dice d'aver ricevuta la lettera, il Balbo riafferma la sua opinione sulla famosa *inabilità*, e ricorda i mutamenti introdotti nella terza edizione del *Sommario* e specialmente la nuova accusa ai Gesuiti per il modo nel quale si comportarono di fronte alla minaccia di soppressione. Dichiara poi d'*esser lungi dai nemici* della Compagnia, e si professa *liberale moderato*. Con questo, egli dice, la sua risposta sarebbe finita; ma, imitando l'*esempio di franchezza* datogli dal cugino, egli vuole *compiere la sua professione di fede sui Gesuiti, che è solamente abbozzata nel Som-*

(1) In una lettera del 28 febbraio 1847, edita in *Souvenirs historiques de la marquise Constance d'Azeglio*, Torino, 1884, pag. 94, e già citata dal Di Carlo, op. cit., pag. 33.

(2) G. Massari, op. cit., vol. II, pag. 485.

(3) Dell'opuscolo del P. Taparelli e del rumore che se ne fece tratta ampiamente il Di Carlo, nella prefazione alle citate *Lettere inedite*. Cfr. dello stesso autore, *Una polemica tra V. Gioberti e P. Luigi Taparelli intorno alla nazionalità*, Palermo, 1919.

(4) Che il Balbo avrebbe assunto, di fronte alle idee del Taparelli, *il patrocinio dell'onor nazionale*, è annunciato dal Gioberti nel *Gesuita moderno*; e la pubblicazione delle sue *critiche* era attesa dallo stesso Taparelli, come risulta dalla già citata lettera del 17 marzo (*Lettere inedite* cit., pag. 22 e 50).

Digitized by Google

mario, scendendo ai tempi in cui scriveva e sui quali s'era formata la sua opinione. Quale fosse quest'opinione, risulta da tutto il contesto della lettera, che è chiarissima e non richiede commento di sorta, quantunque la moderazione riguardosa e, direi quasi, la timidezza delle espressioni siano in evidente contrasto con le affermazioni recise e le frasi taglienti usate nel *Sommario*. Egli, in sostanza, riteneva che la politica dei Gesuiti dopo la Restaurazione fosse stata, sempre ed in tutti i paesi, antiliberale; e, liberale convinto, non poteva quindi che condannarla. Nel medesimo tempo proclamava i Gesuiti *sinceri, buoni, santi uomini*, disinteressati, religiosamente e civilmente utili; cosicchè il loro antiliberalismo si sarebbe potuto comodamente far rientrare nell'*inabilità politica*, della quale dovevano cercar di correggersi.

Nel caso che il Taparelli lo credesse utile, il Balbo gli dava ampia facoltà di *mostrare in qualunque modo l'opinione* da lui espressa, purchè fosse *sempre mostrata compiuta, non essendo onesto tirar fuori squarci da un'esposizione*. Il Taparelli avrebbe quindi potuto ritenersi senz'altro autorizzato a pubblicare lo scritto a lui diretto. Ciò nonostante, quando nel 1848, dopo il trionfo dell'insurrezione siciliana, si cominciò anche nell'isola a lanciare ogni sorta d'accuse contro i Gesuiti ed a chiederne il bando, egli tenne conto, dando prova di non comune delicatezza, delle mutate condizioni di cose, e non volle pubblicare la lettera, che avrebbe dovuto servire alla difesa dei 300 suoi confratelli di Sicilia, senza aver chiesto esplicitamente il consenso del Balbo divenuto Presidente del Consiglio dei Ministri di Carlo Alberto (1). Amerei credere, per onore del Balbo, che il consenso sia stato dato; ma la sua risposta in proposito non è per ora conosciuta, e solo si sa che la pubblicazione non deve esser stata fatta; il che, del resto, può benissimo spiegarsi con l'ipotesi d'un pentimento del Taparelli, o, meglio ancora, come conseguenza del precipitare degli avvenimenti. Pochi brani della lettera, non tenendosi così alcun conto della raccomandazione del Balbo, furono invece pubblicati dopo la sua morte da Ercole Ricotti (2); e un'edizione, non della lettera nella sua integrità

(1) *Lettere inedite* cit., pag. 30, n. 2.

(2) *Della vita e degli scritti del conte Cesare Balbo*, Firenze, 1856, pag. 241.

Digitized by Google

ma delle parti più importanti, fu data recentemente dal professor Eugenio Di Carlo, che ebbe a sua disposizione una copia non completa, tratta dall'originale esistente nell'Archivio della *Civiltà Cattolica* e fornitagli dal P. Ilario Rinieri (1). Della stessa provenienza, e parimenti pubblicate dal Di Carlo, sono la replica del Taparelli, in data 17 marzo 1847, e parte della controreplica del Balbo, in data 20 aprile; come pure un " *brano di bozza di lettera del P. L. Taparelli al fratello Roberto* „ (senza data, ma dello stesso anno 1847) sopra gli ingiusti attacchi e le prevenzioni contro i Gesuiti, e sul suo scritto *Della Nazionalità*.

I testi dati dal Di Carlo sono contaminati in vari luoghi da evidenti errori di trascrizione e forse anche di stampa (2); ma specialmente è da deplorare ch'egli non abbia avute integre le due lettere del Balbo, o almeno la prima, che è la più importante. Se ne avesse avuto piena conoscenza, non sarebbe infatti stato costretto a dichiarare di *non esser in grado di stabilire come fra Cesare Balbo e il cugino Prospero si sia venuto ad una discussione intorno ai Gesuiti*, e non avrebbe dovuto ricorrere ad ipotesi errate, per finir coll'affermare *probabile* " che sia stato proprio l'opuscolo (*del Taparelli*) sulla Nazionalità ad occasionare la discussione sulla questione generale dei Gesuiti „ (3).

Della prima lettera del Balbo posseggo da tempo una copia sincrona, e più volte avevo pensato che sarebbe stato bene pubblicarla. Le parti più significative sono ormai conosciute. Credo tuttavia, per le ragioni già accennate, che la pubblicazione integrale non sarà giudicata inutile.

3. — Ecco dunque il testo della lettera, nel quale (oltre ad alcune parole o frasi non italiane o sottolineate nel manoscritto) sono stampate in corsivo le parti finora inedite:

(1) *Lettere inedite*, pag. 40, n. 1.

(2) Nella prima lettera del Balbo, come si vedrà dalle mie note al testo, si legge, per esempio, *passaste* invece di *pareste*, *scusi* invece di *senti*, *secreto* invece di *sunto*. Nella lettera del Taparelli al Balbo, a pag. 50, lin. 19, deve certo leggersi *conclude* e non *concludo*; in quella al fratello Roberto, a pag. 60, lin. 17, *perchè son persuaso*, e non *perchè non persuaso*.

(3) *Lettere inedite*, pag. 32 e segg.

Digitized by Google

Torino, 20 febbraio 1847.

Caro cugino,

Ricevo in questo punto la tua lettera, e piglio la penna subito per dirti che mi hai dato uno dei più dolci piaceri di mia vita, mostrandomi che non mi hai dimenticato, anzi che mi vuoi bene. E come cugino e come ottimo e santo uomo che ti tengo, è naturale che tu mi faccia tal piacere. E te lo dico subito, perchè è uno dei primi pensieri che mi sien venuti: poichè mi vuoi bene, prega Iddio per me e per la mia famiglia. Quanto lodi di miei sentimenti religiosi, è da me meritato rispetto a sincerità, a fede. Ma dal credere all'esser buon cristiano in tutto, anche in molto, corre gran differenza. Ed io non n'avrò mai abbastanza delle preghiere di buoni; onde, vedendo che tu mi ami, il mio primo pensiero è questo: sarà un buono e santo uomo di più che pregherà per me. Fa ch'io non mi sia ingannato.

Roberto mi disse un dì: "Manda il Sommario *a Prospero „. Ed io: "Volentieri, ma non oso; gli dispiacerà „. "No, no „, mi diss'egli. Ed eccotelo mandato, dico l'edizione 3ª di Losanna. Tu nella precedente trovi che dire (lasciamo le gentilezze amichevoli e le precauzioni oratorie), trovi che dire sull'inabilità politica che apposi a' G(esuiti). Ora nell'ultima edizione tu vedrai che ho modificata la mia frase* (1), *allargata l'eccezione, che feci non più solamente sulle cose* pecuniarie *ma sulle* private *in generale. Ma aggiunsi nuova critica: quella del* sint ut sunt. *E quale è in questa edizione, tale è l'opinione mia sincera e ripensata su' G(esuiti). Ho letto Crétineau* (2), *o almeno l'ho scorso. Ed ho letto altri. Che vuoi? Rimango nell'opinione mia anche dopo tua lettera. Per-*

---

(1) Il ms. ha *le mie frase.*

(2) Certo la Storia della Compagnia di Gesù, già ricordata. Nello stesso anno 1847 il Crétineau-Joly pubblicò a Parigi l'altra sua nota opera *Clément XIV et les Jésuites*, contro la quale si scagliò il Gioberti in una lettera del 4 ottobre 1847 all'editore romano della *Vita di Fra Lorenzo Ganganelli Papa Clemente XIV* (nuova ediz. illustrata..... da una lettera di V. Gioberti, Roma e Losanna, 1847). Grandissimi elogi della Storia della Compagnia di Gesù aveva fatto invece il Pellico in una lettera del 15 settembre 1845 tradotta dal francese ed inserita fra i *Pareri d'alcuni illustri contemporanei intorno alla Compagnia di Gesù*, Genova, 1846, pag. 25 e segg. Al Gioberti rispose il Crétineau-Joly coll'opuscolo intitolato *Défense de Clément XIV et réponse à l'abbé Gioberti*, Parigi e Lione, 1847.

Digitized by Google

donamelo; e vogliamoci bene ciò non ostante. Tu puoi vedere ch'io son lungi dai nemici vostri. Non mi vanterò (1) teco d'esser stato detto Gesuita da alcuni. Io lascio dire costoro, come quegli altri che mi dicono Liberalaccio, Rivoluzionario, ecc. ecc. *Professo essere liberale moderato; ma anche nella moderazione sono molti luoghi; ed è naturale che chi mi sta a destra mi trovi troppo a sinistra, e viceversa.*

E qui dovrei finire mia risposta. Ma tu mi dai esempio di franchezza, di abbandono di ogni politica... (2) *libertà fra noi. Ed io ho voglia di seguirti; nè vi vedo miglior mezzo che di* compiere la mia professione di fede su' G(esuiti), che è solamente abbozzata nel *Sommario* (3). Costì non potevo nè dovevo scendere ai tempi nostri. E questi son pur quelli, che (volere o non volere) formano l'opinione di ciascuno. Per esser franco e compiuto, è forza venir a questi.

La vostra soppressione nel secolo scorso fu (salvo il rispetto al Papa che cedette) una bricconata de' cortigiani e filosofanti. La vostra restaurazione dell'immortale Pio VII fu dunque (più o meno opportuna, non importa) una giustizia.

Ora, voi restaurati che siete? Buoni, santi uomini, non ve n'è dubbio (4). Non si fanno i sacrifici che fate, non si mena la vita che menate per impostura; meno per interesse personale, e non guari nemmeno per fanatismo. Voi non avete niente del fanatico. Siete uomini sinceri, buoni, santi uomini, non ve n'è dubbio. Non vi sono che i fanatici che si possano (5) ingannare su ciò. E siete poi buoni religiosi, utili al culto, utili talora (tu principalmente) alle lettere, utilissimi, ammirabili nelle missioni. Chi lo negasse (6) sarebbe peggio che questi fanatici. Se

---

(1) L'edizione del Di Carlo ha *non mi vanto io.*

(2) Ho segnato qui una piccola lacuna, essendo evidentemente stata omessa dal trascrittore qualche parola, o fors'anche la sola particella *di.*

(3) Nell'ed. è inserita fra parentesi un'aggiunta, che dev'essere un semlice appunto del trascrittore: " (2. *ediz.*) ".

(4) Per errore causato da *homoioteleuton*, vennero omesse nel ms. le tre proposizioni seguenti, l'ultima delle quali finisce appunto con le parole *non ve n'è dubbio.*

(5) Ed. *possono.*

(6) Ed. *nega.*

Digitized by Google

io fossi di costoro, se vi credessi *religiosamente nocivi o inutili* (1), io mi tacerei di ciò; chè vedendovi approvati da' vostri e nostri Superiori ecclesiastici, io temerei ed anzi dovrei esser certo d'ingannarmi. Ma ho la fortuna di non aver bisogno qui di cieca obbedienza. Son persuaso della vostra *utilità religiosa* tali quali siete. E credo anzi che potreste essere anche più utili, se non foste politicamente, mondanamente inabili. Questa inabilità, questi vostri errori politici, sono il solo rimprovero che io mi permetta di farvi, che credo sieno a farvi (2). E trattandosi di cosa puramente umana, credo sia lecito farveli. Cioè, quando (3) la civiltà o l'amicizia lo permetta. Ed or vedi tu, caro cugino, se me lo vuoi permettere. Se così, continua (4); se no, sta in mano tua; brucia.

Io credo che appena restaurati siate caduti in quell'error di molti, di vedere intimamente unite le due cause, che, appunto unite, furono dette *de l'autel et du thrône.* Io sono per la monarchia; e, Torinese, son per Casa Savoia fino alla morte. Ma non credo che *l'autel et le thrône* abbiano che fare insieme più che *l'autel et la république* ovvero *l'autel et les chambres*, che non fu mai detto da nessuno. E molti troni furono retrogradi nel 1814 ed anni seguenti. Voi, protettori o protetti di costoro, foste o pareste (5) retrogradi parimenti. E retrogradi continuaste a parere d'allora in poi, e parete. Siete voi tali? io credo che abbiate torto in essenza. Nol siete, e lasciate voi che si creda? io credo che abbiate torto di lasciarlo credere. Che vuoi? questa professione mia così chiara non è che una conseguenza di tutte le opinioni mie, professate nella *Vita di Dante,* nelle *Meditazioni*, nelle *Speranze*, nel *Sommario*, in ogni scritto e in ogni azione mia. Sincere tali opinioni, forza è ch'io tenga cattive le opinioni

---

(1) L'ed. aggiunge: " (*parole di Giob?*) ". Evidentemente il trascrittore pensò che le parole sottolineate dal Balbo potessero essere del Gioberti.

(2) Ed. e ms. concordano nel dar qui e nella proposizione seguente i plurali *sieno* e *farveli*, in luogo di *sia* e *farvelo*. Il Balbo, nello scriver di getto le due proposizioni, pensava evidentemente agli *errori politici* dei Gesuiti più che al *rimprovero*, che s'era permesso di farne loro.

(3) Ed. *quanto.*

(4) Ed. *continuo.*

(5) Ed. *passaste.*

Digitized by Google

contrarie, ch'io tenga erranti coloro che professano queste, o lascian credere che le professano.

Tu mi dirai forse: " che intendi tu per retrogrado, per politica retrograda? „. Intendo la politica del nostro Vittorio Emmanuele (1) e di tutti i Principi italiani nel 1814, e quasi sempre d'allora in poi; quella di Carlo Felice in particolare e di Gregorio XVI; quella di Carlo X in Francia, ecc., ecc. Intendo per politica retrograda quella che sconsiglia, non solamente ai popoli di prendersi le libertà (2) (chè questo lo (3) sconsiglio io pure), ma anche ai Principi di darne; quella che non concedesse a Principi e popoli di approfittare delle legittime occasioni per acquistar l'indipendenza; quella insomma che è contraria alla politica del progresso, dei giusti desiderii del secolo nostro, del liberalismo legale. Ma che è progresso? che sono i giusti desiderii del secolo nostro? che è liberalismo legale? Senti (4), caro cugino ed amico, e tu ed io lo sappiamo; ed io l'ho spiegato in parecchi volumi. *Ma se ci ponessimo a disputarne, non finiremmo in cento. Tanto è, lo sappiamo tutti e due.* Ciò che chiamo liberalismo moderato è, se non l'opposto, certo molto diverso dalla politica promossa dai G(esuiti) dal 1814 in qua. Ciò basta per far intendere che, naturalmente, trovo i G(esuiti) cattivi politici moderni.

Ma (non tu, probabilmente, buono e sincero cugino mio), ma altri mi dirà: i G(esuiti) non hanno politica illiberale. Sono regii nelle Monarchie assolute, costituzionali nelle rappresentative, repubblicani nelle repubbliche. Sia pure; ma certamente nelle Monarchie assolute essi non sono consiglieri al Principe di far concessioni; nelle Monarchie rappresentative non furono, non sono per la parte liberale. Tanto basta perchè io, monarchico-liberale, non sia con essi, creda essi nell'errore, nella inabilità politica. Siamo sempre lì; sincero nelle mie opinioni, non posso se non credere in errore chi tiene per l'opinione contraria.

Ma (non tu, di nuovo), ma altri dirà più, dirà peggio; dirà: i G(esuiti) non han politica. Io potrei rispondere a ciò: sì, ne

(1) Così il ms.; e tale era l'ortografia seguìta dal Balbo. Ed. *Emanuele.*
(2) Ed. *la libertà.*
(3) L'ed. e, a quanto pare, anche il ms. hanno *questa la.*
(4) Ed. *Scusi.*

Digitized by Google

hanno una; l'Europa intiera lo sa, lo dice; l'ha detto e sentito gli anni scorsi in Francia, in Svizzera, e da più tempo in Italia; e questa opinione del mondo, per me schiccherator di storie, questa testimonianza universale ha gran peso. Ma voi la ripudiate, e dite: il mondo ha torto. Io sono dunque sforzato qui pure di ridurmi a dichiarare, che questa è almeno opinione mia sincera e studiata su' fatti: che voi avete una politica, che vi mischiate di politica. Ma dirò più; io dirò che voi non potete far a meno d'aver una politica; che non potete accettar quella cacciata dal mondo, che fan di voi i vostri nemici; che non potete ridurvi a fare i monaci come gli altri ordini religiosi, ad occuparvi nelle cose puramente religiose. Questo sarebbe contro alla istituzione vostra, contro i vostri abiti secolari di attendere alla conversione non solamente degli idolatri ma degli acattolici, alla educazione pubblica, alla predicazione, alle lettere. Lettere, predicazioni, educazioni e conversioni non si possono far bene senza entrar più o meno in politica. Voi non potete dunque rinunciar a questa (1) senza rinunciare, o almeno mutare, riformar radicalmente il vostro istituto. E perciò è che i vostri nemici veri vi dicono: riformate radicalmente il vostro istituto, rinunciate alla politica, riducetevi a religiosi come gli altri. Io poi (io, calunniato, offeso nei miei più cari affetti, perseguitato, rovinato nella vita che avevo scelta e in che credevo poter far del bene, non da voi, ch'io sappia, ma certo da' vostri amici, protetti o protettori), io vi dico solamente: riformate la vostra politica; o piuttosto, non avendo diritto a darvi consigli (2), non isperando essere ascoltato, e riducendomi (in difesa della mia prima osservazione sulla vostra inabilità) ad una nuova osservazione, vi dico col più intimo e studiato convincimento: ovvero voi muterete il vostro istituto, facendovi religiosi simili agli altri; ovvero voi muterete la vostra politica, facendovi anche voi liberali moderati, liberali come Pio IX, liberali promovitori d'ogni concessione virtuosa, buona, *caritatevole*, cristiana; ovvero, continuando nella vostra politica vecchia, non solamente continuerete ad essere perseguitati dal secolo, da tutti

(1) Ed. *queste*.
(2) Ed. *consiglio*.

Digitized by Google

(che v'importa poco), ma non gioverete al secolo vostro come giovò il vostro gran fondatore al suo (che vi deve importar molto, anzi tutto), non imiterete, non seguirete S. Ignazio nello spirito, ma nella lettera solamente. Io avevo fatta una piccola nota (che non potei stampar poi) alla edizione 3ª delle *Speranze*, dove parlavo di voi. E finivo con dire: *non sint ut sunt*, ma *sicut erant in principio*. Tale è il sunto (1) delle mie opinioni.

Perdonamele, caro cugino, di nuovo; non ispero certo convertirti a noi; non volli qui altro che difendere, spiegare la mia opinione sulla vostra inabilità. Forse un giorno scriverò sull'identità della carità (2) *predicata da G(esù) Cristo), commentata divinamente da San Paolo, predicata, promossa dalla Chiesa lungo i secoli suoi, con tutto ciò che gli uomini moderni chiamarono o chiamano umanità, progresso, liberalismo. Forse che il lavoro non ti dispiacerà, forse che esso persuaderà alcuni buoni, e in parte forse te, buonissimo.* Ad ogni modo, il mondo cristiano, la Chiesa stessa, hanno bisogno, naturalmente, d'una società, d'un corpo d'uomini, i quali combattano nel mondo per lei, per il Cristianesimo contro gli acristiani, per il Cattolicismo contro gli acattolici, per la filosofia del soprannaturale contro ai razionalisti o naturalisti. Ma questi combattitori per tante e simili (3) cose è mestieri che non si distraggano (4), non si perdano a combattere per altre men sante, men certe, od anzi indifferenti (5), od anzi talora cattive. Sarà ella la Società di G(esù) (6), a ciò fondata nel secolo XVI, quella che ciò faccia nel XIX e seguenti? tanto meglio. Altrimenti se ne fonderà probabilmente alcun'altra. Le vie del Signore sono varie *ed infinite. Non è mestieri esser teologo per creder ciò. Basta aver meditato sinceramente alquanto sulla storia.* Di nuovo, di nuovo perdonami. *Qui non c'è offesa, non certamente intenzione d'offesa; non altro che difesa d'una opinione mia. E se credi utile mostrare in qualunque modo questa mia opinione compiuta, fa pure. Solamente mi fido a te,*

(1) Ed. *secreto.*
(2) Ed. *della carità cristiana etc. ...*
(3) Ed. *sante.*
(4) Ed. *distruggano.*
(5) Ed. *meno sante ed anzi indifferenti.*
(6) Ed. *la società vostra.*

Digitized by Google

affinchè sia sempre mostrata compiuta. Il modo di tirar fuori squarci da un'esposizione, non è onesto; epperciò non temo che sia mai praticato nè sofferto da te.

E in somma scusa, e raccomanda a Dio nelle tue preghiere

il tuo cugino e (lasciami dire) amico

CESARE BALBO.

4. — La replica del P. Taparelli pubblicata dal Di Carlo (completa o non piuttosto con qualche lacuna?) è interessante come indizio dell'atteggiamento che parecchi Gesuiti italiani avrebbero probabilmente assunto, insieme alla maggior parte del clero, nelle lotte politiche del tempo, se non fossero stati posti subito nella condizione di persone sospette o addirittura definitivamente condannate. Il Taparelli dichiara d'essersi più volte meravigliato che il Balbo *potesse supporlo dissenziente in quasi tutti i punti da lui scusati*; dice che è perfettamente d'accordo nel " non credere più armonici *l'autel et le thrône* che *l'autel et les chambres* „; riconosce che " molti Gesuiti furono e parvero retrogradi nel 1814 „, e confessa d'esser stato egli stesso del loro numero, ma *si trova* ormai *tutt'altro* e vorrebbe del pari *cangiati* tutti i suoi confratelli. A *tre soli punti* della lettera del Balbo *apporrebbe eccezioni e spiegazioni.* Il Balbo aveva detto che i Gesuiti sono in torto perchè lascian credere d'esser avversi al progresso; ed egli risponde che " il mutare nel mondo una tale opinione è cosa difficilissima e lunghissima „, e che *ogni* loro *dichiarazione o sarebbe mal compresa o alienerebbe* loro *uno dei due partiti.* Il Balbo aveva sostenuto che i Gesuiti non possono non avere una politica; ed egli distingue acutamente fra gli individui e *il corpo*, fra l'*opinar in politica* e l'*influire nella politica.* Il Balbo finalmente aveva detto che o i Gesuiti *si chiuderanno nel chiostro, o muteranno politica o non potranno giovare*, ed egli dichiara d'*accettare la seconda parte del trilemma* " perchè (egli dice) ricusando noi ogni iniziativa nella politica, accetteremo, come sempre, quella che correrà di mano in mano, rispettando i *dritti* nuovi come gli antichi, e sopportando i *fatti* finchè questi ci permetteranno di confessare, predicare ed insegnare „. Non era questo veramente *mutar politica* nel senso desiderato dal Balbo, il quale chiedeva la cooperazione dei

Digitized by Google

Gesuiti e non la semplice acquiescenza di fronte ad eventuali mutamenti politici: ma il desiderio del Balbo non sarebbe stato logicamente conciliabile con l'opinione esposta dal Taparelli sul secondo punto, che cioè i Gesuiti, specialmente come corpo, non devono cercar d'*influire nella politica*.

Della controreplica del Balbo il Di Carlo potè pubblicare solo alcuni periodi testualmente ed alcuni altri in riassunto. Il Balbo dice che gli si fa torto *credendolo partecipe della Gesuitofobia*, ed insiste nell'affermare che i Gesuiti debbono avere una politica, e precisamente una politica liberale progressista, perchè il progresso è innegabile ed animato e condotto dalla religione cattolica. La società cristiana, a parer suo, progredisce infatti, senza possibilità di arresto o di regresso, e " non solo materialmente, come tutti concedono, ma pure moralmente e religiosamente, nella morale privata e pubblica, nella religione privata e pubblica „. È insomma lo stesso ottimismo a tutta prova, che il povero Leopardi aveva deriso nel suo buon cugino Terenzio Mamiani, ricordando a scherno nella *Ginestra* " le magnifiche sorti e progressive „ della gente umana; lo stesso ottimismo, col quale il Balbo aveva scritto al Gioberti nel gennaio del 1841, prima cioè della pubblicazione del *Primato*, che *i mali della società presente* erano senza dubbio *immensamente minori di quelli del secolo* XVIII, *minori essi di quelli del secolo* XVII, *minori di quelli del secolo* XVI, *e via via*. Sul *progredire presente*, ch'egli *vede chiaro, chiarissimo*, pare al Balbo doveroso *fondare tutti i* suoi *ragionamenti morali e politici*, e lo adduce come ultimo argomento al cugino gesuita, *con poca speranza di persuaderlo, ma con quella che lo persuaderebbero i fatti successivi*, se, come gli augura, avesse ancora a vivere *un vent'anni*.

Il Balbo visse ancora per poco più di sei anni, il Taparelli per poco più di quindici. Se fossero rimasti entrambi in vita fino al 20 aprile del 1867, il Taparelli avrebbe probabilmente continuato a *piangere* coi suoi confratelli *sulle condizioni della cristianità, della cattolicità*; e il Balbo, ormai in piena vecchiaia, non avrebbe forse saputo tenersi sempre lontano da ogni dubbio, ed avrebbe ad ogni modo pensato, che vent'anni sono *magnum aevi spatium* per un misero mortale, ma ben poca cosa quando si parla di progresso morale e religioso della cristianità.

Digitized by Google

Intorno al dramma « *Adbhutadarpana* »

Nota di MARIO VALLAURI
presentata dal Socio nazionale residente Valmaggi

L'*Adbhutadarpana* " Specchio maraviglioso „ di MAHADEVA, fa parte di quel gruppo di drammi indiani i quali attingono il loro soggetto dal ciclo leggendario delle imprese di Rāma.

Dell'autore e dell'opera sua ci forniscono appena qualche dato informativo il KONOW e il WINTERNITZ (1); e il dramma, a differenza di parecchi altri che appartengono del pari al ciclo ramaico e che sono stati oggetto o di traduzioni complete ovvero di analisi più o meno particolareggiate, è rimasto sino ad oggi quasi completamente dimenticato. Ove poi si consideri la fortuna avuta e la simpatia vasta e profonda incontrata in ogni tempo fra la massa del popolo indiano dalla produzione drammatica di soggetto ramaico (2), non parrà, credo, opera superflua il portare qualche nuovo contributo alla conoscenza di essa con la presente Nota sul dramma di MAHADEVA.

L'*Adbhutadarpana* si compone di dieci atti ed ha un totale di 281 strofe diverse (3). L'azione in esso svolta è la seguente:

ATTO I.

[*Prologo*]. Dopo la *nāndī* a Visnu e Sarasvatī s'inizia un dialogo fra il direttore dello spettacolo e un attore al quale è

(1) KONOW, *Das indische Drama*, p. 97; WINTERNITZ, *Geschichte der indischen Litteratur*, III, p. 242. Il nostro autore appartiene al secolo XVII.

(2) Cfr. LEVI, *Le théâtre indien*, p. 267.

(3) Cfr. l'ed. del testo: *The Adbhutadarpana of Mahâdeva* (*Kâryamâlâ*, 55), Bombay, 1896.

Digitized by Google

assegnata la parte di Mahodara — compagnone (*vidūsaka*) (1) del re dei *Rāksasa*, *Rāvana* — nel nuovo dramma intitolato "Lo Specchio maraviglioso", composto dal figlio di Krsnasūri, il giovane Mahādeva. Il *vidūsaka*, secondo il suo carattere, trova il pretesto che egli ha lo stomaco pieno di dolci (già regalatigli per indurlo a recitare); ma il direttore, accennando agli antefatti dell'azione drammatica, avverte che il primo personaggio a comparire sulla scena sarà Laksmana nell'atto di considerare i segni indicatori della grande battaglia, manifestatisi dopochè, in seguito all'informazione sui punti deboli del nemico data da Hanūmat, emissario segreto, Rāma ha fatto valicare l'oceano a tutto l'esercito dei *Vānara* (suoi alleati) sul ponte appositamente costruito e lo ha accampato sugli altipiani del monte Trikūta, concentrandolo presso la porta della città di Lankā. Poichè, sino all'entrata di Rāvana (2) sarà libero di riposarsi, il *vidūsaka* decide di trattenersi presso le rive della Kāverī (3), nel locale ove sono raccolti il riso bollito e le altre oblazioni dei patroni della solenne azione religiòsa in onore di Siva, durante le cui pause ha luogo la recita [*Fine del prologo*].

Entra in iscena Laksmana, il quale non può credere alla diceria secondo cui Rāma avrebbe pensato di venire ad un accordo con i *Rāksasa*, inviando Angada con un messaggio conciliante per Rāvana, signore dei *Rāksasa*. Sopraggiunge Rāma in compagnia di Jāmbavat, conturbato e triste come chi ha confitta nel cuore l'umiliazione subita dai *Rāksasa*. Sampāti e Anala, ministri di Vibhīsana (fratello di Rāvana e alleato di Rāma) entrano in iscena, ed il primo riferisce che il giorno innanzi Meghanāda (= Indrajit, figlio di Rāvana) dette ordine di incendiare la dimora di Vibhīsana, e che egli (Sampāti), venuto a conoscenza di ciò da Trijatā, ha salvato la famiglia del suo signore, facendola scampare, per un cammino nascosto, sul Maināka (monte). Alla notizia che Vibhīsana è salvo, gioiscono Rāma

---

(1) Il Konow (op. cit., l. c.) pone opportunamente in rilievo la presenza del *vidūsaka* in questo dramma, a differenza degli altri drammi ramaici.

(2) In realtà il *vidūsaka* entra in iscena prima ancora di Rāvana, e precisamente subito dopo l'intermezzo dell'atto V, laddove Rāvana appare soltanto all'inizio dell'atto VI.

(3) Fiume dell'India meridionale, versante est.

Digitized by Google

e gli altri. Ma Laksmana, con l'intenzione di deridere i presenti, chiede la ragione della gioia improvvisa: forsechè il nemico è stato catturato vivo in battaglia con tutti i suoi? o che i valorosi *Vānara*, dopo averla sradicata, hanno sprofondato Lankā nelle masse oceaniche? e conclude con sarcasmo che sì intensa gioia sarà certo dovuta al fatto che i consiglieri di Rāvana aderiscono al desiderio di pace prospettato da Angada, escludendo però la liberazione di Sītā. Anala osserva che la notizia del salvamento della famiglia di Vibhīsana è fonte di letizia, e Laksmana acconsente; ma aggiunge di aver voluto fare allusione al messaggio affidato ad Angada che il popolo suppone sia stato inviato con proposte di pace, laddove egli fu in realtà incaricato di preannunciare ai nemici la prossima distruzione di Lankā per opera di Rāma. Rāma si accascia e prorompe in tristi querele. Indi chiede ad Anala qual'è il messaggio di Vibhīsana, ed apprende che in Lankā è stato deciso di condurre la lotta ricorrendo più che altro all'inganno (*māyā* = uno dei 7 *upāya*). In quel mentre entra Sambara (*Rāksasa*) travestito da *Vānara* (Dadhimukha) e si nasconde dietro un albero in attesa che partano i due ministri di Vibhīsana. Anala, completando il messaggio di Vibhīsana, soggiunge che è necessario fissare un segno convenzionale per i combattenti di Rāma permodochè essi possansi riconoscere in mezzo ai nemici. Tale segno, secondo Jāmbavat, dovrà essere stabilito da Vibhīsana, il quale sa distinguere i veri *Vānara* dai *Rāksasa* eventualmente travestiti da *Vānara*. Sambara osserva a parte che ogni operato dei nemici sarà noto ai *Rāksasa* mediante un prezioso gioiello, l'*adbhutadarpana*, regalato a Rāvana dal socero Maya. Rāma rinvia Anala e Sampāti presso Vibhīsana e Sugrīva, e li incarica di raccomandare a questi due un'assidua vigilanza. Usciti i due ministri, Sambara — che ha colto un'allusione ad un presunto tradimento di Angada, il quale per contro non ha ancora fatto ritorno perchè catturato dal nemico — si accosta, sotto le vesti di Dadhimukha, a Laksmana e Rāma, e riferisce loro che Angada è passato al nemico, a ciò indotto dal desiderio di conseguire senza rivali il regno dei *Vānara* e di vendicare l'uccisione del proprio padre (Vālin, ucciso da Rāma). Jāmbavat però muove dubbio sul vero essere del sedicente Dadhimukha, teme ch'egli sia un *Rāksasa* sotto false sembianze e, col consenso di Rāma, lo trattiene.

Digitized by Google

Atto II.

[*Intermezzo*]. Sambara, in un soliloquio fa sapere che mentre Jāmbavat, lasciatagli libera la mano, era nell'atto di ricevere un ordine scritto compilato da Rāma e lo recitava fra sè attentamente, egli, sfuggito a Jāmbavat e sostituitogli nelle mani il vero Dadhimukha, appartenente al seguito di Sugrīva e lì capitato, è riuscito a sfuggire all'arresto. Comparisce poi J., il quale tiene per mano Dadhimukha. Secondo l'ordine scritto di Rāma, J. deve assistere alla faccenda del distintivo convenzionale che stabilirà Vibhīsa*n*a, il quale trovasi all'assedio di Nikumbhilā (boschetto). Con l'occasione potrà Vibhīsa*n*a scoprire la verità circa il prigioniero. Dadhimukha sorpreso dallo strano caso occorsogli chiede a J. notizie di Rāma, e soggiunge di essere stato inviato da Sugrīva ad annunciare a Rāma l'irruzione di Sugrīva stesso in La*n*kā, in seguito alla cattura di A*n*gada per parte del nemico. J. nota che la voce del prigioniero è cambiata, e avverte altresì il contrasto tra la prima informazione sul passaggio di A*n*gada al nemico e l'altra che ora vien data; ciò non di meno si risolve a non lasciar libero il prigioniero: quando Vibhīsa*n*a lo avrà identificato e fornito del segno di riconoscimento, egli potrà recarsi da Rāma e comunicargli il messaggio di Sugrīva. Sambara che, non visto, ha ascoltato ogni cosa dice, parlando a se stesso, che egli, prese le fattezze di Vibhīsa*n*a, porrà a morte Dadhimukha, scoprirà il distintivo di riconoscimento mediante l'*adbhuta*° e, determinando un ritardo nell'azione bellica di Rāma e Laksma*n*a, potrà regolarsi con prudenza. Quindi esce. Poco dopo Dadhimukha e Jāmbavat scorgono, fuori della scena, Vibhīsa*n*a (è il falso V.), e non sapendo spiegarsene l'allontanamento dall'assedio di Nikumbhilā, gli vanno incontro uscendo di scena [*Fine dell'intermezzo*].

Mentre Rāma sta per entrare in iscena, una voce dal di fuori esalta il coraggio di Sugrīva, penetrato da solo in La*n*kā. Sopraggiunge Laksma*n*a ed osserva che non è più tempo d'indugiare. In quel mentre precipita dall'alto un *Rāksasa* e, come in istato di allucinazione, impreca ad un *Vānara* ed afferma che il capo di lui è ormai troncato. Comparisce Sambara camuffato

Digitized by Google

da Dadhimukha e mostra a R. e L. la testa recisa di Sugrīva. Tra i singhiozzi e con un parlare sconnesso accenna (falsamente) alla vendetta compiuta da *A*ngada su Sugrīva. Mostra poi ai due fratelli il distintivo di riconoscimento ricevuto da Vibhīsa*n*a e li avverte che il *Rāksasa* presente è Prahasta (generale di Rāva*n*a). Ora R. e L. decidono di muovere alla volta della porta settentrionale di La*n*kā ove, secondo quanto ha riferito Dadhimukha, trovasi Rāva*n*a e il suo seguito. Ma il falso Dadhimukha li trattiene riprendendo il racconto della fine di Sugrīva. L. pensa che quanto Dadhimukha riferisce di aver visto debba essere un inganno dei *Rāksasa*. Una voce nel retroscena annuncia il ritorno di A*n*gada. Sambara proclama le colpe di costui, poscia scompare. Prahasta mormora parole di minaccia contro un *Vānara* (Angàda) e ne muove alla ricerca promettendo di mozzargli la testa. Tutti escono.

Atto III.

Entra in iscena Laksma*n*a e poi Rāma il quale è avvilito per la scomparsa di Dadhimukha, per lo scaltro operato di A*n*gada e per la fine di Sugrīva. I due fratelli osservano la città di La*n*kā e si accostano alla porta della città. Giunge dal retroscena la voce lamentosa di Dadhimukha morente e poi quella intimidatoria di A*n*gada (è Sambara sotto le vesti di A*n*gada), il quale minaccia a chi non vuole seguirlo una fine come quella di Dadhimukha (è tutta una magìa). R. e L. assistono esterrefatti all'uccisione di Dadhimukha per opera del falso A*n*gada. Questi comparisce subito dopo sulla scena e, temendo qualche violenza da parte di Laksma*n*a, si accosta a Rāma dotato di molta longanimità, proponendosi di accendere l'ira di Laksma*n*a sino alla venuta del vero A*n*gada. Egli dice di aver voluto vendicare il proprio padre, ed offre di ritornare alleato di Rāma. Rāma respinge sdegnato l'offerta e sviene. Laksma*n*a dubbioso sulla vera natura del sedicente A*n*gada, ritenendo che egli debba essere tolto di mezzo, sia esso il figlio di Vālin ovvero un *Rāksasa* ingannatore, cerca di colpirlo. Entra in iscena Prahasta e, scorto A*n*gada — il malaugurato *Vānara* del quale va in cerca — lo ghermisce. Sopraggiunge in quel punto Sugrīva che, ricordando il prezioso aiuto prestatogli da

Digitized by Google

Angada per salvarlo dalle mani dei nemici, rimane come interdetto al vedere L. e Pra. che inveiscono contro Angada. Rāma intanto, all'udire il nome di Sugrīva riprende i sensi: Sugrīva lo allontana dalla scena per confortarlo in luogo appartato. L., dopo aver raccomandato a R. di non fidarsi troppo e di mantenersi vigilante, esce anche lui. Prahasta, che tiene prigioniero il presunto Angada, gli preannuncia la sua fine imminente; indi abbandonano insieme la scena mentre Sambara, già sfuggito dalle mani di Jāmbavat, ora al trovarsi di bel nuovo nelle condizioni di prigioniero, è affatto sconcertato.

Atto IV.

[*Intermezzo*]. Jāmbavat e Dadhimukha dialogando scoprono l'inganno di cui sono stati vittime per opera del falso Dadhimukha. Chiariscono altresì che costui, sotto le vesti di Vibhīsana, aveva cercato di porre a morte Dadhimukha, e preoccupati per l'eventualità di nuovi inganni, vogliono informare R. e L. di quanto è avvenuto. Rivolgendo poi la mente alla sorte di Sugrīva, Jambavat riferisce che il ministro Sampāti, nell'atto di presentare a Vibhīsana un gioiello maraviglioso (*l'adbhutadarpana*) caduto dal cielo, gli ha annunciato che Sugrīva, sbarazzatosi di Rāvana, ha fatto ritorno presso Rāma. J. e D. scorgono poi, presso la porta settentrionale, R. e muovono alla sua volta [*Fine dell'intermezzo*].

Entra Prahasta che tiene prigioniero il presunto Angada ed è sul punto di ucciderlo: ma l'ingannatore si fa conoscere. Compariscono successivamente Laksmana, Sugrīva e Rāma, i quali, dalle parole di Prahasta, scoprono la frode. Prahasta fugge. Sopraggiungono Jāmbavat e Dadhimukha, e il primo, intuendo che Sambara è l'artefice dei tanti inganni, lo ghermisce. Rāma si duole con Sugrīva che questi non lo abbia informato della sua irruzione in Lankā. Su. osserva di aver affidato un tale messaggio a Dadhimukha; ma questi fu impedito da Sambara che lo fece cadere abilmente nelle mani di Jāmbavat (1). Sugrīva decanta a Rāma gli scontri vittoriosi di

(1) Vedi Atto II, *Intermezzo*.

Digitized by Google

Aṅgada con Prahasta e Meghanāda. Ora i due fratelli vogliono tener dietro alla battaglia fra *Vānara* e *Rākṣasa*, in attesa di cimentarsi con Rāvaṇa. Śambara sarà relegato nella caverna Kiṣkindhā, e parte scortato da Jāmbavat. Voci dal retroscena annunciano che Meghanāda, per resistere ad Aṅgada, è ricorso all'inganno delle tenebre artificiali, ricoprendo con serpenti l'esercito dei *Vānara*. Rāma consiglia a Sugrīva di rincorare con la sua presenza i *Vānara*; e Śu. parte, proponendosi altresì di ricercare fra gli strati aerei e di uccidervi lo scellerato Megha°, che vi si tiene celato. Parte anche Dadhimukha per recarsi ad informare Vibhīṣaṇa circa gli avvenimenti. Rāma vuole intervenire nella lotta ed esce accompagnato da Lakṣmaṇa.

Atto V.

[*Intermezzo*]. Entra Mālyavat (nonno materno di Maya e consigliere di Rāvaṇa) raggiunto poco dopo da Maya (socero di Rāvaṇa e re dei *Dānava*). I due riconoscono in Rāma la personalità di Viṣṇu e rammentano la parte tenuta da Viṣṇu nella lotta fra gli Dei e i *Rākṣasa*: non v'è inganno che possa avere efficacia contro Viṣṇu che con le sue incarnazioni ha dato prova di una completa potenza magica. Sītā che con rovina di tutti (i *Rākṣasa*) è destinata a trarre fuori di senno Rāvaṇa, è una quinta parte di Viṣṇu ch'è uno e nato in quattro parti (1). Maya chiede a Mālyavat se la cosa è stata fatta presente a Rāvaṇa, ma Mālyavat rileva il difficile temperamento di Rāvaṇa e ricorda come Vibhīṣaṇa sia stato scacciato per aver detto il giusto. Maya deplora che Vi. sia passato al nemico, mentre Mālyavat afferma che, una volta fatta opposizione a Rāvaṇa, non v'era per Vi. altra via d'uscita che allearsi con Rāma. Ormai è troppo tardi per tentare di ricomporre il dissidio fra i due fratelli. Entra un messo e annuncia che Rāvaṇa, furente per l'uccisione di Prahasta, ha ordinato la difesa di tutti i bastioni della città, il risveglio di Kumbhakarṇa (fratello di Rāvaṇa) ed una scrupolosa vigilanza su Sītā, nel giardino del piacere, per parte di Trijaṭā e delle altre *Rākṣase*. Mālyavat rileva che non è giunta

(1) Si allude all'incarnazione di Viṣṇu nei quattro figli di Daśaratha.

Digitized by Google

pure una notizia dal campo di battaglia, e Maya osserva che ogni particolare potrà essere conosciuto per mezzo dell'*adbhutadarpaṇa*. Senonchè Malyavat gli fa sapere che tale gioiello, caduto con altri dal diadema di Rāvaṇa assalito da Sugrīva, venne presentato da Sampāti a Vibhīsaṇa (1) ed è stato poi recapitato a Rāma. Questi possiede ora da Visvāmitra la scienza dei dardi, da Agastya quella dell'arco e per negligenza dei *Rāksasa* il prezioso gioiello. I due scorgono fuori della scena Vidyujjihva e gli vanno incontro per avere notizie sulla battaglia [*Fine dell'intermezzo*].

Entra Vidyujjihva al quale Rāvaṇa si è raccomandato perchè voglia cattivargli l'animo di Sītā, e poi Mahodara (il *vidūsaka*) che per ordine di Rāvaṇa deve tenersi a contatto di V. ed assecondarlo. I due scorgono lì presso l'albero di *asoka* a piè del quale sta Sītā sotto la vigilanza delle *Rāksase*. Vi. manda Ma. a chiamare Surpaṇakhā. Questa entra in iscena, e Vi., dopo averle parlato in un orecchio, le consegna una testa recisa. Nella scena rimasta vuota compariscono Sītā e Saramā circondate dalle *Rāksase*. Sītā è in viva attesa del ritorno di Trijaṭā, la quale dovrà riferirle sull'andamento della battaglia. E poichè costei indugia a venire, Saramā va a cercarla. Subito dopo comparisce Surpaṇakhā la quale, annunciando a Sītā l'uccisione di Rama, le mostra la (finta) testa recisa del suo sposo e l'arco. Sītā sviene, ed allora le *Rāksase* allarmate e biasimando l'operato di Sū., fuggon via per riferire la cosa a Rāvaṇa. Compariscono insieme Saramā e Trijaṭā, e quest'ultima attesta che il combattimento si svolge favorevole per Rāma. Vedono Sītā svenuta e intuiscono le male arti di Vidyujjihva e Sūrpaṇakhā. Sītā ha fitta nella mente la visione della testa e dell'arco di Rāma; ma le due *Rāksase* la confortano, e Trijaṭā si accinge a narrare l'episodio bellico in cui Rāma ha ottenuto sopravvento su Rāvaṇa. Senonchè Saramā l'esorta a non fare un racconto che sfugga alla vista: mostri invece visibilmente l'andamento della battaglia alla cara Sita. Trijaṭā allora si dispone a rappresentarlo magicamente.

(1) Vedi Atto IV, *Intermezzo*.

Digitized by Google

Atto VI.

Giunge dal retroscena la voce di Trijaṭā che annuncia a Sītā la rappresentazione della vittoria del suo sposo su Rāvaṇa (ovv. — doppio senso —: della vittoria di Rāvaṇa signore (1)). Rāvaṇa entrando, seguìto da Mahodara, gli dice che il proposito di Trijaṭā di rappresentare la sua vittoria, avvalorando con episodio drammatico l'inganno usato da Vidyujjihva, varrà a ridurre alle sue voglie Sītā, la quale si riterrà ormai priva di protettore. Sopraggiungono Lakṣmaṇa e Rāma, quest'ultimo con lo specchio maraviglioso nel quale i due fratelli potranno osservare e conoscere tutto ciò che Rāvaṇa viene preparando ed attuando (2). Mahodara, prospettando a Rāvaṇa i rischi del combattimento, vorrebbe indurlo a restituire a Rāma una falsa Sītā foggiata artificialmente con inganno; così la vera Sītā, quando Rāma siasi allontanato, rimasta in completa balìa di Rāvaṇa, finirà per cedere ai suoi voleri. D'altra parte la potenza di Rāvaṇa non verrà più minacciata dall'ostilità di Rāma, ma sarà piuttosto favorita per effetto di un trattato di pace fra Rāvaṇa e Rāma. Rāvaṇa però ritiene che Rāma si terrà pago solo quando, col riacquisto di Sītā, avrà altresì affermato, senza ulteriore contrasto, la propria supremazia sui tre mondi; inoltre Rāma ha prestabilito un'intollerabile e pericolosa diarchia di Rāvaṇa e Vibhīṣaṇa in Laṅkā. Al che Mah. obietta che nel trattato potrà essere inserita la clausola per cui a Vi. venga assegnato un regno lontano da Laṅkā. Ma Rāvaṇa, stimando che anche in tal caso Vi. non si placherebbe, afferma non esservi ormai altra soluzione che quella di uccidere Rāma, Lakṣmaṇa e Sugrīva; quanto a cattivarsi il cuore di Sītā egli fa assegnamento sullo scaltro aiuto di Mahodara, Saramā, Trijaṭā e Vidyujjihva. Mentre

---

(1) Sott.: dei tre mondi (vedi testo, p. 91, l. 5).

(2) I personaggi reali e ad immediato contatto col pubblico sono qui, logicamente, Rāma e Lakṣmaṇa. Nello specchio essi fingono di vedere e di apprendere, contemporaneamente allo svolgersi degli avvenimenti, l'operato di Rāvaṇa e Mahodara, laddove poi — nei riguardi degli spettatori — tale operato viene svolto da due personaggi investiti della loro parte, i quali agiscono anch'essi e si muovono sulla scena.

Digitized by Google

Laksmaṇa — rivolto a Rāma — avvalora la necessità di uccidere non solo Ravaṇa ma anche Kumbhakarṇa e Meghanāda, Rāvaṇa si addentra nel boschetto di *asoka*, e Laksmaṇa ne deduce che neppure in quel giorno avverrà lo scontro desiderato. I due fratelli intanto potranno, mediante l'*adbhuta°*, concentrare su Ravaṇa la loro attenzione e conoscere altresì ogni preparativo e operazione fuori e dentro Laṅkā. Essi seguono Rāvaṇa che procede attraverso il boschetto, e ravvisano quei particolari del luogo che erano stati descritti ad essi da Hanūmat. Scorgono Sītā custodita dalle *Rāksase*, e mentre Laksmaṇa si commuove Rama sviene. Ravaṇa, avanzando con Mahodara, afferma la propria noncuranza per i dardi di Rāma, laddove quelli di Amore sono per lui come colpi di fulmine. Secondo Mahodara la situazione di Rāvaṇa è per ogni verso critica perchè se Rāma vive, Sītā rifiuterà ogni rapporto con Ravaṇa, e, ove Rāma perisca, neppure Sītā sopravviverà. Ravaṇa però ricorda che altre donne da lui fatte prigioniere furono poi ridotte ai suoi voleri, quantunque devote ai loro consorti; senonchè si affaccia alla sua mente la maledizione di Nalakūbara adirato per la violenza fatta a Rambhā: " Se in avvenire Ravaṇa riporrà con violenza il proprio piacere in una donna che non lo ami, il suo capo si farà in mille parti „. Rama resta fiducioso nella condotta di Sītā, pure egli esprime tra sè il dubbio che la gente concepisca qualche sospetto. Poichè la conquista di Sītā non è tale che si possa ottenere con la violenza, Rāvaṇa si affida ancora una volta all'abilità di Mah. Vidyujj. Trijaṭā e le sue compagne: guadagnata così Sītā, egli scenderà poi in campo. Rāvaṇa e Mahodara escono. Anche Rāma abbandona la scena insieme con Laksmaṇa il quale promette che colle teste recise di Kumbhakarṇa e Meghanāda sarà data a Rāvaṇa, imbelle frequentatore di harem, notizia sull'andamento della battaglia.

Atto VII.

La scena è identica a quella dell'atto precedente. I due fratelli fissano i loro sguardi sull'*adbhuta°*; ed ecco comparire sulla scena (mentre ad essi due ogni cosa appare nello specchio) Rāvaṇa e Mahodara. Questi suggerisce a Rāvaṇa di ingannare Sītā assumendo le fattezze dello sposo di lei (Rāma). Ma Rāvaṇa

Digitized by Google

si duole che un tale inganno con cui egli riuscì a sorprendere molte consorti devote al loro sposo, nel caso di Sītā non possa essere efficace. Rāma confessa a Laksmana ch'egli non ha alcun sospetto sulla fedeltà di Sītā; ad ogni modo la gente (il popolo) sarà chiamata a giudicare, chè i re Iksvākuidi nei loro doveri seguono l'autorità popolare. Mahodara fa osservare a Rāvana che Sītā si trattiene lì presso in conciliabolo con Trijatā e Saramā. I due si nascondono per ascoltare senza essere visti. Entra Sītā insieme con T. e S. — Sītā invita T. a farle vedere quanto le ha promesso. T. levandosi, raccomanda a S. di confortare Sītā durante la visione della rappresentazione magica, la quale incomincerà con l'episodio delle saette affatturate di Indrajit (1).

Il primo atto della rappresentazione magica ha due soli personaggi: *Rāma* e *Laksmana*. Quest'ultimo, dopo aver accennato alla fuga di Indrajit dal campo di battaglia, consentita da Rāma, grida a Meghanāda ed agli altri generali dei *Rāksasa* che la loro rovina è certa e che non si lascino uccidere come bestie nel sacrifizio e come imbelli; e poichè quelli non si arrestano nella fuga, si dispone a fermarli con i dardi. Comparisce poi *Rāma*. Si ode dal retroscena una voce la quale preannuncia l'uccisione di tutti i *Rāksasa* e per ultimo di Rāvana. Rāvana intende che se Rāma ha lasciato fuggire Meghanāda è perchè egli desidera di vedere scendere Rāvana stesso nella lotta. Intanto *Rāma* esorta *Laksmana* a non volere impugnare l'arco contro nemici in fuga; al che *Laksmana* obietta che ove ai *Rāksasa* sia lecito fuggire e contro i fuggiaschi non debbasi impugnare l'arco, non sarà possibile sterminarli. Ma *Rāma* giustifica il contegno dei *Rāksasa* i quali si salvano per provvedere alla difesa del proprio signore: quando questi entrerà nella lotta essi, da saggi, saranno pronti ad abbandonare la vita ma giammai

(1) La rappresentazione magica si svolge fra i commenti diversi e a parte di Sītā e Saramā, Rāma e Laksmana, Rāvana e Mahodara.

Per distinguere i personaggi del teatro magico dai loro omonimi reali adopero, nel citare i primi, il carattere corsivo. Nel testo codesti personaggi sono distinti col premettere al nome di essi la voce *vikrta°* (non naturale = magico) e, per una sola volta, la voce *māyā°* (p. 73, l. 3), che, come primo membro di composto, ha il significato di " illusorio, magico „.

Digitized by Google

il loro re. *Laksmana* è deciso a far uscire col fuoco dei suoi dardi Rāvaṇa dalla città, e poichè *Rāma* si oppone asserendo che non è onesto attaccare uno che non combatte e non è preparato a combattere, *Laksmana* conclude che Rāvaṇa, mediante la tattica di non combattere, riuscirà vincitore. *Rāma* vuole che Laṅkā sia logorata dai comandanti a capo delle loro truppe. Rāvaṇa si risolverà allora ad uscire dalla città e potrà svolgersi il duello tra lui e Rama. *Laksmana* osserva che Rāvaṇa è un ladro e un vile e che *Rāma* gli fa troppo onore sfidandolo a duello; pur nondimeno, ossequente alla volontà fraterna, ordina ai comandanti dei *Vānara* di iniziare tutt'intorno l'opera di logoramento di Laṅkā. Rumori confusi nel retroscena annunciano l'esecuzione dell'ordine. Poi la voce di un bardo glorifica la possanza di Rāvaṇa. Questi ne rimane sodisfatto ed attende di vedere rappresentata da Trijaṭā la sua vittoria su Rāma. Di nuovo una voce dal retroscena annuncia che Rāvaṇa, dopo aver battuto i più famosi comandanti alleati di Rāma, avanza sul suo carro contro Rama e Laksmaṇa [*Fine del primo atto della rappresentazione magica*].

Saramā esce insieme con Sītā. Rāvaṇa dice a Mahodara che egli, per vedere il buon umore dipinto sul volto di Sītā, vuol mostrarle le sue teste imitate con magia, quasichè fossero state recise da Rāma. Laksmaṇa osserva che se Rāvaṇa si farà innanzi, Rāma gli reciderà davvero le teste. Poi tutti si ritirano.

Atto VIII.

Compariscono, come al principio dell'atto precedente, Laksmaṇa e Rāma con lo specchio, poi Mahodara e Rāvaṇa. Questi riafferma le sue speranze nella sottomissione di Sītā, ma Mahodara osserva a parte che il cuore di Sītā è inerte nel peccato come la luce lunare al tempo della luna nova. Rāvaṇa e Mahodara si nascondono di nuovo dietro l'albero di *aśoka*. Quindi entra Sītā accompagnata da Saramā e Trijaṭā, e quest'ultima annuncia di nuovo con ambiguità di dizione (1) ch'essa rappresenterà la vittoria di Rāma su Rāvaṇa. Poi esce, e quindi ha principio il secondo atto della rappresentazione magica.

1 Vedi principio dell'Atto VI.

Digitized by Google

Una voce dal retroscena ripete l'annuncio dell'avanzata di Rāvana sul carro contro Rāma e Laksmana (1). Compariscono subito dopo *R.* e *L.*, e il primo invita *Rāvana* a fermarsi. Entra *Rāvana* il quale avverte con tracotanza che al suo solo apparire si aprono da ogni parte gli armati dell'esercito dei *Vānara* ed i loro duci. Indi alla sfida ripetutagli da *Rāma*, *Rāvana* lo invita a voler effettuare lo scontro su terreno adatto, soggiungendo ch'egli non si varrà di alcuna arte magica e promettendogli di battersi con l'armi volute da *Rāma*. Questi sorridendo accetta la sfida e i due escono. *Laksmana* grida a *Rāma* di uccidere senz'altro quel ladrone, perchè, ove egli scampi, non sarà facile rincontrarlo. Poi, come chi segua lo svolgersi dello scontro fuori della scena, annuncia colpiti dai dardi di *Rāma* il carro, i cavalli, l'auriga, la faretra, l'arco e i 10 diademi di *Rāvana*; ed elogia la magnanimità del fratello, il quale con l'estremità dell'arco sorregge *Rāvana* che ferito al cuore sta per precipitare dal carro. Nell'atteggiamento ora descritto, e subito dopo l'uscita di *Laksmana*, compariscono *Rāma* e *Rāvana*. Questi rileva tra sè ad uno ad uno i segni della propria sconfitta. *Rāma* invita poi *Rāvana* a raccogliere l'arco caduto ed a mostrare l'energia delle sue braccia. *Rāvana* dichiara ch'egli non ha bisogno di armi e che con due sole delle sue braccia egli combatterà *Rāma* che ne ha due in tutto. Ma mentre egli si vanta, manifesta pur segni di abbattimento, e *Rāma* che se ne avvede e non vuole scontrarsi con un avversario che trovisi in condizioni d'inferiorità, gli concede di ritirarsi e di ricomparirgli innanzi il dì seguente. Al che *Rāvana* impudentemente osserva che col pretesto della stanchezza di lui, *Rāma* maschera il desiderio proprio di riposo. Quindi esce. *Laksmana* entrando deplora che *Rāma* abbia lasciato andar via *Rāvana* e comanda ai duci dei *Vānara* di catturarlo e confinarlo nelle caverne di Kiskindhā dove il ladrone sarà fatto a pezzi ovvero arso o messo al palo, come *Rāma* decreterà. Ma *Rāma*, mentre preannuncia la prossima fine di *Rāvana*, pure insiste nel voler dinanzi a sè un *Rāvana* che disponga di tutte le sue forze. *Laksmana* si dichiara ossequente al modo di vedere del fratello [*Fine della rappresentazione magica*].

---

(1) Vedi fine del primo atto della rappresentazione magica.

Digitized by Google

Entra Trijaṭā e conforta Sītā dicendole che dopo aver assistito al trionfo di Rāma essa non deve rimaner turbata per l'inganno di Vidyujjihva. Rāvaṇa intanto, il quale ha compreso l'attaccamento di Trijaṭā e Saramā per Sītā, afferma ch'egli ucciderà prima quelle due e poi Rāma e Lakṣmaṇa. I due fratelli, preannunciando la prossima fine di Kumbhakarṇa e Meghanāda, escono. La voce di un bardo dal retroscena descrive l'ardimentoso incedere di Kumbhakarṇa e Meghanāda, e Rāvaṇa ne è fiero e gioioso; ma poco dopo giunge notizia dal retroscena che K. e M. sono caduti. Rāvaṇa si dispera e vien meno; poi, incoraggiato da Mahodara, il quale gli esprime il dubbio che la triste nuova sia una finzione dei *Vānara*, dà ordine all'auriga di apparecchiare carro e armi per il combattimento finale. Quindi esce. Saramā invita Trijaṭā a voler seguire da vicino gli eventi dello scontro in modo da poterli poi narrare.

Atto IX.

Entra Laṅkā poi Nikumbhilā. La prima accenna alla seconda i danneggiamenti subìti per opera di un solo *Vānara*. Nikumbhilā soggiunge che ambedue diverranno una selva desolata. Laṅkā la conforta asserendo che Rāma investirà di autorità regia Vibhīṣaṇa e che, sotto quel saggio, Nikumbhilā cesserà di essere il luogo destinato alla pratica di orribili esorcismi e diventerà invece la sede dei grandi sacrifizi, laddove poi Laṅkā stessa, avendo a sue compagne Mithilā, Kiskindhā ecc., diverrà ancella della rispettabile Ayodhyā. Intanto è necessario fare atto di obbedienza a Sītā. Ed ecco giungere alle loro orecchie voci dal retroscena le quali descrivono lo svolgersi dello scontro tra Rāvaṇa e i Rāghuidi, che è seguìto nelle sue fasi nel dialogo fra Laṅkā e Nikumbhilā. Rāvaṇa mette in opera tutte le sue arti magiche, ma alla fine cade colpito al cuore da Rāma. Una voce dal retroscena riferisce gli ordini di Rāma ai duci dei *Vānara*: ristare ormai dal combattimento, rientrare in regime di pace, dimostrare clemenza verso gli avversarî superstiti, avendo Rāma formato un solo regno di Laṅkā (la città dei *Rākṣasa*) e Kiskindhā (la città dei *Vānara*). Laṅkā e Nikumbhilā escono per recarsi a rendere omaggio a Sītā.

Digitized by Google

Atto X.

Entra in iscena Maya il quale lamenta l'avvenuta rovina dei *Rakṣasa*. Śūrpa*ṇ*akhā sopraggiungendo invoca e rimpiange Rāva*ṇ*a, Kumbhakar*ṇ*a e Meghanāda; poscia sviene. Maya la conforta, e poichè Sītā è stata la causa di ogni sventura, egli afferma che su di lei è necessario prendere vendetta procurandone la separazione da Rāma. Śūrpa*ṇ*akhā riferisce di aver sentito che Rāma, sospettoso per la lunga permanenza di Sītā nella dimora di Rāva*ṇ*a, freddo in amore, stassene appartato, quasi fuori di senno. Maya risolve di assumere le fattezze di Rāma e di ripudiare Sītā davanti all'assemblea permodochè essa, non tollerando siffatta ingiuria, si getterà nell'oceano ovvero nel fuoco. Poco dopo una voce dal retroscena annuncia che Sītā, ripudiata da Rāma, abbandona il proprio corpo sul fuoco. Trija*ṭ*ā e Saramā entrando in iscena svengono. Maya e Śūrpa*ṇ*akhā osservano con stupore che il fuoco è incapace di offendere il corpo di Sītā; ambedue partono deliberati ad obbedire a Vibhīṣa*ṇ*a. La voce di Agni dal retroscena conferma a Rāma la virtù di Sītā e glie la offre; quindi entrano in iscena Rāma, Laksmaṇa, Sugrīva e Vibhīṣa*ṇ*a. Rāma che per mezzo dello specchio maraviglioso ha potuto in ogni frangente accertarsi dell'innocenza di Sītā, accoglie con intimo compiacimento le parole di Agni. Frattanto Vibhīṣa*ṇ*a conforta Trija*ṭ*ā e Saramā. Queste due, vivamente commosse in sul principio, gioiscono poi nel rimirare Sītā dolcemente accarezzata da Agni e, desiderose di avvicinarsi, escono. Dal retroscena giunge la voce di Daśaratha che esorta Rāma ad accettare la profferta di Agni e ad apparecchiarsi insieme con Sītā alla cerimonia dell'incoronazione sul regno che gli è stato conservato e riservato da Bharata. Rāma, Laksmaṇa e Sītā salgono sul carro Puṣpaka, accompagnati da Trija*ṭ*ā e Saramā. Laksmaṇa invita Vibhīṣa*ṇ*a, Sugrīva, Guha a voler partecipare alla festa dell'incoronazione. Ma ecco convenire, a far più grandiosa la festa, tutti gli abitatori dei tre mondi. Alla richiesta di Agni intorno ad una grazia da concedergli, Rāma, dopo aver enumerato i fecondi risultati ottenuti, chiude il dramma con una glorificazione della poesia e con l'augurio che essa, come luce lunare, possa dilettare ognora il genere umano.

Digitized by Google

*
* *

Nel prologo del dramma possiamo raccogliere alcune notizie relative alle circostanze in cui si sarebbe svolta la prima rappresentazione, e qualche dato intorno alla persona dell'autore (1). Questi appartiene al *gotra* Kau*ndi*nya che vanta come suo illustre antenato Prābhākarayajvan (Prābhakaradiksita) di cui è quasi una novella incarnazione Kr*s*nasūri, padre di Mahādeva, autore del dramma (2). Mahādeva, animato da fretta giovanile e desideroso di essere annoverato fra i poeti, ha composto un dramma nuovo da rappresentarsi e da sottoporsi al giudizio critico di un colto pubblico, durante le pause di una solenne cerimonia religiosa in onore di Siva, iniziata dai suoi illustri parenti presso le rive della Kāverī. Con tale rappresentazione essi vogliono rendere omaggio adeguato agli insigni personaggi invitati e convenuti da diverse regioni per assistere alla sacra festa (3).

La *nāndī* è pronunciata dagli attori, e sembra che essa costituisca la parte essenziale della benedizione augurale della scena chiamata *ranga*pūja (4).

Intorno alle finalità poetiche ed agli ideali artistici dell'autore ci dànno precisa informazione cinque strofe scritte dall'autore medesimo e formanti una breve appendice al testo del dramma:

1. A quel modo che si ravvisa la magnanimità in Rāma, nel suo fratello minore una molto straordinaria fierezza ed una rara virtù di fedeltà coniugale di Sītā, così osservate se in questo "*Adbhutadarpana*" del poeta Mahādeva si ravvisa, in quanto è composto di parole, quel tale pregio che ha fondamento nell'organo della favella.

2. Coloro i quali, nei trattati sul significato delle parole, precisano la distinzione fra ciò che è buono e ciò che è scadente, e quelli che hanno esperta nozione nella correttezza grammaticale e nell'arte metrica; quelli che assiduamente e con

(1) Vedi Konow e Winternitz, op. e loc. cit.
(2) Testo cit., p. 2, ll. 4-7; p. 3, ll. 14-16.
(3) Testo cit., p. 4, ll. 1-3; p. 3, ll. 6-10; p. 1, nota.
(4) Testo cit., p. 2, ll. 1-2.

Digitized by Google

isforzo hanno posto il [loro] intento nell'adattamento degli artifici retorici: esaminino [tutti] costoro la dizione di Mahādeva principe fra i poeti.

3. Piccolo è certamente questo orizzonte ravvolto tutt'intorno dalle porzioni dell'uovo cosmico; e piccolo è quest'uovo cosmico che fu percorso dai tre passi di Vis*n*u: o dove mai potrà allora espandersi quegli che ha l'impetuosità che sorge dal favore dei piedi adorabili di Bālak*rsn*a (1) indipendente, e che ha il serto di gloria di principe fra la cerchia dei poeti?

4. I valenti certo per proprio impulso intrecciano ornamentalmente i fiori verbali profumati di bellezza, fra i sentimenti, gli affetti, le qualità, gli stili, gli usi degli ornamenti retorici e le invenzioni.

5. Al cuore del glorioso Rāma, sebbene ricolmo evidentemente dell'ambrosia delle espressioni di Vālmīki, possa, certo lentamente, salire la mia pur pigra arte letteraria occasionata dalla fede (2).

Da questa enfatica autocelebrazione che rientra in una consuetudine caratteristica dei poeti ed autori indiani, della quale abbiamo innumerevoli esempi, appare manifesto come il punto d'onore intorno a cui si cimentano le forze di Mahādeva sia costituito, più che dal soggetto drammatico, dalla forbitezza dello stile e dall'eleganza della dizione (3). Questa tendenza, comune al maggior numero dei drammaturghi indiani, appare particolarmente giustificata nei drammi ramaici, la cui fonte di ispirazione, il Rāmāya*n*a, ha rappresentato in ogni tempo nell'India il modello dei poemi artistici, quel poema nel quale un'elaborata leggiadria della forma fu per la prima volta chiamata a decorare degnamente la materia eroica. Ed era pertanto naturale che ogni autore drammatico il quale attingeva dal capolavoro di Vālmīki, si adoperasse a rievocare le belle e care gesta di Rāma dando ad esse una veste poetica che potesse, se non perfezionare, imitare almeno l'arte esemplare del celebrato *poeta princeps* indiano.

---

(1) È il maestro di Mahādeva.
(2) Testo cit., p. 124.
(3) Vedi Levi, op. cit., p. 267.

Digitized by Google

Il sentimento (*rasa*) che predomina in questa serie di drammi è quello che vien suscitato mediante l'elemento del maraviglioso (*adbhuta*), perchè la genia dei *Rāksasa*, contro cui Rāma combatte, è potente nella magia e nell'inganno (1). *Adbhuta* è lo specchio nel quale Rāma e Laksmana vedono tutto quel che avviene tra i nemici, *adbhuta* sono i molti e svariati artifici ai quali i *Rāksasa* ricorrono nella lotta.

La rappresentazione magica (atti VII e VIII) intercalata nel dramma, è evidentemente un esempio di quel teatro d'ombre che fin dai tempi antichi dovette godere di una discreta diffusione fra gli Indiani. Codesta forma di teatro, che comunemente porta il nome di *chāyānātaka*, è qui indicata col nome di *māyārūpaka* o *māyānātikā* (rappresentazione magica) (2), designazione che è in perfetta armonia con l'ambiente dei *Rāksasa*. I personaggi di essa figurano come messi in azione dalla sola Trijatā, e non si può pensare ad altro che a modelli abilmente ritagliati e tenuti e mossi a poca distanza e avanti ad una luce artificiale in maniera che la loro ombra ingrandita venga prospettata sopra un piano verticale, che potrebbe anche essere una porzione del telone che delimita posteriormente il palcoscenico (3).

Molti drammi del teatro d'ombre noti sin qui si presentano al lettore sotto una forma poco o punto dissimile da quella dei drammi con personaggi viventi; e nel maggior numero dei casi noi saremmo indotti a ritenerli drammi normali ove il sottotitolo *chāyā°* non ci rendesse avvertiti delle intenzioni degli autori. L'*Adbhuta°* è forse l'unico dramma in cui la rappresentazione intercalata nell'azione principale ci attesta, pel modo stesso con cui è inserita e preparata e per la denominazione speciale sotto cui sono distinti i personaggi rappresentati da ombre (4), il suo carattere di teatro d'ombre.

Come opera artistica l'*Adbhuta°* non può davvero annoverarsi fra i drammi celebri dell'India, ed è lecito affermare che

(1) Testo cit., p. 10, l. 22 e segg.

(2) Testo cit., p. 72, l. 25; p. 104, l. 15.

(3) Vedi PISCHEL, *Das altindische Schattenspiel* (" Sitzungsberichte der Königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften „ 1906, XXIII), p. 485; KONOW, op. cit, pp. 45-46.

(4) Vedi nota a p. 11.

Digitized by Google

l'autore è riuscito solo in parte ad attuare gli ideali propostisi. Riguardo al soggetto si può osservare che l'azione, pur svolgendosi in un breve periodo di tempo, riesce lenta alquanto; d'altra parte i frequenti artifici e intrighi che attraversano il racconto principale, l'intralciano di continuo e rendono faticoso e, in qualche luogo, difficile il tener dietro allo svolgimento del dramma.

Per quel che concerne la forma non ridondano certo a pregio le ripetizioni — di concetti e di frasi — che in questo dramma ricorrono sino alla noia. Citerò quelle che ho potuto notare lungo la lettura del dramma:

Strofe: (Atto) II, 21 *a* = III, 10 *a*. — VI, 6 = VI, 11, 30; VII, 3; VIII, 2 (cfr. p. 67, ll. 14-15). — VI, 7 = VIII, 3. — VII, 10 *b* = VIII, 21 *b*. — VII, 20 = VIII, 6. — VII, 37 = VIII, 1, 36. — VIII, 20 = VIII, 22.

Frasi identiche o poco dissimili: P. 12, ll. 4-5 = p. 23, ll. 5-6. — P. 16, l. 10 = p. 35, l. 25. — P. 20, ll. 11-12 = p. 28, l. 18. — P. 19, l. 21 = p. 25, l. 25; p. 26, l. 22; p. 31, l. 4; p. 31, l. 20; p. 32, l. 26; p. 34, l. 21; p. 35, l. 7. — P. 26, l. 21 = p. 27, l. 11. — P. 29, l. 11 = p. 29 l. 21. — P. 32, l. 11 = p. 32, l. 23. — P. 43, l. 6 = p. 44, l. 2. — P. 50, l. 1 = p. 52, l. 16. — P. 55, ll. 6 e 7 = p. 86, l. 1; p. 91, l. 2. — P. 55, l. 9 = p. 91 ll. 3-4. — P. 55, ll. 16-17 = p. 62, ll. 2-4. — P. 55, l. 19 = p. 62, l. 5. — P. 55, ll. 21-22 = p. 61, ll. 12-13; p. 62, ll. 6-7; p. 70, ll. 1-2; p. 89, ll. 19-20. — P. 60, ll. 13-15 = p. 68, ll. 15-17; p. 89, ll. 4-6. — P. 61, ll. 24-26 = p. 69, ll. 5-7, 13-15; p. 105, ll. 9-10 (cfr. VII, strofe 37). — P. 62, l. 8 = p. 70, l. 3. — P. 66, l. 2 = p. 71, ll. 9-10. — P. 69, l. 4 = p. 91, l. 7. — P. 72, l. 13 = p. 91, ll. 9-10. — P. 74, ll. 4-5 = p. 98, ll. 4-5, 15-17. — P. 75, l. 17 = p. 77, l. 8; p. 82, l. 11. — P. 76, l. 20 = p. 79, l. 6. — P. 80, ll. 7-8 = p. 82, l. 18. — P. 81, l. 22 = p. 93, l. 3. — P. 86, ll. 4-5 = p. 92, ll. 4-5. — P. 100, ll. 9-12 = p. 105, ll. 2-5. — P. 109, ll. 1-2 = p. 113, l. 15. — P. 109, l. 3 = p. 109, l. 7.

Digitized by Google

Concetti analoghi diversamente espressi: P. 60, ll. 16-17 = VI, strofe 31. — P. 61, ll. 4-5 = VI, strofe 16; p. 63, l. 7; p. 70, l. 4.

Questo elenco, che pur non ha la pretesa di essere assolutamente completo, attesta, nella sua notevole estensione, una sgradita monotonia nel dettato del dramma. In taluni altri casi poi l'autore fa sì ripetere strofe o frasi già pronunciate da qualche personaggio, ma tale ripetizione anzichè ricorrere alla distesa è solo accennata in apposita didascalia. Vedi p. es.: p. 29, l. 10; p. 44, l. 1; p. 46, l. 23; p. 71, ll. 7-8; p. 78, l. 10; p. 92, ll. 5-6; p. 93, l. 21; p. 95, l. 18.

I vari difetti di composizione ora accennati, disdicevoli affatto al nostro gusto letterario, ci fanno non senza ragione esitanti a ritenere che il dramma di Mahādeva meriti di essere integralmente tradotto nelle nostre lingue europee (1).

---

(1) Raccolgo in nota alcune correzioni al testo: p. 4, l. 26, invece di °*parisobhanesu*: °*parisodhanesu*; p. 23, l. 23, *samjnā*: *samjnām*; p 48, l. 1, *simsupāyās*: *simsapāyās*; p. 50, l. 7, *pabhayam*: *sabhayam*; p. 51, l. 19, *niradeyisyāmi*: *niredayisyāmi*; p. 59, l. 22, °*saramayor*: °*saramayor*: p. 74, l. 2, *saramayā*: *trijatayā*; p. 81, l. 23, *rāksasāpasade*: *rāksasāpasade*; p. 84, l. 6, *drsta*: *drstam*; p. 84, l. 23, *varivādah*: *virarādah*; p. 85, l. 11, *rāksasāpasadasya*: *rāksasāpasadasya*; p. 86, l. 1, *rayassa*: *vayasya*; p. 87, l. 1, *rāksasāpasadah*: *rāksasāpasadah*; p. 88, l. 15, °*apasada*: °*apasada*.

Digitized by Google

Relazione *intorno al convegno dell'Ufficio del quinto Congresso Internazionale di Scienze Storiche.*

Egregi Colleghi,

Nei giorni 15 e 16 maggio si radunò in Bruxelles l'Ufficio Internazionale del 5° Congresso di Scienze Storiche, che aveva deliberato l'anno scorso di rimanere provvisoriamente in carica per preparare la istituzione di un Comitato Internazionale delle Scienze Storiche e per studiare frattanto i progetti formulati nel detto Congresso.

Questo Ufficio Internazionale consta dei sette presidenti del Congresso o di scienziati destinati dalle rispettive Nazioni a sostituirli e del Presidente del Comitato ordinatore belga.

È permesso ad ogni membro dell'Ufficio di farsi accompagnare da altri scienziati della propria Nazione: questi ultimi però con solo voto consultivo. Di tale diritto hanno profittato nel presente convegno gli scienziati francesi, inglesi e belgi.

Era assente e non aveva potuto farsi rappresentare il Presidente svizzero signor M. F. De Crue. Era presente a titolo di osservatore il prof. Dopsch di Vienna. Il sottoscritto, che era intervenuto l'anno scorso al Congresso in rappresentanza di questa R. Accademia delle Scienze, della R. Università e della R. Deputazione di Storia patria, ebbe l'onore di rappresentare nel convegno l'Italia, convalidata la nomina fatta dal Congresso il 9 aprile 1923 dalla Delegazione del Ministero della P. I.

Le materie in discussione furono sopratutto le seguenti: 1° pubblicazione di una bibliografia periodica di storia; 2° costituzione dell'Ufficio Internazionale delle Scienze storiche; 3° sede del prossimo Congresso.

1° — Della bibliografia periodica di storia che dovrebbe sostituire i cessati "Jahresberichte der Geschichtswissenschaft„ si discusse in base ad una relazione di Mr. J. F. Jameson, il Direttore della "American Historical Review„. La discussione versò specialmente sui sette punti proposti dal signor Jameson

Digitized by Google

in calce della sua relazione. Non si raggiunse l'accordo per ragioni tecniche su cui è inutile qui dilungarmi su alcuni articoli; e fu soppresso l'art. 4° " che l'Ufficio centrale editoriale debba essere in qualche paese rimasto neutrale durante la guerra, come la Svizzera „. Si terminò stendendo una breve relazione della discussione e invitando sulla base di essa il signor Jameson a compilare un progetto integrale, che dovrà essere sottoposto in tempo alle varie delegazioni e discusso ed approvato nella sessione prossima del 1925.

2° — La questione della effettiva internazionalità del prossimo Congresso e, frattanto, del Comitato permanente per le Scienze storiche, sollevata dai delegati inglesi e americani l'anno scorso, era rimasta in sospeso, e si era deliberato che l'Ufficio internazionale del Congresso rimanesse provvisoriamente in carica per studiare il problema e prepararne la soluzione. Oggi la questione, ripresentatasi sotto altri auspici, si avvia alla soluzione migliore. Un progetto interamente soddisfacente, redatto dal sig. M. Leland delegato americano ed approvato dall'Ufficio nelle sue linee di massima con lievi modificazioni ed aggiunte, assicura la internazionalità effettiva dei prossimi congressi. Il sig. Leland è stato invitato a redigere, conforme ai suggerimenti ricevuti, un progetto definitivo, che sarà da me sottoposto a suo tempo a questa R. Accademia. È già inteso che la quota matricolare annua di ogni nazione partecipante sarà fissata ad una cifra minima, probabilmente in dollari, che non supererà la contribuzione annua all'Unione Accademica Internazionale (2000 franchi belgi). È pure inteso che nella sessione prossima (maggio 1925) l'Ufficio Internazionale provvisorio, munito degli opportuni poteri dai rispettivi mittenti, dovrà discutere ed approvare in modo definitivo i principî di organizzazione del Comitato Internazionale delle Scienze storiche e quindi sciogliersi convocando il Comitato Internazionale, che dovrà radunarsi per la prima volta nello stesso anno 1925. Il Comitato si convocherebbe, sembra, a Bruxelles, ma non per rimanervi stabilmente. Esso dovrebbe emigrare con le sedi dei congressi storici internazionali.

3° — Venuta in discussione la sede del prossimo Congresso, furono ripresentate le tre proposte di Cristiania, Varsavia, Atene. Ogni deliberazione si è rinviata all'anno prossimo.

Digitized by Google

Nulla pertanto è stato deliberato di definitivo nel presente convegno, e tutte le risoluzioni sono state prese *ad referendum*, sicchè noi siamo ancora in tutto pienamente liberi. Ma si è fatto buon lavoro preparatorio per le risoluzioni definitive che si prenderanno nel maggio prossimo.

Come conclusione concreta il sottoscritto richiama l'attenzione di questa Accademia, come già ebbe a richiamare l'attenzione di S. E. il Ministro della P. I., sopra i punti seguenti:

a) Nelle prossime riunioni dell' ufficio provvisorio in maggio 1925, perchè noi non siamo in condizione di soverchia inferiorità di fronte ad altre nazioni, occorre che intervengano almeno due delegati italiani.

b) Occorre che il Ministero della P. I. predisponga gli opportuni stanziamenti per la decorosa partecipazione dell'Italia alla bibliografia storica internazionale.

c) Occorre che il Ministero della P. I. predisponga gli opportuni stanziamenti per la partecipazione dell'Italia al Comitato permanente delle Scienze storiche. Si potrebbe provvisoriamente per semplicità affidare la gestione delle somme stanziate e l'esame delle questioni relative alla loro erogazione, come pure lo studio delle norme per la costituzione di un Comitato nazionale per le Scienze storiche, che stesse in relazione permanente col Comitato Internazionale, alla Unione Accademica Nazionale.

GAETANO DE SANCTIS.

Digitized by Google

Relazione *dei rappresentanti delle Accademie associate sui lavori del Convegno di Bruxelles* (12-14 maggio 1924).

L'Unione Accademica Nazionale nella sua seduta del 14 marzo u. s., tenutasi sotto la presidenza del sen. Scialoia vice-presidente della R. Accademia Nazionale dei Lincei, prendeva in esame l'ordine del giorno della V sessione annuale dell'Unione Accademica Internazionale comunicatole in data 7 gennaio 1924, e in conseguenza designava a rappresentanti delle Accademie italiane nel Convegno interaccademico noi sottoscritti, i quali ci recammo a Bruxelles, insieme con un delegato tecnico speciale per l'impresa internazionale del *Corpus vasorum* scelto nella persona del prof. G. Q. Giglioli, già altra volta, prima della costituzione dell'Unione Accademica Nazionale, designato a tal ufficio dall'Accademia dei Lincei.

Tornati in Italia, noi sottoscritti ci siamo riuniti in Roma, nella sede dei Lincei, i giorni 4 e 5, e ci onoriamo di sottoporre alle LL. EE. i Ministri dell'Istruzione e degli Esteri e alle tre Accademie associate (Lincei, Torino e Istituto Veneto) la seguente relazione, redatta di comune accordo.

Gli Stati inscritti alla Unione Accademica Internazionale sono in questo momento 17. Alla riunione di Bruxelles mancavano i rappresentanti del Portogallo e della Russia. Erano così presenti 15 nazioni. Quattro delegati avevano la Francia (Homolle, Imbart de la Tour, Goelzer, Pottier) e l'Italia. Tre la Gran Bretagna (Kenyon, Vinogradoff, Baxter), gli Stati Uniti (Leland, Armstrong, Shorey), la Spagna (S. E. il Marchese di Villalobar, D'Alos e D'Olwer) e la Norvegia (Eitrem, Shetelig, Koht). Un solo delegato avevano mandato il regno Serbo-Croato-Sloveno (Vulić), la Cecoslovacchia (Tille) e la Rumania (Pârvan). Gli altri Stati contavano ciascuno due rappresentanti e cioè il Belgio: Bidez e Pirenne; la Danimarca: Heiberg e Jespersen; la Grecia: Rhomaios e Courouniotis; il Giappone: S. E. Adatci

Digitized by Google

e Matsumoto; l'Olanda: Salverda de Grave e Van Vollenhoven; la Polonia: Morawski e Roswadowski.

Era presente anche lo svedese Lagercrantz dell'Università di Uppsala.

Le sedute ebbero luogo al Palais des Académies nei giorni 12-13-14. Chiusi i lavori, il giorno 15 un'ulteriore seduta tenne il Comitato internazionale dell'*Archivum Latinitatis medii aevi* (Baxter, D'Olwer, Goelzer, Ussani).

Anche il prof. De Sanctis prolungò il suo soggiorno ai giorni 15-16 per la riunione che ebbe luogo dell'Ufficio Internazionale del 5° Congresso di Scienze Storiche.

Alla seduta della Commissione del dizionario del latino medievale tenuta il 12 maggio a ore 14 intervennero: per il Belgio Pirenne, per la Danimarca Jespersen, per la Spagna D'Alos e Nicolau D'Olwer, per gli Stati Uniti Armstrong, per la Francia Homolle e Goelzer, per la Gran Bretagna Vinogradoff e Baxter, per la Norvegia Eitrem, per l'Olanda Salverda de Grave, per la Rumania Pârvan, per i Serbo-Croato-Sloveni Vulič. L'Italia era rappresentata da Ussani. In seguito ai deliberati di Parigi (gennaio 1924) presiedeva Pirenne, fungeva da segretario Nicolau d'Olwer.

Ragione di vivo compiacimento agli intervenuti fu la presentazione del 1° fascicolo in bozze, ma completo, del *Bulletin du Cange — Archivum Latinitatis medii aevi*, edito dalla Champion a cura del Comitato internazionale di redazione designato a Parigi, gennaio 1924, nelle persone di Baxter, Beeson, Goelzer, Nicolau D'Olwer, Thomas, Ussani. Questo primo fascicolo dell'*Archivum* contiene un riassunto storico dell'impresa a cura del Langlois in francese; seguono rispettivamente in inglese e in italiano articoli di carattere metodologico del Lindsay e dell'Ussani, poi miscellanee e recensioni, tra le quali una delle *Inscriptiones Christianae* del nostro Silvagni, i verbali del Comitato centrale del Dizionario, infine le istruzioni tecniche per gli schedatori compilate da Ussani e Goelzer. A questo fascicolo è stato deliberato di dare la diffusione più larga, tirandolo in mille copie. Delle istruzioni tecniche la composizione sarà tenuta ferma, e ne saranno tirate volta per volta tante copie quante ne saranno richieste dai vari Comitati nazionali. Col secondo fascicolo, al quale è assicurata la collaborazione del Brugi e

Digitized by Google

del Silvagni, avrà principio una cronaca dell'opera dei singoli Comitati nazionali e s'incomincerà da quella del Comitato italiano.

Si tornò su la questione delle liste dei testi editi e inediti che dovranno essere spogliati da ciascun Comitato nazionale. Queste liste dovevano essere presentate complete alla riunione del Comitato internazionale tenutosi il 22 gennaio a Parigi. In realtà i soli Comitati nazionali che si trovarono in grado di mantener fede all'impegno furono il Comitato belga per un materiale naturalmente ristretto, e il comitato italiano, il quale presentò quattro liste di testi dovute ai suoi membri Fedele (testi storici), Leicht (testi giuridici), Ermini (testi letterari) ed a mons. Lanzoni (testi agiografici); liste che dovevano riscuotere unanimi lodi così per la diligenza come per il metodo che le costituisce in un ottimo elenco per la storia del medioevo italiano, in quanto ciascun testo vi figura con l'indicazione delle edizioni più soddisfacenti o dei manoscritti presumibilmente più attendibili.

Fu stabilito allora che quando tutti i Comitati nazionali avessero assolto egualmente il còmpito loro, queste nomenclature bibliografiche dovessero essere stampate in un volume di supplemento all'*Archivum*. Ora appunto per affrettare questa stampa è stato deliberato che i Comitati nazionali i quali non hanno risposto o hanno risposto solo parzialmente all'appello, si affrettino a compiere l'opera loro entro il gennaio 1925. Di questo indugio il Comitato italiano, con la solerzia che lo distingue, saprà profittare certamente per rivedere e aggiornare le sue liste, alle quali sta per aggiungersene una quinta, a guisa di appendice, quella dei testi epigrafici, affidata al Silvagni.

La seduta della Commissione unica per la *Forma Romani imperii* e per i supplementi ai *Corpora* delle iscrizioni greche e latine ebbe luogo a ore 17 di lunedì 12. Erano presenti per la Francia Homolle, per la Spagna D'Alos e Nicolau D'Olwer, per la Norvegia Eitrem e Shetelig, per la Rumania Pârvan, per il regno Serbo-Crovato-Sloveno Vulič. Per l'Italia intervennero De Sanctis e Giglioli, il quale fu incaricato di riferire nella riunione generale che ebbe luogo la mattina del 14 maggio.

Per la *Forma imperii* i delegati italiani riferirono sui progressi che la preparazione della carta archeologica d'Italia ha fatto sopra tutto per merito del prof. Lugli e dell'architetto

Digitized by Google

Gismondi, particolarmente incaricati di tal lavoro dall'Accademia dei Lincei. La carta sarà disegnata su la base di quella dello Stato Maggiore italiano alla scala di 1:50.000 o a quella di 1:25.000 dove questa esiste.

I risultati delle due campagne di esplorazione condotte dal Lugli nel territorio di Terracina fino all'estremità meridionale del Lazio saranno quanto prima pubblicati in un primo fascicolo del a *Forma Italiae*. In quelle campagne al Lugli è avvenuto di mettere la mano su monumenti sconosciuti del più grande interesse e l'opportunità gli si è presentata di risolvere parecchi problemi di archeologia e topografia. Su i lavori che si compiono nei rispettivi territori riferirono per la Jugoslavia Vulić, per la Rumania Pârvan, per la Spagna D'Alos; per la Francia l'Homolle ha annunziato che s'intende por mano a una carta archeologica del Marocco. Una interessante discussione metodologica tra i signori Vulić e Pârvan fu conclusa con l'unanime desiderio che gli Stati vicini adottino nella esecuzione della carta archeologica i medesimi criteri, additandosi l'esempio dell'accordo nei colori e nei segni raggiunto già dall'Italia e dalla Rumania, la quale, mentre continua i lavori d'esplorazione sul Danubio e in Dobrugia, li ha già incominciati in Transilvania.

In coerenza a tal voto si son gettate le basi di un convegno tra delegati italiani, catalani, rumeni, jugoslavi da tenersi a Roma nel prossimo ottobre.

Per quel che riguarda i complementi epigrafici il serbo Vulić ha comunicato l'accordo intervenuto a Bukarest tra la Bulgaria, il regno Serbo-Croato-Sloveno e la Bulgaria per una pubblicazione unica di *Corpora* greci e latini delle iscrizioni dell'antico territorio illiro-tracio, sotto gli auspici delle Accademie di Belgrado, Bukarest e Sofia, il D'Alos riferì di una bibliografia, che si prepara dall'*Institut d'Estudis Catalans,* delle iscrizioni latine e greche della Hispania Tarraconensis pubblicate dopo il volume dello Hubner. Per l'Italia De Sanctis riferì su i lavori preparatorii del secondo volume delle *Inscriptiones christianae* da parte di Angelo Silvagni, e annunziò la pubblicazione prossima delle iscrizioni nuovamente scoperte a Tibur e a Praeneste, affidata dall'Accademia dei Lincei alle cure del dott. Gioacchino Mancini.

La seduta della Commissione del *Corpus vasorum* ebbe luogo

Digitized by Google

alle ore 9 di martedì 13, sotto la presidenza del prof. Capart, direttore del Museo di Bruxelles. Era presente il Pottier, direttore generale dei lavori; l'Italia era rappresentata dai professori Giglioli e De Sanctis. Per quello che riguarda le altre nazioni, la Francia ha già pubblicati due fascicoli riguardanti i vasi del Museo del Louvre a cura del Pottier, la Danimarca un fascicolo contenente i vasi del Museo di Copenhagen a cura di Ch. Blinkenberg e Friis Johansen. Sono a stampa per la Francia testi e tavole riguardanti i Musei di Compiègne a cura di M.me Flot e di Sèvres a cura di M.me Massoul e la Collezione Mouret di Vendres; per l'Inghilterra testi e tavole dei vasi del British Museum, circa 840, di cui eccellenti saggi furono presentati dal Kenyon. Gli Stati Uniti preparano un fascicolo contenente i vasi delle collezioni Hoppin e Galatin, l'Olanda un fascicolo contenente i vasi della Collezione Lunsingh-Scheurleer. Belgio, Catalogna, Grecia sono per ora alle fotografie. Per l'Italia è in corso di stampa presso la casa Bestetti e Tumminelli il primo fascicolo contenente vasi del Museo Nazionale di Villa Giulia a cura del prof. Giglioli, il quale potè presentare all'adunanza le bozze di otto tavole in fototipia e del relativo testo. Non è dubbio che queste tavole siano tra le meglio riuscite del *Corpus*; e di quelle dei particolari del vaso Chigi e del rhyton di Sirisco il Pottier fece speciale menzione nella seduta plenaria dell'Unione tenutasi la mattina del 14 maggio. Il Giglioli assicurò che il primo fascicolo italiano uscirà al principio dell'autunno, il secondo sarà pronto per la ventura sessione dell'Unione Accademica internazionale (maggio 1915). Prossima è pure la pubblicazione della classificazione dei vasi italiani, della quale è stato incaricato il prof. Pericle Ducati.

Detto questo delle imprese nelle quali è più particolarmente impegnata l'Italia, si potrà più brevemente accennare delle altre. Fra queste l'attenzione dei filologi e degli storici deve essere richiamata sul catalogo dei manoscritti alchimistici, dei quali un primo volume stampato è stato presentato in questa occasione all'Unione Accademica internazionale. Esso contiene la descrizione dei manoscritti parigini dovuta al Lebègue. Un altro volume è stato annunziato come prossimo a veder la luce, che conterrà la descrizione dei manoscritti britannici a cura di Dorotea Waley Singer. Per l'Italia il catalogo dei manoscritti

Digitized by Google

alchimistici di Milano è in preparazione a cura del prof. Zuretti; quello dei manoscritti di Napoli a cura dei prof. Bassi e Martini. A questo scopo è stata destinata la somma di 4000 franchi belgi, che il Governo italiano ha versati, 2000 quest'anno, 2000 l'anno scorso, come contributo straordinario al bilancio scientifico dell'Unione Accademica internazionale. Anche una parola merita l'iniziativa polacca della *Iconographia Celtica*. La Commissione a ciò designata e della quale fu chiamato a far parte il nostro De Sanctis, ha deliberato che, viste le sicure garanzie scientifiche che l'impresa offre, possa l'Unione Accademica internazionale accogliere sotto il suo patronato — che non importa del resto nessun onere finanziario — la pubblicazione del sig. Bieńkowski dal titolo *Celtarum imagines*.

Per quello che riguarda il *Corpus* dei mosaici antichi scoperti in Grecia, i lavori sono avanzati e si prepara la stampa e la illustrazione dei mosaici del Peloponneso a cura di una Commissione franco-greca. L'Italia potrebbe certo contribuire efficacemente all'opera valendosi, per esempio, della sua missione cretese. Ma sarebbe necessario che a questa fossero forniti mezzi adeguati.

Resta infine a dire di due grosse questioni di ordine generale, delle quali è bene siano informate le Accademie, non solo le partecipanti all'Unione e non solo le loro classi di scienze morali. Una è quella della lingua scientifica universale; questione sollevata in seno all'Unione dalla delegazione americana nel 1923, largamente discussa nella sessione di quest'anno in una seduta di martedì 13 a ore 17 su relazione dell'americano Leland, che trovò alleati nel danese Jespersen e nel diplomatico giapponese Adatci. Nella discussione, alla quale per l'Italia partecipò per delegazione dei colleghi l'Ussani, si delinearono due correnti: una per il rinvio della questione alla Società delle Nazioni come ente meglio adatto a trattarla, una per il rinvio alle Accademie costitutive dell'Unione internazionale, dalle quali l'Unione nessuna delega aveva in proposito.

Questa soluzione prevalse, e le Accademie verranno presto consultate in proposito dall'Ufficio Centrale.

L'altra questione fu già pur essa sollevata l'anno scorso dal prof. Olaf Broch dell'Università di Christiania, in qualità di corrispondente dell'Accademia di Pietrogrado. Egli aveva

Digitized by Google

proposto si studiasse un modo di venire in aiuto ai dotti russi per la pubblicazione dei loro lavori di carattere generale. Furono prese in proposito due importanti deliberazioni che anche per la loro portata politica e le simpatie dell'Italia verso la grande famiglia delle genti slave meritano d'essere prese in considerazione dalle Accademie italiane: 1° aprire presso le Accademie che se ne vogliano incaricare liste di sottoscrizioni destinate a facilitare la pubblicazione delle opere russe di carattere generale; 2° aprire gli atti di Accademie di altre nazioni alle pubblicazioni dei lavori russi. A queste deliberazioni, seduta stante, dichiararono conformarsi fin d'ora i rappresentanti delle Accademie di Belgrado, Praga, Cracovia e Bukarest. I rappresentanti delle Accademie aderenti a queste vedute, costituiti in ufficio permanente, servirebbero di legame e di tramite tra i dotti russi e le Accademie stesse. L'Unione Accademica Nazionale resta in attesa di quelle comunicazioni che, esaminato ponderatamente il caso, volessero farle a questo riguardo le Accademie partecipanti o Istituti affini, quale è per es. quello per l'Europa orientale, sorto già tra noi anche con questo specifico scopo di venire in aiuto ai dotti russi.

Giunti al termine di questa nostra relazione — particolari più numerosi e più ampi saranno forniti alle Accademie dai processi verbali a stampa presso l'Ufficio internazionale di Bruxelles — i sottoscritti sentirebbero di mancare a un loro dovere se non esprimessero la propria soddisfazione per il riconoscimento senza riserve che dell'opera italiana fu più volte fatto nel convegno dai delegati di tutte le nazioni. Un altro riconoscimento veniva indiretto dalla constatazione della diffusione della nostra lingua sulla bocca degli studiosi. Tutti i delegati delle nazioni mediterranee, e non solo essi, la parlavano.

Questa soddisfazione noi proviamo ora qui scrivendo e abbiamo avuto la fortuna di provare immediata lì, dove tanti collaboratori nostri non erano, artefici pur come noi e più di noi di quella posizione scientifica che la nuova Italia, grande nelle arti della guerra, con le arti della pace va acquistando nel mondo. A questi nostri collaboratori illustri o oscuri va ora il nostro pensiero, deve andare la gratitudine nazionale.

Alla virtù latina
O nulla manca o sol la disciplina

Digitized by Google

scriveva il poeta. Or la virtù della disciplina non si rivela soltanto nelle armi. E questo mostrò bene d'intendere il Ministero dell'Istruzione quando d'accordo col Ministero degli Esteri costituiva (R. D. 18 novembre 1923, N. 2895) l'Unione Accademica nazionale, quella che fu chiamata a Bruxelles il *cartel* delle Accademie italiane, e per le imprese di carattere collettivo la dotava, così come l'analogo Consiglio di ricerche, di appositi fondi: onde agli uomini che presiedono ai due dicasteri deve pure andare in fine di questa relazione la espressione del nostro animo grato.

Con quei fondi le Accademie hanno mostrato di saper fare non vana accademia, ma il dover loro; e più faranno, partecipando ad altre iniziative e più intensamente alle attuali, se verranno loro altri aiuti o dal Governo o dalla munificenza privata.

Roma, 5 maggio 1924.

Carlo Calisse, rappresentante della R. Accademia dei Lincei.
Gaetano De Sanctis, rappresentante della R. Accademia delle Scienze di Torino.
Vincenzo Ussani, rappresentante del R. Istituto Veneto, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Giovanni Vidari

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Giugno 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci PEANO, GUIDI, SOMIGLIANA, PANETTI, MAJORANA, HERLITZKA, POCHETTINO che funge da Segretario.

Scusano l'assenza il Presidente RUFFINI e il Segretario MATTIROLO, nonchè i Soci D'OVIDIO e SACCO.

Vien data lettura del verbale della seduta precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

I Soci GUIDI, SOMIGLIANA e MAJORANA, assenti all'ultima seduta, si associano alle parole di rimpianto pronunciate dal Presidente per la morte del Socio SEGRE.

Il Presidente ricorda che oggi si tributano in Roma speciali onoranze al prof. G. B. GRASSI, Socio della nostra Accademia, in occasione del suo giubileo universitario; comunica che il Rettore della Università di Roma ha ufficialmente invitata l'Accademia a partecipare alle onoranze stesse e che il Presidente ha inviato una lettera di omaggio e di augurio.

Il Presidente comunica che il Socio D'OVIDIO ha declinato l'incarico offertogli di commemorare il compianto Socio SEGRE. Il Socio PEANO propone, e la proposta viene accettata, che l'incarico venga affidato al Socio BOGGIO.

Digitized by Google

Il Socio PANETTI presenta una Nota dell'Ing. C. PASQUALINI dal titolo: *Sullo smorzamento dei vortici in seno a un fluido viscoso incompressibile animato di moto piano.*

Il Socio GUIDI presenta una Nota del Prof. ALBENGA dal titolo: *Il diagramma della pressione dell'aria nel calcolo statico degli aeroplani.*

Il Socio POCHETTINO presenta una Nota del Dr. C. A. BROSSA dal titolo: *Apparecchio per la separazione dell'albumina dalla globulina per mezzo della osmosi elettrica.*

Il Socio SOMIGLIANA presenta una Nota del Dr. B. SEGRE dal titolo: *Una proprietà caratteristica di tre sistemi* ∞^1 *di superfici.*

Il Socio PARONA presenta una Nota del Dr. U. MONTERIN dal titolo: *Deduzioni dalle recenti ricerche sulle variazioni periodiche dei ghiacciai.*

Tutte e cinque queste Note vengono accolte per gli *Atti.*

Digitized by Google

LETTURE

Sullo smorzamento dei vortici in seno ad un fluido vischioso incompressibile animato di moto piano

Nota dell'Ing. CLODOVEO PASQUALINI
presentata dal Socio naz. resid. Panetti

La trattazione del moto dei fluidi perfetti ha condotto spesso a risultati importanti anche per la pratica oltre che per il metodo di indagine riallacciatosi alle scoperte matematiche provocate dallo svolgersi delle teorie del calore, dell'attrazione e dell'elettrologia.

La funzione potenziale, che è mezzo analitico di soluzione di un grandissimo numero di problemi, resta però esclusa dalla trattazione del moto dei fluidi reali e solo la funzione di corrente può impostarsi nel caso del moto piano con vantaggi analoghi alla prima.

Quando la forma di quest'ultima non sia troppo complicata essa porta a risultati più generali di quelli che si ottengono sia con metodi di approssimazione puramente analitici, sia con l'accettazione di ipotesi fisiche semplificative, pur avendosene alcune abbastanza ben confermate dall'esperienza.

Alla funzione di corrente si è fatto ricorso nella presente ricerca del regime di smorzamento dei vortici formatisi per una causa qualunque in seno ad un fluido vischioso incomprensibile il cui moto possa considerarsi piano e trovatane dapprima una forma particolare, riconosciuta atta a rappresentare per mezzo della formula integrale di Fourier una qualsiasi funzione di corrente assegnata nell'istante iniziale, da questa si ottiene la forma della funzione di corrente in qualunque istante successivo e perciò con i processi noti tutti gli elementi del moto.

Digitized by Google

Il problema è già stato risolto dal sig. Terazawa dell'Università di Tokio senza però far uso della funzione di corrente e nel solo caso particolare di una disposizione di vortici rettilinei infiniti simmetrica intorno ad un asse e da vari autori inglesi e americani nel caso di un vortice isolato.

1. — Si stabiliscono le equazioni differenziali per il moto piano di un fluido vischioso incompressibile servendosi dei simboli abituali:

u componente della velocità nella direzione dell'asse delle x;
v componente della velocità nella direzione dell'asse delle y;
p pressione;
δ densità costante;
ν vischiosità cinematica;

e l'operatore

$$\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Le equazioni sono

$$(1) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{1}{\delta}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \nu\Delta_2 u \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} + u\dfrac{\partial v}{\partial x} + v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -\dfrac{1}{\delta}\dfrac{\partial p}{\partial y} + \nu\Delta_2 v \end{cases}$$

insieme con le quali è da considerarsi l'equazione di continuità, essendo la densità costante:

$$(2) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

che permette porre

$$(3) \qquad u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

in cui la ψ e perciò le u e v sono funzioni delle coordinate e del tempo.

Il significato fisico della ψ è qui ben definito come per il moto permanente; essa caratterizza la configurazione del fluido in ogni istante perchè in ogni istante vale relazione:

$$\psi = \int_{x_0 y_0}^{(x y)} (l u + m v)\, ds,$$

Digitized by Google

che dà alla ψ il significato fisico di portata della corrente fluida attraverso una sezione profonda 1 di traccia s sul piano xy da $(x_0\, y_0)$ a $(x\, y)$, la cui normale abbia i coseni di direzione $l\, m$: portata che si mantiene costante in un certo istante muovendosi il punto $(x\, y)$ su una linea di corrente definita appunto dalla $\psi = k$; k variando solo col tempo.

La vorticità è funzione delle coordinate e del tempo essendo

$$2\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \Delta_2 \psi\,, \tag{4}$$

ed in ogni istante la $\Delta_2 \psi$ ne dà la distribuzione sul piano mentre per ogni punto la $\frac{\partial}{\partial t}\Delta_2 \psi$ ne esprime la variazione lungo il tempo.

Fissata una linea chiusa σ la circuitazione è

$$\int_\sigma (u\, dx + v\, dy) = \iint_S \Delta_2 \psi \,.\, dS$$

e la variazione della circuitazione nel tempo

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \Delta_2 \psi \,.\, dS$$

se si mantiene invariato il circuito di integrazione.

Se nelle (1) si fanno le sostituzioni indicate dalle (3) si ha:

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial y\, \partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial y\, \partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{1}{\delta}\frac{\partial p}{\partial x} - \nu \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x\, \partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x\, \partial y} = -\frac{1}{\delta}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

derivata poi la prima rispetto ad y e la seconda rispetto ad x e sottratta l'una dall'altra per eliminare le derivate della p si ottiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}\Delta_2 \psi + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\Delta_2 \psi - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\Delta_2 \psi - \nu \Delta_2 \,.\, \Delta_2 \psi = 0. \tag{5}$$

Si ponga allora $\Delta_2 \psi = F[x, y, f(t)]$ nella (5) che diviene cambiando segno

$$\nu \Delta_2 F - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial f} \cdot \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

Digitized by Google

e cioè

$$\text{(5 bis)} \qquad \nu \Delta_2 F - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial F}{\partial y} - F \frac{d \ln F}{dt} = 0.$$

La possibilità di una distribuzione della vorticità nulla sul contorno, in particolare la retta all'infinito del piano, e non nulla nell'interno dipende dall'essere:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x}\right) + \frac{d \ln F}{dt} < 0$$

e cioè

$$\frac{d \log F}{dt} < 0.$$

Se esiste una soluzione della (5 bis) della forma

$$F[x; y; f(t)] = f(t) \cdot F_1(x, y)$$

essa può scriversi, finchè $f(t) \neq 0$,

$$\nu \Delta_2 F_1 - \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial y} - F_1 \frac{d \ln f(t)}{dt} = 0$$

e per quanto è detto precedentemente deve essere

$$\frac{d \cdot \ln f(t)}{dt} < 0.$$

L'indipendenza di $f(t)$ dalle coordinate permette di assumere come più semplice espressione

$$\frac{d \ln \cdot f(t)}{dt} = -\tau^2,$$

e perciò $f(t) = e^{-\tau^2 t}$.

Preso così $\psi = e^{-\tau^2 t} \psi_1(x, y)$, essendo ψ_1 indipendente dal tempo, sono allora:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\tau^2 e^{-\tau^2 t} \psi_1(x, y); \qquad \frac{\partial \psi}{\partial x} = e^{-\tau^2 t} \frac{\partial \psi_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta_2 \psi = \Delta_2 \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\tau^2 e^{-\tau^2 t} \Delta_2 \psi_1; \qquad \frac{\partial \psi}{\partial y} = e^{-\tau^2 t} \frac{\partial \psi_1}{\partial y}$$

Digitized by Google

e la (5) si scrive:

$$(6)\quad -\tau^2 e^{-\tau^2 t}\Delta_2\psi_1 + e^{-2\tau^2 t}\left(\frac{\partial\psi_1}{\partial y}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\Delta_2\psi_1 - \frac{\partial\psi_1}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial y}\Delta_2\psi_1\right) - \\ - \nu\, e^{-\tau^2 t}\Delta_2\Delta_2\psi_1 = 0\,,$$

di cui una soluzione completa è fornita da

$$\psi_1 = A\, e^{i\alpha(x-\chi)+i\beta(y-\varepsilon)}$$

quando sia $\tau^2 = \nu(\alpha^2+\beta^2)$ e $\alpha;\ \beta;\ \chi;\ \epsilon$ costanti qualisiansi.

La soluzione (7) della (5) che esprime la forma più semplice della ψ nello istante iniziale $t = 0$ si presta immediatamente a rappresentare con la formula integrale di Fourier per una funzione di due variabili una qualsiasi funzione di corrente iniziale ψ_0 quando si consideri la A come funzione delle costanti χ ed ϵ e precisamente

$$A(\chi, \epsilon) = \psi_0(\chi, \epsilon)$$

sì che si abbia

$$(8)\quad \psi_0(xy) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} d\alpha\,.\,d\beta \\ \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\psi_0(\chi, \epsilon)\, e^{i\alpha(x-\chi)+i\beta(y-\varepsilon)}\, d\chi\,.\,d\epsilon\,,$$

e perciò in un istante qualsiasi

$$(9)\quad \psi(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\nu(\alpha^2+\beta^2)t}\, d\alpha\,.\,d\beta \\ \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\psi_0(\chi\,.\,\epsilon)\, e^{i\alpha(x-\chi)+i\beta(y-\varepsilon)}\, d\chi\,.\,d\epsilon.$$

Il problema è così risolto, almeno dal punto di vista formale e non offre eccessiva difficoltà per ottenere in forma finita e, nel caso peggiore, con uno sviluppo in serie la funzione ψ partendo da una data ψ_0.

2. — Non sempre la configurazione iniziale viene data con la funzione di corrente, ma nel caso di moto vorticoso è più spesso nota la distribuzione iniziale della vorticità $2\zeta_0(xy)$ per la quale è

$$(10)\qquad 2\zeta_0(xy) = \Delta_2\psi_0$$

Digitized by Google

e come è noto:

$$(11)\quad \psi_0 = \frac{1}{\pi}\int_{\Xi_1}^{\Xi_1}\int_{H_1}^{H_1} \zeta_0(\xi,\eta)\ln\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]^{1/2} d\xi\,.\,d\eta + \psi_0(xy)$$

per una distribuzione continua, essendo l'integrale esteso a tutto il campo dei punti (ξ, η) nei quali ζ_0 è diversa da zero; mentre per una distribuzione discontinua è ψ_0 uguale ad una sommatoria analoga.

La funzione $\bar{\psi}_0$ è una funzione armonica scelta in modo tale che la ψ_0 soddisfi la condizione ai limiti; essa può anche essere nulla in tutto il piano.

Chiamando per semplicità di scrittura

$$B = e^{-\nu\alpha^2 t + i(x-\chi)\alpha}$$
$$C = e^{-\nu\beta^2 t + i(y-\varepsilon)\beta}$$
$$D = \zeta_0(\xi\eta)\ln\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]^{1/2},$$

se la ψ_0 ha la forma della (11) la (9) diviene

$$(12)\quad \psi(xyt) = \frac{1}{4\pi^3}\int_{IV}^{+\infty}_{-\infty}\int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} BC.(D.d\xi.d\eta).d\alpha\,.\,d\beta\,.\,d\chi\,.\,d\epsilon + \bar{\psi}(xyt)$$

con la ψ funzione armonica delle coordinate, che può essere anche nulla, tale da permettere alla ψ di soddisfare le condizioni ai limiti.

Le componenti della velocità: u v rispettivamente nella direzione x ed y si hanno dalle derivate della ψ rispettivamente secondo y, cambiato di segno, e secondo x; la derivazione effettuandosi sotto il segno di integrazione.

Assegnata la distribuzione iniziale della vorticità $2\zeta_0$ funzione di x e di y mentre all'infinito il fluido si mantiene in riposo, la (12) può trasformarsi in modo opportuno per una calcolazione degli elementi del moto.

Invertendo l'ordine degli ultimi due integrali doppi e cioè eseguita l'integrazione per le variabili α e β; per essere:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B\,d\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\nu t\alpha^2 + i(x-\chi)\alpha}\,d\alpha = \sqrt{\frac{\pi}{\nu\tau}}\,e\left[-\frac{(x-\chi)^2}{4\nu t}\right]\ (*)$$

(*) Si usa alle volte la notazione $e[l, m\ldots]$ al posto di $e^{l,m\cdots}$ per semplicità di composizione.

Digitized by Google

con l'analogo

$$\int_{-\infty}^{\infty} C d\beta = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\nu t \beta^2 + i(y-\epsilon)} d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{\nu t}}\, e\left[-\frac{(y-\epsilon)^2}{4\nu t}\right]$$

si ottiene

$$\psi = \frac{1}{4\pi^2 \nu t} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e\left[-\frac{(x-\chi)^2+(y-\epsilon)}{4\nu t}\right] \int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} D\,.\,d\xi\,.\,d\eta\,.\,d\chi\,.\,d\epsilon$$

nella quale si sostituisce

$$\ln\left[(x-\xi)^2+(\epsilon-\eta)^2\right]^{1/2} = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \frac{e^{-\gamma} - e^{-\gamma\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]}}{\gamma}\, d\gamma$$

e perciò

$$\psi = \frac{1}{8\pi^2 \nu t} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e\left[-\frac{(x-\chi)^2+(y-\epsilon)^2}{4\nu t}\right] \int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0\, d\xi\,.\,d\eta$$
$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-\gamma} - e^{-\gamma\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]}}{\gamma}\, d\gamma.$$

In questa si eseguisce l'integrazione secondo le variabili χ, ϵ tenendo presente che

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p\lambda^2 \pm 2q\lambda}\, d\lambda = e^{\frac{q^2}{p}} \sqrt{\frac{\pi}{p}}$$

e si ottiene in definitiva

$$(13) \qquad \psi = \frac{1}{2\pi} \int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0\, d\xi\,.\,d\eta$$
$$\int_0^{\infty} \frac{(1+4\nu t\gamma)\, e^{-\gamma} - e\left[-\gamma\,\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{1+4\nu t\gamma}\right]}{\gamma}\, d\gamma$$

la quale per $t = 0$ dà appunto

$$\psi_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0\,(\xi, \eta)\,.\,\ln\left[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2\right]^{1/2} d\xi\,.\,d\eta.$$

Derivando la (13) rispetto ad x ed y si hanno le due componenti della velocità secondo le direzioni y e x in ogni istante

Digitized by Google

$$(14)\quad \begin{cases} u = -\dfrac{\partial \psi}{\partial y} = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0(\xi,\eta)\, d\xi\,.\,d\eta \\ \qquad\qquad \displaystyle\int_0^x (y-\eta)\, \frac{e^{\left[-\gamma\,\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{1+4\nu t\gamma}\right]}}{(1+4\nu t\gamma)^2}\, d\gamma \\ v = \dfrac{\partial \psi}{\partial x} = -\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0(\xi,\eta)\, d\xi\,.\,d\eta \\ \qquad\qquad \displaystyle\int_0^{\infty} (x-\xi)\, \frac{e^{\left[-\gamma\,\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{1+4\nu t\gamma}\right]}}{(1+4\nu t\gamma)}\, d\gamma \end{cases}$$

che si possono trasformare ponendo $1 + 4\nu t\gamma$ uguale ad una variabile ausiliaria per integrarle poi fra 1 e ∞ ottenendo in fine

$$(15)\quad \begin{cases} u = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0(\xi,\eta)\, \frac{y-\eta}{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} \\ \qquad\qquad \left(1 - e^{\left[-\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{4\nu t}\right]}\right) d\xi\,.\,d\eta \\ v = -\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0(\xi,\eta)\, \frac{x-\xi}{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} \\ \qquad\qquad \left(1 - e^{\left[-\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{4\nu t}\right]}\right) d\xi\,.\,d\eta \end{cases}$$

e la vorticità

$$(16)\quad 2\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2\pi\nu t}\int_{\Xi_1}^{\Xi_2}\int_{H_1}^{H_2} \zeta_0(\xi,\eta)\, e^{\left[-\frac{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2}{4\nu t}\right]} d\xi\,.\,d\eta.$$

3. — Prescindendò da considerazioni sulla possibilità dell'esistenza di un vortice isolato si esamina questo caso per avere un'idea più semplice del fenomeno e dell'ordine delle grandezze in giuoco.

La funzione di corrente assume la forma semplice

$$(17)\quad \psi = \frac{K_0}{2\pi}\int_0^x \frac{(1+4\nu t\gamma)\, e^{-\gamma} - e^{\left[-\gamma\,\frac{(x^2+y^2)}{1+4\nu t p}\right]}}{\gamma}\, d\gamma$$

Digitized by Google

se la traccia del filo vorticoso si suppone nell'origine degli assi; la velocità indotta è

$$V = \frac{K_0}{\pi r}\left(1 - e\left[-\frac{r^2}{4\nu t}\right]\right).$$

Dopo il primo istante in ogni punto del piano esiste una vorticità eccetto che nell'origine da cui il moto è partito e ciò può vedersi calcolando la circuitazione lungo una linea chiusa comprendente l'origine, in particolare un cerchio di raggio r.

Tale circuitazione è

$$I = 2K_0\left(1 - e\left[-\frac{r^2}{4\nu t}\right]\right) \tag{18}$$

ed il suo valore dipende dall'estensione del circuito di integrazione, è costante però nel tempo il suo valore in tutto il piano, come poteva pensarsi anche per altre considerazioni e può verificarsi prendendo per circuito di integrazione la retta all'infinito del piano.

Per una coppia di vortici di intensità K e $-K$ iniziali rispettivamente, nei punti $(a, 0)$ e $(-a, 0)$ la vorticità è data in ogni istante da

$$2\zeta = \frac{K}{2\pi\nu t}\left(e\left[-\frac{(x-a)^2+y^2}{4\nu t}\right] - e\left[-\frac{(x+a)^2+y^2}{4\nu t}\right]\right) = \tag{19}$$

$$= \frac{K}{2\pi\nu t}\, e\left[-\frac{x^2+a^2+y^2}{4\nu t}\right] \operatorname{sh}\frac{2ax}{4\nu t}$$

ed il suo massimo valore si trova nel punto di coordinate tali da soddisfare contemporaneamente le equazioni

$$\frac{\partial\zeta}{\partial x} = 0\,; \qquad \frac{\partial\zeta}{\partial y} = 0\,; \qquad \frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2} - \frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y} = 0. \tag{20}$$

La (19) dice che la vorticità in questo caso è sempre nulla all'infinito mentre dalla seconda delle (20) si trae la condizione per y di $y = 0$, cioè il massimo della vorticità si trova in un punto dell'asse della coppia vorticosa con la quale si intendono solidalmente collegati gli assi.

Nel caso di due vortici di intensità K uguale e dello stesso

Digitized by Google

segno nell'istante iniziale situati nei punti $(a; 0)$ e $(-a; 0)$ la vorticità in ogni istante è data da

$$2\zeta = \frac{K}{2\pi\nu t} e\left[-\frac{x^2+a^2+y^2}{4\nu t}\right] \operatorname{ch}\frac{2ax}{4\nu t}. \tag{21}$$

Si può fare una calcolazione diretta del valore della vorticità lungo l'asse delle x in vari istanti dopo l'iniziale e si constata come nel caso della coppia di vortici coniugati i due punti di massimo si vadano allontanando l'uno dall'altro mentre nel caso di due vortici iniziali dello stesso senso i due punti di massimo si avvicinano rapidamente fino a che le zone di massima vorticità vengono quasi a coincidere per smorzarsi poi più lentamente.

Un tale esempio schematico, che non ha immediata corrispondenza nella natura, in cui si verificano solo nuclei vorticosi di estensione finita, ha però importanza, perchè dà una prima giustificazione teorica della legge sui cicloni, che i meteorologi giapponesi chiamano legge di Okada.

Secondo una tale legge, che fu stabilita statisticamente, due cicloni dello stesso senso di rotazione si attraggono, mentre due di senso opposto si respingono; essa aveva avuto finora solo una parziale verificazione teorica nei lavori del Sig. Kitao, che aveva adottato per l'atmosfera l'ipotesi del fluido semiviscoso.

V. Kwan-ichi Terazava Rigakuhakushi, *On the decay of Vortical Motion in a Viscous Fluid*, " Report of the Aeonautical Research Institute „, Tokio, Imperial University, N° 4, november 1922 (Vol. i. 4).

Per la eliminazione delle derivate della pressione dalle equazioni differenziali del moto vedi fra altri:

Th. v. Kàrmàn, *Ueber laminare und turbulente Reibung*, " Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik „, Band I, Heft 4, agosto 1921.

Digitized by Google

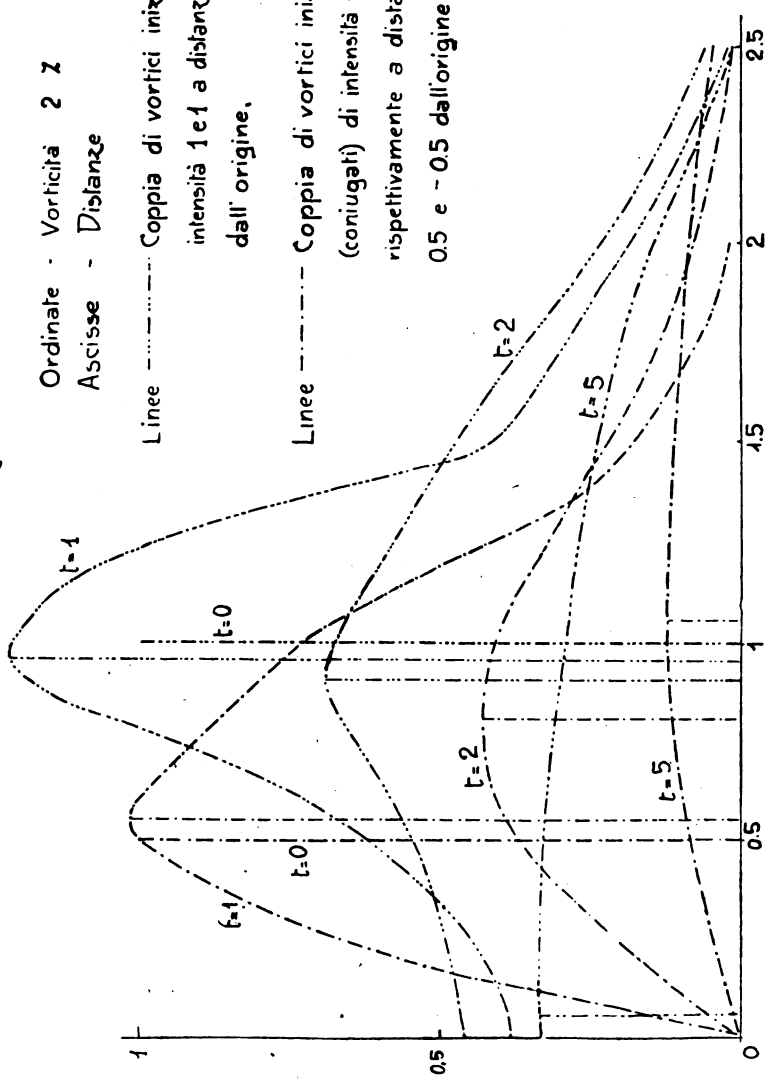


Diagramma della vorticità eccitata in un fluido viscbioso incompressibile da due vortici lineari iniziali.

Digitized by Google

Digitized by Google

Il diagramma della pressione dell'aria nel calcolo statico degli aeroplani

Nota del Socio corrispondente GIUSEPPE ALBENGA
presentata dal Socio naz. resid. Q. Majorana

1. — Nel calcolo statico — o con termine marinaresco calcolo di robustezza — degli aeroplani si ritiene di regola in Italia che, per ali di pianta rettangola, con profilo costante ed incidenza eguale su tutta la lunghezza (*envergure*), la pressione dell'aria sia distribuita con legge uniforme, escluso un tratto

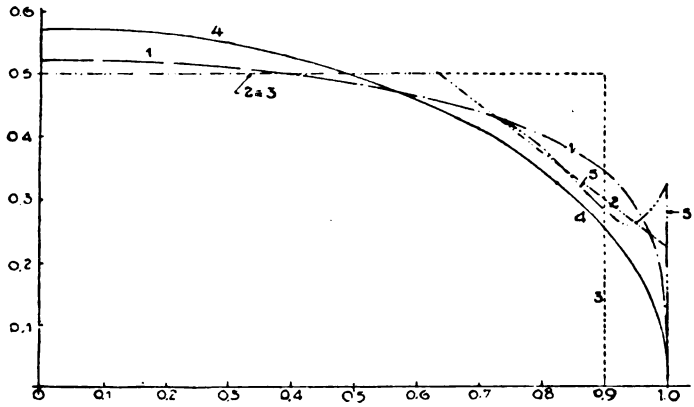


Fig. 1.

a ciascun estremo (di regola $^1/_4$ della profondità dell'ala) dove la pressione vien supposta nulla per tener conto delle perdite marginali. Per una semiala di allungamento 1:5 si avrebbe la ripartizione indicata col numero 3 nel diagramma di fig. 1.

A questa distribuzione si è da parecchi autori mosso l'appunto di riuscire troppo grossolanamente semplicista, vennero

Digitized by Google

perciò suggerite altre leggi di ripartizione con l'intento di mettersi meglio in accordo con le teorie dell'aerodinamica o con i risultati di prove sperimentali.

2. — Il colonnello Dorand propose nel 1921 la distribuzione ellittica [1] — curva 4 di fig. 1 — assunta da Prandtl e dalla sua scuola come base di classiche ricerche sul comportamento aerodinamico delle ali.

Knoller suggerì invece una legge di ripartizione secondo una curva di 4° ordine del tipo di quelle dette dai tecnici *curve di Resal*, essa pure ad andamento analogo a quello d'una ellisse [2] — curva 1 della fig. 1.

I Tedeschi usano ora correntemente la ripartizione rappresentata dalla linea 2 del diagramma di fig. 1: ritengono cioè costante la pressione nella parte centrale dell'ala e decrescente per un tratto eguale alla profondità del profilo a ciascun lato fino a ridursi alla metà della pressione al centro [3].

Tutte le proposte ricordate cercano di rappresentare con funzioni algebriche molto semplici i valori della pressione quali risultano dalle determinazioni sperimentali. Ci si riferisce per lo più in questi studi alle accurate prove del " National Physical Laboratory „ di Teddington, confermate da recenti esperienze americane: il diagramma 5 di figura 1 rappresenta il caso di ali con allungamento alquanto superiore ad 1:5 [4]. È naturale che esso non può dar altro che una indicazione assai sommaria: a prescindere da incertezze di misura e dall'*effetto di scala*, diverso nelle varie circostanze, la ripartizione delle pres-

---

[1] *Rapports du I^r Congrès de la Navigation aérienne*, Paris, 1921, vol. II, p. 44 e segg.

[2] Indicando con p la pressione nel punto distante x dalla mezzaria la equazione della curva di Knoller è

$$\left(\frac{p}{a}\right)^4 + \left(\frac{x}{b}\right)^2 = 1$$

dove a e b sono due costanti. Cfr. RATZERSDORFER, *Problem der Flugzeugstatik*, " Zeitsch. f. ang. Mathem. und Mechan. „, 1921, p. 47.

[3] Cfr. ad esempio A. PRÖLL, *Flugtechnik* München, 1919, p. 264.

[4] Ved. M. MUNCK, *Die Druckverteilung über Tragflächen nach englischen Messungen* in " Zeitsch. f. Flugtechnik und Motorluftschiffahrt „. 1916, p. 133.

Digitized by Google

sioni dipende da troppi elementi per esser data in modo un po' preciso da una unica legge.

Un concetto assai diverso, esclusivamente teorico, guida invece Stan. Mirea nel proporre la sua distribuzione, risultante dalla ipotesi che la pressione dell'aria sopra l'ala sia in stretta dipendenza delle deformazioni di questa (5): egli giunge così ad una equazione differenziale del quarto ordine, formalmente identica a quella di Zimmermann per la traversina ferroviaria e ne sviluppa le principali conseguenze. Ma la ipotesi fondamentale, giustificata nel caso della sostentazione statica dei galleggianti, non lo è più egualmente per la sostentazione dinamica degli aeroplani.

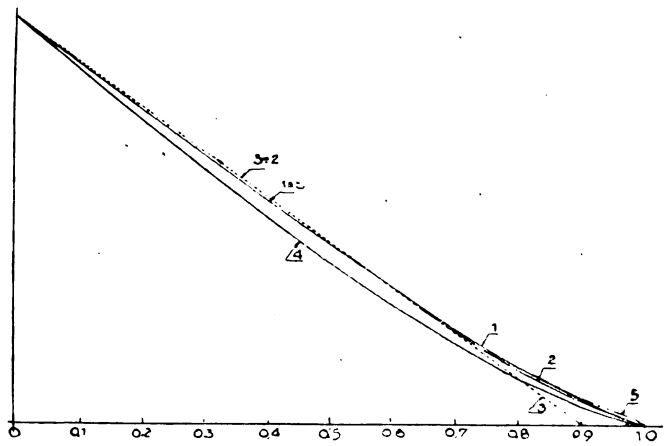


Fig. 2.

3. — La complicazione dei calcoli, talora assai notevole, introdotta accettando le leggi ricordate al numero precedente non ha ragione di essere perchè la ripartizione semplicissima indicata in principio dà risultati abbastanza approssimati.

Consideriamo il caso di un monoplano con ala di sbalzo: la fig. 2 dà le linee integrali dei vari diagrammi di carico cioè gli sforzi di taglio nell'ala: la fig. 3 dà invece gli integrali secondi, cioè i momenti flettenti.

(5) Mirea St. N., *Note sur le calcul des ailes d'un avion.* International Air Congress. London, 1923.

Digitized by Google

Quantunque, per rendere più evidente il distacco fra la condizione di carico usuale (curva 3 di fig. 1) e la distribuzione sperimentale delle pressioni (curva 5), si sia ammesso un allungamento di 1:5, valore che nei buoni apparecchi non è mai raggiunto, appare evidente dalle figure che, escluso il tratto estremo, dove del resto per ragioni costruttive si impiegano sempre dimensioni esuberanti, la coincidenza fra il diagramma del taglio, quale risulta dalla esperienza (curva 5 di fig. 2) e quello ottenuto nella ipotesi di carico più semplice (fig. 2, curva 3) è assai buona: lo stesso vale per il diagramma dei momenti flettenti.

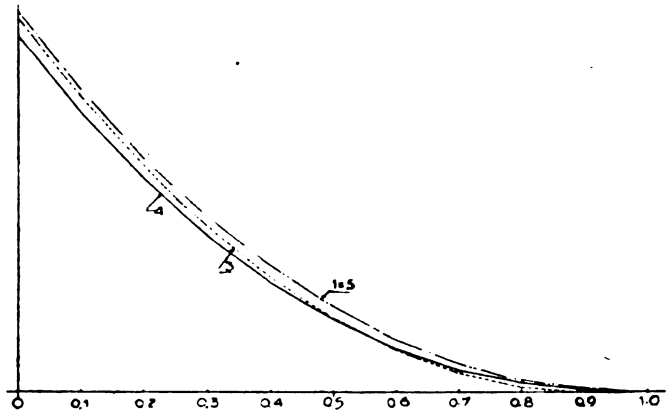


Fig. 3.

Interessa ancora notare come la distribuzione ellittica (linee 4) sia la distribuzione che dà sollecitazioni più diverse da quelle verificate sperimentalmente, mentre quella di Knoller, purtroppo assai complessa nei calcoli pratici, è quella che meglio si avvicina alla realtà.

4. — L'influenza delle diverse distribuzioni di pressione è evidentemente un po' maggiore per le ali sostenute anche in punti intermedi: ma è facile dimostrare che anche in questi casi è inutile ricorrere alle leggi di ripartizione molto complesse, tanto più che nessuna di esse può rappresentare da vicino il fenomeno effettivo in causa delle irregolarità indotte nella corrente d'aria dalla presenza di puntoni, di montanti, di crociere e di altri elementi della cellula.

Bologna, giugno 1924.

Digitized by Google

Deduzioni dalle recenti ricerche sulle variazioni periodiche dei ghiacciai

Nota del Dr UMBERTO MÒNTERIN
presentata dal Socio nazionale residente Parona
(con una tabella a tavola)

« Quel que soit le sort de nos théories, notre affirmation tout au moins restera acquise: c'est que ces faits, mystérieux et troublants, déconcertants dans leur complexité, sont parmi les plus grands, les plus beaux, les plus majestueux que le monde des Alpes soumette à notre curiosité d'intellectuels ».

F. A. Forel.

Lo studio del fenomeno glaciale rivela che le variazioni periodiche dei ghiacciai dipendono dal rapporto fra l'alimentazione e l'ablazione (1). E poichè l'azione massima di alimentazione d'un ghiacciaio ha luogo alla sua origine, ne conseguirebbe, secondo Forel (2), che una maggiore alimentazione partita dal serbatoio si farà sentire con un avanzamento alla fronte, con maggiore o minore ritardo a seconda della lunghezza del ghiacciaio, ossia relativamente al tempo che l'aumento di neve impiegherà a trasmettersi come un'ondata giù per la corrente ghiacciata fino alla propria fronte. Da ciò deriverebbe l'asincronismo negli avanzamenti dei ghiacciai, non solo di gruppi differenti ma anche in quelli attigui, mentre sono quasi

---

(1) Parona C. F., *Le variazioni periodiche dei ghiacciai e gli studi relativi*, « Natura », vol. IV, Milano, 1913.

(2) Forel F. A., *Les variations périodiques des glaciers*, « Bibl. Un. et Revue Suisse », t. LXIV, 1911.

Digitized by Google

analoghe le condizioni meteorologiche nello stesso gruppo montuoso. Per contro, poichè l'azione ablatrice opera più intensamente nella parte terminale del ghiacciaio, ove il calore estivo e quindi il fenomeno della fusione arresta il ghiacciaio nella sua discesa, il suo effetto sulla fronte sarebbe di conseguenza immediato, prima rallentando la velocità del moto progressivo, poi invertendo il fenomeno in regresso. In grazia appunto di questa opera immediata dell'ablazione ne conseguirebbe la simultaneità dei regressi, tanto nei ghiacciai lunghi che nei brevi, in contrapposto alle suaccennate divergenze di comportamento nei progressi.

Anzi pare ormai accertato, secondo le classiche ricerche del prof. Brückner (1), che vi sarebbe una stretta dipendenza fra queste variazioni e quelle meteorologiche, per cui i progressi glaciali risponderebbero con un ritardo di qualche anno, vario da ghiacciaio a ghiacciaio, a seconda della loro forma e struttura, a periodi freddo-umidi, i regressi a quelli caldo-asciutti. Un ghiacciaio si avanza perchè nel periodo freddo-umido si accumula una maggior quantità di ghiaccio nel bacino collettore di quella che si scioglie nella sua discesa lungo il ghiacciaio; si ritira perchè nel periodo caldo-asciutto si forma meno e si consuma più ghiaccio (2).

Vi è tuttavia divergenza di idee sulle influenze che la maggiore o minore alimentazione negli alti serbatoi e la più o meno forte ablazione nella regione frontale esercitano sul regime e e quindi sulle oscillazioni periodiche dei ghiacciai. Per il De Marchi (3) nel bilancio di un ghiacciaio ha parte preponderante l'ablazione, cioè il processo di fusione, come fenomeno predisponente non soltanto del regresso, ma anche del progresso, che il Forel (op. cit.) invece attribuisce in gran parte all'alimentazione per innevamento. A queste divergenze di vedute vorrei appunto portare qualche contributo col fondamento dei dati di fatto che mi risultano dalla sorveglianza per dieci anni eseguita sui ghiacciai italiani del M. Rosa.

---

(1) Brückner E., *Klimaschwankungen seit 1700*, Wien, 1890.

(2) De Marchi L., *Le variazioni periodiche dei ghiacciai*, " Rend. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett. „, vol. XXVIII, 1895, pag. 1018.

(3) Detto, *Nuove teorie sulle cause dell'era glaciale*, " Riv. di Scienza „, vol. IX, 1911.

Digitized by Google

Ghiacciai	919	1920	1921	1922	1923
Indren occ., lingu	R.	R.	R.	scomparsa lingua	
„	P.	R. ← m. 20 →			R.
Bors	P.	P.	R. ← m. 22 →		R.
Castore . . .	P.	P.	R. ← m. 10 →		R.
Vera Piccolo .	P.	P.	R. ← m. 8 →		R.
Sesia	P.	P.	P.	R.	R.
Piode or., fianco	P.	P. m. 11.5	R. ← m. 25 →		R.
fronte	P.	P. m. 20.5	P. 13	R. – m. 15 – R.	
Vera Grande, fian	P.	P.	R.	R. m. 2.50	R.
fro	P.	P.	P. m. 18 „ m. 35	R. m. 13 „ m. 1	R. m. 6 „ m. 11
Lys, plateau VI	→		R. m. 3.25	R. m. 2.25	R. m. 1.25
fianco destr	6.50	P. m. 10.30	R. m. 0.50	R. m. 3	R. m. 6
„ sinist	15.40	P. m. 1	R. m. 8	R. m. 22	R. m. 11.50
fronte I .	27.50	P. m. 20	P. m. 20	R. m. 5.50	R. m. 6.50
Macugnaga, fron	n. 62	P. m. 60	P. m. 26	R. m. 8	R. m. 51
„	– m. 62 →			R.	R. m. 54
„	50 c.	P. m. 62.3	P. m. 28.7	P. m. 12	P. m. 18

Digitized by Google

Digitized by Google

Già da molti anni avevo percorso in tutti i sensi i ghiacciai di questo importante massiccio montuoso delle Alpi Pennine, ma soltanto nel 1913 per consiglio del Prof. Parona e con l'appoggio del Prof. Somigliana, presidente del Comitato Glaciologico Italiano, iniziai regolarmente le mie osservazioni sui ghiacciai del versante d'Ayas e di Gressoney, che successivamente estesi a quelli delle altre valli meridionali. Interrotte dal 1916 al 1918, ad eccezione del ghiacciaio del Lys, ove le continuai abbastanza regolarmente anche durante questo periodo, le ripresi nel 1919 proseguendole ininterrottamente fino a tutt'oggi.

Detto periodo d'osservazione include una intiera fase progressiva, che durò in media 9 anni, con un andamento che graficamente corrisponderebbe nel suo complesso quasi ad una parabola. Questa però non è punto a linea continua ma debolmente seghettata in rapporto sopratutto alle piccole oscillazioni negative dei mesi estivi, sia anche perchè i singoli progressi di ciascun anno non andarono sempre gradualmente aumentando prima e diminuendo poi, ma presentarono degli alti e bassi: così ad esempio il ghiacciaio del Lys ebbe un progresso di m. 21 nel 1918, di m. 27,50 nel 1919 e di m. 20 nel 1920.

Nell'unita tavola ho raccolto i più importanti dati numerici, che naturalmente non posseggo per il primo periodo per la mancanza di misure precedenti. Ad ogni modo, alcune osservazioni complementari che riporto in nota (1), giustificano più

---

(1) Nel 1913 trovai la fronte del ghiacciaio del Lys retrocessa di m. 12 rispetto ad una misura fatta dal Prof. Dainelli (*Il ghiacciaio del Lys*, " Boll. Sez. Fiorentina C. A. I. „, 1911) nel 1910. Tale entità è troppo esigua per un ghiacciaio così grande per esser considerata come la somma del ritiro continuato di tre anni. È ben logico il supporre ch'essa rappresenti invece la differenza tra il regresso operatosi ancora dopo il 1910 ed il successivo progresso avutosi nel 1913. Si aggiunga a maggior conferma che nel 1914 si ebbe rispetto all'anno precedente un progresso di ben m. 16.40, cifra troppo elevata per esser ritenuta unicamente come il primo impulso progressivo.

Nel 1914 trovai la fronte del ramo destro del ghiacciaio di Macugnaga alla medesima altezza del segno, come l'aveva osservata il Dainelli nel 1901. E poichè dopo il 1901 questo ghiacciaio continuò a ritirarsi come tutti quelli del Rosa, per ritrovarsi con la sua fronte nella posizione primitiva, dovette necessariamente aver ripreso il moto discendente almeno un anno dianzi ossia nel 1913. Fatto che è inoltre sicuramente comprovato da due

Digitized by Google

che a sufficienza le semplici diciture di progresso " P „ e di regresso " R „ della tavola nei casi in cui manca il valore numerico.

Per quanto i dati raccolti siano forse insufficienti per poter sulla loro base stabilire delle leggi generali e sicure, tuttavia,

---

fotografie dei fratelli Wehrli di Zurigo (Nri 15958 e 15953), dalle quali risulta che nel 1911, anno a cui risalgono le dette fotografie, l'estremità linguale s'arrestava di parecchi metri a monte del segno.

Ne consegue che *sono di ben scarso valore le misure eseguite su un ghiacciaio a grandi intervalli*, anche se solamente di due o tre anni, allorchè questi cadono proprio nel periodo di transizione da una fase progressiva a quella regressiva, o viceversa. Infatti dal dato raccolto si potrebbe esser condotti a ritenere il ghiacciaio in una fase progressiva o regressiva, che in realtà non corrisponde al vero, poichè quello *non rappresenta altro che la somma del progresso e del regresso, verificatisi nell'intervallo di tempo trascorso tra le due misure.*

Uguali osservazioni feci parimenti sui ghiacciai di Vera Grande, Piode e Sesia, per cui anche le fronti di questi iniziarono il moto progressivo verso il 1913. Tutti questi ghiacciai hanno pressochè una eguale esposizione, quelli del Lys e di Vera sono pressochè di uguale portata ed arrestano le loro fronti ad una altitudine di poche diecine di metri di differenza; quelli della Sesia e di Piode, per quanto forse di minor potenza, sono però a maggior pendenza; per ultimo il ramo destro del ghiacciaio di Macugnaga si spinge bensì molto più in basso degli altri, ma ha per contro un'esposizione a nord-est, inoltre esso è una diramazione secondaria del grande ghiacciaio di Macugnaga: non presentano quindi nel loro complesso profonde differenze e di conseguenza le loro fronti hanno la possibilità di avere delle oscillazioni pressochè sincrone.

Ugualmente dovettero comportarsi le fronti dei ghiacciai minori, anticipando l'inizio del loro progresso rispetto a quello dei ghiacciai maggiori. Così il ghiacciaio di Bors presentava nel 1914 rispetto al 1901 un avanzamento di m. 2, cifra che, come sopra per il ghiacciaio del Lys, è da considerarsi come la risultante del regresso continuatosi dopo il 1901 e del successivo progresso iniziatosi certamente nel 1912 o forse di già nel 1911. Sebbene non abbia dei dati precisi in proposito, tuttavia propendo per ritenere che ugualmente le fronti degli altri ghiacciai minori (Vera piccolo, Castore, Perazzi, Indren, Garstelet e Netscho) anticiparono l'inizio del progresso di un anno o due, come nell'attuale fase di ritiro.

Faccio però notare che l'attività progressiva dei ghiacciai minori aventi le fronti intorno ad una media altitudine di 2800 m., non si manifestò con una immediata ed effettiva discesa, che in totale non superò mai i 15 m. — per cui quasi oserei affermare che più piccoli i ghiacciai, più esigui furono gli avanzamenti — ma fu caratterizzata da uno straordinario innevamento, che, per lo più persistendo anche per tutta la stagione estiva,

Digitized by Google

se messi a confronto fra di loro, possono condurci a fare sulla dinamica glaciale delle deduzioni che per ora saranno del tutto preliminari, e che una più lunga osservazione potrà modificare nei dettagli, ma non mai distruggere del tutto.

In questa disamina si deve fare distinzione fra le relazioni che derivano dal confronto fra le oscillazioni unicamente frontali (α) e quelle che, nel periodo di transizione dalla fase regressiva a quella progressiva e viceversa, si verificano nelle varie regioni dei ghiacciai medesimi (β).

α — Nel primo caso risultano tre fatti specifici: 1) che *le variazioni frontali dei diversi ghiacciai prese complessivamente nel loro insieme presentano un sensibile asincronismo le une rispetto alle altre.* Tanto più accentuato poi se ad esempio si confrontano tra di loro gli inizî del progresso (1911-12) e del regresso (1919-20) del ghiacciaio d'Indren con quelli del ramo sinistro del ghiacciaio di Macugnaga (progresso 1915, regresso 1924 ?), nel qual caso si ha una differenza massima dai 5 ai 6 anni. Per quanto ciò sia più che logico data la diversità d'altitudine delle rispettive fronti, di pendenza nonchè d'ampiezza dei bacini collettori e conseguentemente di potenza fra i diversi ghiacciai, tuttavia noi osserviamo nel suo complesso che detto asincronismo non è stato poi molto accentuato e che anzi l'andamento delle oscillazioni ha dimostrato una notevole simultaneità. Che poi questa abbia potuto verificarsi nonostante la grande differenza di potenza fra i ghiacciai maggiori e minori, bisogna pur tener presente che l'entità dell'ablazione diminuisce coll'altitudine. Dato che l'andamento d'una massa glaciale corrisponde, come risulterà in seguito, alla sovrapposizione degli effetti dell'ablazione discontinua su quelli del moto continuo di discesa, e che la velocità aumenta con la potenza della massa ghiacciata, ne consegue che i ghiacciai posti più in alto, hanno bensì una potenza minore, ma parimenti anche un moto minore e vanno

---

impediva qualsiasi misura diretta. E ciò ebbe sopratutto a verificarsi dal 1911 al 1915, per cui, nemmeno nella seconda metà di Settembre, le fronti erano visibili, fatto che non ebbe più a ripetersi dal 1919 in poi. Una tale persistenza della neve invernale io la ritengo dovuta, piuttosto che all'effetto d'un notevole aumento delle precipitazioni nevose, ad una sensibilissima diminuzione dell'ablazione per effetto d'un abbassamento di temperatura.

Digitized by Google

soggetti ad un'ablazione molto più esigua di quelli in basso, e quindi le loro prime variazioni — esclusi gli innevamenti più o meno accentuati — sono piccolissime e quasi impercettibili alle nostre osservazioni. Il che ci spiega ancora come l'entità totale delle oscillazioni sia molto diversa fra grandi e piccoli ghiacciai.

2) Che però *le variazioni frontali considerate fra gruppi di ghiacciai aventi caratteri abbastanza analoghi* (gh. di Vera Piccolo, Castore, Perazzi, Indren e Bors da un lato e quelli di Vera Grande, Lys, Piode e Sesia dall'altro) *presentano una perfetta simultaneità tanto nell'inizio del progresso quanto in quello di regresso.*

3) Appare inoltre — il che forse è il fatto più saliente e che sarebbe in aperta contraddizione a quanto si riteneva finora come fatto assiomatico — che *l'asincronismo fra le variazioni frontali di ghiacciai diversi non è più pronunziato nell'inizio del progresso che in quello successivo del regresso.* Ciò è posto in evidenza in modo speciale dal perfetto rapporto fra le oscillazioni sia positive che negative del ramo sinistro del ghiacciaio di Macugnaga e quelle del gh. del Lys, di Vera Grande, ecc.

β — 1) Durante il passaggio dalla fase progressiva a quella regressiva o viceversa, osservando come si manifestano le variazioni che un dato organismo glaciale presenta in tutte le sue parti, tanto sulla fronte che nelle regioni intermedie ed alte, e non soltanto in senso orizzontale, ma anche in senso verticale, ossia le variazioni in potenza, risulta che quelle non sono contemporaneamente dello stesso segno, hanno cioè le une rispetto alle altre un deciso carattere d'asincronismo (1). E più

(1) Dò alcuni esempi: Nel 1913 risalendo la morena sinistra del ghiacciaio Grande di Vera osservai che in corrispondenza dell'alpe superiore di Vera la massa glaciale non soltanto si era innalzata in modo da superare il ciglio della morena travolgendo la cotica erbosa della faccia interna della medesima, ma l'aveva pure in parte rotta. Prova sicura che già nell'anno precedente ossia nel 1912 s'era avuto qui e più in alto ancora un notevole aumento di massa. Aumento che fu quasi impercettibile alla fronte nel 1913 e che nel 1914 fu soltanto di 4 metri, mentre in questo medesimo anno in corrispondenza della sopradetta rottura si ebbe un notevole trabocco di massa glaciale sulla faccia esterna della morena. Inversamente nel 1921, mentre la fronte aveva ancora progredito dal 1920 di m. 18 e

Digitized by Google

propriamente *ogni variazione sia positiva che negativa comincia a manifestarsi con un aumento o con una diminuzione di massa delle alte regioni che rapidamente si propaga a quelle inferiori fino alla fronte*: per cui avviene che mentre *all'inizio della fase progressiva la fronte del ghiacciaio continua a retrocedere le sue parti alte aumentano; ed analogamente all'inizio della fase inversa di regresso mentre la fronte continua a progredire le regioni più vi-*

---

m. 35 rispetto ai due segni caposaldi, la superficie glaciale in corrispondenza della citata rottura non solo s'era di tanto abbassata da corrispondere alla cresta della morena, ma era pure cessato qualsiasi trabocco di ghiaccio.

Ricordo benissimo, come del resto comprovano alcune mie vecchie fotografie del ghiacciaio del Lys, che verso il 1910 dalla morena di sponda destra potevasi ancora raggiungere lo spuntone roccioso portante la quota di 2782 m. (I. G. M.) senza toccare il ghiaccio. Ciò non era più possibile nel 1911 e 1912 causa l'avanzamento della massa glaciale, mentre la fronte presentò i primi deboli segni di progresso soltanto nel 1913. Per contro nel 1921, mentre la fronte avanzò ancora di ben 20 m. dal 1920, i due fianchi, in corrispondenza dei due segni IV e V, già ebbero in quell'anno un ritiro rispettivamente di m. 8 e 0,50, non solo, ma al plateau del Lys constatai rispetto all'anno precedente un abbassamento in potenza di m. 3,25.

Un ugual fatto osservai nella lingua orientale del ghiacciaio delle Piode. Ma la prova più chiara è data dal rispettivo comportamento delle fronti dei tre rami in cui si divide la parte terminale del ghiacciaio di Macugnaga. Già dissi che nel 1913 la fronte del ramo destro aveva iniziato il suo primo debole progresso; aggiungo ora che l'aumento di massa al Belvedere doveva già essere assai notevole fin d'allora, se nell'anno successivo si ebbe già, alquanto più in basso, la rottura della morena di sponda destra, attraverso la quale successivamente si riversò la digitazione mediana. Ebbene, ciò nonostante la fronte del ramo sinistro presentò soltanto nel 1915 un primo incontrollabile avanzamento. Nel 1921 — mentre le fronti presentarono ancora dei notevoli progressi — si ebbero al Belvedere i primi segni precursori di un abbassamento della superficie glaciale. Nel 1922 notevolmente diminuiti in potenza erano i rami mediano e di destra, di cui una parte della fronte ebbe un primo debole regresso, che andò accentuandosi nel 1923 oltre ogni misura anche su quella del ramo mediano. Durante questo triennio la fronte del ramo sinistro, che è anche il più potente e che scende più in basso, non solo non manifestò il minimo accenno di regresso, ma continuò a progredire, nonostante che al Belvedere la superficie glaciale si fosse di tanto abbassata da rendere nuovamente visibile da quel punto le fronti dei ghiacciai del Filar e del Weissthor dell'opposto versante e la cui vista era stata nascosta durante l'ultima fase progressiva.

Digitized by Google

cine ai bacini dell'alimentazione diminuiscono: diminuzione che è sopratutto di potenza (1).

2) Consegue inoltre da quanto è stato esposto nelle note esplicative che *gli aumenti e le diminuzioni in senso verticale precedono sempre le corrispondenti variazioni in senso orizzontale;* a ciò quasi oserei aggiungere, in base ad alcune osservazioni complementari, che nelle alte regioni sono assai più manifeste le variazioni in potenza che in superficie ossia in senso orizzontale. Questo però è soltanto una conseguenza della diversità dei caratteri orografici fra alte e basse regioni, per cui nelle prime, a causa della maggiore pendenza, sono più accentuati gli accumulamenti, mentre sono resi quasi impossibili gli espandimenti orizzontali, che sono più conformi e facili nelle regioni basse più larghe e a minor pendenza.

3) Confrontando fra di loro le varie oscillazioni, tanto in alto quanto in basso, presentate da tutti i ghiacciai che s'annidano nei diversi bacini e che precedentemente vennero considerate partitamente per ciascun ghiacciaio a sè, risulta che *tanto all'inizio della fase progressiva quanto in quello di regresso vi è, se non proprio una esatta, certo una notevolissima tendenza alla simultaneità fra le variazioni delle regioni glaciali poste ad una altitudine non molto differente.* Naturalmente altri fattori secondarî e locali — da me non considerati in queste preliminari osservazioni — possono aver dato luogo coi loro effetti particolari a delle discrepanze.

4) Ad ogni modo rimane assodato che l'*asincronismo nelle oscillazioni fra ghiacciai diversi è un fatto del tutto relativo a quella parte di ciascun organismo glaciale che noi mettiamo a confronto* e che nel senso comune si riferisce per lo più alla regione fron-

---

(1) Dalle classiche ricerche fatte per 40 anni al ghiacciaio del Rodano (*Vermessungen am Rhonegletscher*, "Neue Denkschr. Schw. Naturf. Gesel.„ Band LII, 1916, pag. 70) non sarebbe risultata alcuna differenza di fase fra le variazioni del bacino collettore e di quello di dissipamento, il che è evidente, poichè detto ghiacciaio si trovò sempre in fase di ritiro. Nè parimenti si verificherebbe alcuna differenza durante un regolare periodo di progresso. Ma un asincronismo ne risulterà durante il passaggio da una all'altra fase, come dimostrano le mie osservazioni al ghiacciaio Grande di Vera, ai ghiacciai del Lys, di Piode e di Macugnaga.

Digitized by Google

tale perchè più accessibile e perchè meglio si presta a determinare le variazioni.

Ciò ben inteso per quanto riguarda le variazioni periodiche dei ghiacciai di uno stesso gruppo montuoso, come nel nostro caso, e dove è presumibile che le variazioni periodiche del clima, dalle quali quelle non sono che il riflesso, agiscano non solo simultaneamente ma anche analogamente sul regime dei ghiacciai, pur tenendo conto delle differenze che possono derivare dalle diverse condizioni orografiche e dalla diminuzione dell'ablazione coll'altitudine.

Sotto un certo punto di vista parrebbe quasi che tutto quanto ho esposto sul modo con cui si manifestano successivamente da monte a valle le variazioni di un dato ghiacciaio, stia in favore della concezione del Forel (op. cit.) del maggiore o minore innevamento, che come onda si propaga rapidamente lungo la massa glaciale. Pur ammettendo che vi sia alternanza di periodi di maggiore e di minore precipitazione nevosa, non pare però del tutto indispensabile in modo assoluto ch'essi debbano corrispondere ad altrettanti periodi di maggiore e minore umidità dell'aria rispetto alla media normale del luogo. Un abbassamento di pochi gradi della temperatura porta con sè alla immediata conseguenza di due fatti entrambi favorevoli al progresso: ossia una maggiore precipitazione sotto forma di neve anzichè di pioggia ed una minore ablazione annuale.

L'opposto invece si verificherà con un innalzamento della temperatura. Ma mentre nelle alte regioni si avrà un maggiore o minore accumulo di ghiaccio per il sommarsi degli effetti tanto della maggiore precipitazione nevosa quanto della minor ablazione nell'un caso, o della minore precipitazione nevosa e della maggiore ablazione nel secondo caso; nelle basse regioni invece, al di sotto di un certo limite, ad ogni variazione di temperatura ne conseguirà sopratutto soltanto un minore o maggiore dissipamento della massa ghiacciata.

Ed è appunto per questa diversità nell'entità degli effetti, dovuti alle variazioni della temperatura, fra le alte e basse regioni d'un sistema glaciale che l'inizio di *ogni variazione di progresso o di regresso si manifesterà prima nelle regioni poste più in alto.* Aggiungasi poi che è appunto negli alti bacini d'alimentazione che si stabilisce l'equilibrio fra l'alimentazione e l'ablazione, perchè è là la vera fonte dell'esistenza d'un ghiacciaio.

Digitized by Google

*
* *

Poichè ogni variazione di temperatura porta con sè un aumento od una diminuzione della massa glaciale, la velocità di questa non potrà sempre mantenersi costante per un determinato ghiacciaio. Non intendo qui di parlare della diversa velocità attraverso una determinata sezione, di cui già riferii a suo tempo (*Introduzione allo studio dei ghiacciai italiani del M. Rosa*, " Boll. Com. Glac. „, N. 3, pag. 128), oppure di quella che un ghiacciaio presenta nelle sue varie parti, che naturalmente varia colla maggiore o minore pendenza; nè di ricercare se le lingue glaciali siano più veloci d'estate che d'inverno, in conseguenza del diminuito attrito causato dalle acque di fusione che imbevono il ghiaccio e bagnano il fondo, come vuole il Finsterwalder (1); nè di confermare la supposizione del Vallot (2), il quale nega questa differenza del movimento glaciale, non potendosi ammettere alcuna influenza della temperatura su una massa di ghiaccio così enorme.

Mi propongo invece di far vedere come *la velocità di movimento in un punto fisso d'un dato ghiacciaio varî con le variazioni periodiche della massa glaciale.* Per quanto scarsi siano i dati da me raccolti a questo riguardo e che qui trascrivo, tuttavia essi mi sembrano abbastanza sintomatici di per sè e sufficienti per poter affermare che *il movimento aumenta nella fase di progresso e diminuisce in quella di regresso.*

Velocità media giornaliera sulla morena mediana

		destra	sinistra
Periodo 1913-14	(fase progressiva)	cm. 20 —	cm. 18.4
„ 1921-22	(„ di transizione)	„ 19.6	„ 17 —
„ 1922-23	(„ regressiva)	„ 18 —	„ 16.3

(1) Blümcke u. Finsterwalder, *Zeitliche Änderungen in den Geschwindigkeit der Gletscherbewegung*, " Math. phys. Klasse d. K. Bayer Ak. d. Wiss. „, Bd. XXXV, 1905.

(2) Vallot J., *Expérience sur la marche et les variations de la Mer de Glace*, " Ann. Obs. Météor. et Glac. du M. Blanc „, t. IV, 1900.

Digitized by Google

E ciò come naturale conseguenza del fatto accertato da molto tempo che più i ghiacciai sono grandi, maggiore è la loro velocità di movimento, ove ben inteso non siano troppo diverse le condizioni orografiche dei ghiacciai messi a confronto.

Come si vede, la velocità maggiore si ebbe nel 1913-14 ossia quando il movimento progressivo s'era già precedentemente manifestato anche alla fronte. Diminuì sensibilmente nel 1921-22 quando si ebbero a constatare i primi regressi al plateau e successivamente anche alla fronte, accentuandosi ancora più nel 1922-33 (1).

Una più lunga serie di dati, che comprenda anche il periodo di passaggio dalla fase regressiva a quella progressiva, mi potrà in avvenire dare maggiori ragguagli se vi sia anticipo nelle variazioni del movimento rispetto all'inizio delle variazioni di massa, oppure se vi sia semplice tendenza o perfetta simultaneità, come parrebbe ora dai dati esposti e come logicamente dovrebbe avvenire (2).

Del fatto che *la temperatura e quindi l'ablazione sia il vero fattore preponderante delle oscillazioni* già si è avuta una prova indiretta nella precessione dell'oscillazione verticale su quella in senso orizzontale sia negativa che positiva.

Ma una maggior conferma si ha seguendo le oscillazioni a cui andò soggetta la lingua del ghiacciaio del Lys tanto frontalmente che sui fianchi durante i diversi mesi di ciascun anno. Riporto alcuni dei dati più importanti tanto della fase progressiva che regressiva:

---

(1) Le misure vennero ripetute partendo sempre dalla medesima sezione attraverso il plateau del Lys ed i dati di velocità furono calcolati in base a 365 giorni.

(2) Anche dai già citati studi sul ghiacciaio del Rodano (pag. 167) fu rilevato che quando la superficie glaciale s'era abbassata la velocità aveva diminuito, quando s'era elevata la velocità aveva aumentato.

Digitized by Google

FASE	Epoca della misura	Distanza dal segno frontale	Oscillazione		Distanza dal segno IV (fianco sinistro)	Oscillazione		Distanza dal segno V (fianco destro)	Oscillazione	
			invernale	estiva		invernale	estiva		invernale	estiva
			m.	m.		m.	m.		m.	m.
Progressiva	Agosto-Sett. 1913	m. 51.40			m. 62.50			m. 32.50		
	3 - VI - 1914	„ 36.—	+ 15.40		„ 53.—	+ 9.50		„ 31.—	+ 1.50	
	24 - VII - „	„ 37.—		— 1.—	„ 55.—		— 2.—	„ 31.50		— 0.50
	7 - VI - 1915	„ 18.—	+ 19.—		„ 47.—	+ 8.—		„ 26.50	+ 5.—	
	22 - VII - „	„ 20.—		— 2.—	„ 48.—		— 1.—	„ 26.50		0.0
	14 - VII - 1917	„ 80.—			„ 19.50			„ 11,50		
	16 - IX - „	„ 75.—		+ 5.—	„ 26.40		— 6.90	„ 19.50		— 8.—
	22 - VI - 1918	„ 55.—	+ 20.—		„ 13.—	+ 13.40		„ 12.—	+ 7.50	
	22 - VIII - „	„ 54.—		+ 1.—						
	1 - VII - 1919	„ 27.—	+ 27.—							
	7 - IX - „	„ 26.50		+ 0.50						
	1920	„ 50.—								
Regressiva	12 - VI - 1921	„ 26.—	+ 24.—							
	8 - IX - „	„ 30.—		— 4.—						
	11 - VI - 1922	„ 26.—	+ 4.—							
	26 - IX - „	„ 35.50		— 9.50						
	13 - VI - 1923	„ 30.50	+ 5.—							
	15 - VIII - „	„ 42.—		— 11.50						
	16 - VI - 1924	„ 38.—	+ 4.—							

Digitized by Google

Dal loro confronto deduciamo che:

1° — *nei mesi invernali*, poichè l'ablazione è quasi nulla, *si verificò costantemente un avanzamento* che fu massimo negli anni in cui culminò la fase progressiva, un po' minore all'inizio della medesima, minima nell'attuale fase regressiva;

2° — *nei mesi estivi*, poichè l'ablazione è al suo massimo grado, *si ebbe sempre un regresso* più accentuato e progressivo all'inizio della fase di ritiro, un po' minore nei primi anni di quella d'avanzamento, anzi allorchè questa fu al suo massimo si ebbe una stazionarietà oppure anche un lievissimo progresso (1).

3° — Ne consegue che l'oscillazione totale di un anno dipende dalla differenza fra l'avanzamento invernale ed il successivo regresso dell'estate, per cui si avrà ancora che:

α — *nella fase progressiva l'avanzamento invernale supera la diminuzione estiva*;

β — *nella fase regressiva il ritiro estivo supera l'avanzamento invernale*;

γ — *nel passaggio dalla fase progressiva alla regressiva l'avanzamento invernale ed il ritiro estivo hanno tendenza ad equivalersi.* Sebbene mi manchino i dati relativi, tuttavia suppongo che una tale eguaglianza abbia pure a verificarsi allorchè si passa dalla fase regressiva a quella di progresso.

Ma in ultima analisi si rivela questo fatto importantissimo, che *l'entità progressiva o regressiva dipese sopratutto dalla minore o maggiore ablazione estiva*, per cui generalizzando si potrebbe dire che *l'andamento d'una massa glaciale corrisponde alla sovrapposizione degli effetti dell'ablazione discontinua su quelli del moto continuo di discesa.*

---

(1) Anche le ricerche al ghiacciaio del Rodano (op. cit., pag. 73) hanno messo in evidenza che ad un regresso accentuato e rapido della fronte durante la stagione calda, succede una spinta in avanti, più lenta e più ristretta durante l'inverno. Ne consegue che le misure e le osservazioni in genere per un determinato ghiacciaio devono venir ripetute approssimativamente nel medesimo giorno di ciascun anno, od almeno possibilmente sempre nel medesimo mese, se si vuole avere un dato sicuro sulle vere condizioni del ghiacciaio; senza una tale osservanza il più delle volte si può esser condotti a trarre delle deduzioni sullo stato generale del ghiacciaio che sono del tutto opposte a quelle reali.

Digitized by Google

Ciò posto, non sarei alieno dal ritenere che *le variazioni periodiche dei ghiacciai dipendano*, più che da una maggiore o minore precipitazione (alimentazione), *da una diminuzione o da un aumento di temperatura* (minore o maggiore ablazione) per effetto delle variazioni dell'irradiazione dipendenti dallo stato del cielo: nebulosità, ecc. Certamente a conforto di una tale ipotesi sarebbe necessario che le oscillazioni fossero accompagnate da una lunga e sistematica serie di osservazioni meteorologiche, che purtroppo mi mancano. Noto incidentalmente a tal proposito che tutta l'estate del 1911 (inizio della fase progressiva), anche nelle giornate più serene, fu caratterizzata da uno strano intorbidamento dell'atmosfera, quale non avevo mai osservato nè prima nè negli anni successivi. E così per tutta l'estate del 1921 (inizio della fase regressiva) si verificò una eccezionale e forte ablazione, che si continuò persino nel tardo autunno, mentre la precipitazione nevosa invernale fu oltremodo esigua, quale non si ricordava a memoria d'uomo.

La conferma di una tale ipotesi sarebbe d'una importanza estrema, poichè noi saremo condotti, in base al principio attualistico, a ritenere che anche le grandi espansioni glaciali del Neozoico (fors'anche quelle del Precambrico, del Carbonico e del Permico) siano state l'effetto più che di una maggiore precipitazione nevosa rispetto all'attuale, di una notevole diminuzione nell'ablazione estiva. E così le fasi interglaciali avrebbero corrisposto ad altrettanti periodi con caratteristiche analoghe a quelli attuali di regresso, ma di più lunga durata.

Cadrebbero quindi completamente di per sè tutte le altre teorie glaciali e prima fra tutte la ormai poco sicura ipotesi orografica, mentre noi dovremo ricercare, come vuole il De Marchi (*Cause dell'era glaciale*, Pavia, 1895), la causa o le cause periodiche che produssero, non un abbassamento della media temperatura annuale, ma una minore radiazione solare, che, rendendo meno accentuata l'escursione annua della temperatura, diminuì di molto l'ablazione estiva.

Istituto Geologico della R. Università.
Torino, giugno 1924.

Digitized by Google

Apparecchio per la separazione dell'albumina dalla globulina per mezzo della osmosi elettrica

Nota di G. ALESSANDRO BROSSA
presentata dal Socio nazionale residente A. Pochettino

Le esperienze di Wiedemann hanno dimostrato che per azione della corrente i liquidi conduttori tendono a passare attraverso diaframmi porosi, con una velocità indipendente dal loro spessore, ma dipendente dalla loro natura. Questo argomento fu in seguito ripreso da Quincke, da Helmoltz e recentemente da Lamb, da v. Smoluchowski e da Perrin. La teoria dell'osmosi elettrica completamente svolta da quest'ultimo è quella oggi generalmente accettata.

Dal punto di vista pratico, in questi ultimi anni, sono stati presi molti brevetti in applicazione alle teorie accennate; in essi vengono ingegnosamente sfruttati i principi e le esperienze di laboratorio e ciò specialmente dal conte Schwerin e dalla " Elektrosmotische Gesellschaft „ da lui fondata.

Nel campo biologico apparecchi fondati sopra questi principi vennero presentati da W. G. Ruppel e da J. Reitstötter. A un consimile dispositivo si accenna in lavori di W. Pauli.

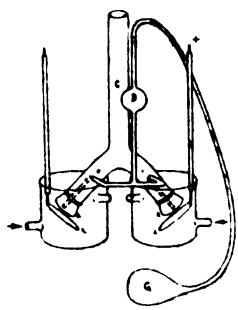
L'apparecchio da me studiato ha per scopo di separare quantitativamente le albumine dalle globuline del siero; inoltre soddisfa alle condizioni di poter lavorare su quantità piccolissime di liquido (2-3 cmc. di siero), condizione indispensabile per le ricerche cliniche alle quali io intendo adattare il mio dispositivo elettroosmotico.

Esso si basa sulle note, già accennate, esperienze di Ruppel e Reitstötter, che separarono le proteine del siero per via elettrolitica. A questo scopo vengono allontanati gli elettroliti pre-

Digitized by Google

senti nel siero per via elettrica, facendovi passare la corrente elettrica fra diaframmi adatti, in modo da aversi durante tutta la esperienza una reazione anfotera. Solo a questo modo è possibile il completo allontanamento degli elettroliti e la susseguente floculazione della globulina, condizione, come si vedrà poi, necessaria, ma non sufficiente per una floculazione quantitativa.

L'apparecchio consiste essenzialmente in un tubo di vetro a Y (*C*), le due branche (*c*, *c*) armate di membrane (*A*, *K*) stanno di fronte agli elettrodi (*A*, *K*). Questi consistono in 2 dischi metallici, di cui uno, l'Anodo, di platino, poichè all'anodo si svolge Cl che intaccherebbe gli altri metalli; il Catodo è di rame. Le due branche del tubo a Y, con gli elettrodi sono immersi in due bicchierini nei quali si ha un flusso continuo di acqua distillata.



I diaframmi (membrane) accennati dividono così l'apparecchio in tre sepimenti: uno spazio centrale, uno spazio anodico e un altro catodico. A questo modo il siero è completamente separato dall'acqua distillata, che risciacqua le membrane; e la corrente elettrica può liberamente circolare in tutto l'apparecchio.

Naturalmente la lunghezza del tubo, la ristrettezza della sua sezione e la poca conducibilità dei liquidi offrono una grande resistenza alla corrente, in modo che è necessaria una notevole tensione. Perciò, malgrado un voltaggio elevato, per la debole intensità di corrente la dialisi elettrica richiede un tempo relativamente lungo. Non sarebbe stato difficile mutare le condizioni dell'esperienza dando un'altra forma e altre dimensioni all'apparecchio, ma allora, trattandosi di un dispositivo relativamente piccolo, si avrebbero avute difficoltà ben più gravi per l'applicazione delle membrane, che nell'apparecchio descritto si possono fissare sicuramente in pochi minuti. Perchè il processo elettro-osmotico avvenga regolarmente è necessario che il liquido contenuto nel tubo *C* sia continuamente tenuto in movimento; condizione che, per la piccolezza dello strumento studiato, non poteva venir realizzata per mezzo di un comune agitatore.

Per risolvere semplicemente questo quesito 'ho dovuto aggiungere al mio dispositivo un tubo a T (*D*) che si termina in

Digitized by Google

due tubicini, sboccanti quasi al fondo del tubo *C*, di fronte ai due diaframmi. Facendo passare attraverso D una corrente d'aria, si ottiene un continuo rimescolamento del liquido contenuto in C. Ciò avviene per mezzo di una peretta di gomma, o automaticamente per mezzo di un tamburo di Marey, messo in azione da un eccentrico. Per impedire che, per i continui spostamenti che il liquido subisce, il liquido trabocchi nel tubo *C* e nel tubo *D*, si hanno bolle di sicurezza, una in *D* e l'altra in *C* (quest'ultima non venne disegnata nella figura).

È necessario che nello scuotere il siero, per mezzo della agitazione, non si formino bolle d'aria, chè altrimenti in tal modo le soluzioni di proteine potrebbero venir alterate. È noto infatti (Ramsden, Metcalf) che l'albumina viene assorbita alla superficie delle bolle d'aria e susseguentemente denaturata. Si potrebbe allora avere una sua parziale flocculazione unitamente alla globulina, perchè, come si sa, queste due sostanze hanno i punti isoelettrici molto prossimi. A parte l'alterazione che potrebbero subire le soluzioni dei proteidi, questo fatto porterebbe a scarti analitici molto notevoli.

Dal livello delle membrane all'origine della branca ascendente del tubo *C* si ha una capacità di circa 5 cmc.: queste dimensioni permettono di fare ricerche quantitative con quantità relativamente piccole di siero (2 cmc.), che vengono ulteriormente diluiti con acqua e con elettroliti.

La principale difficoltà che s'incontra in queste ricerche quando si vogliono allontanare completamente gli anioni e i cationi presenti in una soluzione sta nella scelta dei diaframmi.

Non voglio qui addentrarmi nel complesso meccanismo, nè nella teoria della carica elettrica che può assumere un diaframma di fronte ai vari elettroliti nelle varie condizioni sperimentali, della dipendenza cioè del processo elettrocinetico dalla natura della fase solida e della fase liquida, ma semplicemente limitare il problema a una trattazione empirica, adatta a una pratica soluzione della questione postami. È necessario provvedere a che il liquido da studiare (nel nostro caso siero) durante tutto il processo di dialisi elettrica rimanga praticamente anfotero; come vedremo poi, una leggerissima reazione acida non nuoce.

Queste condizioni si verificano quando le due membrane dell'apparecchio abbiano un differente potenziale elettrico, e più

Digitized by Google

particolarmente se la membrana che separa lo spazio anodico dallo spazio mediano è positiva. affinchè permetta il completo passaggio degli anioni della soluzione.

Da Perrin in poi furono studiati i più svariati diaframmi, e la loro carica di fronte agli elettroliti. Non è mio còmpito qui riferire queste esperienze: ricorderò solo un esperimento di Reitstötter. Egli fa l'elettrolisi di una soluzione 0,1 normale di NaCl fra due diaframmi di carta pergamena. Dopo un breve passaggio di corrente ottiene una reazione acida nello spazio mediano del suo apparecchio; ripetendo lo stesso esperimento con diaframmi di silice si ha nelle stesse condizioni una reazione alcalina. Continuando l'esperienza si ottiene da una soluzione 0,1 normale di NaCl una soluzione 0,05 normale di NaOH: come si vede, in questo caso il diaframma è completamente impermeabile agli anioni.

Io estesi le mie esperienze ad un certo numero di diaframmi, prima studiati isolatamente poi opportunamente appaiati; fra gli altri: carta pergamena, collodio steso su tessuti di filo o cotone, tessuti di seta e di lana opportunamente impregnati di vari cationi o di gelatina ecc.; e dosai nel liquido del tubo *C* gli $H^{\cdot}$, OH' e Cl' al principio e alla fine di ogni esperienza.

In ricerche fatte con coppie di membrane, quali: carta pergamena, lana o seta impregnata con cromo-gelatina; carta pergamena, lana o seta impregnata con gelatina al formolo ecc., ho avuto sempre come risultato finale, dopo 30′ di passaggio di corrente (120 volts, 25 milliampères), una reazione leggermente acida. Devo avvertire che in questa serie di esperienze non mi servivo del dispositivo di agitazione descritto, ma di agitazione manuale, per cui la mescolanza del liquido avveniva forse irregolarmente. Invece della pergamena quale membrana negativa, spesso usavo diaframmi di collodio montati su tela di filo o di cotone.

In queste mie ricerche notai l'importanza di un regolare lavaggio delle membrane con acqua distillata. Questo lavaggio deve essere rapido, ma non tanto rapido da allontanare completamente gli elettroliti formatisi nello spazio anodico o catodico, perchè altrimenti la corrente diminuirebbe troppo d'intensità, a danno dell'intero processo elettrolitico. È necessario che la conducibilità delle soluzioni diminuisca regolarmente senza sbalzi.

Digitized by Google

Osservando queste e consimili cautele si ottiene un'elettrolisi soddisfacente con una acidità finale piccolissima e una concentrazione di Cl′ minima.

Riferisco qui i risultati di una delle tante esperienze fatte con una soluzione di NaCl (0,4 % circa) compresa tra diaframmi di pergamena e di carta pergamena; questi diaframmi sono quelli che, dopo una laboriosa serie di ricerche, finii per adottare.

Il circuito è formato dall'apparecchio, da una resistenza variabile e da un milliamperometro. La temperatura è data da un piccolo termometro immerso in C.

TABELLA I.

Tempo	Temperatura	Volt	Milliampères
0′	28°	120	20
12′	37°	130	16
24′	35°	135	12
37′	33°	135	9
50′	31°	135	6
60′	28°	135	6

Dopo queste esperienze preliminari passai alle ricerche che a me particolarmente interessavano, cioè a quelle riguardanti il siero. Il siero per queste ricerche deve essere fresco e non presentare alla tintura di tornasole reazione alcalina, questo avviene spesso anche in sieri freschi, raccolti sterilmente, sempre in sieri conservati per qualche tempo in ghiacciaia.

Il siero è generalmente diluito in parti uguali con acqua distillata; alcune volte per condurre meglio la corrente conviene aggiungere un poco di cloruro di sodio. Ciò dipende dal contenuto in elettroliti del siero originale, secondo la sua provenienza e natura (siero di animali e sieri patologici). A ogni modo è necessario avere conducibilità tali per cui si possa cominciare l'esperienza con 25-30 milliampères, in modo da aversi in circa 30′ l'allontanamento quasi totale degli elettroliti e in meno di un'ora la loro completa scomparsa. La temperatura non deve salire troppo oltre i 40° per impedire un'alterazione dell'albumina (denaturazione).

Il comportamento del siero nella osmosi elettrica è diverso da quello di una semplice soluzione di NaCl di corrispondente

Digitized by Google

concentrazione: si ha una tendenza opposta a quanto si è verificato precedentemente, cioè tendenza alla formazione di alcali. Se non si hanno molte cautele, il liquido del tubo *C* darà fin da principio reazione alcalina; operando però nelle condizioni che io esposi la reazione rimane anfotera fino alla fine dell'esperienza.

Verso il termine del passaggio della corrente si constata assai facilmente la reazione del liquido e quella dei fiocchi di globulina in esso sospesi. Infatti sospendendo l'agitazione del liquido si ha: per reazione acida una cataforesi dei fiocchi al catodo, per reazione alcalina all'anodo e per reazione anfotera i fiocchi non si muoveranno.

Naturalmente si può, sempre che si voglia, correggere la reazione del liquido; in generale però io preferisco rifare l'esperienze con nuove soluzioni.

La ragione del diverso comportamento del siero e delle soluzioni di NaCl non ci deve sorprendere, poichè già da vecchie esperienze di Charpentier appare l'influenza delle proteine (gelatina) su ioni cromici: qui non voglio altro che accennare alla constatazione del fatto.

Ecco i risultati di una esperienza regolare, con conseguente reazione finale anfotera (al tornasole) e flocculazione *optimum* della globulina.

TABELLA II.

Tempo	Temperatura	Volt	Milliampères
0′	27°	105	22
10′	35°	125	22
15′	37°	135	20
25′	36°	135	15
35′	32°	135	8
45′	30°	135	5

Tutto il processo di osmosi elettrica qui esposto sta nel nostro caso a rappresentare una dialisi abbreviata, per cui invece di dializzare il siero per giorni e settimane si allontanano da esso tutti gli elettroliti presenti in meno di un'ora. A questo modo si separa dal siero la globulina (euglobulina) insolubile in acqua distillata e rimane in soluzione la sola albumina.

Digitized by Google

È l'allontanamento degli elettroliti condizione sufficiente per una separazione quantitativa dell'euglobulina? Questa affermazione si trova, pare, implicitamente nei vari autori che hanno trattato di questi argomenti. Secondo le mie esperienze invece per ottenere una flocculazione *optimum* delle globuline è necessario avere nel liquido una concentrazione finale di $H^{\cdot}$ diversa da quella del siero ($P_h = 7{,}35$), cioè una concentrazione prossima al punto isoelettrico della globulina ($P_h = 5{,}52$). Difatti la determinazione da me costantemente fatta delle concentrazioni degli idrogenioni, potenziometricamente o con indicatori, sulle soluzioni di albumina dopo l'allontanamento della globulina, mi ha sempre fatto constatare una concentrazione corrispondente al punto isoelettrico della globulina o assai prossimo ad esso.

Di più in esperienze fatte con l'apparecchio descritto o con altri consimili mi è spesso occorso di constatare che ad allontanamento quasi completo degli elettroliti e a reazione anfotera al tornasole, non corrisponde che una flocculazione minima di globulina. Questa flocculazione diventa completa per l'aggiunta di quantità sufficienti di acido, quando si raggiunga il punto isoelettrico della globulina. Qui accenno appena alla questione, salvo a ritornarvi con una serie sistematica di ricerche orientate in questo senso.

Il descritto apparecchio di osmosi elettrica permette facilmente le analisi dei componenti proteici del siero: facendo un'analisi dell'albumina prima e dopo dell'esperienza. Questa analisi può esser fatta con quantità piccolissime di sostanza con un micrometodo qualsiasi per la determinazione dell'Azoto o in via refrattometrica, o anche, quando non si esigano risultati troppo precisi, con uno dei tanti metodi di precipitazione dell'albumina, che viene poi centrifugata in tubi adatti precedentemente tarati (tubi di Nissl o consimili).

Torino – Chimica medica della R. Università.
Giugno 1924.

Digitized by Google

Una proprietà caratteristica di tre sistemi ∞^1 di superfici

Nota di BENIAMINO SEGRE (a Torino)
presentata dal Socio nazionale residente C. Somigliana

1. — Il prof. Somigliana, riprendendo alcune considerazioni svolte da E. Laura sulla propagazione delle onde in un mezzo isotropo (1), ha dimostrata una proprietà di notevole interesse fisico, che geometricamente equivale al seguente teorema: *Una famiglia di superfici* PARALLELE, *tale che ogni funzione che sia costante sulle superfici della famiglia abbia il* Δ_2 *che goda della stessa proprietà, è necessariamente un sistema di piani paralleli, o di sfere concentriche, oppure di cilindri circolari coassiali* (2).

Io qui estendo questo teorema, dimostrando che è ancor vera la proposizione che si ha sopprimendo nel precedente enunciato la parola PARALLELE.

Senza soffermarmi sulla nuova portata che in base a ciò acquistano i teoremi della Nota citata in (2), faccio invece rilevare che per il teorema che qui dimostro, in base anche alla equazione della propagazione del calore, si ha che:

Gli unici casi in cui lo studio della propagazione del calore in un conduttore, si riduce ad un problema ad una sola dimensione, sono quelli (notissimi) in cui le superfici isoterme sono piani paralleli, o sfere concentriche, oppure cilindri circolari coassiali.

---

(1) E. LAURA, *Sopra la propagazione di onde in un mezzo indefinito*, in "Scritti matematici offerti ad Enrico D'Ovidio", Bocca, Torino, 1918, p. 253.

(2) C. SOMIGLIANA, *Sulle relazioni fra il principio di Huygens e l'ottica geometrica*, "Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino", vol. 53 (1919), p. 974.

Digitized by Google

2. — Sia $u = \text{cost.}$ una qualunque famiglia di superfici dello spazio, e $\varphi = \varphi(u)$ una qualunque funzione numerica del punto, costante sulle superfici di detta famiglia.

Cominciamo col supporre che quest'ultima sia una *famiglia di* LAMÉ: essa starà quindi con due altre famiglie $v = \text{cost.}$, $w = \text{cost.}$ in un sistema triplo ortogonale. Assunte u, v, w come coordinate curvilinee di punto nello spazio, il quadrato dell'elemento lineare prenderà la forma:

$$ds^2 = U^2\,du^2 + V^2\,dv^2 + W^2\,dw^2. \tag{1}$$

Le U, V, W sono tre funzioni delle u, v, w, che devono verificare le *6 equazioni di* LAMÉ: allora la (1) definisce il sistema triplo, e quindi pure la nostra famiglia ∞^1 di superfici, a meno di moti rigidi dello spazio (3).

Si ha poi (4):

$$\Delta_2\varphi(u) = \frac{1}{UVW}\,\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{VW}{U}\right)\frac{d\varphi}{du} + \frac{1}{U^2}\,\frac{d^2\varphi}{du^2};$$

se si vuole che il secondo membro, qualunque sia φ, sia *funzione della sola* u, dovranno separatamente esser tali le espressioni:

$$\frac{1}{UVW}\,\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{VW}{U}\right), \qquad \frac{1}{U^2}.$$

Per la seconda può supporsi $U = 1$, bastando prendere, se ciò non fosse, come nuova variabile u la $\int U\,du$, con che non

---

(3) Cfr. L. BIANCHI, *Lezioni di geometria differenziale*, Spoerri (Pisa), vol. II (1903), § 408, p. 478. — Quelle *6 equazioni* sono la:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial v\,\partial w} = \frac{1}{V}\,\frac{\partial V}{\partial w}\,\frac{\partial U}{\partial v} + \frac{1}{W}\,\frac{\partial W}{\partial v}\,\frac{\partial U}{\partial w}$$

con le due analoghe, e la:

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{V}\,\frac{\partial W}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{1}{W}\,\frac{\partial V}{\partial w}\right) + \frac{1}{U^2}\,\frac{\partial V}{\partial u}\,\frac{\partial W}{\partial u} = 0$$

e le due analoghe.

(4) Cfr. op. cit. in (3), vol. I (1902), p. 68, form. (25).

Digitized by Google

mutano le superfici $u = \text{cost}$. In tal caso dovrà solo più aversi:

$$\frac{\partial}{\partial u} \log (VW) = \text{funzione della sola } u. \tag{2}$$

3. — Delle 6 equazioni di LAMÉ [5], nelle nostre ipotesi, una è verificata identicamente; altre due si riducono a:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial u^2} = 0, \qquad \frac{\partial^2 W}{\partial u^2} = 0.$$

per cui forniscono:

$$V = Au + C, \qquad W = Bu + D, \tag{3}$$

essendo A, B, C, D *funzioni delle sole* v, w; le rimanenti tre diventano:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial u \partial w} = \frac{1}{W} \frac{\partial W}{\partial u} \frac{\partial V}{\partial w} \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial u \partial v} = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial u} \frac{\partial W}{\partial v} \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{V} \frac{\partial W}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{1}{W} \frac{\partial V}{\partial w}\right) + \frac{\partial V}{\partial u} \frac{\partial W}{\partial u} = 0. \tag{6}$$

Distinguiamo tre casi a seconda che delle A, B, due, una o nessuna è nulla.

4. — Se è $A = B = 0$, la (6), in virtù delle (3), diventa:

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{V} \frac{\partial W}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{1}{W} \frac{\partial V}{\partial w}\right) = 0,$$

e questa esprime che la forma differenziale quadratica:

$$V^2 dv^2 + W^2 dw^2$$

è *a curvatura nulla* [6]. Poichè per le (3) le V, W ora non dipendono da u, così quella forma binaria (che è definita positiva)

---

[5] Cfr. nota [3].

[6] Cfr. op. cit. in [3], vol. I (1902), p. 98, form. (18).

Digitized by Google

si potrà mutare nella $dv^2 + dw^2$, facendo un cambiamento delle variabili v, w (con che non mutano le superfici $u = \text{cost.}$) (7). Con ciò l'elemento lineare dato dalla (1) si riduce all'elemento Cartesiano: $ds^2 = du^2 + dv^2 + dw^2$. Dunque in queste ipotesi *le superfici considerate* $u = \text{cost.}$ *sono piani paralleli.*

5. — Se è $B = 0$, $A \neq 0$, le (4), (5), in virtù delle (3), diventano:

$$\frac{\partial A}{\partial w} = 0, \qquad \frac{\partial D}{\partial v} = 0. \tag{7}$$

Per la seconda di queste equazioni, la $W = D$ è funzione della sola w, onde la si può supporre 1, prendendo, se ciò non fosse, la $\int W\,dw$ come nuova variabile w (con che non mutano le superfici $u = \text{cost.}$). In tal caso la (2), per le (3), diventa:

$$\frac{A}{Au + C} = \text{funzione della sola } u,$$

per cui occorre che sia $C = kA$ con k costante. Sarà quindi: $V = (u + k)A$. Si può supporre $A = 1$ per la prima delle (7); e parimenti può supporsi $k = 0$, prendendo, se ciò non fosse, come nuova variabile u la $u + k$ (con che non mutano le superfici $u = \text{cost.}$). Con ciò l'elemento lineare dato dalla (1) si riduce a $ds^2 = du^2 + u^2 dv^2 + dw^2$, elemento lineare nelle coordinate cilindriche. Pertanto nelle ipotesi fatte *le superfici considerate* $u = \text{cost.}$ *sono cilindri circolari coassiali.*

6. — Sia ora $AB \neq 0$. Potremo porre: $C = A\alpha$, $D = B\beta$, essendo α, β funzioni delle sole v, w. Le (3) diventano:

$$V = A(u + \alpha), \qquad W = B(u + \beta); \tag{8}$$

si ha quindi per la (2) che deve essere:

$$\frac{1}{u + \alpha} + \frac{1}{u + \beta} = \text{funzione della sola } u,$$

(7) Cfr. op. cit. in (3), vol. I (1902), p. 72.

Digitized by Google

e quindi $\alpha = \text{cost.}$, $\beta = \text{cost.}$ Allora, tenendo presenti le (8), si ha per le (4), (5):

$$\frac{\partial A}{\partial w}(\beta - \alpha) = 0\,, \qquad \frac{\partial B}{\partial v}(\beta - \alpha) = 0\,.$$

Ora non può essere $\frac{\partial A}{\partial w} = \frac{\partial B}{\partial v} = 0$, poichè, se ciò fosse, sarebbe per la (6): $AB = 0$, contro il supposto. Dovrà quindi essere $\alpha = \beta$, ed il valore comune di queste costanti lo si può supporre *nullo*, prendendo in caso contrario $u + \alpha$ come nuova variabile u. Pertanto le (8) si riducono semplicemente a:

$$V = Au\,, \qquad W = Bv\,. \tag{9}$$

Per le (9) la (6) diventa:

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{A}\frac{\partial B}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial w}\right) + AB = 0$$

e questa equazione esprime che la forma binaria $A^2 dv^2 + B^2 dw^2$ ha la curvatura $+1$ [8]. Si potrà quindi mutare tale forma nella $dv^2 + \operatorname{sen}^2 v\, dw^2$, operando un cambiamento delle sole variabili v, w [9]. Con ciò l'elemento lineare dato dalla (1) si muta in $ds^2 = du^2 + u^2 dv^2 + u^2 \operatorname{sen}^2 v\, dw^2$, elemento lineare nelle coordinate polari. Pertanto nelle nostre ipotesi *le superfici considerate* $u = \text{cost.}$ *sono sfere concentriche.*

7. — Sia ora $u = \text{cost.}$ una *qualunque* famiglia ∞^1 di superfici. Consideriamo due famiglie $v = \text{cost.}$, $w = \text{cost.}$ di superfici a quelle ortogonali. Se assumiamo le u, v, w come coordinate curvilinee, l'elemento lineare sarà dato dalla:

$$ds^2 = U^2 du^2 + V^2 dv^2 + W^2 dw^2 + 2\Theta\, dv\, dw;$$

$U\,du$ è la *distanza normale infinitesima* fra due consecutive superfici della famiglia $u = \text{cost.}$, considerata inizialmente.

[8] Cfr. loc. cit. in [6].
[9] Cfr. op. cit. in [3], vol. I (1902), p. 221.

Digitized by Google

Se ora, ragionando come al n° 2, imponiamo a $\Delta_2 \varphi(u)$ di essere costante per $u = \text{cost.}$, qualunque sia φ, si trova ancora che U non deve dipendere che da u. La $U\,du$ soddisfa quindi all'*equazione di* CAYLEY caratteristica per le famiglie di LAMÉ [10], onde la $u = \text{cost.}$ deve essere una *famiglia di* LAMÉ [11]. Con ciò siamo ricondotti al caso trattato nei n^i precedenti, onde la proprietà enunciata al n° 1 resta completamente dimostrata.

([10]) Cfr. op. cit. in ([3]), vol. II (1903), p. 486. — Tale *equazione* è lineare ed omogenea nelle derivate parziali rispetto a v, w, del 1° e 2° ordine, della suddetta *distanza normale infinitesima*.

([11]) Da quella condizione si potrebbe anzi dedurre direttamente che le $u = \text{cost.}$ sono superfici parallele.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Giugno 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Stampini, Brondi, Schiaparelli, Patetta, Prato, Valmaggi, Jannaccone, Solari ed Einaudi, che funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Vidari e Cian.

Il Segretario legge il verbale della seduta precedente, che è approvato senza osservazioni.

A questo punto il Socio Stampini presenta in omaggio alla Classe, in nome dell'autore Giovanni Bobbio, consigliere di Stato, la monografia: *La vita e le opere di Antonio Bobbio* (Roma, Tip. delle Mantellate, 1923). È il figlio che rievoca la bella e nobile figura del padre, descrivendone la vita tutta dedicata all'educazione ed all'istruzione della gioventù, la figura di un uomo che, come recentemente scriveva l'A., " la sua lunga e travagliata esistenza consacrò alla scuola, agli studi, al culto delle più fulgide ed utili virtù civili e private, di un Uomo alla cui fama nocque soltanto la infinita modestia ed umiltà della vita „. Sono pagine interessanti e commoventi per tutti, per giovani e vecchi, e contengono osservazioni e fatti che valgono ad illustrare anche la storia della pedagogia in Pie-

Digitized by Google

monte; e sono perciò degnissime di essere pure conservate, a giudizio del presentatore, nella biblioteca della nostra Accademia.

Il Socio De Sanctis riferisce nei seguenti termini sulla pubblicazione del prof. Schiaparelli presentata nella seduta del 18 maggio scorso:

" Nella ricorrenza centenaria della fondazione del Museo egiziano in Torino viene alla luce, a cura del suo benemerito direttore prof. Ernesto Schiaparelli, sotto gli auspici della Direzione generale delle antichità e belle arti, il primo volume della relazione intorno ai lavori della Missione archeologica italiana in Egitto. Questi lavori, protratti per dodici campagne (1903-1920), oltre al raggiungere importanti risultati scientifici, arricchirono il Museo torinese, come avverte lo Schiaparelli, " di copiosissime collezioni grazie alle quali il Museo medesimo non è presentemente inferiore ad alcuno dei massimi musei egiziani di Europa e di America „. Il volume ora pubblicato illustra una parte del terreno esplorato dalla nostra Missione nella necropoli tebana, e cioè non la valle di Deir-el-Medinet, che diede la tomba intatta dell'architetto Kha, la cui ricostruzione è decoro del nostro Museo, ma la valle detta delle Regine. Nella valle delle Regine, che era stata bensì largamente saccheggiata da violatori di tombe d'ogni età, ma non esplorata regolarmente da nessun archeologo, la Missione italiana rinvenne buon numero di tombe non prima conosciute. Tra queste più antiche la tomba della principessa Aahmesi della dinastia XVII e la tomba di Nibari della XVIII. Ma di gran lunga più importante la tomba della regina Nofertari Mirinmut, consorte di Ramses II, il famoso faraone della XIX dinastia: tomba notevolissima per le pitture e le iscrizioni che ne decorano le pareti. Le iscrizioni, attinte in buona parte a quello che può dirsi il libro sacro fondamentale della religione egiziana, il così detto libro dei morti, cioè il Peremhru, il libro " dell'uscire alla luce „, vengono accuratamente riprodotte e illustrate dall'insigne egit-

Digitized by Google

tologo e, insieme coi dipinti, gli dànno occasione per una notevole digressione sulle origini della religione egiziana e sulla parte che nel suo sviluppo hanno avuto le dottrine di Eliopoli, di Abido e di Ermopoli. I dipinti stessi poi, di cui vengono date magnifiche riproduzioni in fototipia, sono documento capitale della splendida rifioritura dell'arte egiziana sotto il regno di Ramses II, che si rispecchia, in altro campo, anche in quella statua di lui che è preziosissimo cimelio del nostro Museo. E per quanto può giudicarsi dalle riproduzioni che lo S. ne dà. messe a confronto con le altre riproduzioni, che abbiamo, di pitture egizie di varia età, non può non sottoscriversi al giudizio del fortunato esploratore, il quale afferma di non conoscere " alcuna pittura egiziana che mostri tanta ardita sicurezza di tecnica, tanta bellezza e tanta naturalezza di espressione quanto alcune delle immagini di Nofertari e di Hathor „ nella tomba appunto di cui discorriamo.

" Sorvolando sulla descrizione di altre tombe spettanti alla XX dinastia, tra cui il gruppo caratteristico di quelle di quattro principi, figli di Ramses III, accenneremo agli " ostraca „ rinvenuti nello scavo, che sembrano spettare tutti al regno di Ramses III: alcuni di qualche importanza per la storia dell'arte, perchè vi sono schizzi, fatti alla brava, delle figure da eseguire; altri contenenti appunti dei sorveglianti dei lavori intorno agli operai, alle loro assenze, alle lucerne adoperate nello scavo degli ipogei, alle visite di funzionari, alle punizioni e via dicendo. E infine segnaleremo l'importantissimo nucleo di suppellettile funebre del periodo che va dalla dinastia XX alla XXVI, ora in buona parte al nostro Museo, rinvenuto nelle tombe dei principi Chamuas e Sethirchopeshfu. Con lo studio, non agevole, di questo materiale, si chiude il volume il quale, oltre agli altri suoi pregi, pel decoro della veste esterna, per copia di illustrazioni e bellezza di tavole onora l'arte tipografica italiana „.

Il Presidente Ruffini presenta alcune sue pubblicazioni: Una commemorazione dell'on. Edoardo Daneo, un estratto inti-

Digitized by Google

tolato *Scienza ed industria*, pubblicato nella " Nuova Antologia „ del 16 aprile 1924, ed il primo volume del *Corso di diritto ecclesiastico italiano, La libertà religiosa come diritto pubblico subbiettivo.* Torino, Bocca, 1924.

Il Socio Brondi coglie l'occasione di questa presentazione per segnalare l'importanza del punto di vista da cui il Socio Ruffini si è posto nello scrivere questo primo volume del suo corso; punto di vista che nettamente innova sulle trattazioni precedenti, mettendo in rilievo l'elemento pubblicistico del diritto ecclesiastico e riconnettendolo così alle altre branche del diritto pubblico.

Raccoltasi poscia la Classe in seduta privata procedette alla nomina di un rappresentante dell'Accademia in seno alla Commissione per la pubblicazione dei supplementi al 5° volume del *Corpus inscriptionum latinarum*, e venne ad unanimità designato a tale ufficio il Socio prof. Grand' Uff. Ettore Stampini.

L'Accademico Segretario
Giovanni Vidari

Digitized by Google

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Giugno 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. COMM. C. F. PARONA
VICEPRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci GUIDI, PARONA, GRASSI, SOMIGLIANA, PANETTI, PONZIO, POCHETTINO, BOGGIO, GARELLI, PIERANTONI e il Segretario MATTIROLO.

Il verbale della precedente adunanza è approvato senza osservazioni.

Scusa l'assenza il Presidente Senatore RUFFINI.

Il Presidente aprendo l'adunanza dà il saluto del benvenuto ai nuovi Soci, bene augurando dalla loro cooperazione attiva ai lavori dell'Accademia. Alle parole del Presidente rispondono ringraziando i Soci testè eletti (Decreto 13 marzo 1924) BOGGIO, GARELLI e PIERANTONI.

Il Presidente presenta quindi all'adunanza l'elegante e ponderoso volume edito dalla " Società Medica Chirurgica di Bologna „ nella ricorrenza del 1° Centenario della vita sociale, celebrato nel 1923.

Il volume (che porta il N. 247 della Serie), dedicato a ricordare le benemerenze della Società nei varii rami delle Discipline mediche, è accompagnato da una artistica medaglia commemorativa, che il Presidente presenta agli Accademici

Digitized by Google

esprimendo ringraziamenti al Comitato promotore e ordinatore delle onoranze centenarie.

Il Socio PANETTI fa omaggio di due sue pubblicazioni, edite in lingua tedesca, dai titoli:

1) *Experimentelle Bestimmung der Druckverteilung an rotierenden ebenen Flächen.*

2) *Laboratoriumsmessungen über das Dämpfungsmoment bei kleinen Schwingungen eines Flugzeuges.*

Questi lavori comparvero nelle *Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik*, edite a cura di Kármàn e Levi-Civita.

Il Presidente ringrazia.

Il Socio SOMIGLIANA presenta quindi nel nome del signor Mauro PICONE una Nota dal titolo: *Una proprietà delle combinazioni di approssimazione intiere e trigonometriche per le funzioni continue.* Questa Nota è accolta per gli *Atti*, dopo che il Socio brevemente ne ha discorso.

Il Socio PONZIO presenta all'Accademia per la inserzione negli *Atti* una sua Nota dal titolo: *Sulle idrossigliossime.*

Questa Nota è seguìta da tre altre che il Socio PONZIO ha redatto colla cooperazione rispettivamente dei signori dottori V. BERNARDI, G. RUGGERI e G. B. SEMERIA. Le tre Note hanno i titoli seguenti:

1) *Sui perossidi delle diossime dei diacilperossidi.*

2) *Sul perossido della dibenzoilgliossima.*

3) *Sulla configurazione dell'Acido 2, 3 oleico.*

Le quattro Note sono accolte per la pubblicazione negli *Atti*.

Il Socio MATTIROLO infine presenta una sua Nota dal titolo: *I funghi raccolti nello Scioa e nei Galla dal D^r G. Negri e dal Rev. Padre Balbo nell'Uganda (Kenia)*, che viene accolta per gli *Atti*.

Dopo di che il Presidente, trattandosi dell'ultima riunione Accademica annuale, saluta i Soci augurando loro liete le ferie estive.

Digitized by Google

LETTURE

Una proprietà delle combinazioni d'approssimazione intiere e trigonometriche per le funzioni continue

Nota di MAURO PICONE, Professore nell'Università di Pisa.

Presentata dal Socio nazionale residente Somigliana.

1. — Sia $f(x)$ una funzione reale della variabile reale x definita nell'intervallo (a, b). Diremo che la funzione $f(x)$ *interseca lo zero* negli n punti $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(x_1 < x_2 < \ldots < x_n)$ di (a, b), se: 1°) questi punti sono tutti interni all'intervallo (a, b); 2°) riesce $f(x_1) = f(x_2) = \ldots = f(x_n) = 0$; 3°) indicando con ϵ l'unità positiva o negativa, posto $x_0 = a$, $x_{n+1} = b$, la funzione $f(x)$ prende nell'intervallo (x_k, x_{k+1}) $(k = 0, 1, \ldots, n)$ anche valori del segno di $\epsilon(-1)^k$. Se la funzione reale $g(x)$ è del pari definita nell'intervallo (a, b), diremo che $f(x)$ e $g(x)$ *si intersecano* negli n punti $x_1, x_2, \ldots, x_n$, di (a, b) se la differenza $f(x) - g(x)$ interseca lo zero in questi punti.

Designeremo sempre con $\theta(x)$ una funzione reale della x, arbitrariamente fissata, sommabile (LEBESGUE) nel suo intervallo di definizione, non negativa e quasi ovunque non nulla. Sussistono i due seguenti teoremi:

I. *Se la funzione continua* $g(x) \not\equiv 0$, *periodica e di periodo* 2π, *è in* $(0, 2\pi)$ *e rispetto alla funzione* $\theta(x)$ *ortogonale alle* $2n+1$ *funzioni trigonometriche*

$$\cos kx, \quad \operatorname{sen} kx \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots, n),$$

se cioè verifica le $2n+1$ *equazioni*

$$(1) \qquad \int_0^{2\pi} \theta(x)\, g(x) \cos kx \, dx = \int_0^{2\pi} \theta(x)\, g(x) \operatorname{sen} kx \, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, n),$$

Digitized by Google

essa interseca lo zero in $2n+2$ *punti dell'intervallo* $(0, 2\pi)$ *se* $g(0) = g(2\pi) \neq 0$, *in* $2n+1$ *punti dello stesso intervallo se* $g(0) = g(2\pi) = 0$.

II. *Se la funzione continua* $g(x) \not\equiv 0$ *è in* (a, b) *e rispetto alla funzione* $\theta(x)$ *ortogonale alle potenze* $x^0, x^1, \ldots, x^n$, *se cioè verifica le* $n+1$ *equazioni*

$$\int_a^b \theta(x)\, g(x)\, x^k\, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, n), \tag{2}$$

essa interseca lo zero in $n+1$ *punti dell'intervallo* (a, b).

Le dimostrazioni dei due teoremi sono analoghe; esporrò quella del primo, che è meno semplice. Cominciamo dal ricordare che se $x_1, x_2, \ldots, x_{2\nu}$ sono 2ν arbitrarii punti dell'intervallo $(0, 2\pi)$, la funzione

$$T_\nu(x) = \prod_1^{2\nu} \operatorname{sen} \frac{x - x_i}{2}$$

è una combinazione lineare (a coefficienti costanti) delle funzioni trigonometriche $\cos kx$, $\operatorname{sen} kx$ $(k = 0, 1, \ldots, \nu)$, è cioè, come si dice, una combinazione trigonometrica d'ordine ν. Se gli stessi punti sono distinti e tutti interni all'intervallo $(0, 2\pi)$, la funzione $T_\nu(x)$ interseca lo zero in questi punti, laddove, posto $x_0 = 0$, $x_{2\nu+1} = 2\pi$, il segno di $T_\nu(x)$ nell'interno dell'intervallo (x_k, x_{k+1}) $(k = 0, 1, \ldots, 2\nu)$ è costantemente $(-1)^k$. Infine, dalle (1), se ne deduce

$$\int_0^{2\pi} \theta(x)\, g(x)\, T_\nu(x)\, dx = 0 \qquad (\nu = 0, 1, \ldots, n), \tag{3}$$

quando si ponga $T_0(x) \equiv 1$, e comunque si prendano in $(0, 2\pi)$ i punti $x_1, x_2, \ldots, x_{2\nu}$.

Distingueremo due casi, secondochè è $g(0) = g(2\pi) \neq 0$, oppure $g(0) = g(2\pi) = 0$.

1° Caso: $g(0) = g(2\pi) \neq 0$. Potremo supporre $g(0) = g(2\pi) > 0$. Dalle (1) per $k = 0$ o dalle (3) per $\nu = 0$, se ne deduce che la $g(x)$ deve intersecare lo zero in almeno un punto ξ di $(0, 2\pi)$. In uno almeno degli intervalli $(0, \xi)$ o $(\xi, 2\pi)$ la funzione $g(x)$ prenderà pertanto valori negativi e poichè $g(0) = g(2\pi) > 0$, deve esistere, in $(0, \xi)$ o in $(\xi, 2\pi)$, almeno un ulteriore punto di intersezione di $g(x)$ con lo zero. Siano

Digitized by Google

x_1 e x_2 $(x_1 < x_2)$ i due punti di $(0, 2\pi)$, dei quali abbiamo accertato l'esistenza, in cui la $g(x)$ interseca lo zero, e consideriamo la combinazione trigonometrica

$$T_1(x) = \operatorname{sen} \frac{x - x_1}{2} \operatorname{sen} \frac{x - x_2}{2}$$

relativa a questi due punti. Se la $g(x)$ non intersecasse lo zero in altri punti all'infuori di x_1 e di x_2, si avrebbe $g(x)\, T_1(x) \geqq 0$ in $(0, 2\pi)$ e quindi, dalla (3) per $\nu = 1$, $g(x) \equiv 0$ in $(0, 2\pi)$. Esisterà quindi in almeno uno degli intervalli $(0, x_1)$, (x_1, x_2), $(x_2, 2\pi)$, un ulteriore punto ξ di intersezione di $g(x)$ con lo zero. Sia, per esempio, ξ interno all'intervallo $(0, x_1)$, la $g(x)$ prenderà in $(0, \xi)$ anche valori di segno ϵ, in (ξ, x_1) anche valori di segno $-\epsilon$, in (x_1, x_2) anche valori di segno ϵ, ed infine in $(x_2, 2\pi)$ anche valori di segno $-\epsilon$; pertanto, poichè $g(0) = g(2\pi) > 0$, se $\epsilon = +1$ esisterà in $(x_2, 2\pi)$ un quarto punto di intersezione di $g(x)$ con lo zero, se $\epsilon = -1$ un tale punto esisterà in $(0, \xi)$. Siano x_1, x_2, x_3, x_4 $(x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$ i quattro punti, dei quali abbiamo accertato l'esistenza, in cui la $g(x)$ interseca lo zero, e consideriamo la combinazione trigonometrica $T_2(x)$ relativa a questi quattro punti. Se la $g(x)$ non intersecasse lo zero in altri punti all'infuori di x_1, x_2, x_3, x_4, si avrebbe $g(x)\, T_2(x) \geqq 0$ in $(0, 2\pi)$ e quindi, dalla (3) per $\nu = 2$, $g(x) \equiv 0$ in $(0, 2\pi)$. Ecc.

2° Caso: $g(0) = g(2\pi) = 0$. Dalla (1) per $k = 0$ si deduce che la $g(x)$ deve intersecare lo zero in almeno un punto ξ di $(0, 2\pi)$. Se ciò avvenisse nel solo punto ξ, considerando la combinazione trigonometrica $T_1(x)$ relativa ai punti 0 e ξ, se ne dedurrebbe che $g(x)\, T_1(x)$ ha in $(0, 2\pi)$ sempre un segno determinato, quando non è nulla, e quindi, dalla (3) per $\nu = 1$, $g(x) \equiv 0$. Esistono pertanto in $(0, 2\pi)$ due punti x_1 e x_2 $(x_1 < x_2)$ di intersezione di $g(x)$ con lo zero. Se esistessero soltanto questi due punti, considerando la combinazione trigonometrica $T_1(x)$ ad essi relativa, se ne dedurrebbe che $g(x)\, T_1(x)$ ha in $(0, 2\pi)$ sempre un segno determinato, quando non è nulla, e quindi, dalla (3) per $\nu = 1$, di nuovo $g(x) \equiv 0$. Esiste pertanto in $(0, 2\pi)$ un terzo punto ξ di intersezione con lo zero. Se $g(x)$ intersecasse lo zero solamente nei punti x_1, x_2, ξ, considerando la combinazione trigonometrica $T_2(x)$ relativa ai

Digitized by Google

punti $0, x_1, x_2, \xi$, se ne dedurrebbe che $g(x)\,T_2(x)$ ha in $(0, 2\pi)$ sempre un segno determinato, quando non è nulla, e quindi, dalla (3) per $\nu = 2$, $g(x) \equiv 0$. Ecc.

2. — Dai teoremi I° e II° si deducono facilmente notevoli conseguenze. Si sa che si possono scegliere le costanti $a_k^{(k)}$ in maniera che, essendo sempre $a_k^{(k)} \neq 0$, le combinazioni trigonometriche

$$
(4)\quad \left\{\begin{aligned}
&T_0 = a_0^{(0)}\,,\\
&T_1 = a_0^{(1)} + a_1^{(1)} \operatorname{sen} x\,,\\
&T_2 = a_0^{(2)} + a_1^{(2)} \operatorname{sen} x + a_2^{(2)} \cos x\,,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&T_{2n-1} = a_0^{(2n-1)} + a_1^{(2n-1)} \operatorname{sen} x + a_2^{(2n-1)} \cos x + \ldots\\
&\qquad\qquad \ldots + a_{2n-1}^{(2n-1)} \operatorname{sen} nx\,,\\
&T_{2n} = a_0^{(2n)} + a_1^{(2n)} \operatorname{sen} x + a_2^{(2n)} \cos x + \ldots\\
&\qquad\qquad \ldots + a^{2n}_{(2n-1)} \operatorname{sen} nx + a_{2n}^{(2n)} \cos nx\,,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right.
$$

siano a due a due fra di loro ortogonali nell'intervallo $(0, 2\pi)$, rispetto alla funzione $\theta(x)$. Detti *equivalenti* due numeri, reali o complessi, la cui differenza sia multipla di 2π, si sa pure che una combinazione trigonometrica d'ordine n non può possedere più di $2n$ radici non equivalenti. Ebbene, ciò posto, dal teor. I segue l'altro:

III. *Se le combinazioni trigonometriche* (4) *sono a due a due fra di loro ortogonali nell'intervallo* $(0, 2\pi)$ *e rispetto alla funzione* $\theta(x)$, *le due combinazioni trigonometriche* T_{2n-1} *e* T_{2n} *d'ordine* n *hanno precisamente* 2n *radici reali, distinte e non equivalenti.*

Ed invero, poichè $a_k^{(k)} \neq 0$ e

$$\int_0^{2\pi} \theta\, T_{2n-1}\, T_k\, dx = \int_0^{2\pi} \theta\, T_{2n}\, T_k\, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, 2n-2),$$

se ne deduce che tanto T_{2n-1} quanto T_{2n} sono, in $(0, 2\pi)$ e rispetto alla $\theta(x)$, ortogonali alle funzioni trigonometriche $\cos kx$, $\operatorname{sen} kx$ $(k = 0, 1, \ldots, n-1)$. E quindi (teor. I), per esempio, secondochè $T_{2n-1}(0) \neq 0$ oppure $= 0$, la combinazione T_{2n-1} interseca lo zero in $2n$ oppure in $2n-1$ punti dell'intervallo $(0, 2\pi)$.

Digitized by Google

In modo analogo, dal teor. II si deduce il seguente:

IV. *Se i polinomii* $P_0(x)$, $P_1(x)$, ..., $P_n(x)$, ..., *sono a due a due fra di loro ortogonali nell'intervallo* (a, b) *e rispetto alla funzione* $\theta(x)$, *essendo* P_n *effettivamente di grado* n [1] ($n = 0, 1, ...$), *ogni polinomio* P_n *ha precisamente* n *radici reali e distinte nell'intervallo* (a, b) [2].

Sia ora $f(x)$ la più arbitraria funzione continua e periodica, di periodo 2π, e consideriamo la *serie di* FOURIER della $f(x)$ relativa alle combinazioni trigonometriche (4). Poniamo cioè

$$(5)\quad f(x) \sim c_0 T_0 + (c_1 T_1 + c_2 T_2) + ... + (c_{2n-1} T_{2n-1} + c_{2n} T_{2n}) + ...$$

$$(6)\quad c_k = \int_0^{2\pi} \theta f T_k \, dx : \int_0^{2\pi} \theta T_k^2 \, dx, \qquad (k = 0, 1, ...).$$

Porremo poi

$$U_0 = c_0 T_0, \qquad U_1 = c_1 T_1 + c_2 T_2, ...,$$
$$U_n = c_{2n-1} T_{2n-1} + c_{2n} T_{2n}, ...$$

e diremo $U_0, U_1, ..., U_n, ...$ i termini della serie di FOURIER considerata. Indicheremo con S_n la somma dei primi n termini della serie (5). In virtù della (6) si ha

$$\int_0^{2\pi} \theta(x) [f(x) - S_n(x)] T_k(x) \, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, 2, ..., 2n - 2),$$

si ha cioè che la differenza $g(x) = f(x) - S_n(x)$ è in $(0, 2\pi)$ e rispetto alla $\theta(x)$ ortogonale alle funzioni trigonometriche $\cos kx$, $\operatorname{sen} kx$ ($k = 0, 1, ..., n - 1$) e pertanto il notevole risultato:

V. *Se la funzione* f(x), *continua, periodica e di periodo* 2π, *non è una combinazione trigonometrica, la somma* $S_n(x)$ *dei primi* n *termini della sua serie di* FOURIER *relativa alle combinazioni trigonometriche* (4), *interseca la* f(x) *in* 2n *punti di* $(0, 2\pi)$ *se* $f(0) \neq S_n(0)$, *in* $2n - 1$ *punti di* $(0, 2\pi)$ *se* $f(0) = S_n(0)$.

---

[1] Con "effettivamente di grado n" intendiamo dire che il coefficiente della massima potenza x^n è in P_n diverso da zero.

[2] Questo teorema è notissimo. Cfr., per esempio, JORDAN, *Cours d'Analyse* [2me édition, Paris, Gauthier-Villars, 1894], vol. II, n° 249.

Digitized by Google

In modo perfettamente analogo si ottiene il teorema:

VI. *I polinomii* $P_0, P_1, \ldots, P_n, \ldots$, *siano a due a due fra di loro ortogonali nell'intervallo* (a, b) *e rispetto alla funzione* $\theta(x)$, *essendo* P_n *effettivamente di grado* n $(n = 0, 1, \ldots)$. *Se la funzione continua* $f(x)$ *non è un polinomio, la somma* S_n *dei primi* n *termini della serie di* FOURIER

$$f(x) \sim c_0 P_0 + c_1 P_1 + \ldots + c_n P_n + \ldots, \tag{7}$$

$$c_k = \int_0^{2\pi} \theta f P_k \, dx : \int_0^{2\pi} \theta P_k^2 \, dx, \qquad (k = 0, 1, \ldots), \tag{8}$$

della $f(x)$ *relativa ai polinomii* $P_0, P_1, \ldots$, *interseca la funzione* $f(x)$ *in* n *punti di* (a, b).

3. — Sia $f(x)$ la più arbitraria funzione reale della variabile reale x definita nell'intervallo (a, b), nel quale sono pure definite le funzioni

$$f_0(x), f_1(x), \ldots, f_n(x), \ldots \tag{9}$$

pur esse reali. Il problema (che ho preso a chiamare) dell'*approssimazione lineare* si pone al modo seguente: Determinare le costanti reali

$$\begin{array}{l} a_0^{(0)}, \\ a_0^{(1)}, \ a_1^{(1)}, \\ a_0^{(2)}, \ a_1^{(2)}, \ a_2^{(2)}, \\ \cdots\cdots\cdots \\ a_0^{(n)}, \ a_1^{(n)}, \ a_2^{(n)}, \ \ldots, \ a_n^{(n)}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \end{array}$$

in maniera che la combinazione lineare

$$F_n(x) = a_0^{(n)} f_0(x) + a_1^{(n)} f_1(x) + \ldots + a_n^{(n)} f_n(x),$$

al divergere di n, *approssimi* in (a, b) la funzione $f(x)$. Dico *puntuale* l'approssimazione se, in (a, b) $\lim |f(x) - F_n(x)| (n \to \infty) = 0$, la dico *globale*, rispetto alla *funzione peso* $\theta(x)$, se, supposte $f, f_0, f_1, \ldots$ misurabili e limitate in (a, b), si ha

$$\lim_{n \to \infty} \int_0^{2\pi} \theta(x) [f(x) - F_n(x)]^2 \, dx = 0.$$

Digitized by Google

Chiamo *errore puntuale* la quantità $|f(x) - F_n(x)|$, *massimo errore puntuale* l'estremo superiore ρ_n in (a, b) di $|f(x) - F_n(x)|$. Dico *uniforme* l'approssimazione puntuale se $|f(x) - F_n(x)|$, al divergere di n, tende in (a, b) uniformemente a zero. Condizione necessaria e sufficiente affinchè l'approssimazione puntuale sia uniforme è che il massimo errore puntuale ρ_n tenda a zero al divergere di n. Per ogni fissato valore di n, dico che $F_n(x)$ è la combinazione di *migliore approssimazione puntuale* se, fra tutte le possibili combinazioni delle $f_0, f_1, \ldots, f_n$, essa realizza il minimo valore per il massimo errore puntuale.

Supponendo misurabili e limitate in (a, b) le funzioni $f, f_0, f_1, \ldots$, chiamo *errore globale*, rispetto alla funzione peso $\theta(x)$, la quantità

$$\int_0^{2\pi} \theta(x) [f(x) - F_n(x)]^2 \, dx.$$

Per ogni fissato valore di n, dico che $F_n(x)$ è la combinazione di *migliore approssimazione globale*, rispetto alla funzione peso $\theta(x)$, se essa combinazione realizza il minimo valore per l'errore globale rispetto allo stesso peso.

Ponendo, in particolare, $f_n(x) \equiv x^n$ $(n = 0, 1, \ldots)$, si hanno le approssimazioni per polinomii o per *combinazioni intiere*. Ponendo $f_0 \equiv 1$, $f_{2n-1} \equiv \operatorname{sen} nx$, $f_{2n}(x) \equiv \cos nx$ $(n = 1, 2, \ldots)$ si hanno le approssimazioni per *combinazioni trigonometriche*.

Vogliamo ora porre i teoremi del n° 2 in relazione con taluni risultati, ormai classici, relativi all'approssimazione puntuale per combinazioni intiere o trigonometriche delle funzioni continue, che si trovano riuniti nei capitoli VI e VII del recente brillante libro del DE LA VALLÉE-POUSSIN, *Leçons sur l'approximation des fonctions d'une variable réelle* (1). Ci limiteremo a considerare le approssimazioni per combinazioni intiere, circostanze perfettamente analoghe verificandosi nei riguardi delle approssimazioni per combinazioni trigonometriche. Escluderemo perciò sempre, naturalmente, che la funzione $f(x)$ da approssimare sia essa stessa un polinomio.

Indicheremo con $\Pi_n(x)$ il polinomio di grado n (di TCHEBYCHEFF) di migliore approssimazione puntuale in (a, b) fra i

(1) Paris, 1919, Gauthier-Villars, Collezione Borel.

Digitized by Google

polinomii del detto grado (1) per la funzione continua $f(x)$ e con τ_n il massimo errore puntuale relativo a Π_n. Ebbene si ha il teorema (Cfr. DE LA VALLÉE-POUSSIN, loc. cit., n° 56): *Il polinomio* $\Pi_n(x)$ *interseca la funzione* $f(x)$ *in* $n+1$ *punti di* (a, b) *detti* $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ $(x_1 < x_2 < \ldots < x_{n+1})$ *questi punti, posto* $x_0 = a$, $x_{n+2} = b$, *la differenza* $f(x) - \Pi_n(x)$ *prende in* (x_k, x_{k+1}) $(k = 0, 1, \ldots, n+1)$ *anche il valore* $\epsilon \tau_n (-1)^k$.

Indicheremo con $Q_n(x)$ il polinomio di grado n nel quale consiste la somma dei primi $n+1$ termini della serie (7). Si ha il teorema di assai facile dimostrazione:

VII. *Il polinomio* $Q_n(x)$, *somma dei primi* $n+1$ *termini della serie* (7) *è, fra quelli di grado* n, *il polinomio di migliore approssimazione globale, rispetto alla funzione peso* $\theta(x)$, *per la funzione continua* $f(x)$. *Esso, precisamente come il polinomio* Π_n *di migliore approssimazione puntuale, interseca* (teor. IV) *la funzione* $f(x)$ *in* $n+1$ *punti dell'intervallo* (a, b).

Sono state rilevate le difficoltà che offre la costruzione del polinomio $\Pi_n(x)$ di migliore approssimazione puntuale per una assegnata funzione continua $f(x)$. I coefficienti $a_0, a_1, \ldots, a_n$ del polinomio $Q_n(x)$ di migliore approssimazione globale rispetto al peso $\theta(x)$ si ottengono al contrario immediatamente minimizzando la forma quadratica in quei coefficienti

$$\int_a^b \theta(x) [f(x) - a_0 - a_1 x - a_2 x^2 - \ldots - a_n x^n]^2 \, dx,$$

risolvendo cioè un sistema, a determinante positivo, di $n+1$ equazioni lineari nelle $n+1$ incognite $a_0, a_1, \ldots, a_n$. Ebbene, noi ci poniamo la questione seguente:

È possibile determinare la funzione peso $\theta(x)$ *in guisa che, qualunque sia* n, *riesca* $Q_n \equiv P_n$?

Lasciando per ora da parte tale questione, vogliamo intanto mostrare come il teor. VII, col concorso di uno dovuto a DE LA VALLÉE-POUSSIN, consenta di assegnare ulteriori infiniti numeri positivi che non superano il massimo errore puntuale τ_n relativo al polinomio Π_n di migliore approssimazione puntuale.

(1) Fra questi polinomii annoveriamo anche quelli per cui taluni dei coefficienti a cominciare da quelli della massima potenza x^n sono nulli.

Digitized by Google

Secondo l'indicato teorema di DE LA VALLÉE-POUSSIN (loc. cit., n° 57) si ha che:

Se $Q_n(x)$ *è un qualunque polinomio di grado* n *che intersechi la funzione continua* $f(x)$ *negli* $n+1$ *punti* $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ $(x_1 < x_2 < \ldots < x_{n+1})$ *di* (a, b), *posto* $x_0 = a$, $x_{n+2} = b$, *e detto* σ' *il massimo fra i numeri positivi* σ *tali che la differenza* $f(x) - Q_n(x)$ *prenda in* (x_k, x_{k+1}) $(k = 0, 1, 2, \ldots, n+1)$ *anche il valore* $\epsilon\sigma(-1)^k$, *riesce* $\sigma' \leqq \tau_n$.

Se ne deduce, evidentemente, in virtù del teor. VII, il seguente:

VIII. *Sia* $Q_n(x)$ *il polinomio di grado* n *di migliore approssimazione globale della funzione continua* $f(x)$, *rispetto alla funzione peso* $\theta(x)$ *e siano* $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ $(x_1 < x_2 < \ldots < x_{n+1})$ *punti di* (a, b) *di intersezione di* $Q_n(x)$ *con* $f(x)$, *diciamo* $\sigma_n[\theta(x)]$ *il massimo fra i numeri positivi* σ *tali che la differenza* $f(x) - Q_n(x)$ *prenda in* (x_k, x_{k+1}) *anche il valore* $\epsilon\sigma(-1)^k$. *Comunque varii* $\theta(x)$ *nella totalità delle funzioni sommabili in* (a, b), *riesce sempre*

$$\sigma_n[\theta(x)] \leqq \tau_n. \tag{10}$$

Giova tenere presente che (cfr. DE LA VALLÉE-POUSSIN, loc. cit., n° 56) se $\sigma_n[\theta(x)]$ coincide col massimo errore puntuale relativo al polinomio $Q_n(x)$, si avrà $Q_n(x) \equiv \Pi_n(x)$ e quindi $\sigma_n[\theta(x)] = \tau_n$.

Altri infiniti numeri positivi che non superano l'errore τ_n si ottengono, ovviamente, al variare di $\theta_n(x)$, tenendo conto soltanto che $Q_n(x)$ minimizza l'errore globale. Qualunque sia il polinomio $P_n(x)$ di grado $\leqq n$, detto ρ_n, il massimo errore puntuale a questo relativo, si ha

$$\int_a^b \theta(x)[f(x) - Q_n(x)]^2\,dx \leqq \int_a^b \theta(x)[f(x) - P_n(x)]^2\,dx < \\ < \rho_n^2 \int_a^b \theta(x)\,dx.$$

Ma è ben presumibile che la limitazione inferiore che, in particolare, così si ottiene per il massimo errore puntuale τ_n relativo al polinomio $\Pi_n(x)$ di migliore approssimazione puntuale, sia assai più larga della (10).

Pisa, 25 giugno 1924.

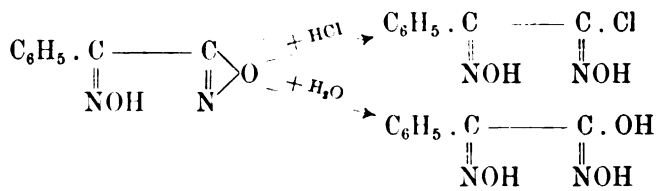
Digitized by Google

Sulle idrossigliossime

Nota del Socio nazionale residente GIACOMO PONZIO

La fenilclorogliossima $C_6H_5 . C(:NOH) . C(:NOH) . Cl$, da me recentemente preparata [1] e delle cui proprietà non ho ancora ultimato lo studio, offre un notevole interesse per i rapporti che teoricamente la collegano coll'ossido dell'ossima del cianuro di benzoile e colla fenilidrossigliossima.

Come risulta dallo schema



e tenendo presente che nelle reazioni di addizione del nitrilossido si originano sempre quelle che io chiamo *forme* α delle gliossime, l'ossido dell'ossima del cianuro di benzoile $C_6H_5 . C(:NOH) . \overset{\diagup O \diagdown}{C = N}$ (ovvero $C_6H_5 . C(:NOH) . C \equiv N = O$) dovrebbe essere trasformato dall'acido cloridrico nella α-fenilclorogliossima $C_6H_5 . C(:NOH) . C(:NOH) . Cl$ e dall'acqua in α-fenilidrossigliossima $C_6H_5 . C(:NOH) . C(:NOH) . OH$.

Ora, mentre non è, in alcun modo, possibile addizionare acido cloridrico [2], Wieland e Semper [3] asseriscono che me-

---

[1] " Gazz. Chim. Ital. ", *53*, 25 e 708 (1923).

[2] Il nitrilossido non si altera nè riscaldato con acido cloridrico concentrato (dal quale cristallizza per raffreddamento), nè assoggettato in soluzione eterea all'azione dell'acido cloridrico gassoso secco.

[3] *Ann.* *358*, 58 (1907).

Digitized by Google

diante l'idrossido o l'etilato sodico si può addizionare una molecola di acqua, e trasformare in tal modo l'ossido dell'ossima del cianuro di benzoile (da essi erroneamente considerato come fenilfurossano (4)) in una fenilidrossigliossima instabile, della quale hanno però ottenuto il sale sodico ed il sale ramico.

D'altra parte io ho trovato (5) che facendo agire il carbonato sodico sulla soluzione eterea della fenilclorogliossima, invece di aver luogo la sostituzione del cloro coll'ossidrile, si ha eliminazione di due molecole di acido cloridrico da due molecole di gliossima e formazione della diossima del perossido della dibenzoilgliossima $2\,C_6H_5.C(:NOH).C(:NOH).Cl \xrightarrow{-2HCl} C_6H_5.C(:NOH).(C_2N_2O_2).C(:NOH).C_6H_5$, reazione da me interpretata ammettendo che, come prodotto intermedio, risulti la fenilidrossigliossima dei suddetti Autori.

Occorrendomi arrivare, per le ragioni esposte nella Nota XII (6), al fenilidrossifurazano $C_6H_5.(C_2N_2O)OH$, ho perciò creduto opportuno di assicurarmi se, variando le condizioni di esperienza, non fosse stato possibile ottenere la forma della fenilidrossigliossima, della quale il fenilidrossifurazano è il prodotto di anidrizzazione. Sono in tal modo giunto a stabilire un nuovo metodo di preparazione delle idrossigliossime, metodo che qui riferisco, premettendo quanto segue, onde chiarire la trattazione dell'argomento, il quale costituisce soltanto un capitolo delle ricerche che ho in corso sulla fenilclorogliossima e sui rapporti che collegano quest'ultima coll'ossido del nitrile dell'ossima del cianuro di benzoile e colla fenil-fenilidrazinogliossima $C_6H_5.C(:NOH).C(:NOH).NH.NH.C_6H_5$.

È noto che molte gliossime esistono in due *forme*, e che, secondo Tschugaeff (7), quelle forme che egli, adottando la teoria di Hantzsch e Werner, chiamava *sin* e che io distinguo col prefisso β, dànno origine coi sali di nichel a caratteristici *sali complessi* di colore giallo, aranciato, rosso o rosso-bruno, i

---

(4) V^i Note XI e XII: " Gazz. Chim. Ital. „, *53*, 379 e 507 (1923).

(5) Nota XIV, " Gazz. Chim. Ital. „, *53*, 708 (1923).

(6) " Gazz. Chim. Ital. „, *53*, 507 (1923).

(7) " Zeit. anorg. „, *46*, 144 (1905); *Ber. 41*, 1678 (1908); " Chem. Soc. „, *105*, 2187 (1914).

Digitized by Google

quali, come più tardi io ho dimostrato (8), risultano anche direttamente dal metallo per azione delle stesse gliossime in soluzione acquosa, e derivano da due molecole di gliossima per sostituzione di due atomi di idrogeno ossimico, uno per ciascuna molecola, con un atomo di nichel bivalente.

Gli acidi idrossamici esistono invece in una *forma* sola, alla quale si possono attribuire l'una o l'altra delle due strutture $R.C\begin{matrix}OH\\NOH\end{matrix}$ ed $R.C\begin{matrix}O\\NH.OH\end{matrix}$, ed hanno la proprietà di dare coi sali ramici dei *precipitati* verdi di costituzione non ben stabilita; proprietà che tuttavia non è caratteristica di tali acidi, essendo, fra l'altro, comune ad alcune diossime: p. es. alla α-metilbenzoilgliossima (9) $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).CO.C_6H_5$, alla fenilclorogliossima (10) $C_6H_5.C(:NOH).C(:NOH).Cl$, alle diossime dei perossidi delle diacilgliossime (11) $R.C(:NOH).(C_2N_2O_2).C(:NOH).R$; ed a molte ossime: p. es. alla benzoinossima (12) $C_6H_5.CH(OH).C(:NOH).C_6H_5$, all'isonitrosoacetilacetone (13) $CH_3.CO.C(:NOH).CO.CH_3$, ecc.

Attualmente non dovrebbe, dunque, più essere possibile confondere le gliossime cogli acidi idrossamici; ma non è da meravigliare se Whiteley (14) avendo ottenuto, prima della comparsa dei classici lavori di Tschugaeff, il composto $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).OH$, lo abbia considerato come *acido ossiminoacetilformidrossamico*, e che Wieland e Semper (loc. cit.) abbiano chiamato *acido ossiminobenzoilformidrossamico* il composto $C_6H_5.C(:NOH).C(:NOH).OH$. Occorre tuttavia osservare come in una Nota successiva la stessa Whiteley (15) riconobbe che il suo composto era una diossima e ne cambiò il nome in quello di *metilidrossigliossima*, per ragioni in perfetto accordo coi risultati dalle mie esperienze sul suo comportamento verso il nichel e verso i sali di questo metallo.

---

(8) " Gazz. Chim. Ital. „, *51*, II, 213 (1921).
(9) " Gazz. Chim. Ital. „, *52*, II, 151 (1922).
(10) Mie esperienze inedite.
(11) Idem.
(12) Feigl, *Ber.* *56*, 2083 (1923).
(13) " Gazz. Chim. Ital. „, *52*, I, 288 (1922).
(14) " Chem. Soc. „, *77*, 1046 (1900).
(15) " Chem. Soc. „, *83*, 24 (1903).

Digitized by Google

Preparazione delle idrossigliossime.

Per preparare nel modo più semplice e con rendimento quasi teorico la metilidrossi- e la fenilidrossigliossima $CH_3 . C . (:NOH) . C (:NOH) . OH$ e $C_6H_5 . C (:NOH) . C (:NOH) . OH$ basta far agire sulla metilcloro- e sulla fenilclorogliossima $CH_3 . C (:NOH) . C (:NOH) . Cl$ e $C_6H_5 . C (:NOH) . C (:NOH) . Cl$ l'acetato sodico in presenza di acido acetico diluito, e, precisamente, una soluzione al 40 % di acetato sodico cristallizzato in acido acetico al 50 % (16).

Il reattivo che io propongo (e che si può anche ottenere sciogliendo gr. 6,3 di idrossido di sodio (17) in 100 cc. di acido acetico al 50 %) offre il vantaggio di permettere la sostituzione *diretta* del cloro coll'ossidrile in tutti i composti contenenti uno o più gruppi $-C\begin{matrix}Cl\\ \diagdown\\ NOH\end{matrix}$ (18). Con esso si possono per conseguenza preparare non soltanto le idrossi- e le diidrossigliossime dalle monocloro- e dalle dicloroglioxime, ma anche gli acidi idrossamici $R . C(:NOH) . OH$ dalle cloroaldossime $R . C(:NOH) . Cl$ e gli acidi acilformidrossamici $R . CO . C (:NOH) . OH$ dai cloroisonitrosochetoni $R . CO . C (:NOH) . Cl$.

Il miglior modo di operare è il seguente. In 50 cc. di reattivo si introducono gr. 5 del cloroderivato (19) in polvere: se

---

(16) Come l'acetato sodico in presenza di acido acetico agisce, evidentemente, qualsiasi sale di una base forte con un acido debole in presenza di quest'ultimo che ne impedisce praticamente l'idrolisi; e, p. es., la soluzione di bisolfito sodico satura di anidride solforosa. Ma, a parte gl'inconvenienti che offre l'impiego e la preparazione di quest'ultimo reattivo, esso dà sempre un rendimento molto scarso e non è di applicazione generale.

(17) Ovvero gr. 8,8 di idrossido di potassio, poichè l'acetato potassico agisce in modo analogo a quello sodico.

(18) La sostituzione *indiretta* del cloro coll'ossidrile è già nota, e si eseguisce mediante l'acetato sodico o potassico anidri o l'acetato di argento, in presenza di acido acetico glaciale; però sempre col riscaldamento, il quale, nei casi di cui mi occupo, è da evitare. Si ottengono così dapprima gli acetilderivati degli idrossicomposti che si devono poi assoggettare all'idrolisi.

(19) Naturalmente si possono impiegare anche i bromoderivati, qualora questi siano più facilmente accessibili dei cloroderivati corrispondenti.

Digitized by Google

questo è solubile, la reazione avviene di per sè alla temperatura ordinaria; se è poco solubile od insolubile, si aggiungono anche 25-50 cc. di alcool e si agita, riscaldando, ove occorra, a 30°-40° per qualche tempo. Quando la sostituzione del cloro coll'ossidrile è completa, se si tratta di una idrossigliossima, si neutralizza con idrossido di sodio e si addiziona acetato di nichel; se si tratta di un acido idrossamico, conviene invece diluire con acqua ed addizionare acetato ramico. Nel primo caso si separa in quantità quasi teorica il sale complesso di nichel della gliossima; nel secondo, il composto ramico dell'acido idrossamico. I precipitati raccolti e lavati si decompongono in ultimo con acido cloridrico o solforico diluiti.

Col suddetto procedimento ho perfino potuto ottenere dal cloroisonitrosoacetone $CH_3 . CO . C(:NOH) . Cl$ l'*acido acetilformidrossamico* $CH_3 . CO . C(NOH) . OH$ non ancora conosciuto e non preparabile in nessun altro modo. Questo composto, il quale si può anche chiamare *acido piruvidrossamico* [20], offre un notevole interesse, sia perchè è il primo termine della serie degli acidi acilidrossamici $R . CO . C(:NOH) . OH$, sia perchè la letteratura dei suoi derivati (ottenuti finora soltanto indirettamente con metodi empirici) è, come quella della metilidrossi- e della fenilidrossigliossima, per la maggior parte errata [21], e richiede una completa revisione, il che farò in una prossima Nota.

Torino. - Istituto Chimico della R. Università.
Giugno 1924.

---

[20] non però *acido piruvilidrossamico*, perchè esso non contiene il piruvile $CH_3 . CO . CO —$, e, d'altra parte, si dice acido acetidrossamico $CH_3 . C(:NOH) . OH$ e non *acetilidrossamico*.

[21] P. es, il fenidrazone dell'acido piruvidrossamico fu scambiato coll'acido 2-fenil-1,3-osotriazolcarbonico, dal quale si credette di ottenere l'acido fenildrazinoacetico.

Digitized by Google

Sui perossidi delle diossime dei diacilperossidi

Nota del Socio naz. resid. Prof. GIACOMO PONZIO
e del Dott. VITTORIO BERNARDI

Escludendo dalla categoria dei cosidetti *perossidi delle diossime* i prodotti di deidrogenazione delle gliossime R . C (: NOH) . C (: NOH) . H (diossime di α-chetoaldeidi), i quali, come abbiamo dimostrato in precedenti Note (¹), sono ossidi di nitrili di α-ossiminoacidi R . C (: NOH) . CNO, riteniamo che, indipendentemente da qualsiasi ipotesi sulla costituzione dei prodotti di deidrogenazione delle altre diossime, sia conveniente conservare per questi ultimi l'antica denominazione.

Ciò premesso, si comprende come si debba prevedere l'esistenza di varie classi di *perossidi*, a seconda che essi derivano dalle diossime di α-, di β-, o di γ-dichetoni, cioè dalle 1,2-diossime R . C (: NOH) . C (: NOH) . R_1, dalle 1,3-diossime R . C(: NOH) . CH_2 . C (: NOH) . R_1 o dalle 1,4-diossime R . C (: NOH) . CH_2 . CH_2 . C (: NOH) . R_1.

Attribuendo infine, *per semplicità*, a tali *perossidi* le formole di struttura

$$\begin{array}{ccc} R.C & \text{———————} & C.R_1 \\ \| & & \| \\ N & -O-O- & N \end{array} , \qquad \begin{array}{ccccc} R.C & — & CH_2 & — & C.R_1 \\ \| & & & & \| \\ N & — & O — O & — & N \end{array} ,$$

$$\begin{array}{ccccccc} R.C & — & CH_2 & — & CH_2 & — & C.R_1 \\ \| & & & & & & \| \\ N & — & O & — & O & — & N \end{array} ,$$

(¹) "Gazz. Chim. Ital. „, *53*, 379, 507, 822 (1923).

Digitized by Google

e senza escludere, p. es., che l'aggruppamento — N_2O_2 — possa essere — $N\langle{}^{O}_{O}\rangle N$ —, soggiungeremo che dei primi (i ben noti *perossidi di gliossime*) se ne conoscono molti; dei secondi si conosce soltanto il derivato $C_2H_5CO_2 . C$ —— CO —— $C . CO_2C_2H_5$

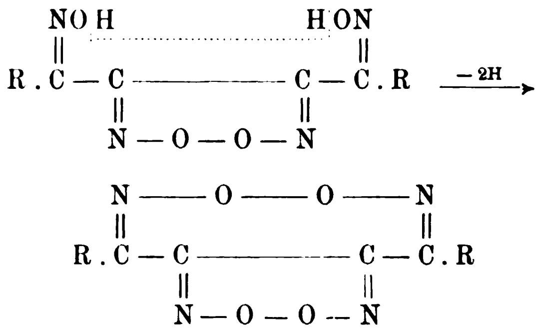
$$\begin{array}{ccc} \| & & \| \\ N - O & - & O - N \end{array}$$

ottenuto da Henry e Pechmann ([2]) per azione dell'acido nitrico sull'estere dietilico dell'acido diossiminoacetondicarbonico $C_2H_5CO_2 . C(:NOH) . CO . C(:NOH) . CO_2C_2H_5$, mentre degli ultimi nulla finora è noto.

Poichè ci pareva logico che al ciclo ottoatomico C—C—C—C

$$\begin{array}{cccc} | & & & | \\ N & -O- & O- & N \end{array}$$

si dovesse arrivare deidrogenando le diossime dei perossidi delle diacilgliossime $R . C(:NOH) . (C_2N_2O_2) . C(:NOH) . R$ da noi descritte nella Nota XIV ([3]), abbiamo voluto provare se la reazione



fosse praticamente effettuabile. E ricorrendo, come al solito, al tetrossido di azoto (ma anche all'acido nitrico ed al permanganato potassico) siamo riusciti ad ottenere senza difficoltà i primi due termini di una nuova serie di interessanti composti biciclici, cioè i *diperossidi delle 1,2,3,4-tetraossime* che più avanti descriviamo.

In questa occasione ritenemmo anche opportuno di assicurarci se la reazione che ci aveva servito a preparare dalle clo-

([2]) *Ber.* *26*, 1001 (1897).
([3]) "Gazz. Chim. Ital.", *53*, 708 (1923).

Digitized by Google

rogliossime le diossime dei perossidi delle diacilgliossime (loc. cit.) $2R.C(:NOH).C(:NOH).Cl \xrightarrow{-2HCl} R.C(:NOH).(C_2N_2O_2).C(:NOH).R$ si potesse applicare alla preparazione di altri derivati dei perossidi $R.CO.(C_2N_2O_2).CO.R$. Ed effettivamente, facendo agire il carbonato sodico sulla soluzione eterea del fenilidrazone del cloroisonitrosoacetone abbiamo ottenuto l'osazone del perossido della diacetilgliossima $2CH_3.C(:N.NHC_6H_5).C(:NOH).Cl \xrightarrow{-2HCl} CH_3.C(:N.NHC_6H_5).(C_2N_2O_2).C(:N.NHC_6H_5).CH_3$ già conosciuto, ma del quale mancava qualsiasi prova che ne dimostrasse la struttura.

Diossima del perossido della diacetilgliossima $CH_3.C(:NOH).(C_2N_2O_2).C(:NOH).CH_3$. Per stabilire se questo composto, da noi ottenuto [4] trattando con carbonato sodico la clorometilgliossima $CH_3.C(:NOH).C(:NOH).Cl$, fosse identico o no col composto $C_6H_8O_4N_4$ isolato da Behrend e Tryller [5] fra i prodotti dell'azione del cloridrato di idrossilamina sull'*olio* che risulta nella reazione fra l'acetone e l'acido nitrico, e che fu successivamente studiato da Steffens [6], il quale lo chiamò *composto di Tryller* lasciandone indeterminata la costituzione, abbiamo fatte nuove esperienze senza tuttavia giungere ad una conclusione, a meno di ammettere che in alcuni punti i lavori dei suddetti chimici siano completamente errati.

Il *composto di Tryller* fonde a 140° e dà un dibenzoilderivato fusibile a 155°, la nostra diossima fonde a 145° e dà un dibenzoilderivato fusibile a 160°; ambedue possono formare un cloridrato insolubile nell'etere e facilmente idrolizzabile; ma secondo Steffens (loc. cit.) il *composto di Tryller* scaldato con idrossido di sodio al 5 % si trasforma in un'anidride $C_6H_6O_5N_4$, trattato con permanganato potassico si decompone in acido acetico ed in acido nitrico, e, secondo Behrend e Tryller (loc. cit.), per azione dell'acido nitrico fornisce un composto $C_6H_6O_5N_4$. La diossima del perossido della diacetilgliossima invece non forma anidride, e per azione dell'acido nitrico e del permanganato viene deidrogenata nel perossido, di cui diremo fra poco:

---

(4) " Gazz. Chim. Ital. ", *53*, 709 (1923).
(5) *Ann. 283*, 231 (1894).
(6) *Ann. 309*, 246 (1899).

Digitized by Google

non ci pare quindi logico che al *composto di Tryller* si continui ad attribuire (come è fatto nel " Beilstein „ ed in alcuni trattati di chimica organica) la formola $CH_3 . C(:NOH) . (C_2N_2O_2) . C(:NOH) . CH_3$, la quale indubbiamente ed esclusivamente spetta al nostro composto.

Osazone del perossido della diacetilgliossima $CH_3 . C(:N . NHC_6H_5) . (C_2N_2O_2) . C(:N . NHC_6H_5) . CH_3$. Risulta per azione del carbonato sodico sul *fenilidrazone del cloroisonitrosoacetone* $CH_3 . C(:N . NHC_6H_5) . C(:NOH) . Cl$ il quale fu già da uno di noi descritto in una vecchia Nota [7] e preparato, allora, per trattamento con fenilidrazina del cloroisonitrosoacetone $CH_3 . CO . C(:NOH) . Cl$ in soluzione alcoolica. Soggiungiamo ora che esso si ottiene molto più facilmente e con migliore rendimento (cioè senza che, come prodotto secondario, si origini cloridrato di fenilidrazina) aggiungendo a freddo al cloroisonitrosoacetone sciolto nell'acido acetico glaciale la quantità teorica di fenilidrazina e diluendo con acqua dopo qualche ora. Cristallizzato dal benzene si presenta in prismetti di leggero colore giallo bruno, fusibili a 127° con viva decomposizione, cioè ad una temperatura un po' più elevata di quella (123°) data precedentemente.

Trovato %:	Cl	17,05	16.90.
Per $C_9H_{10}ON_3Cl$ calc.:		16,79.	

Per trasformarlo nell'*osazone del perossido della diacetilgliossima* $CH_3 . C(:N . NHC_6H_5) . (C_2N_2O_2) . C(:N . NHC_6H_5) . CH_3$ lo si scioglie in etere, lo si agita con una soluzione acquosa al 5 % di carbonato sodico, e, dopo aver lavato l'etere con acqua, si elimina il solvente e si cristallizza il residuo dall'alcool. Si presenta in prismi ben definiti, giallo-bruni, fusibili a 176° senza decomposizione.

Trovato %:	C	61,82	H	5,20	N 23,65.
Per $C_{18}H_{18}O_2N_6$ calc.:		61,71		5,14	24,00.

Questo osazone era già stato ottenuto da Sloan Mills [8] trattando con fenilidrazina l'*olio*, il quale risulta decomponendo

---

[7] " Gazz. Chim. Ital. „, *37*, II, 70 (1907).
[8] " Chem. News „, *88*, 228 (1903).

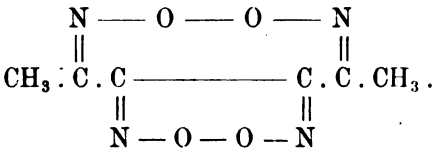
Digitized by Google

col calore il prodotto dell'azione del tetrossido d'azoto sull'isonitrosoacetone, e che, secondo detto Autore, contiene il perossido della diacetilgliossima $CH_3 . CO . (C_2N_2O_2) . CO . CH_3$: la preparazione col nostro metodo ne dimostra la struttura.

Poichè Sloan Mills (loc. cit.) non lo descrive, soggiungeremo che l'osazone del perossido della diacetilgliossima è poco solubile a caldo e meno a freddo nell'alcool; poco solubile anche a caldo in etere, cloroformio, benzene; solubile a freddo in acetone; insolubile in ligroina bollente e nell'idrossido di sodio.

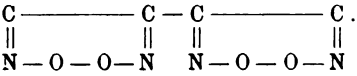
Diperossidi di tetraossime.

Perossido della diossima del perossido della diacetilgliossima



Si forma: *a)* trattando con tetrossido di azoto la soluzione eterea della diossima del perossido della diacetilgliossima $CH_3 . C(:NOH) . (C_2N_2O_2) . C(:NOH) . CH_3$, per il che si separa senz'altro cristallizzato; *b)* introducendo la diossima in una miscela di volumi eguali di acido nitrico $d = 1{,}40$ e di acqua, per il che ha luogo spontaneamente una moderata reazione e, mentre si svolgono composti nitrosi, il perossido si separa come polvere gialla. Questa dev'essere raccolta dopo 12 ore, altrimenti il rendimento (che è del 75 % circa) diminuisce in seguito alla ulteriore azione dell'acido nitrico sul perossido stesso; *c)* aggiungendo poco a poco alla soluzione acquosa diluita della diossima una soluzione al 3 % di permanganato potassico, per il che il perossido si separa dal liquido non appena questo si decolora (9).

---

(9) Sarebbe stato interessante vedere se per azione del tetrossido di azoto sulla tetraossima $CH_3 . (C:NOH)_4 . CH_3$ risulta il suddetto diperossido o quest'altro  , ma la tetraossima del dimetiltetrachetone non è conosciuta.

Digitized by Google

Nel primo caso il perossido della diossima del perossido della diacetilgliossima si ottiene, dopo lavatura con etere, perfettamente puro in laminette gialle splendenti fusibili a 187° con vivissima decomposizione ([10]); nel secondo e nel terzo caso occorre cristallizzarlo una volta dall'alcool.

Trovato %:	C 36,39	H 3,49	N 28,06-28,58.
Per $C_6H_6O_4N_4$ calc.:	36,36	3,03	28,28.

La determinazione del peso molecolare in naftalene ha dato i seguenti risultati:

Trovato P.M.:	195-189.
Per $C_6H_6O_4N_4$ calc.:	198.

È quasi insolubile nell'acqua; discretamente solubile a caldo e poco a freddo in alcool, benzene, acetone; quasi insolubile a freddo in cloroformio, etere, ligroina.

Si scioglie a freddo nell'acido solforico concentrato con colorazione gialla la quale diventa verde per aggiunta di fenolo. Si scioglie a caldo nella soluzione diluita di carbonato sodico con colorazione rosso-bruna; acidificando poi il liquido si ha sviluppo di composti nitrosi.

Riscaldato brevemente all'ebollizione con acido cloridrico o solforico diluiti, fornisce una sostanza bianca ([11]), la quale, isolata per distillazione col vapore e cristallizzata dall'alcool acquoso, si presenta in aghi appiattiti fusibili a 75° senza decomposizione ed ha la formola $C_6H_6O_7N_4$.

Trovato %:	C 29,36	H 2,64	N 22,83.
Per $C_6H_6O_7N_4$ calc.:	29,27	2,44	22,77,

confermata dalla determinazione del peso molecolare in acido acetico.

Trovato P.M.:	243-246.
Per $C_6H_6O_7N_4$ calc.:	246.

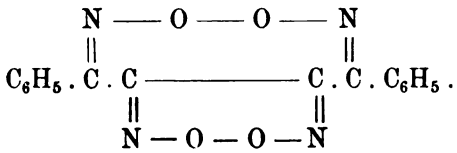
([10]) L'analisi di questa sostanza presenta perciò grandi difficoltà.

([11]) Contemporaneamente si formano ammoniaca, acido cianidrico ed acido ossalico.

Digitized by Google

La stessa sostanza si origina anche, ma lentamente e sempre con piccolo rendimento, per azione di detti acidi a freddo, e perfino per azione dell'acido nitrico, ed è per questo motivo che, come abbiamo già detto, il diperossido preparato coll'acido nitrico deve essere raccolto dopo 12 ore al massimo. Essa è solubile a freddo nei comuni solventi organici, salvo la ligroina, nella quale è discretamente solubile a caldo e pochissimo a freddo. È un po' solubile nell'acqua e facilmente volatile col vapore. Si scioglie nell'idrossido di sodio con colorazione gialla e nell'acido solforico concentrato senza colorazione, anche in presenza di fenolo. Nulla possiamo per ora dire sulla sua costituzione.

Perossido della diossima del perossido della dibenzoilgliossima



Risulta sia per azione del tetrossido di azoto sulla soluzione eterea della diossima del perossido della dibenzoilgliossima $C_6H_5 . C(:NOH) . (C_2N_2O_2) . C(:NOH) . C_6H_5$, ed allora lo si ottiene senz'altro puro dopo una semplice lavatura con etere ove è insolubile; sia riscaldando brevemente la diossima con acido nitrico d = 1,40, nel qual caso conviene prima lavarlo con acido nitrico e poi con alcool bollente.

Si presenta come polvere gialla microcristallina fusibile a temperature comprese fra 162° e 168° a seconda del modo di riscaldamento.

Trovato %:	N 17,40.
Per $C_{16}H_{10}O_4N_4$ calc.:	17,39.

È praticamente insolubile anche a caldo nei comuni solventi organici e nell'idrossido di sodio; solubile a freddo nell'acido solforico concentrato con colorazione giallo-aranciata che passa al bruno per aggiunta di fenolo.

Torino – Istituto Chimico della R. Università.
Giugno 1924.

Digitized by Google

Sulla configurazione dell'acido 2,3-oleico

Nota del Dott. G. B. SEMERIA
presentata dal Socio nazionale residente G. Ponzio

Quanto è noto finora sulle proprietà chimiche dell'acido 2,3-oleico $CH_3 . (CH_2)_{14} . CH : CH . COOH$ non permette di stabilirne la configurazione, potendosi soltanto ritenere probabile che per la sua stabilità verso l'acido nitroso [1] esso appartenga alla serie elaidinica. Nè si riuscì di risolvere il problema ricorrendo alla determinazione delle costanti ottiche, poichè mentre Eykman [2] ha trovato che gli acidi oleico ordinario ed elaidinico $CH_3 . (CH_2)_7 . CH : CH . (CH_2)_7 . COOH$ presentano una esaltazione specifica della rifrazione e della dispersione

	$t°$	$E\Sigma_\alpha$	$E\Sigma_D$	$E\Sigma_\beta - \Sigma_\alpha$	$E\Sigma_\gamma - \Sigma_\alpha$
Acido oleico ordinario	78,4	+ 0,26	—	+ 3 %	—
Acido elaidinico . . .	80,5	+ 0,30	+ 0,30	+ 4 %	+ 2 %

Auwers [3] riscontrò per l'acido 2,3-oleico esaltazioni specifiche della rifrazione e della dispersione maggiori di quelle degli acidi oleico ordinario ed elaidinico

	$t°$	$E\Sigma_\alpha$	$E\Sigma_D$	$E\Sigma_\beta - \Sigma_\alpha$	$E\Sigma_\gamma - \Sigma_\alpha$
Acido 2,3-oleico	78,6	+ 0,57	+ 0,58	+ 14 %	+ 14 %

ed, estendendo le sue ricerche ad altri termini della serie degli acidi Δ_1-olefinmonocarbonici, riconobbe che l'esaltazione

(1) Ponzio, " Gazz. Chim. Ital. ", *35*, II, 135 (1905).
(2) " Rec. Trav. Chim. ", *12*, 162 (1893).
(3) *Ann.* *432*, 87 (1923).

Digitized by Google

non dipende dalla lunghezza della catena degli atomi di carbonio, e che per gli acidi col doppio legame in posizione 2,3 oscilla intorno al valore medio

$$E\Sigma_\alpha = + 0{,}83 \qquad E\Sigma_D = + 0{,}89.$$

Inoltre per ogni singola coppia di isomeri geometrici le esaltazioni specifiche differiscono di poco; ed in realtà se i valori delle esaltazioni specifiche della rifrazione e della dispersione degli acidi crotonico ed isocrotonico $CH_3 . CH : CH . COOH$ determinati da Eykman (4)

	$t°$	$E\Sigma_\alpha$	$E\Sigma_D$	$E\Sigma_3 - \Sigma_\alpha$	$E\Sigma_\gamma - \Sigma_\alpha$
Acido crotonico .	78,7	+ 1,10	+ 1,15	+ 34 %	+ 38 %
Acido isocrotonico	21,8	+ 0,69	+ 0,71	+ 30 %	+ 36 %

appaiono alquanto diversi, bisogna osservare che le temperature d'esperienza sono pure molto differenti, e che eseguendo le correzioni per la temperatura sui valori di uno di essi e confrontandoli con quelli dell'altro, la differenza si riduce a poco.

D'altra parte, secondo Brühl, le forme stabili degli isomeri spaziali sono quelle aventi potere rifrangente e dispersione più elevata. Ciò effettivamente si verifica per molte coppie di acidi (non però per tutti i loro derivati, per esempio per gli esteri); ma in base alle osservazioni finora eseguite si deve ritenere che gli acidi olefinmonocarbonici isomeri geometrici abbiano uguale comportamento spettrochimico, come risulta dalla seguente tabella in cui sono riferiti i dati per gli acidi oleico ordinario ed elaidinico $CH_3 . (CH_2)_7 . CH : CH . (CH_2)_7 . COOH$ e per gli acidi erucico e brassidinico (5) $CH_3 . (CH_2)_7 . CH : CH . (CH_2)_{11} . COOH$ (*).

---

(4) Ricerche refrattometriche riferite da Holleman.

(5) Eykman, " Rec. Trav. Chim. „, *12*, 162 (1893).

(*) Secondo I. Lifschitz e Beek (" Kolloid Zeit. „, *24*, 61 (1920) il comportamento ottico dell'acido oleico ordinario in soluzione nell'alcool etilico è normale, ma i valori ottenuti da detti autori non si possono confrontare con quelli di Eykman e di Auwers (loc. cit.), i quali operavano sulle sostanze fuse.

Digitized by Google

	$t°$	$E\Sigma_\alpha$	$E\Sigma_\nu$	$E\Sigma_\beta - \Sigma_\alpha$	$E\Sigma_\gamma - \Sigma_\alpha$
Acido oleico ordinario	78,4	+ 0,26	—	+ 3 %	—
Acido elaidinico . . .	80,5	+ 0,30	+ 0,30	+ 4 %	+ 2 %
Acido brassidinico . .	57,1	+ 0,23	—	± 0 %	—
Acido erucico	80,9	+ 0,21	+ 0,22	+ 2 %	± 0 %

Per stabilire la configurazione dell'acido 2,3-oleico non si poteva, per conseguenza, che ricorrere alla criometria, utilizzando l'osservazione fatta da Bruni (7), secondo il quale il dimetilestere dell'acido succinico dà soluzioni solide col dimetilestere dell'acido fumarico e non con quello dell'acido maleico, osservazione che permise a detto Autore di enunciare la regola che un composto saturo dà soluzioni solide solamente coi corrispondenti composti etilenici di configurazione *trans* e non con quelli di configurazione *cis*.

Perciò mediante un depressimetro di Eykman graduato in ventesimi di grado (il quale permetteva l'apprezzamento del duecentesimo con una lente) ho anzitutto determinato la costante criometrica dell'acido 2,3-oleico preparato secondo le indicazioni di Ponzio (8) e fusibile a 59°. In detto acido ho successivamente sciolto benzile, naftalene ed acido benzoico da me accuratamente purificati, ed ecco i risultati ottenuti:

Solvente: acido 2,3-oleico.
Sostanza disciolta: benzile $C_{14}H_{10}O_2 = 210$.

c	abbassamento	K
1,2858	0,220	35,93
2,5074	0,425	35,59
3,6077	0,600	34,92
4,5281	0,750	34,86
	Media	141,30 : 4 = 35,2.

(7) " Gazz. Chim. Ital. ", *30*, II, 59 (1900).
(8) " Gazz. Chim. Ital. ", *34*, II, 77 (1904).

Digitized by Google

Solvente: acido 2,3-oleico.
Sostanza disciolta: naftalene $C_{10}H_8 = 128$.

c	abbassamento	K
1,0781	0,300	36,00
1,8337	0,510	35,60
2,5960	0,725	35,74
3,6381	1,025	36,03

Media $143,37 : 4 = 35,84$.

Solvente: acido 2,3-oleico.
Sostanza disciolta: acido benzoico $C_7H_6O_2 = 122$.

c	abbassamento	K
0,9220	0,275	36,47
1,6311	0,485	36,31
3,1001	0,935	36,70
5,0122	1,475	35,90

Media $145,88 : 4 = 36,42$.

Media generale: $(35,20 + 35,84 + 36,82) : 3 = 35,8$.

La costante criometrica, $K = 35,8$ dell'acido 2,3-oleico è dunque minore di quella del corrispondente acido saturo, lo stearico pel quale $K = 45$, e di quella dell'acido elaidinico per il quale $K = 39$.

Stabilita la costante criometrica dell'acido 2,3-oleico, ho determinato il peso molecolare di questo nell'acido stearico, impiegando il prodotto migliore fornito dalla ditta Kahlbaum e purificandolo ulteriormente col trasformarlo nell'estere metilico che fu distillato nel vuoto e quindi saponificato.

Dai dati criometrici qui sotto riferiti

Digitized by Google

Solvente: acido stearico, K = 45.
Sostanza disciolta: acido 2,3-oleico, M = 282.

	c	abbassamento	M
I)	0,9650	0,145	299
	1,7980	0,250	323
	3,0905	0,400	347
	3,9014	0,490	358
II)	1,2330	0,185	303
	2,6411	0,345	346
	3,0071	0,375	360
	5,0247	0,619	365

risulta che i pesi molecolari trovati per l'acido 2,3-oleico vanno crescendo dalle concentrazioni più piccole a quelle più grandi, essendo già anormali in entrambe le prove fin dalle concentrazioni minori.

Anche da questi altri dati che si riferiscono alla determinazione del peso molecolare dell'acido stearico nell'acido 2,3-oleico

Solvente: acido 2,3-oleico, K = 35,8.
Sostanza disciolta: acido stearico, M = 284.

c	abbassamento	M
1,5533	0,175	317
2,0292	0,225	322
2,8563	0,270	378
3,8844	0,325	538

appare un'anomalia la quale, quantunque non molto forte per la prima concentrazione, cresce assai rapidamente per le concentrazioni successive.

Concludendo: siccome l'acido stearico dà soluzioni solide coll'acido 2,3-oleico, a quest'ultimo acido si deve attribuire la configurazione *trans* (fumaroide)

$$CH_3 . (CH_2)_{14} \diagdown \underset{H}{} \diagup C = C \diagup \overset{H}{} \diagdown COOH .$$

Torino - Istituto Chimico della R. Università.
Giugno 1924.

Digitized by Google

Sul perossido della dibenzoilgliossima

Nota del Dott. GUSTAVO RUGGERI
presentata dal Socio naz. resid. Prof. G. Ponzio

Malgrado che molti Autori si siano occupati del perossido della dibenzoilgliossima $C_6H_5 . CO . (C_2N_2O_2) . CO . C_6H_5$ (difenildinitrosoacile, dibenzoilfurossano), mancano tutt'ora dati esatti sul suo modo di formazione e sul suo comportamento verso la fenilidrazina.

Si ammette bensì che quando esso risulta per azione dell'acido nitrico sull'acetofenone $C_6H_5 . CO . CH_3$ secondo il noto metodo di Hollemann (1), si passi, come prodotti intermedi, per l'isonitrosoacetofenone $C_6H_5 . CO . C(:NOH) . H$ e per l'acido benzoilmetilnitrolico $C_6H_5 . CO . C(:NOH) . (NO_2)$; ma effettivamente si è soltanto riconosciuto che il perossido della dibenzoilgliossima si ottiene anche trattando con acido nitrico il sale sodico dell'isonitrosoacetofenone (2), senza che sia mai stata data alcuna prova della supposta trasformazione preliminare di quest'ultimo in un acido nitrolico.

Così pure, se, in base alle asserzioni di Klingemann (3), si può ritenere che trattando con fenilidrazina il perossido della dibenzoilgliossima risulti benzoilfenilidrazina simmetrica $C_6H_5CO . NH . NHC_6H_5$, nulla si sa degli altri prodotti *diretti* della reazione, uno dei quali, tenendo conto delle ricerche di Wieland e Gmelin (4), dovrebbe essere la benzoilfenilidrazinogliossima

(1) « Rec. trav. chim. », *11*, 259 (1892) e *29*, 283 (1910).
(2) *Ber. 21*, 2837 (1888).
(3) *Ann., 269*, 130 (1892).
(4) *Ann. 375*, 297 (1910).

Digitized by Google

$C_6H_5 . CO . C(:NOH) C(:NOH) . NHNH . C_6H_5$ il cui anidroderivato, cioè il γ-fenilidrazino-β-nitroso-α-fenilisossazolo

$$C_6H_5 . C = C(NO) - C . NHNHC_6H_5$$
$$\quad | \qquad\qquad\quad ||$$
$$\quad O \text{———————} N$$

fu forse già isolato da Boeseken (5), che lo considerò come l'anilide del benzoilisotriazossolo

$$C_6H_5CO . C - CH$$
$$\quad\quad\quad ||\ \ ||$$
$$\quad\quad\quad N\ \ N$$
$$\quad\quad\quad |\ \ |$$
$$\quad\quad\quad O - N . NHC_6H_5 .$$

Per colmare le suddette lacune ho pensato di studiare l'azione del tetrossido di azoto sull'isonitrosoacetofenone e di ripetere le esperienze di Klingemann e di Boeseken (loc. cit.); giungendo alle seguenti conclusioni:

1) il tetrossido di azoto trasforma l'isonitrosoacetofenone in acido benzoilmetilnitrolico

$$C_6H_5CO . C(H)(NOH) \xrightarrow{N_2O_4} C_6H_5CO . C(NO_2)(NOH)$$

del quale ho ottenuto il benzoilderivato $C_6H_5CO . C(NO_2)(NO . COC_6H_5)$.

Il perossido della dibenzoilgliossima risulta dalla condensazione di due molecole di acido benzoilmetilnitrolico con eliminazione di due molecole di acido nitroso

$$2\,C_6H_5CO . C(NO_2)(NOH) \xrightarrow{-2HNO_2} C_6H_5CO\,(C_2N_2O_2)\,COC_6H_5$$

2) il prodotto *diretto* della reazione fra il perossido della dibenzoilgliossima e la fenilidrazina è la benzoilfenilidrazinogliossima, la quale così risulta

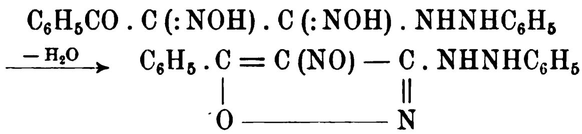
$$C_6H_5CO\,(C_2N_2O_2)\,COC_6H_5 + 2\,C_6H_5NH . NH_2 \longrightarrow$$
$$C_6H_5CO . C(:NOH) . C(:NOH) . NH . NHC_6H_5 + C_6H_5CONHNHC_6H_5 .$$

---

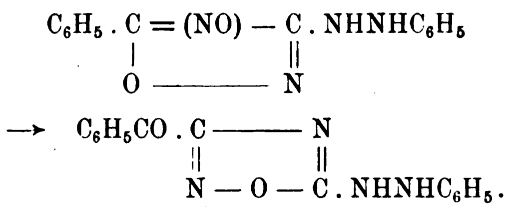
(5) " Rec. trav. chim. „, *16*, 318 (1897).

Digitized by Google

Essa è poco stabile e perde facilmente una molecola di acqua dando il γ-fenilidrazino-β-nitroso-α-fenilisossazolo

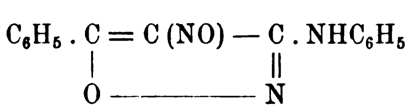


il quale per riscaldamento con alcuni solventi organici si isomerizza in un'azossima, e precisamente nel 3-benzoil-5-fenilidrazino-furo-$(a b_1)$-diazolo



La fenilidrazina si comporta dunque verso il perossido della dibenzoigliossima in modo analogo all'anilina, cioè come una base. È però da osservare che mentre io sono riuscito ad ottenere allo stato di purezza la benzoilfenilidrazinogliossima che più avanti descrivo, nè Boeseken, nè Wieland e Gmelin (loc. cit.) poterono isolare la benzoilfenilaminogliossima

ma soltanto il suo anidroderivato, il γ-anilino-β-nitroso-α-fenilisossazolo



D'altra parte, siccome secondo Sloan Mill [6] il perossido della diacetilgliossima $CH_3CO \cdot (C_2N_2O_2) \cdot COCH_3$ è trasformato

(6) "Chem. News", *28*, 228 (1903).

dalla fenilidrazina dapprima nel fenilidrazone $CH_3CO \cdot (C_2N_2O_2) \cdot C(:NNHC_6H_5) \cdot CH_3$ e poi nell'osazone $CH_3 \cdot C(:NNHC_6H_5) \cdot (C_2N_2O_2) \cdot C(:NNHC_6H_5) \cdot CH_3$, esiste evidentemente una notevole differenza nel comportamento dei due perossidi, la quale, come risulta da ricerche che ho in corso e che riferirò quanto prima, si manifesta pure verso altri reattivi del carbonile.

Azione del tetrossido di azoto sull'isonitrosoacetofenone. — Trattando gr. 10 di isonitrosoacetofenone $C_6H_5 \cdot CO \cdot C(:NOH) \cdot H$, sciolto in etere anidro e raffreddato in miscela frigorifera, con gr. 3,2 ($1/2$ mol.) di tetrossido di azoto, il liquido si colora dapprima intensamente in bruno, poi in verde ed in ultimo diventa giallognolo. Lavando con acqua la soluzione ottenuta e lasciando evaporare l'etere all'aria si ottiene una massa pastosa che contiene l'acido benzoilmetilnitrolico $C_6H_5CO \cdot C(:NOH) \cdot (NO_2)$ e che introdotta in un essiccatore a vuoto svolge per qualche tempo composti nitrosi trasformandosi nel perossido della dibenzoilgliossima $C_6H_5CO \cdot (C_2N_2O_2) \cdot COC_6H_5$. Questo cristallizzato dall'alcool si ottiene subito perfettamente puro e fusibile a 87° senza decomposizione.

Nella reazione, che ha luogo con rendimento quasi quantitativo, non si formano tracce dell'isomero (o polimero), fusibile a 178°, il quale invece prende origine nella proporzione dell'8 % circa se si parte dall'acetofenone (7). Inoltre il perossido preparato come è detto sopra cristallizza benissimo da qualunque dei comuni solventi organici, mentre, come è noto, quello greggio ha grande tendenza di separarsi liquido.

Benzoilderivato dell'acido benzoilmetilnitrolico $C_6H_5CO \cdot C(NO_2)(NO) \cdot COC_6H_5$. Dopo aver lavato con acqua la soluzione eterea nella quale è avvenuta la reazione fra il tetrossido di azoto e l'isonitrosoacetofenone, si addiziona un eccesso di cloruro di benzoile e quindi, agitando e raffreddando in ghiaccio, si fa gocciolare una soluzione diluitissima di idrossido di sodio

(7) Hollemann, *Ber.* *20*, 3360 (1887).

Digitized by Google

(al 2-3 %). Ogni goccia che cade provoca una comparsa fugace della caratteristica colorazione rosso sangue dei sali degli acidi nitrolici. Quando il liquido non si colora più, si aggiunge un eccesso di idrossido di sodio al 10 %, si lascia evaporare l'etere all'aria, si separa la massa pastosa giallo-verdastra che galleggia, la si lava prima con acqua, poi con alcool, ed infine la si scioglie in poco alcool bollente. Col raffreddamento cristallizza il *benzoilderivato dell'acido benzoil-metilnitrolico* $C_6H_5CO \cdot C\overset{NO_2}{\underset{NO}{<}} \cdot COC_6H_5$ in prismetti leggermente paglierini fusibili a 138° senza decomposizione.

Trovato %:	N	9,35.
Per $C_{15}H_{10}O_5N_2$ calc.:		9,39.

È solubile a freddo nel cloroformio e nell'acetone; molto a caldo e meno a freddo in alcool ed in benzene; quasi insolubile in etere; poco solubile a caldo e quasi affatto a freddo in ligroina.

Benzoilfenilidrazinogliossima $C_6H_5CO \cdot C(:NOH) \cdot C(:NOH) \cdot NHNHC_6H_5$. Si sciolgono a caldo in 100 cc. di etere gr. 10 di perossido della dibenzoilgliossima $C_6H_5CO \cdot (C_2N_2O_2) \cdot COC_6H_5$, si raffredda in ghiaccio e si aggiungono gr. 7,5 di fenilidrazina (2 mol.). Ha luogo un leggero autoriscaldamento e dopo qualche tempo, dal liquido, che si è colorato in giallo, comincia a separarsi una miscela cristallina di benzoilfenilidrazina $C_6H_5CO \cdot NHNHC_6H_5$ e di benzoilfenilidrazinogliossima $C_6H_5CO \cdot C(NOH) \cdot C(:NOH) \cdot NHNHC_6H_5$, dalla quale per ripetute cristallizzazioni dall'alcool si ottiene la gliossima pura, in prismetti gialli fusibili a 138° con decomposizione.

Trovato %:	N	18,56.
Per $C_{15}H_{14}O_3N_4$ calc.:		18,79.

È discretamente solubile in etere; abbastanza solubile a caldo in alcool, cloroformio, acetone e benzene; quasi insolubile in ligroina.

Si scioglie negli idrossidi dei metalli alcalini con colorazione giallo-aranciata; è invece insolubile negli acidi diluiti.

Digitized by Google

γ-fenilidrazino-β-nitroso-α-fenilisossazolo

$$\begin{array}{l} C_6H_5\,.\,C = C\,(NO) - C\,.\,NHNHC_6H_5 \\ \quad\quad\;\; | \quad\quad\quad\quad\quad\;\; \| \\ \quad\quad\;\; O \;\text{———————}\; N \end{array}$$

Riscaldando moderatamente la benzoilfenilidrazinogliossima con acido acetico glaciale, essa passa in soluzione ed il liquido si colora intensamente in rosso-bruno. Col raffreddamento si separano grossi aghi rossi i quali, raccolti e lavati prima con acido acetico e poi con alcool, fondono a 97° e perdono lentamente acido acetico già alla temperatura ordinaria, e più rapidamente se scaldati in stufa a 40°-50°, trasformandosi in γ-fenilidrazino-β-nitroso-α-fenilisossazolo, giallo aranciato, e fusibile a 106° con viva decomposizione

Trovato °/₀	N	20,12.
Per $C_{15}H_{12}O_2N_4$ calc.:		20,00.

L'isossazolo è solubilissimo in alcool, cloroformio e acetone; molto solubile a caldo e meno a freddo in alcool metilico e benzene; quasi insolubile in ligroina.

Si scioglie nell'idrossido di sodio diluito con colorazione giallo-aranciata; ma acidificando la soluzione si riottiene la benzoilfenilidrazinogliossima.

Come già ho detto, lo stesso composto era forse già stato ottenuto da Boeseken (loc. cit.), il quale lo ritenne l'anilide del benzoilisotriazossolo. Però egli asserisce che trattando con acido acetico glaciale l'olio sciropposo risultante per evaporazione dell'etere in cui eseguiva la reazione fra il perossido della dibenzoilgliossima e la fenilidrazina, risulta dapprima un *acetato* fusibile a 75° e trasformabile all'aria in una polvere gialla, la quale cristallizzata dall'alcool metilico fonde a 65°. I dati di Boeseken non collimano affatto coi miei e li ritengo errati, anche perchè questo Autore non aveva potuto disporre della benzoilfenilidrazinogliossima pura.

Digitized by Google

γ-fenilidrazino-β-amino-α-fenilisossazolo

$$C_6H_5 . C = C(NH_2) - C . NHNHC_6H_5$$
$$\quad | \qquad\qquad\quad ||$$
$$\quad O \text{ ———————— } N$$

Si ottiene con rendimento quantitativo trattando con un piccolo eccesso di acido acetico glaciale e di polvere di zinco la soluzione alcoolica del nitrosoisossazolo raffreddata in ghiaccio. Diluendo con acqua, dopo filtrazione, precipita in fiocchi gialli, e purificato per soluzione in acido cloridrico e trattamento con acetato sodico, ed in ultimo cristallizzato dal toluene si presenta in squamette madreperlacee fusibili a 132° con decomposizione.

Trovato $^0/_0$:	N 21,37.
Per $C_{15}H_{14}ON_4$ calc.:	21,42.

È solubile a freddo in etere, alcool, cloroformio, acetone e benzene; poco solubile a caldo in ligroina ed in toluene e quasi affatto a freddo. È solubile negli acidi minerali diluiti, dai quali riprecipita neutralizzando la soluzione.

3-benzoil-5-fenilidrazino-furo-(ab$_1$)-diazolo

$$C_6H_5CO . C \text{ ———— } N$$
$$\quad\quad || \qquad\quad ||$$
$$\quad\quad N - O - C . NHNHC_6H_5$$

Questa azossima si origina per isomerizzazione del γ-fenilidrazino-β-nitroso-α-fenilisossazolo. A tale scopo basta riscaldare per qualche tempo l'isossazolo con alcuni solventi organici e, nel miglior modo, far bollire in apparecchio a ricadere gr. 2 di isossazolo con 10 cc. di anidride acetica per un quarto d'ora. A reazione ultimata, cioè quando il liquido, che all'inizio è colorato intensamente in rosso, diventa giallo chiaro, si lascia raffreddare, si aggiunge acqua, si raccoglie e si lava la massa cristallina risultante e la si cristallizza dall'alcool bollente.

Il 3-benzoil-5-fenilidrazino-furo-(ab$_1$)-diazolo così ottenuto costituisce lunghi aghi gialli splendenti fusibili a 172° senza decomposizione.

Digitized by Google

Trovato % :	N 19.94.
Per $C_{15}H_{12}O_2N_4$ calc.:	20,00.

È solubile a freddo in cloroformio, benzene e acetone ed un po' anche in etere; discretamente solubile a caldo e pochissimo a freddo in alcool, ligroina e acido acetico glaciale.

Non si scioglie negli idrossidi dei metalli alcalini e neppure negli acidi diluiti, verso i quali è stabile anche all'ebollizione.

Torino - Istituto Chimico della R. Università.
Giugno 1924.

Digitized by Google

Funghi africani raccolti dal Dott. Giovanni NEGRI nella Etiopia Meridionale (Scioa-Galla); e nell'Uganda (British East Africa) dal Rev. Padre Giovanni BALBO delle Missioni della Consolata di Torino

studiati dal Socio naz. resid. ORESTE MATTIROLO

La presente contribuzione micologica, si riferisce ad un piccolo manipolo di funghi, raccolti alcuni anni or sono in due distinte località africane: nell'Etiopia Meridionale (Scioa e Galla) e nell'Uganda (Africa Orientale Inglese) alle falde del Monte Kenia.

Il mio aiuto Dott. Giovanni Negri raccolse nella prima di dette località; mentre nella seconda, i funghi studiati, mi furono inviati dal molto Rev. Padre Giovanni Balbo delle Missioni della Consolata di Torino.

L'interesse che presentano alcuni di questi miceti mi ha indotto a pubblicarli, ciò che ho fatto altresì per invogliare i nostri Rev. Missionari, residenti in regioni ancora poco esplorate dal punto di vista scientifico, a perseverare nelle ricerche e a raccogliere materiali di studio, onde i micologi italiani possano efficacemente continuare l'opera dei loro insigni antecessori.

Del resto, è cosa giusta, che chi intende all'opera laboriosa del raccoglitore, in condizioni certe volte difficilissime, abbia la soddisfazione di vedere apprezzate le sue fatiche; perocchè l'unico premio e l'unico sprone a perseverare nelle ricerche è senza dubbio quello di vederle considerate, studiate, e rese quindi utili.

Ai nostri intrepidi Missionari della Consolata, che l'ideale religioso sospinge nelle più lontane e inospitali regioni, sostiene nelle più ardue lotte, possa essere bene accetto questo mio tenue omaggio di gratitudine per aver essi risposto così cortesemente alle mie sollecitazioni.

Digitized by Google

All'amico Dottor Negri possa il riconoscimento dell'opera sua di micologo, essergli gradevolmente accetto, come complemento al lavoro fitogeografico che fu lo scopo del suo viaggio nell'Etiopia Meridionale (1).

Sono lieto di dovere a questo modesto studio di alcuni miceti tropicali, la soddisfazione di una interessante corrispondenza coll'insigne micologo Abate G. Bresadola; e quella di conversazioni attraentissime col Sig. C. G. Lloyd di Cincinnati (Ohio), conoscitore profondo della micologia tropicale, che ebbi ospite gradito nel mio Laboratorio a studiarvi i funghi ipogei da me raccolti.

I miceti del Dottor Negri (giunti in condizioni da permetterne lo studio) sommarono a specie N. 15, delle quali due non ancora note.

Al Rev. Padre Giovanni Balbo delle Missioni della Consolata di Torino, devo la conoscenza di N. 18 specie, delle quali alcune, sebbene già note, sono della massima importanza.

A questi due miei collaboratori e agli amici Rev. Abate Bresadola e C. G. Lloyd che mi aiutarono coi loro consigli rendo le più cordiali azioni di grazie.

Torino, luglio 1924.

I.

Funghi raccolti dal Dott. Giovanni Negri (Scioa-Galla).

Agaricineae.

Galera Fries.

Galera paradoxa Mattirolo, Nuova Specie.

Questo curioso fungo fu da me dapprima ritenuto avere relazioni colle *Podaxacee* e colle *Secotiacee*, per ciò che, colle prime concorda per le parvenze esterne, e colle seconde per il

(1) V. G. Negri, *Appunti di una Escursione botanica nell'Etiopia meridionale*. Marzo agosto 1909. Editi a cura del Ministero delle Colonie. Febbraio 1915.

Digitized by Google

fatto di presentare delle camere imeniali chiuse, come appare evidente nelle sezioni perpendicolari all'asse del cappello.

Lo studio accurato di numerosi esemplari, mi convinse di poi che l'occhio esercitato del micologo Abate Bresadola aveva ragione nel ritenere questo fungo un *Agaricineo*; e nel classificarlo fra le specie delle *Galerae conocephalae*, quantunque presenti delle interessanti particolarità, che (distinguendolo da tutte le *Galere* descritte nei repertori micologici) si riferiscono alla disposizione delle lamine imeniali.

Nel fungo etiopico, le lamine, pure decorrendo lungo la superficie interna del cappello, non sono regolarmente parallele fra loro, ma si anastomizzano così da dare l'impressione di un reticolo a maglie abbastanza strette e poco rilevate. La superficie interna del cappello, vista colla lente, ricorda la superficie alveolata della porzione imeniale di una *Morchella*, o meglio ancora l'*Arillode* della Myristica. Quello che avvicina questo tipo interessante di *Galera* ad una *Secotiacea* è il fatto che, sezionando trasversalmente le lamine, si notano nell'interno di molte di esse delle camere tappezzate dall'Imenio perfettamente uguale all'Imenio normale, che regolarmente riveste la superficie esterna delle lamine normali. Un'altra particolarità notevole è pure quella che le lamine stesse si presentano poco salienti, così che invece di lamine si potrebbero chiamare semplicemente rialzi.

Questa disposizione, per quanto io abbia cercato, non ha riscontro in alcuna altra forma nè di *Galera*, nè di *Naucoria*, nè di altri tipi consimili.

La porzione clavato-campanulata, corrispondente al cappello (che negli esemplari etiopici, raccolti dal Negri, e da lui conservati in alcool, non era ancora espansa), varia in lunghezza da 1 a 2 centimetri, come varia pure la lunghezza totale del fungo da 4 a 9 centimetri.

Il piede, colla superficie leggermente striata, è sottile, rigonfio alla base, cavo internamente.

I *Basidii bi-tetraspori* sono accompagnati da *Cistidii*, e portano spore, che nella loro forma ellipsoidea-acuminata sono perfettamente analoghe a quelle delle *Galere*. La media di molte misurazioni dà una lunghezza di 9,1 a 10,4 ed una larghezza di 5,2 a 5,5.

Digitized by Google

Il tessuto del fungo è abbastanza compatto, quasi si direbbe cartilagineo.

Non avendo esaminato altro che esemplari conservati in alcool, purtroppo non posso dare indicazioni sul colore naturale del fungo.

Noto soltanto che, tolti dall'alcool e lasciati essiccare, questi funghi lasciano vedere il piede di colore ombrino-chiaro non privo di piccole espansioni forforacee; mentre il cappello, che in fondo appare dello stesso colore, presenta numerose striature di colore nero; e, certe volte, ampie macchie dello stesso colore. Però non è lecito in tali condizioni emettere un giudizio definitivo sul colore normale della specie.

In tesi generale il fungo etiopico ricorda la ubiquitaria *Galera tenera* Schaeff e anche la *Galera lateritia* Fries; ma se ne distingue più che agevolmente per la disposizione delle lamine, per le dimensioni, e anche per la colorazione delle spore, che nel nostro fungo si presentano molto più chiare.

Conclusione. — Dopo aver consultata tutta quanta la letteratura che mi fu possibile; dopo aver lungamente vagato nel *caos* delle insufficienti descrizioni e delle iconografie delle specie di *Galere*, ho dovuto convincermi che la forma abissinica raccolta dal Dott. Negri, rappresenta una forma nuova nella sua struttura, se non nelle esterne parvenze.

Tale mia convinzione deriva anche dalla considerazione che a nessun micologo, anche poco provetto, sarebbe sfuggita la forma *Podaxinea* del fungo, nè le particolarità che presenta l'apparato imeniale.

Per queste ragioni ho creduto dare al fungo etiopico il nome di *Galera paradoxa*, nella fiducia che qualche micologo, visitando l'altipiano etiopico possa controllare le mie osservazioni e riuscire a sistemare definitivamente una forma che si presenta degnissima di studio e che, secondo il mio parere, potrà avere, dal punto di vista filogenetico, non poca importanza per chiarire alcune questioni che si riferiscono alla derivazione delle forme fungine ad imenio definitivamente chiuso.

La *Galera paradoxa* fu dal Negri trovata nei pascoli dell'altipiano etiopico fra Balci ed Addis-Abeba (Scioa).

Digitized by Google

Galera paradoxa Mattirolo.

Fig. 1 e 2. — Aspetto della specie (Grand. nat.).
„ 3. — Sezione del cappello, visto dalla parte interna (Grand. nat.).
„ 4. — Aspetto dell'Imenio reticolato (Alquanto ingrandito).
„ 5 e 5 *bis*. — Sezione trasversale del cappello.
C - Superficie esterna del cappello.
I - Imenio colle camere imeniali chiuse.
P - Piede colla parte midollare vuota.
(Debole ingrandimento, disegno fatto coll'apparecchio di proiezione Leitz).
„ 6. — Spore, Obb. 8, Ocul. 2, Reichert.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

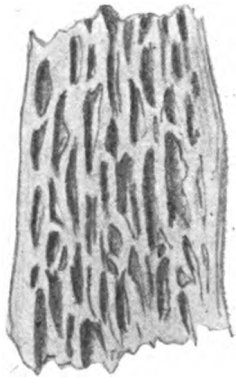


Fig. 4

Fig. 5

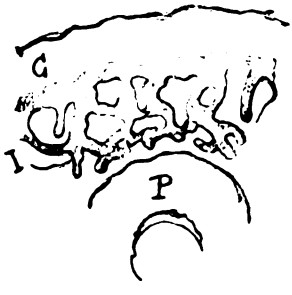


Fig 5 *bis*

Fig. 6

Digitized by Google

Schizophyllum Fries.

Schizophyllum commune, Fries, *Syst. Mic.* p. 333. — Saccardo, *Syll.*, vol. V, p. 655.

Gli esemplari raccolti dal Dott. Negri appartengono a quella varietà nota sotto il nome di forma *multifidum*, che il Batsch ha descritta in *Flor. Ceyl.*, N. 430. *Agaricus multifidus*, Batsch, fig. 126.

Sui tronchi di una *Acacia*, non determinata, presso il Monte Posset nella Valle media dell'Hauasch.

Polyporeae.

Polystictus Fries.

Polystictus sanguineus (Linn.), Mey. Esq., p. 304. — Fries, *Epicrysis-Syst Mycol.*, p. 444. — Krombholz, *Naturg. Abbil. der Schwämme*, fasc. I, p. 75, tab. V, fig. 5-6. — Linné, *Spec., Plant.*, II, p. 1646.

= *Polystictus Regius* Miq. Tij. Wetensch., Amsterdam, 1852. p. 191. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 229.

Questa specie, assai elegante per il colore caratteristico, nota, si può dire, di tutte le regioni tropicali (*India, Giava, Borneo, Filippine, Malacca, Sumatra, America Centrale e Meridionale, Africa, Nuova Zelanda, Tasmania, Isole del Mar Pacifico*, ecc., ved. *Sylloge*, loc. cit.); che la Medicina dei Segni (*Signatura rerum*) usò contro le emorragie interne e nelle ferite, differisce pochissimo dalla *Trametes cinnabarina* di Fries, dalla quale però si distingue per la forma dimidiata-sessile e per avere i pori più grandi e più irregolari, mentre il loro tessuto è identico. Il Bresadola (in litt.) non sarebbe alieno di riunire le due specie, e di considerarle come sinonime.

Il fungo fu, dal Dott. Negri, raccolto sopra un ramo-secco presso il Fiume *Catar* (Lago *Zuai*) nel mese di luglio 1909).

Fomes Fries.

Fomes rimosus Berk., Cent. I, n. 40. — Fries, *Nov. Symb. Myc.*, p. 66. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 161.

Questa specie che apparve al Negri assai comune sui tronchi delle varie *Acacie*, fu da lui raccolta in località diffe-

Digitized by Google

renti: presso il guado dell'*Hauasch* sulla strada che dallo *Scioa* mette alla regione degli *Arussi-Galla*; sulla strada dall'*Assabot*, ai piedi dell'altipiano Harrarino a *Mulluh* e a *Miesso*; nell'agosto del 1909.

Il *Fomes rimosus* fu già notato della Gujana inglese; dell'America Meridionale; della Nuova Olanda e del Capo di Buona Speranza.

Trametes Fries.

Trametes torrida Bresad. (in Herbario).
= *Polystictus torridus* Fries, Epic., p. 490. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 273 (Exemp. vetustum).

Nel deserto a Sud di *Fantalle*, poco lungi dal fiume *Hauasch* sopra un tronco d'*Acacia* abbattuta.

Luglio 1909.

Hexagonia Fries.

Hexagonia Klotzschii Berk. — Berk, *Exotic. Fungi*, p. 383, n. 2.
= *Polyporus sinensis Klotz* Linn., VIII, nec Fries. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 357.

L'unico esemplare raccolto dal Dott. Negri, già molto avanzato nello sviluppo, vecchio cioè e privo in parte delle caratteristiche *sete*, fu esaminato, non solo da me, ma da due eminenti micologi, l'Abate Bresadola e il sig. C. G. Lloyd. Il primo riconobbe in esso una forma trametoidea, vetusta e depilata della *Hexagonia Klotzschii*; mentre il secondo lo ritenne invece rappresentante di una specie assai vicina, che egli ebbe dal Prof. Petch raccolta nell'Isola *Maurizio* e alla quale diede il nome di *Hexagonia lignosa*.

Il Lloyd descrisse il suo fungo nell'ottobre del 1919 e ne diede anche una riproduzione fotografica, la quale concorda col tipo del nostro esemplare (*Mycological Notes*, vol. VI, p. 884, fig. 1525). La differenza tra le due specie, più che nei caratteri del *Pileo* sarebbero da riscontrarsi nel tipo della spora, sulla quale gli Autori citati hanno pareri differenti.

Berkeley parla di spore *rotundato-hexagonis*; Lloyd scrive: *Spores not found.* Avendo esaminato le spore del mio esemplare, e avendole riconosciute di forma *rotundata*, leggerissima-

Digitized by Google

mente punteggiate, trasparenti, misuranti da 6 a 8 micron di diametro, ho creduto conveniente associarmi alla determinazione di BERKELEY, quantunque in un modo assoluto io non possa rifiutare la descrizione di LLOYD.

La ragione di questo mio dubbio dipende dal fatto che, disponendo di un unico esemplare e in condizioni un po' infelici, non mi posso peritare di portare giudizio definitivo.

La bella specie fortemente lignificata e zonata, venne trovata dal NEGRI sopra un ramo di una *Acacia* (non determinata) nelle *Savane dei Guraghe* nel paese dei *Galla-Arussi*. Giugno 1909.

BERKELEY, come il LLOYD, ebbero il fungo dall'Isola *Maurizio*.

Hydnaceae.

Irpex Fries.

Irpex flavus (*Kl.*) Linn., VIII, p. 488. — FRIES, *Epicris*, p. 522. — BERK, *Exot. Fung.*, p. 395.
= *Polyporus flavus* Jungh, Java, p. 46. — SACCARDO, *Sylloge*, VI, 486.

Gli esemplari studiati, sono un po' decolorati per essere troppo vecchi. Essi furono raccolti ai piedi del Monte *Ouloutou* nel paese dei *Galla-Arussi* nel maggio 1909.

Thelephoreae.

Lloydiella Bresadola.

Lloydiella Schomburghii (Berk.), BRESADOLA " Hedwigia ,, vol. LXI, 1915, p. 300.
= *Stereum* BERK., *Austral. Fung.*, n. 134.
= *Stereum retirugum* Cooke, Proc. Roy. Soc. Edim., 1882, n. 1346.

Questo fungo, che il BRESADOLA aveva trovato fra materiali raccolti alle Filippine, e che BERKELEY rinveniva in Australia, compare qui la prima volta per l'Africa, dove fu trovato dal NEGRI ai piedi del Monte *Ouloutou* il giugno 1909. La determinazione è stata convalidata dallo stesso Abate BRESADOLA, autore della specie.

Digitized by Google

Lycoperdaceae.

Hypoblema C. G. Lloyd.

C. G. Lloyd, *Mycological Notes*, 1903, n. 14, p, 140, Cincinnati, Ohio.
Hypoblema lepidophorum Lloyd, loc. cit.
Hypoblema pachyderma, Lloyd. *The Genera of Gastromycetes*, 1902, tav. II, p. 49.
Lycoperdon lepidophorum Ellis Collection (Lloyd, loc. cit., p. 140).
Bovista lepidophora (Ellis et Ev., Journ. Mycol., 1885, p. 88). — De-Toni, *Sylloge*, vol. VII, p. 103.
Lycoperdon pachyderma Pecks Collection (Lloyd, loc. cit.).
Calvatia pachyderma Morgan (Lloyd, loc. cit.).

La descrizione di Lloyd fu condotta sopra gli esemplari della Collezione di Ellis, conservati nel Museo di New York, ed ivi sotto il nome di *Lyc. lepidophorum*.

Hypoblema Negrii Mattirolo, Nova species.

Fra i materiali raccolti dal Dott. Negri nell'Etiopia Meridionale (Monte Ouloutou (Arussi-Galla) fra macchie di *Erica arborea* e *Protea abyssinica*) trovasi un esemplare di una *Lycoperdinea* avente dimensioni notevoli (misura circa 15 cent. di lunghezza, 9 di altezza, 7 di spessore).

La massa della gleba presenta colore umbrino-fuligineo (sembra una sfera di cioccolatte in polvere!) costituendo una strana grossa pallottola compatta, elastica, che al tatto dà la impressione di una finissima spugna, soffice, lanosa.

Il peridio, del quale non rimangono nell'esemplare altro che poche placche residuanti, è duro cartaceo, spesso, con frammenti che misurano più di un millimetro di spessore. Esso pare formato da tre strati, di cui l'interno a guisa di membrana sottilissima (pure di colore umbrino scuro) opaca, pare rivesta per alcun tempo la gleba, per frammentarsi poi come gli altri due strati nel periodo della maturazione completa, che lascia finalmente la massa globiforme della gleba in contatto coll'aria ambiente, e libera quindi di rotolare sul suolo, mossavi dal vento o dall'acqua, e di spargere così le spore eccezionalmente numerose.

Per questi caratteri la specie etiopica corrisponderebbe a quella minutamente descritta dal Lloyd, come rappresentante

Digitized by Google

del suo Genere *Hypoblema* col nome di *Hypoblema lepidophorum* (Vedi LLOYD, loc. cit. e figura); ma ne differisce, oltre che per i caratteri delle spore e del capillizio dei quali diremo, anche perchè in essa l'esoperidio non lascia nè scagliette nè pustole (*lepides*) come nel fungo descritto dal LLOYD ma si riconosce soltanto per la presenza di residui pulverulenti.

L'opinione emessa dal LLOYD a proposito del suo *Hypoblema*, che cioè " *we believe the plant has tree Peridie* „ e quanto si vede nel fungo etiopico, nel quale pure è parvenza di tre strati peridiali, ci ha consigliati a tentare di riconoscere se realmente questo fungo differisse dalla architettura peridiale propria alle *Licoperdacee*, le quali sono costantemente provviste di due soli strati peridiali distinti.

Quantunque le osservazioni meritino di essere confermate sopra materiali più adatti di quelli che erano a mia disposizione, credo tuttavia di poter ritenere che anche nel genere *Hypoblema* la natura segua la legge generale e che esso abbia solo un peridio duplice, e che, alla membrana avvolgente la gleba, non debbasi accordare valore di un terzo peridio.

Studiando infatti le varie scaglie peridiali ho constatato:

1° Un *esoperidio* dei caratteri del quale poco mi è concesso di dire perchè nel nostro individuo se ne riconosce l'esistenza soltanto dai residui pulverulenti;

2° Un *endoperidio*; questo è limitato verso l'esterno da un fascio di ife colorate in giallo, piene di un contenuto fortemente rifrangente, strettamente fra loro unite, decorrenti fra loro parallele.

Verso l'interno questo strato si continua in un ifenchima lasso, ricco cioè di lacune, formato da elementi incolori. Questo ifenchima (che costituisce la massa dell'endoperidio) è limitato verso l'interno da uno strato simile al primo. Ora è appunto questo strato limitante interno che sdoppiandosi abbandona sulla gleba la sottilissima membrana, formazione tardiva che si manifesterebbe dopo la costituzione e l'evoluzione della gleba.

Questo modo di comportarsi dell'endoperidio si osserva del resto anche nel genere *Lasiosphaera*, dove l'abbiamo potuto seguire meglio che nell'*Hypoblema*, avendo avuto a disposizione, fra i materiali raccolti dal Padre BALBO (v. pag. 732), un in-

Digitized by Google

dividuo giovane ancora, nel quale erano nettamente distinti *eso-* ed *endoperidio*.

Nei giovani stadii di sviluppo l'endoperidio (differenziato dall'esoperidio da uno strato di ife brillanti a decorso tortuoso) si continua colle reticolature o maglie della trama, riproducendo così temporaneamente l'architettura di una *Hymenogastrea*, colle camere imeniali ben distinte e tappezzate dai basidii; mentre un po' più tardi appare lo strato o fascia interna che lo distacca dalla gleba sulla quale abbandona una pellicola meno differenziata e assai più labile di quella i cui rimasugli si notano così distinti nel genere *Hypoblema*, e che perciò appare di origine identica.

Questo modo di comportarsi del peridio nei due Generi *Lasiosphaera* ed *Hypoblema*, che forse in avvenire, quando si avranno maggiori e più numerose ed esaurienti osservazioni, si potranno riunire in un unico Genere, ricorda quanto già il Resteiner (1) ha osservato nel Genere *Lycoperdon*, dove cioè: " *die Bildung (der innere peridie) sehr spät nach dem aufhören der Fonction des Bildungsgeflectes (der gleba) erfolgt* „.

Spore. — Le spore misurano 4,95 (media di 10 misure, con un *minimum* di 3,9 e un *maximum* di 5,2); sono di color bruno, minutissimamente granulate, in molte di esse è visibile ancora un tenuissimo residuo dello sterigma.

Capillizio. — Il capillizio intensamente colorato e ramificato è diviso in frequenti articoli da sètti relativamente vicini fra loro.

Tali articoli, a maturazione, si staccano e si rendono liberi; essi hanno forme varie e irregolari; alcuni si presentano quasi semilunari, altri ramificati, altri ingrossati irregolarmente, ecc., tutti però lasciano scorgere sulle loro faccie divisorie (in generale convesse) il poro-canale che metteva in comunicazione gli articoli fra loro prima del distacco, che ha luogo per un processo di liquefazione della sostanza che univa gli articoli nel primitivo capillizio.

Anche in questa specie numerosi cristallini di ossalato di calcio si notano liberi fra le spore ed i filamenti del capillizio.

---

(1) H. Resteiner, *Beiträge zur Entwickelungsgeschicte der Früchtkörper einiger Gastromyceten* " Botanische Zeitung „, 1892, vol. L, p. 859.

Digitized by Google

Nel capillizio si incontrano due tipi di filamenti; quelli più grandi misurano in media (10 misurazioni) uno spessore di micron 6,60; quelli invece più sottili una media di soli 3,02.

Gli articoli staccati sono molto più spessi, i più regolari hanno in media 8,45; mentre molti di essi raggiungono anche 9-10 e più micron.

Questi dati ci permettono un ulteriore confronto coll'*Hypoblema lepidophorum*, le cui spore hanno diametri di 5-6 e nel capillizio filamenti di 5 micron, i quali, come osserva il LLOYD sono quasi uniformi: (" *of a nearly uniform* " 5 micron diam.).

In conclusione: se l'*Hypoblema lepidophorum* concorda con la nuova specie per le parvenze generali del peridio; per il diametro delle spore e la mancanza di base sterile, ne differisce per il modo di staccarsi del peridio, per avere spore minutamente *granulate* e non *echinulate* e per possedere un capillizio a filamenti di due sorta, che si risolve in articoli liberi, ciò che io credo costituisca un fatto unico nelle *Lycoperdacee*.

Dal vicino genere *Lasiosphaera* differirebbe specialmente per la mancanza dell'involucro papiraceo ben definito avvolgente la gleba.

La frase diagnostica della nuova specie che, dedico con compiacenza all'amico Dottor Giovanni NEGRI, a ricordo del suo viaggio in Abissinia e delle sue benemerenze botaniche, alle quali dobbiamo la prima visione fitogeografica di una larga porzione della regione etiopica, potrebbe essere così redatta:

Hypoblema Negrii. Mattirolo, nov. spec.

Peridio umbrino-fuligineo, globoso vel depresso-globoso, magno (9-15 cent. et ultra); firmo, crasso (1-2 mill.) in fragmentis irregulariter rumpente.

Exoperidio evanido, sed tamen distincto.

Endoperidio crasso, primum unico, maturitate duplicato, membranam papiraceam, gleba circumvolvente, et cito laceram, efformante, maturitate in fragmentis divisam.

Capillitio absque basi sterili dichotomo-ramoso, septato, e duplici ordine filamentorum constituto, quorum majores 6,68, minores 3,02 micra diam. metuntur.

Sporis globosis, brunneis, leviter punctatis 5 micron circiter diametrum.

Digitized by Google

Haec mirabilis, insolita species ex Monte Ouloutou Avussorum, Doctori Johanni Negri, *Regii Horti Botanici Taurinensis Adjutor, de Flora* Etiopiae Meridionali *optime merito, libenter dico et dedico.*

Lycoperdon Tourn.

Lycoperdon hiemale Bul. — Champ. de France, p. 148 (1809), tav. 72. — Vittadini, *Mon. Lycop.*, p. 190, tab. II, fig. 5. — Vedi *Bibliogr.* in Petri, Gasterales in *Flora Italica Cryptogam.*

Due soli esemplari di questa specie, notoriamente ubiquitaria, furono raccolti dal Negri sull'altipiano dello Scioa nell'agosto 1909.

Sclerodermaceae.

Arachnion Schwein.

Arachnion album Schweinitz.

Questa specie molto interessante, fu dal Negri raccolta in differenti località dello Scioa e dei Galla, nell'agosto del 1909.

Il genere *Arachnion*, fondato dallo Schweinitz nell'anno 1822 (*Synopsis fungorum Carolinae*, n. 14, tav. I, fig. 2) sopra materiale Nord-Americano, successivamente nell'anno 1843 indicato dal Berkeley sotto il nome *Scoleciocarpus* (Hook., *Journ.*, 147), fu poi trovato in poche specie nell'America del Sud, nell'Australia e nell'Africa del Sud.

Fatto stranissimo, la specie oggi ritenuta abbastanza comune in Africa, che il Negri raccolse nello Scioa, fu trovata dal micologo C. G. Lloyd di Cincinnati, fra i materiali (inviati a lui per la determinazione) stati raccolti dal molto Rev. Abate L. Badet, francese, in territorio di Salussola presso Biella (Novara): "*Wich is the first and only time the Genus has ever been known in Europa* „ (C. G. Lloyd, *Mycol. Notes*, vol. II, pag. 253).

Il Rev. Badet inviava il materiale in America nell'estate del 1905.

Essendo io venuto a conoscenza della importante scoperta fatta dal Lloyd, intrapresi ricerche apposite nel territorio indicato e coll'aiuto di una mia gentile allieva, la Dottoressa Ines

Digitized by Google

Nebbia, feci raccogliere molto materiale in epoche differenti dell'anno; ma per quanto si sia ricercato, la specie indicata dal Lloyd non fu più rinvenuta (1).

Nell'accennare a questa specie, mi permetto interessare i micologi alla sua ricerca, ricordando loro che nessun carattere può meglio valere a farla riconoscere che la presenza degli sporangioli interni, per i quali agevolmente si distingue da qualunque *Lycoperdacea*. Si ricordi che la presenza degli sporangioli rinchiusi dal peridio fa assomigliare perfettamente questo fungo (di dimensioni assai piccole, da uno a due o tre centimetri) ad un sacchetto ripieno di piccolissimi granuli colorati in giallo quando sono maturi; ciò che il Saccardo (*Sylloge*, vol. VII, pag. 150) esprime con queste parole: *Genus referens sacculum araneae ovolis repletum unde nomen.*

Scleroderma Persoon.

Scleroderma vulgare Horn. Vedi *Flora italica Cryptogama*, Petri, *Gasterales*, p. 94 (Vedi ivi la Bibliografia e la Sinonimia).

Il Negri ha trovata questa specie ubiquitaria anche in Etiopia fra la ghiaia nel giardino della vecchia sede della Legazione Italiana ad Addis-Abeba il 30 luglio 1909.

Tulostomataceae.

Battarrea Persoon.

Battarrea phalloides (Dicks.). — Persoon, *Synops.*, p. 129, tav, III, fig. 1.
= *Lycoperdon phalloides* Dicks., Crypt. Brit., I, p. 24. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VII, p. 66.

Questo tipo di fungo, abbastanza comune in molte delle regioni mediterranee aventi *substratum* sabbioso-argilloso, del quale molte specie tropicali sono note come viventi sui termitai africani, fu dal Negri raccolto al Fantalle e lungo la strada tra Dirre-Daua e lo Scioa. Agosto 1909 (Vedi G. Negri, loc. cit., pag. 71).

---

(1) Potrebbe forse esserci stato scambio con altro materiale? Perdoni il Lloyd questa supposizione, che mi permetto esprimere solo dopo le lunghe infruttuose ricerche tanto in Piemonte che in Lombardia e dopo molte altre in Erbarii differenti.

Digitized by Google

Podaxineae.

Podaxon (Desv.) Fries.

Podaxon mossamedensis Welw. et Curr.
Fungi Angolenses, p. 288, tav. XIX, fig. 4-6 " Trans. of Linnean Society „, vol. XXVI. — Baccarini, *Sopra alcuni Podaxon della Somalia*, " Nuovo Giorn. botanico italiano „, vol. XXI, aprile 1914, p. 243. — Mattirolo, *Podaxon Ferrandii*, nuova specie della Somalia italiana " Annali di Botanica „, Roma, 1913, vol. XI, tav. X.

Questo fungo, ordinariamente psammofilo, figura erroneamente nel già ricordato lavoro fitogeografico del Negri (Vedi ivi pag. 71 nella Nota, N° 2) come *Pod. carcinomalis* (Linn.) Fries, Syst. Myc., III, pag. 62.

Anche questa specie fu raccolta sulla strada che da Dirre-Daua mette allo Scioa presso Fantalle sopra un termitaio abbandonato; nell'agosto 1909.

Uredineae.

Uredo Persoon.

Uredo Aloes Cooke, Grevillea, vol. XX, p. 16. — Saccardo, *Sylloge*, vol. XI, p. 227.

I sori di questo curioso ed interessante fungillo, invece che pallidi, come li descrive il Cooke, negli esemplari etiopici si presentano colorati in colore fosco; ma questa colorazione è evidentemente dovuta ai pigmenti (rosso di Aloe-nigrina, ecc., che sono prodotti di scissione dell'Aloina e dell'Emodina) diffusi nell'alcool nel quale erano conservate le foglie di un *Aloe* non determinabile, ospite dell'*Uredo*.

Le misurazioni delle Uredospore, notevoli per lo spessore grande della loro parete, diedero una media di: 34,5 per 25,3 microm. (media di quindici misure), la quale appare un po' più grande di quella segnata dal Cooke, che risulta di 25-30 × 20.

I pezzetti di foglie di *Aloe* affetti dall'*Uredo* furono raccolti a Cioba nell'altipiano di Mingiar nello Scioa.

L'*Uredo Aloes*, per quanto mi è risultato, non fu trovata finora altro che nell'Africa orientale, sul Mooi-River nel Natal, raccoltovi da J. M. Wood.

Digitized by Google

II.

Funghi raccolti dal Rev. Padre Giovanni Balbo delle Missioni della Consolata di Torino (Uganda-British East Africa).

Polyporeae.

Polyporus Mich.

Polyporus rufescens Fries, *System. Myc.*, I, p. 351. — Fries, *Hymen. Europ.*, p. 529. — Berk, *Outlin*, p. 231. — Saccardo, *Sylloge*, vol. IV, p. 78.

Questo esemplare fu determinato dal signor Lloyd.

La specie, secondo le note del Rev. Padre Balbo, può raggiungere dimensioni assai notevoli, di 30 e più centim. nella parte allargata; essa presenta un tessuto non gran che legnoso e di color bianchiccio.

Lloyd ritiene questa specie assai vicina al *Pol. heterosporus* di Fries (Vedi C. G. Lloyd, *Synopsis of te stipitate Polyporoids*, Cincinnati/Ohio-March 1912, Sect. *spongiosus*, pag. 157, fig. 456, 457, 458.

Il fungo fu raccolto sopra il tronco di un albero di *Tabernamontana* nella valle di Singhiso. 8 ottobre 1920.

Fomes Fries.

Fomes Fullageri Berck., *Challeng*, III, p. 54. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 190.

Il bello esemplare, la cui determinazione io devo all'autorità di Bresadola, fu trovato al colle di Nyere (20 febbraio 1910) sul Monte Kenia. Noto però che il tipo di questa specie non fu ritrovato nelle collezioni del Berkeley, come scrive il Lloyd nelle sue: *Synonyms, Mistakes, Species imperfectly Known, or not known at all*, ecc. (Vedi *Mycolg. Notes*, Vol. IV, pag. 280, in *Synopsis of the Genus Fomes*; January, 1915. No type Exists).

Digitized by Google

Fomes Fries (*Ganoderma* Karsten).

Fomes Curtisii Berk., *Kew. Garden. miscel.*, I, p. 101.
= *Ganodermus Curtisii* in Lloyd, *Micologikal Notes*, vol. III, *Synopsis of the Stipitate Polyporoids*. Cincinnati/Ohio, 1912, p. 102.

Questa specie è considerata dal Lloyd come la forma tropicale del comune *Ganoderma lucidum*.

Il giovanissimo esemplare dal Rev. Padre Balbo, raccolto sul Monte Ndua a circa 2500 m. sopra di un albero, non presenta ancora l'imenio perfettamente sviluppato; esso è assai chiaro di colore.

La determinazione fu sottoposta al parere competentissimo del signor Lloyd.

Polystictus Fries.

Polystictus flabelliformis Kl. in *Linnea*, 1833, p. 483. — Berkeley, *Exot Fugi*, p. 386. — Fries, *Epicris.*, p. 444. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI p. 216.

Alcuni esemplari, già un poco spelati, figurano nel materiale raccolto dal Padre Balbo. Questa bella e caratteristica specie, comune si può dire ovunque nei tropici, proviene dal Monte Ndua, nella regione del Kenia, dove fu raccolto a circa metri 2500 sopra tronchi di alberi morti (18 agosto 1914). La specie, molto più robusta, di dimensioni assai maggiori, caratterizzata dallo stipite nero, presenta però delle analogie col nostro comune *Pol. versicolor*.

Trametes Fries.

Trametes hispida Baglietto, secondo Fries, *Hymenomycetes Europaei*, p. 593.
= *Boletus favus* Bulliard, tav. 421. — Saccardo, *Sylloge*, VII, p. 3246.

Questo fungo, secondo l'opinione del Bresadola, è da identificarsi colla *Trametea gallica* di Fries. Vedi *Hymen. Europ.*, pag. 582.

La *Tram. hispida*, trovata a Ka-Sura a circa 1000 metri, fu già altra volta osservata nell'Africa sopra rami morti di piante differenti (Vedi *Sylloge*, loc. cit.).

Digitized by Google

Thelephoreae.

Stereum Pers.

Stereum vellereum Berk., *Flor. New. Zeal.*, p. 183.
= *Stereum hirsutum* (W), Fries, *Epicr*, p. 549. — *Hym. Europ.*, 639, forma minore, secondo l'opinione di Bresadola. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 579.

La specie fu raccolta nella foresta del Monte Kenia, a circa 2500 metri sul mare e più in basso a Kasura, a circa 1000 metri. 18 agosto 1914. È noto del resto come lo *S. hirsutum*, colle sue varietà, sia uno dei miceti ubiquitari più comuni.

Auricularineae.

Hirneola Fries.

Hirneola polytricha Mont. In *Bel. Ind. Orient. Cryptogam.*, p. 154 (*sub Exidia*) — Fries, *Flor. nat.*, p. 26.
Auricularia polytricha (Mont.). Saccardo, *Misc.*, I 12, *Sylloge*, vol. VI, p. 766.

Questa che, oggi, non è più ritenuta come una rara specie, fu dal Bélanger la prima volta trovata nelle Indie orientali e di poi successivamente in molte regioni dell'America centrale; ma, da quanto mi risulta, non credo sia stata però finora rinvenuta in Africa.

Il Padre Balbo la raccolse sui rami secchi di una specie di *Cordia* (?) a circa 1300 metri sul mare, nella località detta *Moyna* (30 settembre 1894).

Il 2 novembre 1920 la rinvenne invece su rami di una *Erytrina* (?) a Kasasine e a Igane, nella Missione del Meru.

C. G. Lloyd, nel Volume IV delle sue *Mycological Notes* (nella Lettera N° 43 alla Nota 39) considera questa forma come la forma tropicale della comune *Hirneola Auricula-Judae*. Del resto, già Saccardo aveva notato la sua affinità colla *Orecchia di Giuda*.

Anche questo fungo, secondo il Saccardo, dovrebbe essere considerato commestibile, come lo è la sua congenere, la quale è da secoli oggetto di larga coltura, specialmente nella Cina.

Digitized by Google

Hirneola cornea (Ehrenb.), Fries, *Fungi nat.*, p. 26.
Auricularia cornea Ehrenb., Hor, *Phys.*, tav. XXX, fig. 9. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VI, p. 768.

Questa specie, la cui determinazione è dovuta al Rev. Abate Bresadola, fu raccolta a 1300 metri a Moyna (Regione del Kenia) sopra rami di una pianta del genere *Cordia* (?).

Lycoperdaceae.

Lycoperdon Tourn.

Lycoperdon lilacinum (Mont. et Berk.). — Spegazzini, *Fungi Argentini novi vel critici*. Buenos-Aires, 1899, n. 321, p. 297. — Id., *Fungi Argentini, additis nonnullis Brasiliensibus Montevideensibusque* (1881-82), p. 103, n. 254.
Sub Lycoperdon, Globaria lilacina (Mont. et Berk). — Spegazzini, *Fungi Argentini*, p. 1, n. 110.
= *Bovista lilacina* Mont. et Berk., *Decad. of Fungi*, n. 59.
— *Calvatia lilacina*, C. G. Lloyd, *The Lycoperdaceae of Australia, New-Zealand*. Cincinnati/Ohio, april, 1905, p. 35, tav. 35, fig. 1.

Esemplare di circa 10 centim. di altezza; ma in cattive condizioni.

Il vento e le pioggie lo hanno privato della massima parte degli elementi della gleba, lasciando però intatta la parte basale plicato-sulcata. Il colore caratteristico della gleba residua e del peridio esternamente e internamente di colore fulvo-lilacino; i caratteri delle spore e del capillizio, mi hanno permessa la determinazione di questa interessante specie raccolta dal Reverendo Padre Balbo nelle vicinanze della Missione di Meru, nella regione del Kenia.

Il *Lycoperdon lilacinum* è del resto una delle *Lycoperdaceae* ubiquitarie e nell'Africa Australe fu già trovata dal signor M. Boschberg (V. Saccardo, *Sylloge*, Vol. VII, pag. 126).

In Piemonte fu da me osservato a Mongrando di Biella nell'estate del 1921, sotto il nome di *Lycoperdon fragile* Vitt.; è pure ricordato, per la Lombardia e per il Piemonte, nella già più volte citata monografia del Petri.

Digitized by Google

Bovistella Morgan (1899).

Bovistella aspera C. G. Lloyd.
= *Bovista aspera* Lév. " Champ. du Muséum Paris „, n. 234, p. 162.
Bovistella aspera Lloyd " The Lycoperdaceae of Australia „, New-Zealand, Cincinnati Ohio, april 1905, p. 28, tav. 33, figg. 6, 7, 8, 9, 10.

La *Bovistella* (*Bovista*) *aspera* nota del Brasile, del Chilì, dell'Australia fu raccolta dal signor J. B. Pole Evans nell'Africa del Sud (Vedi Lloyd, *Letter* N. 56, Note 234, pag. 5).

Il Rev. Padre Balbo dice la specie comune nei campi, dove si raccolgono esemplari che raggiungono la grossezza di un uovo di gallina; quelli però inviati allo stato secco e molto deteriorati, non misurano più di uno a 2 cent. Il colore di questo fungo è giallo chiaro.

La determinazione è dovuta al signor Lloyd.

Lasiosphaera Reichardt (*Eriosphaera* Reichardt).

Lasiosphaera Fenzlii (Reichar.) Lloyd.
Eriosphaera Fenzlii " Reichardt Fungi „, p. 135, tav. XX, 3. — Saccardo, *Sylloge*, vol. VII, p. 56. — Lloyd, *Mycological Notes*, juli 1904, p. 191, tav. 19, p. 259.

Questa gigantesca *Lycoperdinea* (*the giant puff-ball*, come la definisce il Loyd) fu raccolta in parecchi esemplari nelle foreste del Monte Kenia a circa 3000 metri, il 16 settembre 1913. Gli esemplari, che dànno la impressione di grosse finissime spugne, misurano 15 e 13 cent. nel diametro maggiore, sono privi del peridio e la massa lanosa elastica, dolcissima al tatto, è tutta formata dallo sviluppo del capillizio, contenente infinità di spore e di piccoli cristallini di ossalato di calce che appaiono liberi nel campo del microscopio. Capillizio ferrugineo formato da filamenti esili biforcati (4-5 micr.). Le spore verrucolose, piccole, di color bruno, misurano circa 6-7 micr.

Questo tipo strano di fungo, assai vicino, se non identico al tipo indicato col nome generico di *Lanopila* Fries, e noto specialmente delle Indie orientali, è oggi stato riconosciuto in quasi tutte le regioni tropicali. Certamente sarebbe desiderabile che uno studio della storia di sviluppo delle specie appartenenti a questo Genere e ai vicini Generi *Lanopila* ed *Hypoblema* prov.ve-

Digitized by Google

desse alla sistemazione scientifica di queste forme di Lycoperdi, che tanto interessano la curiosità dei viaggiatori, anche per le loro qualità organolettiche.

Geastreae.

Cycloderma Klotsch.

Cycloderma apiculatum A. L. " Journal of Botany „ 1895, p. 340. — Saccardo, *Sylloge*, vol. XIV, p. 257. — M. C. Cooke, *Re-Appearance of Cycloderma*. Grevillea, p. 95, tav. 160. — Patouillard " Bulletin de la Société Mycolg. de France „, vol. XIV, p. 195; vol. XV, p. 204; vol. XVI; p. 162, tav. VII, fig. 2-3.

Questa specie, che secondo ogni probabilità non sarebbe altro che un *Geaster*, del quale non è nota ancora la maniera di deiscenza, fu raccolto a 1300 metri, nella Valle del Singhiso, sul terreno, dove attrasse l'attenzione del Rev. Padre Balbo per il suo colore rancione e la sua perfetta somiglianza con un piccolo Lycoperdon.

Il *Cycloderma apiculatum* fu descritto la prima volta da Elliot e raccolto sui Monti del Rouwenzori.

Il genere *Cycloderma* è uno di quei Generi dei quali occorrerebbe raccogliere esemplari a distanza di tempo, per poter studiare il modo di deiscenza e segnare quindi la sua definitiva sistemazione.

Certo che il *Cycloderma*, se non è un *Geaster*, gli è tanto vicino che Patouillard (che però mantenne il Genere e ne descrisse nuove specie) così a suo riguardo si esprime:

" Il résulte (de ce qui précéde) que les deux genres *Cyclo-*
" *derma* et *Geaster* sont extrêmement voisins et devraient peut-
" être se fondre en un seul, dans lequel on conserverait *Cyclo-*
" *derma* à titre de simple Section. Cette Section serait caractérisée
„ par une déhiscence tardive et des divisions peu profondes „.

Fischer (in *Engler et Prantl*) pone il Genere *Cycloderma* fra quelli " ungenugend bekannt „, aggiungendo: " Theilweise dürfte
" es sich hier aber auch vielleicht um Jugendzustände von Geaster
" - Arten handeln „.

Digitized by Google

Sclerodermaceae.

Arachnion Schweinitz.

Arachnion Album Schweinitz (Per quanto si riferisce a questa specie interessantissima, valga ciò che è scritto a p. 725 di questa Nota).

L'*A. album* fu trovato nella Valle del Singhiso a 1300 metri nel novembre 1920.

Nidulariaceae.

Cyathus Haller.

Cyatus Poeppigii Tul. - Tulasne, *Monog. Des Nidular.* « Ann. Scien. Natur. „, 1844, p. 41.
= *C. plicatulus* Poepp (sec. Lloyd) *from Cuba Exic.*, n. 47. — C. G. Lloyd, *The Nidulariaceae*. Cincinnati/Ohio, decem. 1906, p. 15, tav. 105.

Questa specie, che presentemente appare come abbastanza comune nelle varie regioni tropicali, fu raccolta dal Rev. Padre Balbo nella Valle del Singhiso a circa 1300 metri, al colle Casasine, sul terreno, 18 maggio 1921.

La determinazione fu confermata dalla autorità di C. G. Lloyd, al quale ebbi la ventura di far vedere la specie durante il suo soggiorno nel mio Laboratorio a Torino.

Cyathus microsporus Tul. — Tulasne, *Monographie des Nidulariées*, « Ann. Scien. Nat. „, 1844, p. 73, tav. 6, fig. 8. — C. G. Lloyd, loc. cit., fig. 19, p. 27.

Presso la Missione di Meru sul Kenia in località non indicata. Questa specie è ritenuta assai rara nei tropici dal monografo Lloyd (Comun. verbale).

Finora il fungo è ricordato di S. Domingo, di Haiti; e del Brasile.

Digitized by Google

Pyrenomycetes.

Engleromyces P. Hennings.

Engleromices Goetzei P., Enn., *Fungi Africae orientalis* " Englers Jahrbucher „, XXVIII, 1901. Leipzig, p. 327,

= *Colletomanginia paradoxa*, Hariet et Patouillard, *Sur un nouveau Genre de Champig, de l'Afrique orientale anglaise* " Comptes Renduu Acc. des Science „, 1906, 22 janvier, pp. 224-26.

Id. Note sur le Genre *Colletomanginia* " Bulletin Société Myceel. de France „, 1906, vol. XXII, p. 201. — Saccardo, *Sylloge*, vol. XVI, p. 452 — C. G. Lloyd, *Mycological Notes*, vol. V, " Synopsis of some Genera of the large Pyrenomycetes „, Cincinnati/Ohio, Januari 1917, p. 15, figg. 856-857.

Questo stranissimo fungo, del quale sarebbe così curioso poter conoscere il ciclo di sviluppo, pare sia legato alla vegetazione dei Bambù, sui quali vive.

L'esemplare da me studiato, non è che una porzione di un grosso individuo. Secondo la indicazione del Padre Balbo, questi funghi possono raggiungere anche 30-40 centimetri di sviluppo; sono assai noti agli indigeni, che se ne servono come medicamenti per le più variate malattie.

L'*Engleromyces* è certo uno dei tipi più curiosi fra i Pyrenomyceti.

Xylariaceae.

Daldinia De-Notaris et Cesati.

Daldinia albozonata, Lloyd, *The large Pyrenomycetes*, II Paper Juli 1919, p. 25, Cincinnati/Ohio, fig. 1456.

Questo fungo, che il Reverendo Padre Balbo raccolse il 26 giugno 1915 sulla collina di *Kasasine*, nella regione Igane, nel Merù (Uganda), a circa 1300 metri, sopra le radici di una leguminosa indeterminata, sia per la forma, come per il colore e l'*habitat*, fu ritenuto quale un fungo ipogeo e come tale gelosamente conservato, quale rarità per la Flora idnologica tropicale.

Ma purtroppo, se a tutta prima, sia per la forma irregolarmente globosa, plicata, girosa o rugosa; sia per il colore nero

Digitized by Google

opaco a riflessi rossastri, questo fungo può ricordare perfettamente un *Melanogaster* essiccato, si distingue invece subito all'esame colla lente per le minutissime aperture periteciali che affiorano alla superficie superiore del fungo, e per la consistenza solida, carboniosa dello stroma, a strati concentrici bianchi e neri alternantisi regolarmente; ma sopratutto per la presenza di *Peritecii* e per il tipo delle spore; caratteri tutti che rivelano la sua pertinenza al genere *Daldinia* che i nostri De-Notaris e Cesati descrissero nel 1863. (*Schema di classificazione degli Sferiacei italici aschigeri,* comunic. della Società Crittogamologica Italiana, Genova, 1863, n. 4, pag. 197).

La specie africana presenta dei *Peritecii* ovali-oblunghi (60 × 24); o più o meno tondeggianti (48-54 × 30-36), nettamente limitati da una zona ben delineata fuliginea di ifenchima compatto, la quale verso l'interno del *Peritecio* è ricoperta dal rivestimento pellucido delle ife parietali, visibile però solo nei *Peritecii* meno evoluti.

Degli *Aschi* (essendo gli esemplari esaminati già troppo evoluti) appena si intravvede la forma lineare, la quale è segnata anche dall'ordine seriato che conservano le spore.

Le spore elittiche di colore fuligineo misurano 7-8 × 3,5-4 micron.

Per tutti questi caratteri gli esemplari del Padre Balbo corrispondono (quantunque non si presentino nè turbinati, nè provvisti di un piede distinto) a quelli che il Lloyd assegna alla sua *Daldinia albo-zonata* descritta sopra esemplari trovati da G. Zenker a Cameroum nell'Africa Orientale.

La specie è di piccole dimensioni; i campioni più grandi non raggiungono i due centimetri nel loro diametro maggiore ed appena toccano un centimetro di altezza. Mentre la maggior parte degli esemplari è perfettamente apoda, alcuni però mostrano un rudimento di piede; ma questo variare di forma non è raro, come è noto, in tutte le forme del Genere.

Quanto a forme conidifere non ho potuto accertarne la presenza, trattandosi di esemplari troppo maturi e quindi non più nelle condizioni adatte alla produzione di forme conidiche secondarie.

Ricordo però che nelle cavità periteciali si incontra frequente un micelio sottilissimo, accompagnato da forme conidiche

Digitized by Google

sferiche trasparenti, incolore, assai piccole (2,5 a 3,5 micron), che mi parvero in relazione con qualche fungillo saprofita, che, nelle condizioni nelle quali si presentavano, non mi fu possibile determinare.

Noto ancora che la *Daldinia albo-zonata* (a differenza delle sue congeneri) si lascia facilmente sezionare; messa in alcool, colora l'alcool intensamente in nero fulgineo.

Questa specie interessa particolarmente il micologo, per ciò che secondo ha riferito il Rev. Padre BALBO, è stata trovata sopra una radice e quindi in una stazione *nettamente ipogea*, ciò che finora non mi pare sia stato notato per nessuno dei tipi di *Pirenomiceti* a stroma allargato.

Myxomycetes.

Physarum.

Physarum leucopus Link. Diss. I. 1809, p. 27. — LISTER A., *Monograph of the Mycetozoa*, London 1894, p. 39, tav. IV. — SACCARDO, *Sylloge*, VII, I, 343.

Questa specie ubiquitaria, già osservata nell'Africa australe, fu trovata sopra frammenti di una foglia indeterminata (forse di un *Abutilon*?) nella valle del *Singhiso* a Kasiereri a 1300 m. il 26 dicembre 1920.

Dalle annotazioni del Rev. Padre BALBO risulta che il *Phisarum leucopus* è una specie assai diffusa in quelle regioni, dove operano i Missionari della Consolata, alle falde del *Kenia* in Uganda, e che ivi si trova in modo speciale sopra molte foglie di Generi differenti di piante.

Digitized by Google

APPENDICE

Oltre al materiale studiato, il Rev. Padre Balbo inviò pure a Torino tre piccoli *Agaricinei* essiccati ed una specie di *Boletus*.

Quantunque rovinati dai tarli, furono inviati al distintissimo micologo Abate Bresadola, che giudicò gli *Agaricinei* assolutamente indeterminabili (1). Il *Boletus*, del quale potè misurare le spore (6, 8, 9 × 4, 5, 6) indicò col nome di *Boletus etiopicus* (??), pure osservando, che gli esemplari troppo anneriti e consumati non permettevano una sicura determinazione.

Rinvenni pure due *Sclerozii*, una *Xylaria* giovane, priva ancora di *Peritecii* e quindi di spore; ed un piccolo *Pleurotus* che attrasse in modo particolare la mia attenzione perchè, essiccato, era esternamente simile ad una *Hirneola* secca.

Questo piccolo *Pleurotus* ha colore carnicino, consistenza carnosa; è coperto esternamente da un tomento fitto; presenta il contorno lobato col margine rovesciato e ben distinto; lamelle marginali corte, rade; cistidi a parete spessa, appuntati a cono, muricati, aventi la forma come di una penna da scrivere. Spore ellittiche 10-12 × 3-4.

Avendo a disposizione troppo scarso materiale (e ancora in condizioni inadatte), io mi limiterò a ricordare, che il fungo in questione presenta delle notevoli affinità col *Pleurotus sciadium* che C. Kalchbrenner ha pubblicato nel vol. IX della *Grevillea* (1880-1881) pag. 112, *Fungi Macowaniani*) raccolto su legni putridi sul Monte *Boschberg* all'altezza di 4000 piedi nell'Africa Australe.

La descrizione che lo Spegazzini fa nei suoi *Fungi Argentini* (*Pugil.*, IV, pag. 4) del suo *Pleurotus Hirneola* che egli de-

(1) Così pure alcuni *Miceti* inviati dal D. Negri, per le stesse ragioni non si poterono determinare.

Digitized by Google

finisce " *Species pulchella, uda, habitum cujusdam Hirneolae perfecte simulans* „ farebbe pensare anche ad una relazione della specie Spegazziniana colla nostra specie africana.

Questo *Pleurotus* fu raccolto a *Keja* nel Meru Centrale a circa 1100 m. (30 aprile 1921).

Infine devo ancora registrare un esemplare unico di un *Hymenomiceto*, tutto rovinato, che mi sembra di poter ritenere appartenga ad una *Lepiota*, giudicando dalle spore, dal tipo dei basidii, dalle porzioni ancora residuate e dalle indicazioni scritte sul biglietto accompagnatore, che dice essere il fungo in questione di colore bianco, non edule, sparso nei pascoli, dove raggiunge l'altezza sul suolo anche di 20 centim., e 20 centim. misura pure il cappello.

Nessuna idea ho potuto farmi della presenza e della disposizione delle lamine; mentre ho potuto riconoscere al microscopio dei basidi con due sterigmi abbastanza lunghi; e spore numerose di forma ovale trasparenti che misurano 10-12 × 6.

R. Orto Botanico della R. Università di Torino.
Luglio 1924.

Digitized by Google

Indice alfabetico delle Specie

Arachnion album . . . Pag. 725
Id. id. . . . „ 734
Battarrea phalloides . . „ 726
Bovtstella aspera . . . „ 732
Cicloderma apiculatum . „ 733
Cyathus microsporus . . „ 734
„ „ *Poeppigii* „ 734
Daldinia albo-zonata . . „ 735
Engleromgces Goetzii . . „ 735
Fomes Curtisii . . . . . „ 739
„ „ *Fullageri* . „ 728
„ „ *rimosus* . „ 718
Galera paradoxa Mattirolo, nuova specie . . . „ 714
Hexagonia Klotzschii . . „ 719
Hirneola cornea. . . . „ 731
„ „ *polytricha* „ 730
Hypoblema Negrii Mattirolo, nuova specie . . . „ 721
Irpex flavus . . . . . Pag. 720
Lasiosphaera Fenzlii . . „ 732
Lloydiella Schomburgii . „ 720
Lycoperdon hiemale . . „ 725
„ „ *lilacinum* „ 731
Physarum leucopus . . . „ 737
Podaxon mossamedensis . „ 727
Polyporus rufescens . . „ 728
Polystictus flabelliformis . „ 729
„ *sanguineus* . . „ 718
Schizophyllum commune . „ 718
Scleroderma vulgare . . „ 726
Stereum vellereum . . . „ 730
Trametes hispida . . . „ 729
„ *torrida* . . . „ 719
Uredo Aloes . . . . . „ 727

N.B. I materiali, di cui è cenno nel testo, si conservano nelle Collezioni del *R. Orto botanico di Torino* a disposizione degli studiosi.

L'Accademico Segretario
ORESTE MATTIROLO

Digitized by Google

CLASSI UNITE

Adunanza del 6 Luglio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: i Soci D'Ovidio, Peano, Guidi, Parona, Somigliana, Panetti, Sacco, Pochettino, Boggio, Garelli e Mattirolo che funge da Segretario;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: i Soci De Sanctis, Einaudi, Schiaparelli, Patetta, Prato, Jannaccone e Solari.

Scusano l'assenza i Soci Pierantoni, Brondi, Vidari, Cian, Pacchioni e Valmaggi.

Il Segretario legge il verbale dell'adunanza precedente, che risulta approvato senza osservazioni.

Il Presidente comunica all'Accademia la lettera di ringramento a Lei diretta dal Socio nazionale G. B. Grassi, che l'Accademia nostra aveva felicitato nella occasione delle onoranze recentemente tributategli a Roma.

La parola è quindi concessa al Socio Tesoriere Prato che dà lettura del Bilancio consuntivo della R. Accademia per l'anno 1923.

Il Bilancio, illustrato con commenti orali e spiegazioni, tanto nelle cifre riguardanti la parte passiva quanto in quella attiva, viene approvato nelle sue cifre complessive a voti unanimi dell'Accademia.

Digitized by Google

Si passa quindi all'esame delle cifre che compongono il Bilancio preventivo per l'anno solare 1924. Il Socio Tesoriere legge e illustra le varie cifre segnate tanto nell'attivo quanto nel passivo.

Il Presidente apre la discussione sulla relazione finanziaria, ma nessuno chiede la parola; dopo di che mette ai voti l'approvazione del Bilancio stesso, la quale risulta accordata con voti unanimi.

Il Tesoriere dà quindi all'Accademia l'esatta situazione dei fondi che devono servire ai vari premii accademici.

Il Presidente trae quindi argomento dalla Relazione del Tesoriere per ringraziarlo, nel nome dell'Accademia, dell'opera illuminata data da lui agli interessi economici dell'Accademia, al che plaudono gli Accademici presenti.

Il Presidente rivolge infine un saluto ed un augurio di liete vacanze ai Colleghi, ricordando che questa è l'ultima adunanza ufficiale annuale dell'Accademia.

Gli Accademico Segretarii:
ORESTE MATTIROLO
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

CLASSE
DI
SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 6 Luglio 1924

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE FRANCESCO RUFFINI
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci De Sanctis, Einaudi, Schiaparelli, Patetta, Luzio, Jannaccone, Solari e Prato che funge da Segretario.

Scusano l'assenza i Soci Brondi, Vidari, Cian, Pacchioni, Valmaggi.

Si legge e si approva l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente comunica una lettera del Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti in cui si partecipa la designazione del D^r^ Piero Barocelli a far parte della Commissione per il *Corpus inscriptionum latinarum*. Comunica pure una lettera del Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria contenente la nomina allo stesso ufficio del Socio professore Patetta.

Il Socio Patetta presenta per l'inserzione negli *Atti* una Nota dal titolo: *Lettere di Carlo Alberto al conte Federico Sclopis*, Nota 2^a^, e brevemente ne illustra il contenuto.

Il Socio Solari presenta altra Nota dal titolo: *Il fondamento naturale del diritto successorio in Giovanni Locke.*

Digitized by Google

Di entrambi i lavori il Presidente rileva l'importanza, ordinandone l'inserzione negli *Atti* accademici.

Il Socio De Sanctis riferisce sulle discussioni a cui diede luogo nella " Union Académique Internationale „ la proposta della lingua scientifica internazionale. Anche la nostra Accademia dovrà occuparsene.

Il Presidente Ruffini propone si rinvii questo argomento ad una delle prime adunanze di autunno. Così viene stabilito.

Digitized by Google

LETTURE

Il fondamento naturale del diritto successorio in Giovanni Locke

Nota del Socio naz. resid. GIOELE SOLARI

Per quanto ci consta, il pensiero del Locke in ordine alla natura e al fondamento del diritto successorio passò quasi inosservato, nè ebbe, storicamente e teoricamente, l'influenza che tutti riconoscono alle sue dottrine della famiglia e della proprietà (1). Le ragioni della minore conoscenza e influenza del suo pensiero su questo punto sono in parte imputabili al Locke stesso, il quale non diede dell'argomento una esposizione sistematica, ma solo frammentaria e apparentemente occasionale. D'altra parte i passi più notevoli si trovano nel primo dei *Two treatises of government* (2), che fu il meno letto e parve anche

(1) Neppure un cenno del pensiero del Locke in ordine al diritto successorio troviamo in quelli che trattarono particolarmente e largamente di esso dal punto di vista storico-filosofico. Cfr. C. F. Gabba, *Essai sur la véritable origine du droit de succession*, t. XI delle *Mémoires* publiés par l'Académie royale de Belgique, 1858; Fr. Filomusi Guelfi, *Introd. al dir. di successione* in *Digesto italiano*, vol. XXII, P. 3ª, 1899, e del medesimo: *Enciclopedia giuridica*, 7ª ediz., Napoli, 1916, G. Laviosa, *La fil. scientifica del diritto in Inghilterra*, Torino, 1897, cap. VI.

(2) Il titolo generale dell'opera del Locke è il seg.: *Two treatises of government: in the former the false principles of Sir Robert Filmer and his followers are detected and overthrown; the latter is an essay concerning the true original extent and end of civil government.* Fu pubblicata anonima nel 1690. Cfr. per notizie bibliogr. Carlini, *La filos. di L.*, Firenze, 1920, I, p. XLVII. A complemento delle notizie del C. osserviamo che l'intera opera fu dal Locke ristampata nel 1694 e nel 1698. Le posteriori edizioni riproducono le correzioni e le aggiunte ricavate dalla copia che il Locke affidò al suo traduttore francese P. Coste. Noi citiamo dalla 7ª ediz. del 1772. Del primo

Digitized by Google

il meno importante come quello che era interamente rivolto a confutare il *Patriarcha* del Filmer (1). Si aggiunga da ultimo che il pensiero del Locke in ordine al rapporto successorio, per incompleto sviluppo, non è senza incertezze e incoerenze. Di qui la necessità di chiarirlo e di intenderlo alla luce dei principii da lui posti a fondamento della famiglia e della proprietà, cioè di quegli istituti che sono intimamente legati all'ordine successorio.

***

È noto che il Locke è considerato il restauratore dell'ordine naturale nella famiglia e nella proprietà. Egli concepì i rapporti di famiglia e di proprietà sul fondamento non della legge civile ma della legge di natura. Mentre il Grozio e l'Hobbes, per ricordare i rappresentanti delle due più caratteristiche direzioni di pensiero di quel secolo, invocarono la natura per negare la possibilità di costruire su di essa un qualsiasi ordinamento giuridico e, mediante il patto, crearono l'ordine civile come ordine superiore di ragione contrapposto o sovrapposto all'ordine originario di natura, dominato dagli istinti e dagli appetiti, il Locke nega, almeno teoricamente, il dualismo tra ragione e senso, tra stato di natura e stato civile: la natura è essa stessa ragione, o meglio va intesa e interpretata razionalmente, per cui lo stato civile non sarebbe che lo stato naturale alla luce di una sana e illuminata ragione. La natura si pone come misura ideale a cui il legislatore deve ispirarsi. Lo Stato nulla toglie, nulla aggiunge a' suoi dettami, non crea diritti, ma li presuppone, li dichiara, li tutela; esso non è condizione dell'ordine giuridico, ma ne è il consolidamento.

---

trattato non ci risulta che esistano traduzioni: il secondo fu subito tradotto in francese (1691) da D. Mazel e dopo la morte del L. dal Coste. La 5ª ediz. di Amsterdam del 1755, riveduta sulla 5ª ediz. inglese del 1728, servì di base alle traduzioni posteriori del 1780, 1795, 1802. Su di essa è condotta anche la traduzione italiana del 1773 con falsa indicazione di Amsterdam (Genova?). Un ottimo nostro allievo, il dott. V. Beonio-Brochieri, prepara del secondo trattato una nuova traduzione italiana presso la Casa Bocca di Torino.

(1) L'opera del Filmer a cui il L. si riferisce si intitola: *Patriarcha or the natural power of Kings*, London, 1680. Fu però certamente scritta prima del 1650 e pubblicata postuma. Una 2ª ed. è del 1685.

Digitized by Google

E in senso anche più generale il diritto esiste prima e indipendentemente dallo Stato, e ha le sue radici nell'individuo, ne' suoi bisogni, nella sua destinazione naturale e quindi morale. Poichè per il Locke l'individuo è la sola concreta realtà del mondo etico e giuridico e nell'individuo considerato in se stesso e nelle sue relazioni col mondo esteriore sta la ragione prima e il fondamento ultimo di ogni diritto. Se così è, la famiglia e la proprietà si giustificano se e in quanto trovano nell'individuo il loro fondamento saldo e immutabile.

E invero assistiamo col Locke alla risoluzione dell'organismo familiare ne' suoi elementi naturali, cioè negli individui che lo costituiscono. Non più la famiglia intesa come unità economica (Aristotele) o come organismo etico (S. Tommaso) o come istituzione civile (Hobbes); non più la famiglia della tradizione romana o germanica, ma la famiglia concepita come associazione naturale di esseri liberi e eguali che l'istinto della procreazione genera, e le esigenze dell'allevamento e dell'educazione della prole mantiene stabilmente, salvo poi risolversi per libero consenso, o liberamente perpetuarsi sulla base della assistenza mutua e del mutuo affetto. Il potere che la generazione attribuisce a entrambi i genitori sui figli è potere temporaneo che nell'affetto trova il suo limite naturale, e nel fine educativo la sua giustificazione. Nè per tale potere può dirsi diminuita la libertà e l'eguaglianza dei figli, mentre esso si pone come rimedio alla loro libertà ed eguaglianza mancante o incompleta.

Come la famiglia così la proprietà che ha l'uomo prima sopra il proprio essere corporeo, poi, mediante l'esercizio della sua attività, sui frutti e ulteriormente su porzioni del suolo naturalmente e originariamente comune, non è frutto di usurpazione, non è creazione dello Stato, ma è istituzione naturale che ha radice nei bisogni della individualità empirica dell'uomo, nella necessità in cui egli si trova di soddisfarli col lavoro, i cui prodotti gli appartengono integralmente per diritto naturale inviolabile. La proprietà ha per limite naturale da un lato la capacità di consumo e di lavoro, dall'altro l'ugual diritto in tutti di occupare il suolo. Ma una economia senza accumulazione e senza scambi, fondata sul presupposto del possesso a tutti esteso del suolo lavorato nei limiti del bisogno e del consumo, è una ipotesi da cui il Locke mosse per rendere anche più evidente

Digitized by Google

la necessità e la convenienza di risolverla in una economia regolata dal lavoro accumulato e scambiato con piena disponibilità dei prodotti del lavoro anche oltre i limiti dei bisogni individuali e del consumo immediato. Perciò delle due direzioni di pensiero tendenti in quest'epoca a fondare la proprietà sulla legge di natura, il Locke non accolse quella che la voleva fondata sulla occupazione e svolse quella che la fondava sul lavoro. L'occupazione è un fatto che solo dal lavoro trae la sua giustificazione etico-giuridica (1).

***

Il diritto successorio non forma nel Locke oggetto di trattazione speciale; la sua naturalità è da lui intesa come conseguenza della naturalità della famiglia e della proprietà e in relazione a questi istituti è da lui considerato e studiato. Ma il rapporto successorio doveva assumere un particolare rilievo e significato nel primo *Saggio*, diretto, oltre che contro il Filmer, contro il Grozio e l'Hobbes e in generale contro l'indirizzo di pensiero prevalente che, subordinando i rapporti di famiglia e di proprietà a finalità politiche, invocava il rapporto successorio come mezzo di trasmissione non solo di beni, ma di poteri familiari e politici, riabilitando a questo fine il diritto di primogenitura che agli occhi del Locke era incompatibile coll'eguaglianza e libertà politica.

La tesi aveva trovato nel Filmer la sua forma più paradossale in quanto egli invocava la successione domestica a fondamento della successione politica; ma la critica del Locke colpiva, attraverso il Filmer, il Grozio e l'Hobbes, i quali modellando la famiglia sullo Stato facevano di essa e della proprietà delle istituzioni civili, dominate da preoccupazioni d'indole politica, le quali dovevano particolarmente rilevarsi in ordine alla successione *mortis causa*. Ciò spiega come la questione del diritto successorio, come del resto quella della famiglia e della

(1) Per la dottrina della famiglia e proprietà in Locke cfr. *Treatises*, ecc., II, c. 5°-6°.

Digitized by Google

proprietà, doveva essere trasportata dal Locke in un campo non solo extra-politico, ma extra-giuridico.

Inutile rilevare che il Locke aveva scarsa sensibilità al lato giuridico delle questioni; non solo non si preoccupa della tradizione giuridica del suo stesso paese, ma mostra di ignorare il valore e il significato del giusnaturalismo. I giusnaturalisti non sdegnavano certo la ricerca del fondamento naturale degli istituti giuridici, ma si preoccupavano sopratutto di tradurre le esigenze razionali nelle forme giuridiche tradizionali. Naturalità e giuridicità devono concorrere alla formazione del rapporto giuridico-naturale e stanno tra loro come il contenuto e la forma del medesimo. In particolare il Grozio (del quale non pare che il Locke avesse diretta conoscenza (1)) nella volontà, estrinsecata nel contratto, aveva cercato la nuova categoria destinata a trasformare in giuridici tutti i rapporti del diritto pubblico e privato. Per cui vediamo il Grozio ricondurre alla categoria del contratto non solo i più generali concetti di diritto, legge, Stato, non solo, e ciò era naturale, i rapporti di obbligazione, ma anche i rapporti reali di proprietà e perfino quelli etici di famiglia. L'unificazione di tutto il vasto campo della vita giuridica sotto la categoria del contratto costituiva la novità del Grozio e il titolo suo maggiore di merito, come quella che attestava il suo acuto senso giuridico, ed era utile reazione al movimento che allora si iniziava per la razionalizzazione dei

---

(1) Non crediamo che il Locke conoscesse direttamente l'opera del Grozio. Nei *Trattati sul governo* lo cita tre volte e sempre attraverso l'opera del Filmer: *Observations upon Mr. Hobbe's Leviathan, Mr. Milton against Salmasius and H. Grotius De jure belli et pacis concerning the originall of government*, London, 1652. Quest'opera del Filmer assieme col *Patriarcha* è sempre presente al Locke, il quale la cita largamente per confutare non solo il il Filmer, ma il Grozio e l'Hobbes. Familiari invece erano al Locke le opere dell'Hobbes, anche se evita di ricordarne il nome. Ritorna frequente nei *Saggi* il nome di Rich. Hooker, noto teologo inglese del secolo XVI, autore di un'opera molto letta e apprezzata nel secolo del Locke intitolata: *Ecclesiastical polity* (1594). Sappiamo che il Locke identificava la legge di natura colla legge divina e invocava in appoggio delle sue dottrine costantemente l'autorità dei testi sacri, e ciò per lo più attraverso l'Hooker. Il Locke non conobbe i *Discourses conc. government* di Algernon Sydney († 1683), in cui questi confutava il sistema del Filmer. Tali discorsi furono pubblicati solo nel 1698.

Digitized by Google

rapporti giuridici e politici col pericolo di disconoscere quelle che sono le vere e proprie esigenze del diritto. E come non comprese il giusnaturalismo, così il Locke, nel movimento che metteva capo all'Hobbes, vide solo l'esaltazione di una forma politica di governo da lui avversata, mentre gli sfuggì la verità profonda della tesi sostenuta dall'Hobbes, secondo la quale il diritto è essenzialmente autorità, per cui non basta ai fini dell'ordine giuridico affermare la razionalità del rapporto, se essa non ha il riconoscimento dello Stato; donde la logica conseguenza ricavata dall'Hobbes che tutti i diritti sono essenzialmente positivi e civili in quanto non hanno valore se non nella misura in cui lo Stato li riconosce e li tutela. Nè può lo Stato riconoscerli se non nei limiti de' suoi fini e delle sue esigenze; donde il suo necessario intervento nella sfera dei rapporti privati e particolarmente nell'ordine successorio, nel quale le ragioni sociali, che nello Stato si esprimono, possono valere a temperare le forme più odiose di egoismo e di disuguaglianza economica.

D'altra parte non può negarsi che il Locke, per le premesse empiriche da cui moveva, era portato a intendere i rapporti di diritto privato in ragione della funzione economica da essi espressa. Le ragioni economiche, che essendo primitive, elementari sono anche le più naturali, costituiscono per il Locke il contenuto realistico del diritto privato. Con lui si inizia la risoluzione dei rapporti giuridici nelle forme economiche corrispondenti.

***

Tutto ciò era opportuno premettere per intendere nella sua vera portata e nel suo significato naturalistico il pensiero del Locke in ordine al diritto successorio. Può parer strano che non ricorra mai nei due *Saggi* l'espressione " testamento „. È vero che se manca il nome troviamo chiaramente espresso il rapporto successorio corrispondente. Il Locke non sentì il bisogno di ricorrere a tale espressione la quale poteva ingenerare l'idea che la successione *mortis causa* costituisse un rapporto speciale autonomo, per il quale fosse necessario trovare una speciale denominazione. E come rapporto *sui generis* si pre-

Digitized by Google

sentava negli indirizzi di pensiero che erano i più lontani da quello del Locke. Così per il Grozio il diritto successorio, staccato dalla famiglia, è esplicazione del *jus alienandi* inerente al concetto di proprietà. " Ipsa substantia testamenti cognata est dominio „. E come contratto di alienazione egli definisce il testamento: " alienatio in mortis eventum, ante eam revocabilis, retento interim jure possidendi ac fruendi „ (1). Ma trattavasi di una alienazione *sui generis*, come quella che era condizionata, revocabile, fatta senza il concorso effettivo delle due volontà; ciò se giustificava l'adozione di un termine speciale per indicarla, non eliminava le difficoltà derivanti dalla identificazione dei testamenti coi contratti. E il Pufendorf non esita su questo punto ad abbandonare la dottrina del maestro, consentendo sostanzialmente coll'Hobbes nel ritenere che il testamento è un atto unilaterale di disposizione privo di giustificazione naturale e di valore giuridico; i diritti e le obbligazioni che da esso si generano sorgono solo per volontà del legislatore a ciò indotto da particolari fini di utilità generale (2).

Il Locke non giurista, non preoccupato di eventuali difficoltà giuridiche, mirando solo a giustificare naturalmente il diritto successorio, cioè astrazione fatta da un qualsiasi ordinamento civile, cercò nella proprietà fondata sul lavoro risparmiato ed accumulato, la ragione e il fondamento della disposizione dei beni in causa di morte. Finchè egli intendeva la proprietà nei limiti del bisogno e del lavoro individuale non poteva parlarsi di disposizione di beni in causa di morte. Ma vedemmo come a questa primitiva fase propria di una collettività che non conosce l'accumulazione e lo scambio, succede l'economia capitalistica per il cui sviluppo è necessario che i prodotti del lavoro

---

(1) Cfr. Grozio, *De jure belli ac pacis*, Libro II, c. VI, § 14.

(2) Cfr. Pufendorf, *De jure nat. et gent.*, Lib. IV, c. 10. Il contrasto tra i seguaci del Grozio e del Pufendorf in ordine alla natura contrattuale o civile del testamento si protrasse per tutto il secolo XVIII. Alla dottrina del Grozio aderirono il Wolf, il Burlamaqui, il Lampredi e lo stesso Kant: in senso contrario il Thomasius, Heineccius, Cocceius e in Francia il Montesquieu, il Rousseau e in generale i giuristi. In Inghilterra prevalse la dottrina dell'Hobbes, che del resto era in armonia colla costante tradizione giuridica.

Digitized by Google

non vadano perduti colla morte del proprietario anche nella forma di un ritorno alla comunità, ma si trasmettano senza soluzione di continuità, come mezzo di conservazione e di potenziamento del lavoro.

Il liberalismo politico del Locke, per il quale questi è soprattutto ricordato, non è che la forma estrinseca del suo liberalismo economico, alle cui esigenze le sue stesse dottrine politiche devono intendersi subordinate. Condizione di vita e di sviluppo della proprietà capitalistica allora agli inizi era il principio della libera disposizione dei beni, principio che ai fini economici non poteva subire interruzioni e restrizioni dalla morte del proprietario. Ciò che il Locke aveva presente nella trasmissione ereditaria era la continuità della personalità economica del testatore, la cui attività, consolidata in un patrimonio, si confonde con quella dell'erede. Non è dunque la volontà del defunto che sopravvive, ma un patrimonio che per l'esplicazione della sua funzione economica ha bisogno di un titolare.

Il pensiero del Locke non lascia dubbi al riguardo. " *Justice* gives every man a title to the product of his honest industry, and the fair acquisitions of his ancestors descended to him „ (1). E altrove: " Property, whose original is from the right a man has to use any of the inferior creatures, for the subsistence and comfort of his life, is for benefit and sole advantage of the proprietor, so that he may even destroy the thing, that he has property in, by his use of it, where need requires „ (2). L'origine e la natura della proprietà servono al Locke per metter in evidenza che le ragioni della proprietà sono esclusivamente ed essenzialmente individuali ed economiche, e non può lo Stato limitarne e comunque ostacolarne l'esercizio. Gli uomini, dice ancora il Locke, hanno in generale il potere " to bestow their

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises* ecc. (7ª ed.), I, § 42: " La giustizia dà a ogni uomo un titolo al prodotto del suo onesto lavoro, e i giusti acquisti dei suoi antenati passano a lui „.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 92: " La proprietà che si origina dal diritto dell'uomo a usare degli esseri inferiori per la sussistenza e le comodità della vita, esiste a beneficio e per l'utile solo del proprietario, cosicchè questi può anche distruggere la cosa di cui ha la proprietà, usandola, quando il bisogno lo richiede „.

Digitized by Google

estates on those who please them best „ cioè di trasmettere il loro patrimonio a chi meglio loro piace, con speciale riferimento alla trasmissione ereditaria (1). E analogamente altrove afferma che il patrimonio essendo proprietà del padre " he may dispose, or settle it, as he pleases „ (2).

Rimane pertanto assodato che l'uomo, per legge di natura, che è poi legge di ragione (3), può disporre de' suoi beni in favore di chi meglio crede, e tale diritto non può essere diminuito o modificato dal fatto accidentale della morte. Dopo ciò si comprende come il Locke dovesse considerare la disposizione testamentaria alla stregua di un qualsiasi atto di disposizione che il proprietario può fare in vita: ciò che importa è che i prodotti del lavoro non vadano perduti per le generazioni future, ma che rimangano legati a una persona determinata, come lo erano in vita del testatore. E dal punto di vista da cui egli si pone, cioè dal punto di vista dell'economia capitalistica, il suo principio era pienamente giustificato.

*
* *

Se limiti devono porsi alla libera disposizione dei beni *mortis causa*, essi devono essere giustificati naturalmente. E un limite naturale sorge, secondo il Locke, dai doveri che la famiglia crea ai genitori. Dopo di aver considerato l'uomo nello stato di natura cioè sostanzialmente nello stato in cui l'uomo esplica se stesso ai fini economici, cioè ai fini della sua particolare esistenza, il Locke lo considera nella famiglia, la quale se nei rapporti tra i coniugi è una associazione volontaria che non genera altri diritti e doveri in fuori di quelli fondati sul patto di unione, nei rapporti coi figli è unione naturale avente come suo proprio ed esclusivo fine l'allevamento e l'educazione della prole. Il preteso potere parentale (come il Locke preferisce chiamarlo, spettando esso a entrambi i genitori) è " rather the privilege of

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 72.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 116.

(3) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 101: " The law of nature is the law of reason „.

Digitized by Google

children and duty of parents, than any prerogative of paternal power „ (1).

E questo dovere dei genitori non cessa colla morte, ma continua fino a che dura nei figli la condizione di minorità fisica, economica, morale. Donde il loro diritto di succedere nel patrimonio del padre, malgrado ogni disposizione contraria, nella misura segnata dalla loro particolare condizione di inferiorità, e dalla condizione economica e sociale del padre. Scrive il Locke nel primo de' suoi saggi: " For children being by the course of nature, born weak, and unable to provide for themselves, they have ... a right to be nourished and maintained by their parents; nay, a right not only to a bare subsistence, but to the conveniencies and comforts of life, as far as the conditions of their parents can afford it. Hence it comes, that when their parents leave the world, and so the care due to their children ceases, the effects of it are to extend as far as possibly they can, and the provisions they have made in their life-time, are understood to be intended, as nature requires they should, for their children, whom, after themselves, they are bound to provide for „ (2). Soddisfatto il loro obbligo verso i figli risorge nei genitori il diritto alla libera disposizione dei beni. " A father may dispose of his own possessions as he pleases, when his children are out of danger of perishing for want „ (3).

Non è chiaro se il Locke riconosca al coniuge superstite un diritto analogo a quello dei figli. Sappiamo che per il Locke il patto matrimoniale dura naturalmente (poichè la volontà dei

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 67.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 89: " Essendo i figli per natura nati deboli e incapaci di provvedere a se stessi, essi hanno... un diritto ad essere nutriti e mantenuti dai loro genitori e un diritto non solo alla semplice sussistenza, ma anche ai comodi della vita così come le condizioni dei loro genitori possono richiedere. Di qui deriva che quando i loro genitori muoiono e vien meno l'assistenza dovuta ai figli, gli effetti di essa devono protrarsi al possibile, e i beni acquistati in vita devono intendersi, come la natura richiede, acquistati per i figli, ai quali sono tenuti, dopo se stessi, a provvedere „.

(3) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 65: " Un padre può disporre de' suoi beni come crede, quando i suoi figli non corrono pericolo di perire per indigenza „.

Digitized by Google

coniugi può farlo durare illimitatamente) fino a esaurimento degli obblighi dei genitori verso i figli. Non vi è, osserva il Locke, ragione di considerare come perpetuo il patto matrimoniale " where procreation and education are secured and inheritance taken care for „. Come qualunque patto volontario esso può essere consensualmente determinato, può esser limitato nel tempo, sottoposto a certe condizioni " being no necessity in the nature of the thing, nor to the ends of it, that it should always be for life „. La perpetuità del patto non è giustificata dalla natura di esso (1). Se così, è il coniuge superstite, privo di mezzi, deve essere posto in grado di continuare e compiere l'opera sua educativa. Ad esso deve pertanto estendersi il limite naturale alla disposizione dei beni per il caso di morte (2).

Malgrado che il pensiero del Locke non sia così chiaro ed esplicito come sarebbe stato desiderabile in ordine ai limiti naturali che la famiglia impone alla libera disposizione dei beni in caso di morte, non può sorgere dubbio che per lui tale libertà non può considerarsi modificata o limitata dall'obbligo di provvedere ai figli minori superstiti. Tale obbligo continua l'obbligo che incombeva in vita sui genitori nei riguardi dei figli. I quali nel pensiero profondo del Locke in quanto non possono provvedere da sè ai loro bisogni devano considerarsi parte integrante di coloro che li hanno generati e la loro personalità non ancora autonoma e formata si confonde con la personalità dei genitori, i quali sono " taught by natural love and tenderness to provide for them, as a part of themselves „ (3). La volontà pertanto dei genitori non può intendersi in contrasto con un obbligo che la natura loro impone e la cui necessità è resa dalla morte sopravvenuta anche più evidente.

Che il principio della libera disposizione dei beni non subisca

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 81.

(2) Il Locke trattando del diritto di conquista (*Treatises*, ecc., II, § 182) afferma ch'esso deve arrestarsi di fronte al " right of the innocent wife and children „ e non solo i figli hanno un diritto " to be maintained out of my labour or substance „ ma anche la moglie " had a share in my estate „ (vedi ivi § 183).

(3) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 97: " I genitori sono portati da naturale affetto e tenerezza a provvedere ai figli come parte di se stessi „.

Digitized by Google

eccezioni neppure in caso di morte, è dimostrato anche da ciò che per il Locke il padre, oltre i limiti del necessario, non è tenuto a rispettare il principio della eguaglianza dei figli, e può nelle sue disposizioni in vita e in morte lasciar libero sfogo alla sua volontà e anche al suo " humour „. È interessante al riguardo quanto scrive il Locke nel secondo saggio: " Though the obligation on the parents to *bring up* their children, and the obligation on children to *honour* their parents, contain all the power on the one hand, and submission on the other, which are proper to this relation, yet there is *another power* ordinarily *in the father*, whereby he has a tie on the obedience of his children; which though it be common to him with other men, yet the occasions of shewing it, almost constantly happening to fathers in their private families, and the instances of it elsewhere being rare, and less taken notice of, it passes in the world for a part of *paternal jurisdiction*. And this is the power men generally have to *bestow their estates* on those who please them best; the possession of the father being the expectation and inheritance of the children, ordinarily in certain proportions, according to the law and custom of each country; yet it is commonly in the father's power to bestow it with a more sparing or liberal hand, according as the behaviour of this or that child hath comported with his will and humour „ (1).

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 72: " Sebbene l'obbligo nei genitori di *allevare* i loro figli e l'obbligo nei figli di *onorare* i loro genitori, comprenda tutto il potere da un lato, la sottomissione dall'altra che sono proprii al rapporto domestico, pure vi è *un altro potere* ordinariamente nel padre, per il quale egli ha modo di costringere all'obbedienza i figli; potere che sebbene sia comune a lui con altri uomini, però le occasioni di affermarlo, quasi sempre capitano ai genitori nella loro privata famiglia e essendo rare le occasioni di esso fuori (della famiglia) e meno osservate, passa nel mondo per una parte della *giurisdizione paterna*. È questo il potere che gli uomini hanno generalmente di *trasmettere il loro patrimonio* a quelli che loro piace meglio: i beni del padre costituiscono l'aspettativa di eredità dei figli, di solito in certe proporzioni stabilite dalla legge e dal costume di ogni paese; ma è per lo più in potere del padre trasmetterli con maggiore o minore liberalità secondochè la condotta di questo o quel figlio siasi conformata alla sua volontà e al suo umore „.

Abbiamo creduto opportuno tradurre questo paragrafo, perchè ci sembra che le traduzioni esistenti del solo secondo saggio non riproducano esattamente il pensiero del Locke.

Digitized by Google

Attraverso questo paragrafo il pensiero del Locke in ordine al diritto successorio si illumina di nuova e più larga luce. Qui infatti è detto che tutti i rapporti domestici si riassumono da un lato nell'obbligo dei genitori di allevare la prole, dall'altro nel dovere di obbedienza da parte dei figli e l'obbedienza comprende *honour* and *support*, ossia tutto ciò che la gratitudine impone ai figli per i benefizi ricevuti e dura tutta la vita. Tale dovere di obbedienza è inteso dal Locke in un senso relativo in quanto varia secondo l'età dei figli, secondo la bontà e l'intensità dell'affetto dimostrato dai genitori, secondo l'entità dei sacrifici da questi sostenuti. Nè è uguale per tutti i figli, potendo alcuni di questi essere stati oggetto di speciali cure e sacrifici (1). Comunque è certo che se il dovere dell'obbedienza costituisce un diritto e un privilegio dei genitori e sorge nel loro esclusivo vantaggio, non genera speciali poteri nei genitori, nè questi possono imporlo coattivamente. Esso non dà " no authority, no right to any one, of making laws over him from whom „ tale dovere è dovuto (2).

Ma il padre ha nelle sue mani un potere ben altrimenti efficace per ottenere il rispetto e l'obbedienza dei figli. Tale potere consiste nel diritto illimitato di disporre de' suoi beni in vita e in morte in favore di chi meglio crede. Poichè se tale potere può esplicarsi fuori della famiglia in favore di estranei, per lo più esso si manifesta in seno alla famiglia come un aspetto della " paternal jurisdiction „ cioè come mezzo di premio o di castigo dei figli a seconda della loro condotta verso i genitori. Per tal modo l'obbligo dell'obbedienza non è privo di sanzione, e attraverso questo potere giurisdizionale domestico i padri possono pretendere ciò che la natura e la retta ragione impongono ai figli e preferire quello tra di essi che alla legge naturale si conforma con la sua condotta e dà più sicura garanzia di continuare le tradizioni morali ed economiche della famiglia. La legge naturale indipendentemente da qualsiasi azione politica e legale, trova in sè e nelle sue manifestazioni economiche le condizioni della sua osservanza.

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 67.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 70: " I doveri di gratitudine non danno alcuna autorità, alcun diritto a chicchessia di imporre leggi a colui da cui tali doveri sono dovuti „.

Digitized by Google

***

Anche per la successione *ab intestato* il Locke si rifà alla natura come a fonte di sicura decisione. La questione della destinazione dei beni nel caso che il titolare venga a mancare senza nulla avere disposto a riguardo dei medesimi è dal Locke trattata nel primo dei suoi *Saggi*, complicata e connessa con la pretesa trasmissione del potere politico sostenuta dal Filmer sul fondamento del rapporto domestico. Il Locke proclama come principio generale che i figli succedono naturalmente ai loro genitori. " If any one had began, and made himself a property in any particular thing, that thing, that possession, if he disposed not otherwise of it by his positive grant, descended naturally to his children, and they had a right to succeed to it, and possess it „ (1). Lo stesso principio in forma anche più esplicita e generale è proclamato in un incisivo paragrafo del secondo saggio: " Every man is born with a double right: *First, a right of freedom to his person*, which no other man has a power over, but the free disposal of it lies in himself. *Secondly, a right*, before any other man, *to inherit* with his brethren his *father's goods* „ (2).

Di questo principio il Locke non solo afferma, ma vuol dimostrare il fondamento naturale. Poichè non è chiara la ragione per la quale i figli devono preferirsi ad ogni altro nella successione dei loro padri. Essi entrano in possesso di beni che non hanno contribuito a formare col loro lavoro e per il Locke il lavoro è il solo e vero titolo legittimo di proprietà. Più conforme a ragione dovrebbe sembrare che alla morte del titolare senza aver nulla disposto intorno ai suoi beni, questi dovessero

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 87: " Se alcuno si fosse costituito una proprietà sopra una qualsiasi cosa particolare, questa cosa, questo possesso, qualora egli non ne avesse altrimenti disposto con una positiva alienazione, passava naturalmente ai figli e essi avevano un diritto a succedere e a possederla „.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 190: " Ogni uomo è nato con un duplice diritto: *in primo luogo un diritto di libertà rispetto alla sua persona*, sulla quale nessun altro uomo ha un potere, ma la libera disposizione di essa sta in lui stesso; *secondariamente, un diritto*, prima di ogni altro, a *succedere* con i suoi fratelli nei *beni di suo padre* „.

Digitized by Google

ritornare proprietà comune (" return to the common stock of mankind „). Ma tale non è l'opinione del Locke e non solo per evidenti ragioni di utilità economica, ma per ragioni che si radicano nella natura fisiopsichica dell'uomo. Il fatto che il consenso e la pratica comune sono in favore della successione dei figli non sembra al Locke argomento decisivo: " We cannot say, that it is the common consent of mankind; for that hath never been asked, nor actually given; and if common tacit consent hath established it, it would make but a positive, and not a natural right of children to inherit the goods of their parents „ (1). Il Locke però è ben lungi dallo sdegnare le attestazioni del senso comune dell'umanità; per la sua stessa costanza e universalità non solo è utile criterio di vero, ma è sempre manifestazione di verità naturali che devono essere ricercate e precisate. " Where the practice is universal, it is reasonable to think the cause is natural „ (2).

E questa causa naturale il Locke determina in base al duplice istinto di conservazione e di propagazione della specie. Per il primo l'uomo come ogni altro essere dell'universo ha il diritto di appropriarsi le cose che servono al sostentamento e all'uso individuale. Per il secondo l'uomo sente prepotente il bisogno di perpetuarsi nei figli. Se ciò è, " men being by a like obligation bound to preserve what they have begotten, as to preserve themselves, their issue come to have a right in the goods they are possessed of „ (3). Il Locke identifica il dovere che gli uomini

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 88: " Noi non possiamo dire quale sia il consentimento comune del genere umano, poichè esso non fu mai cercato, nè attualmente dato: e se un comune tacito consenso lo avesse stabilito, sarebbe solo un diritto positivo e non un diritto naturale dei figli di succedere nei beni dei loro genitori „.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., id., id.: " Ove l'uso è universale è ragionevole pensare che la causa sia naturale „. Prima del Locke il Grozio aveva espresso un analogo principio: " Quod ubi multi diversis temporibus ac locis idem pro certo affirmant id ad causam universalem referri debeat „. *De jure*, ecc., Proleg., § 40. Cfr. anche id. Lib. I, c. I, § 12, 1: " Universalis effectus universale mrequirit causam „. Nè altrimenti doveva pensare il Vico: " Idee uniformi nate appo intieri popoli tra essi loro non conosciuti, debbon avere un motivo comune di vero „ (*Sc. N.*, Degnità XIII).

(3) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 88: " Gli uomini essendo da una uguale obbligazione tenuti a preservare ciò che essi hanno prodotto, come

Digitized by Google

hanno di conservare se stessi col dovere di conservare i figli che hanno generato; donde in questi un titolo a partecipare alla proprietà dei genitori e un diritto naturale a succedere nei loro beni. Gli uomini pertanto non solo possiedono per sè, ma anche per i figli, e questi acquistano l'uso e la disponibilità dei beni che hanno in unione coi genitori alla morte dei medesimi (1). In questo consiste per il Locke ciò che chiamasi " inheritance „, espressione che in lui acquistava particolare significato, poichè non significa trapasso di diritti, ma piuttosto consolidazione nei figli di un diritto già esistente. Perciò l'espressione' successione *ab intestato* non ricorre mai nell'opera del Locke, poichè non può parlarsi di successione là ove si tratta di naturale aspettativa nei figli di ereditare ciò che loro spetta.

---

a preservare se stessi, la loro discendenza viene ad avere un diritto sui beni da essi posseduti „.

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., id., id. Trascriviamo il notevole e poco noto passo del Locke: " The first and strongest desire God planted in men, and wrought into the very principles of their nature, being that of self preservation, that is the foundation of a right to the creatures for the particular support and use of each individual person himself. But, next to this, God planted in men a strong desire also propagating their kind, and continuing themselves in their posterity; and this gives children a title to share in the *property* of their parents, and a right to inherit their possessions. Men are not proprietors of what they have, meerly for themselves; their children have a title to part of it, and have their kind of right joined with their parents, in the possession which comes to be wholly theirs, when death, having put an end to their parents use of it, hath taken them from their possessions; and this we call inheritance „. La traduzione di questo non facile passo del Locke è la seguente: " Il primo e più forte desiderio che Dio ha posto negli uomini e radicato negli stessi principî della loro natura essendo quello della propria conservazione, esso è il fondamento di un diritto in ordine alle cose (esseri) create per il particolare sostentamento e uso di ogni singolo individuo (cfr. per un più ampio sviluppo di ciò il § 86 dello stesso saggio). Ma accanto a questo, Dio ha posto negli uomini anche un forte desiderio di propagare la loro specie e continuare se stessi nella loro posterità: e questo dà ai figli un titolo a partecipare alla *proprietà* dei loro genitori e un diritto a ereditare i loro beni. Gli uomini non sono proprietari di ciò che hanno solo per sè stessi: i loro figli hanno un titolo a parteciparvi e hanno il loro diritto congiunto con quello dei genitori nel possesso di ciò che verrà loro interamente a spettare quando la morte, avendo posto fine all'uso che ne avevano i genitori, avrà tolto questi dai loro beni; e questo noi chiamiamo eredità „.

Digitized by Google

La singolarità del pensiero del Locke su questo punto si illumina dal confronto con le dottrine del Grozio, dell'Hobbes, del Filmer. Il Grozio riduceva tutta la materia successoria alla categoria della volontà e formulava la dottrina che fondava la successione *ab intestato* sulla volontà presunta del defunto (*conjectura voluntatis*) considerandola alla stregua di un testamento tacito. " Successio ab intestato nihil aliud est quam tacitum testamentum „. Che poi la volontà presunta dovesse intendersi nel senso di rispettare i vincoli del sangue, ciò nulla toglieva alla natura della successione *ab intestato* che dalla volontà del defunto e indirettamente dal suo diritto di alienare la proprietà traeva la sua giustificazione giuridica (1). Dal suo canto l'Hobbes intendendo la successione piuttosto come trasmissione di potere domestico che non come trasmissione di beni vide nel rapporto successorio l'indicazione di un successore. E se la indicazione non è esplicita, la volontà del defunto deve intendersi in rapporto alla necessità di dare alla famiglia un capo ad analogia di quanto avviene nello Stato per la successione del sovrano (2). Ad analoghe conclusioni doveva arrivare il Filmer, malgrado sembri invertire la posizione dell'Hobbes e anzichè la famiglia sullo Stato voglia modellare questo su quella.

Il Locke scioglie il rapporto successorio così da preoccupazioni politiche come da preoccupazioni familiari. Come lo Stato così la famiglia non costituisce un organismo autonomo avente valore di fine. Solo l'individuo astratto da qualunque vincolo familiare o politico, è la fonte e il termine dei rapporti giuridici come lo è per i rapporti economici. L'interesse della famiglia si risolve nell'interesse dei suoi membri singolarmente considerati. D'altra parte il Locke è ben lungi dal fondare,

---

(1) Cfr. Grozio, *De jure*, ecc, Lib. II, c. VII, § 3; § 10, 2. La dottrina del Grozio accolta sostanzialmente dal Pufendorf (*De jure nat. et gen.*, lib. IV, c. 11) divenne la dottrina prevalente presso i giusnaturalisti dei secoli XVII e XVIII. Vi è però la tendenza nei seguaci del Leibniz e nel Wolff di sovravalutare l'interesse della famiglia considerata come unione naturale e morale sulla particolare volontà del defunto.

(2) Cfr. Hobbes, *De cive*, c. IX, § 15: " Intelligitur voluntas patris intestati ea fuisse ut *successor* ei aliquis esset ex liberis suis „. E al § 19: " Qua ratione succeditur ad imperium, eadem quoque succeditur ad jus successionis „.

Digitized by Google

come il Grozio, il rapporto successorio sulla volontà espressa o tacita. Non la volontà è per lui fonte di diritti, ma la natura razionalmente interpretata e rivelantesi negli usi e consuetudini universali e costanti. E la natura se da un lato ai fini della conservazione dell'individuo fa di lui l'arbitro di ciò che col suo lavoro ha prodotto, dall'altro lato, per il caso di non avvenuta disposizione, designa nei figli gli eredi come continuatori e compartecipi della personalità del padre, con tutti i diritti ad essa inerenti. Nè può esservi tra i due casi sostanziale differenza, poichè nel pensiero del Locke il principio della libera disposizione non giustifica l'arbitrio e trova la sua naturale esplicazione in seno alla famiglia. Ciò che merita rilievo è che il Locke ignora la successione di famiglia e i figli succedono *uti singuli* con uguali diritti. " Every one having a right of inheritance to his portion. tkey might enjoy their inheritance, or any part of it in common, or share it, or some parts of it, by division, as it best liked them. But no one could pretend to the whole inheritance „ (1).

***

Il Locke prende in esame il caso della successione degli ascendenti e si chiede se essi hanno titolo di preferenza rispetto ai nipoti nel caso di premorienza dei figli (2).

La preferenza data agli ascendenti può sembrare giustificata dal debito di riconoscenza che incombe ai figli, e come compenso per le cure e i sacrifici sostenuti dai genitori. Il Locke però non esita a dar la preferenza ai nipoti, i quali succedono ai loro genitori senza concorrere con gli ascendenti. La ragione che ne dà è sostanzialmente questa, che i genitori sono tenuti a sostenere ed educare i figli e non hanno diritto ad altro compenso che non sia morale, cioè all'obbedienza e alla gratitudine dei figli (3). Questi invece hanno un diritto reale verso i genitori, sono compartecipi in vita del loro patrimonio, ne sono quindi i

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 91 : " Ognuno (dei figli) avendo diritto di ereditare la sua parte, essi possono godere ciò che loro spetta per eredità in comunione o dividerla, o alcuna parte per divisione, come meglio loro aggrada. Ma nessuno può pretendere l'intera eredità „.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 90.

(3) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 69, ove tale principio è riaffermato.

Digitized by Google

soli e naturali successori. In mancanza di discendenti la successione passa agli ascendenti non solo per l'obbligo che incombe in ogni caso ai figli di non lasciar loro mancare il necessario, ma anche per il diritto dei genitori ai comodi della vita, quando, per mancanza di prole, il diritto dei figli non esclude quel titolo. Riassumendo, per il Locke, salvo disposizione contraria e salvo sempre il diritto agli alimenti, la successione ha luogo in linea retta discendente e ciò indefinitivamente. In mancanza di discendenti succedono gli ascendenti o l'ascendente superstite e i suoi eredi naturali.

In mancanza di ascendenti " the possessions of a private man revert to the community, and so in politic societies come into the hands of the public magistrate; but in the state of nature become again perfectly common, nobody having a right to inherit them; nor can any one have a property in them, otherwise than in other things common by nature „ (1). In mancanza pertanto di ascendenti i beni passano allo Stato. La successione dello Stato tien luogo e vece della destinazione originaria dei beni nello stato di natura. Solo il lavoro per il Locke fa passare in proprietà individuale ciò che in origine è a tutti comune; solo chi ha lavorato e risparmiato può per sè e per i figli perpetuare la proprietà individuale. Ma se egli non ha disposto e i beni, per difetto di eredi naturali, vengono a mancare di un titolare, essi ritornano comuni. Senonchè lo stato di comunione si intende diversamente nello stato civile e nello stato di natura. In quello la proprietà passa allo Stato, in quanto rappresenta l'interesse della comunità a non lasciar perdere gli effetti del lavoro delle generazioni passate; nello stato di natura, mancando chi possa rappresentare l'intera comunità, i beni ritornano in quello stato in cui si trovavano prima che il lavoro li avesse fecondati e individualizzati, ritornano cioè nella con-

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., I, § 90: " Il patrimonio del privato fa ritorno alla comunità e cioè nelle società civili passa nelle mani del pubblico magistrato; ma nello stato di natura diventa di nuovo perfettamente comune, nessuno avendo un diritto a ereditarlo: nè può alcuno in ordine ad esso acquistare una proprietà se non con i modi che valgono per le altre cose che sono comuni per natura „. Di che, aggiunge il L., parleremo a suo luogo (cioè al capo V del secondo saggio).

Digitized by Google

dizione che a qualunque permette di occuparli e lavorarli. Non vi è che un mezzo, così nello stato di natura come nello stato civile, per impedire la comunione, ed è il principio che la natura riconosce a ogni uomo di disporre liberamente dei beni che sono il frutto non solo del suo lavoro, ma del lavoro delle generazioni che lo hanno preceduto.

***

Per ciò che riguarda il diritto di primogenitura non è dubbio per noi che il pensiero del Locke debba intendersi nel senso che tale diritto non ha alcuna giustificazione nella legge di natura, secondo la quale tutti i figli devono succedere egualmente all'eredità paterna. È vero che nel libro secondo il Locke non è esplicito su questo punto. Al § 190 (ivi) il Locke afferma che ogni uomo nasce col diritto di succedere, a preferenza di ogni altro, nei beni del padre " with his brethren „. Se " with „ significhi " equally with „ Locke non dice. Ma il dubbio al riguardo sollevato dal Ritchie non è giustificato (1). Il silenzio del libro II in ordine al diritto di primogenitura si spiega ponendo mente alla larga trattazione che di esso è fatta nel libro I, tanto da costituirne la ragion precipua. Su tale diritto di primogenitura per diritto divino fondava il Filmer la sua tesi della trasmissione ereditaria del potere politico, e con questo si trasmetteva nel primogenito la proprietà dei beni. Ora nel libro I il Locke apertamente condanna, come contraria a natura, la primogenitura non solo come mezzo di trasmissione di sovranità, ma come titolo di disuguaglianza nella successione dei figli. Troviamo passi che non lasciano dubbio al riguardo. " Children by the dependance they have on their parents for subsistance, have a right of inheritance to their fathers property, as that which belongs to them for their proper good and behoof... wherein the first-born has not a sole or peculiar right by any law of God and *nature*, the younger children having an equal title with him, founded on that

(1) Cfr. Ritchie, *Locke's theory of property*, in: *Darwin and Hegel with other philosophical studies*, London, 1893, p. 184.

Digitized by Google

right they all have to maintenance, support, and comfort from their parents, and on nothing else „ (1).

La perfetta eguaglianza dei figli rispetto all'eredità paterna qui è apertamente affermata. E non meno chiaramente si esprime il Locke al § 97 dello stesso libro in cui afferma che la primogenitura non genera " any pretence to a right of solely inheriting either property or power „, cioè non genera alcuna pretesa a succedere esclusivamente sia nella proprietà sia nel potere del defunto, riservandosi di svolgere questo principio più ampiamente, ciò che fa nei paragrafi seguenti.

La condanna pertanto del diritto di primogenitura dal punto di vista del diritto di natura (che si identificava per il Locke credente con la legge divina) è chiara ed esplicita: e non è merito trascurabile l'aver sostenuto questa tesi in un'epoca in cui tale diritto era considerato come cardine della vita domestica. Vero è che il Locke lasciava aperta la via al suo riconoscimento elevando a dignità di potere domestico (*jurisdictional power*) il diritto del padre di disporre de' suoi beni tra i figli non solo in ragione della sua volontà, ma anche secondo il suo " humour „, e ciò gli permetteva di favorire il primogenito a danno degli altri figli. Ma a parte la naturalità di tale potere strettamente legato alla proprietà, esso nel pensiero del Locke mirava non tanto a favorire il primogenito quanto a garantire e a premiare l'obbedienza dei figli. " No small tie on the obedience of children „, scrive il Locke (II, 73). Non dunque il privilegio della nascita informava la volontà del padre nel distribuire i suoi beni tra i figli, ma la loro virtù, la loro condotta, il loro attaccamento alle tradizioni domestiche. La disuguaglianza di trattamento dei figli non era abbandonata al caso, ma poteva giustificarsi naturalmente.

---

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, I, § 93: " I figli, per la dipendenza in cui si trovano verso i loro genitori per la sussistenza, hanno un diritto di succedere alla proprietà del loro padre, come ciò che loro appartiene per il loro proprio bene e vantaggio; e in ciò il primogenito non ha, *per una qualsiasi legge di Dio e di natura*, un diritto esclusivo o peculiare, i figli più giovani avendo un ugual titolo con lui, fondato sul diritto che essi hanno al mantenimento, assistenza e agiatezza verso i loro genitori e su niente altro.

Digitized by Google

***

Non è a credere che i principi posti dal Locke a fondamento del diritto successorio dovessero valere solo per un ipotetico stato di natura senza alcun rapporto con le disposizioni del diritto positivo. La legge naturale ha per lui valore " whatever the municipal laws of some countries may absurdly direct otherwise „ (I, 90). La positività ha solo un valore formale e deve aver per contenuto la legge di natura. Lo Stato non crea il diritto ma lo riconosce e lo tutela. È vero che nel Locke perdura l'equivoco di scambiare le leggi di natura con ciò che è l'espressione di una lunga e inveterata consuetudine. Ma l'uso costante e universale è per lui argomento di verità solo in quanto coincide con le prescrizioni del diritto naturale. È innegabile ch'egli lavorò a liberare la tradizione dagli elementi impuri, dai pregiudizi nei quali si era tramandata.

Ma del Locke restauratore del diritto e dell'ordine naturale dev'essere rilevato un altro caratteristico aspetto per il quale vediamo temperata e talora deformata, con criteri di utilità e d'opportunità, la logica delle sue premesse fino a paralizzarne le conseguenze pratiche. Il rispetto alla tradizione, al diritto costituito, anche se iniquo e contrastante con le leggi della natura, risorge nel Locke così da giustificare la accusa di incoerenza che gli fu generalmente mossa.

Il § 73 del libro II merita per questo lato particolare rilievo (1). Quivi troviamo che condizione generale e necessaria per succedere nella proprietà immobiliare dei genitori è l'accettazione e il riconoscimento da parte degli eredi del vincolo di sudditanza verso lo Stato. " There is always annexed to the enjoyment of land, a submission to the government of the country, of which that land is a part „ (2). È vero che questa condizione riguarda solo la proprietà immobiliare e non si estende ai beni personali e mobiliari; ma comunque essa costituisce una

---

(1) Cfr. anche § 116, 117 dello stesso libro II.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 73: " È sempre congiunta al godimento del suolo una sottomissione al governo del paese di cui quel suolo è una parte „.

Digitized by Google

restrizione essenziale al duplice diritto naturale dei genitori di disporre liberamente dei loro beni, dei figli di succedere ad essi. Il Locke si sforza di giustificare tale restrizione, la quale, se non ha ragione di essere nello stato di natura, è condizione di esistenza dello stato civile volontario, di cui il territorio è parte integrante: " because commonwealths not permit any part of their dominions to be dismembered, nor to be enjoyed by any but those of their community „ (1). Dopo ciò si comprende come il diritto naturale di proprietà in quanto ha per oggetto il suolo, ha, nello stato civile, un limite insuperabile nel territorio, il quale può essere occupato e sfruttato solo da parte di coloro che, vivendo su di esso, accettano implicitamente il vincolo giuridico. E ciò perchè nessuno può per diritto di natura essere costretto a subire tale vincolo, nè può il padre obbligare i figli, i quali sono " by nature as free as himself, or any of his ancestors ever were, to choose what society they will join themselves to, what commonwealth they will put themselves under „ (2). È vero che nel pensiero del Locke i genitori possono efficacemente valersi del potere che loro compete di disporre liberamente dei loro beni per obbligare indirettamente la posterità a sottoporsi alle leggi dello Stato di cui essi sono sudditi: ma con ciò il diritto naturale di scelta dello Stato viene a perdere ogni valore pratico e diventa il privilegio dei diseredati o dei ribelli. Analogamente, in mancanza di una espressa disposizione, il diritto naturale dei figli di succedere nei beni lasciati dai genitori, diventa cosa vana se essi, per goderne, devono accettare, anche se inique, le leggi positive di uno Stato particolare.

Il Locke pertanto dopo aver proclamato la naturalità del diritto successorio lo sottoponeva a una condizione che nel fatto l'annullava: l'accettazione del vincolo politico significava l'accettazione della legge positiva che della legge di natura poteva

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc. II, § 117: " Poichè gli Stati non possono permettere che una qualunque parte del loro territorio sia smembrata, nè che sia goduta da altri che non sia della loro comunità „.

(2) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 73: " I figli (quando hanno raggiunta l'età maggiore) sono, per natura, liberi come il padre stesso, o come lo fu un qualsiasi loro antenato, di scegliere la società che loro piace, lo Stato al quale preferiscono obbedire „.

Digitized by Google

essere eventualmente la negazione. A che infatti poteva servire la condanna del diritto di primogenitura se la legge politica la riconosceva? Ai figli danneggiati non rimaneva altra via che l'abbandono della patria. E questa fu veramente la soluzione generalmente seguìta in Inghilterra nel secolo XVII da quanti insofferenti dei vincoli politici, delle leggi e delle istituzioni esistenti nel loro paese d'origine emigravano in America per attuarvi condizioni di vita più conformi alle leggi divine e naturali. Il Locke parve teorizzare questa condizione di cose elevando a diritto di natura la libertà di emigrare, a dovere l'obbedienza al potere costituito. Perciò la sua critica del diritto positivo alla luce di un più alto e vero diritto perdeva ogni carattere rivoluzionario e diveniva strumento di conservazione politica. Le deviazioni dal diritto di natura non erano per lui motivo di ribellione alle leggi positive da parte di chi aveva dimostrato di lealmente accettarle. Ciò non toglie che l'aspirazione più profonda e più sincera del Locke fu una condizione di vita civile in cui fosse attuata l'armonia tra ciò che la natura detta e il diritto positivo impone, in cui lo Stato si facesse veramente l'organo e il difensore del diritto immutabile di natura.

***

La dottrina successoria del Locke nel secolo XVIII fu in Inghilterra pressochè ignorata. L'idea che lo Stato regola il diritto successorio in conformità a particolari esigenze di ordine politico e di conservazione familiare e sociale, continuò, dopo l'Hobbes, a dominare le menti. Il Blackstone (1723-1780) pubblicando nel 1765 il suo classico *Commentario* delle leggi civili inglesi non solo mostra di ignorare il Locke, ma si fa a sostenere una dottrina diametralmente opposta, in quanto nega qualsiasi fondamento naturale al diritto successorio. " For, naturally speaking, the instant a man ceases to be, he ceases to have any dominion: else, if he had a right to dispose of his acquisitions one moment beyond his life, he would also have a right to direct their disposal for a million of ages after him: which would be highly absurd and inconvenient. All property must therefore cease upon death, considering men as absolute individuals, and unconnected with civil society ... But as, under

Digitized by Google

civilized governments which are calculated for the peace of mankind, such a constitution would be productive of endless disturbances, the universal law of almost every nation (which is a kind of secondary law of nature) has either given the dying person a power of continuing his property, by disposing of his possessions by will; or, in case he neglects to dispose of it, or is not permitted to make any disposition at all, the municipal law of the country then steps in, and declares who shall be the successor, representative, or heir of the deceased „ (1). È chiaro pertanto che per il Blackstone il diritto di disporre dei proprii beni in caso di morte non può fondarsi che su considerazioni di opportunità e convenienza politica e sociale, che non può giustificarsi *naturalmente* (2).

Egli invoca come il Locke l'uso universale, ma mentre per questi l'uso ha valore in quanto è rivelazione di una legge di natura che possiamo conoscere e rilevare, per il Blackstone l'uso ha valore per sè e sta in luogo e vece della legge di natura. Analogamente per la successione dei figli il Blackstone non nega che essa " has nature on its side „ ma aggiunge che " we often mistake for nature what we find established by long and inveterate custom „; mentre è certo che essa è " a wise

---

(1) Cfr. Blackstone, *Commentaries on the laws of England*, 1ª ediz. di Oxford, 1765–68, vol. II, c. 1, p. 10: " Poichè, naturalmente parlando, nell'istante stesso in cui un uomo cessa di esistere, egli cessa di avere un qualsiasi dominio: altrimenti, se egli avesse un diritto di disporre de' suoi beni un istante oltre la sua vita, egli avrebbe anche un diritto di imporre le sue disposizioni per un milione di anni dopo di lui, ciò che sarebbe altamente assurdo e sconveniente. Ogni proprietà deve quindi cessare colla morte, se si considerano gli uomini come assoluti individui e non legati alla società civile... Ma siccome nei governi civili, che sono predisposti per la pace del genere umano, tale costituzione produrrebbe infiniti disordini, la legge universale di quasi tutte le nazioni (la quale è una specie di legge di natura secondaria) o riconosce alla persona in vista della morte un potere di continuare la sua proprietà, disponendo dei suoi beni volontariamente, oppure (nel caso che egli trascuri di disporne, o non possa disporne) la legge del paese si sostituisce e dichiara chi sarà il successore, o il rappresentante, o l'erede del defunto „.

(2) Altrove il Blastckone (op. cit., p. 3) afferma che secondo la legge di natura alla morte del proprietario i suoi beni dovrebbero divenire comuni ed esser a disposizione del primo occupante.

Digitized by Google

and effectual, but clearly a political establishment; since the permanent right of property, vested in the ancestor himself, was no *natural*, but merely a *civil*, right „. E questo diritto civile per cui i beni si trasmettono ai figli ha lo scopo evidente " to make a man a good citizen and a useful member of society: it sets the passion on the side of duty, and prompts a man to deserve well of the public, when he is sure that the reward of his services will not die with himself, but be transmitted to those with whom he is connected by the dearest and most tender affections „ (1). Ma queste considerazioni, frutto di sentimenti e di idee che maturarono in tempi civili, non spiegano, secondo il Blackstone, la vera origine della successione dei figli, che sembra aver preceduto il diritto di disporre per testamento. Tale successione si spiega più semplicemente per la condizione di primi occupanti dei figli rispetto ad ogni altro. I figli sono i più vicini, immediati testimoni della morte dei genitori, " they become therefore generally the next immediate occupants, till at length in process of time this frequent usage ripened into general law „ (2).

Il Blackstone concorda col Locke nel ritenere che la libertà di testare non può esser vincolata dalla presenza dei figli e del coniuge. La qualità di eredi necessari è fonte di inconvenienti: non solo defrauda le giuste aspettative dei creditori, ma priva i genitori del mezzo più efficace per obbligare i figli all'obbedienza,

(1) Cfr. BLACKSTONE, op. cit., pag. 11. Diamo tradotti i passi citati, completandoli col testo: " Noi siamo portati a prima vista a credere che il diritto di successione dei figli ha la natura per sè: ma noi spesso scambiamo per natura ciò che troviamo stabilito da lunga e inveterata consuetudine. E tale diritto è certamente un saggio ed efficace provvedimento, ma evidentemente politico: poichè il diritto permanente di proprietà, di cui era investito l'antenato stesso, non era un diritto *naturale* ma meramente civile. È vero che la trasmissione dei beni di una persona alla posterità ha uno scopo evidente di rendere un uomo buon cittadino e un membro utile della società: essa pone la passione dalla parte del dovere e dispone un uomo a bene meritare del pubblico, quando egli è sicuro che il premio de' suoi servizi non muore con lui, ma è trasmesso a quelli a cui egli è legato dai più forti e teneri affetti „.

(2) Cfr. BLACKSTONE, op. cit., p. 12: " I figli diventano quindi generalmente i prossimi immediati occupanti, finchè in progresso di tempo quest'uso ripetuto si è tradotto in una legge generale „.

Digitized by Google

nè permette di disporre dei beni secondo le esigenze domestiche. Ma tali ragioni, che sono sostanzialmente quelle addotte dal Locke, giustificano per il Blackstone la ragione civile del testamento, non quella naturale (1).

La posizione pertanto del Blackstone in ordine al diritto successorio non può se non per antitesi paragonarsi con quella del Locke. La dottrina che faceva del diritto successorio una istituzione del diritto civile divenne la *communis opinio* in Inghilterra nel secolo XVIII e fu dagli scrittori generalmente seguìta. Il Christian, il più autorevole commentatore del Blackstone, mentre dissente su questo punto da quest'ultimo mostra ignorare il Locke quando nella nota al testo scrive: " *All* writers upon general law maintain, that children have no better claim by nature to succeed to the property of their deceased parents than strangers „ (2). Di questa singolare dimenticanza lo rimprovera un altro noto commentatore del Blackstone, l'Hovenden il quale fu il primo e forse il solo a rilevare il punto di vista del Locke contrario alla dominante dottrina, e del Locke riproduce i passi più notevoli del primo libro (3).

L'età pertanto del Blackstone che fu l'età dell'illuminismo inglese e comprende col Blackstone il Burke e il Paley, ignorò o finse di ignorare il Locke (4). Nè il Blackstone, nè il Burke,

---

(1) Cfr. BLACKSTONE, op. cit., pag. 13.

(2) Cfr. BLACKSTONE, op. cit., 12 th ed., with notes and addictions by Ed. Christian, London, 1784, Bk II, c. I, nota 9 a pag. 11.

(3) Cfr. BLACKSTONE, op. cit., 18 th ed., with notes by J. E. Hovenden, London, 1829, nota 21 a pag. 11. I passi del Locke riprodotti dal libro I dei *Treatises* appartengono ai §§ 87, 88, 89, 93, 97, nei quali è contenuta sostanzialmente la dottrina del Locke sul diritto successorio. Il nome del Locke non è ricordato neppure dal PALEY che pure non nega il fondamento naturale della successione dei figli. Cfr. del PALEY, *Moral and political philosophy*, London, 1785, libro III, c. 23. Neppure è ricordato il Locke dal più recente commentatore del Blackstone, lo STEPHEN, *New commentaries of the laws of England* partly founded on " Blackstone „ (1ª edizione 1841-44; 14ª, Londra, 1903). Il Locke vi è ricordato per la dottrina sulla proprietà (pag. 89), non per quella relativa al diritto successorio (ivi p. 90), in ordine alla quale lo Stephen segue l'opinione del Blackstone.

(4) Cfr. per le caratteristiche dell'età del Blackstone (1760-1790) le osservazioni del DICEY, *Law and public opinion in England*, London, 1905, Lect. V, p. 70 e seg.

Digitized by Google

nè il Paley ponevano in dubbio che i diritti individuali fossero i diritti storici del popolo inglese contro le usurpazioni del potere pubblico. Ritornare alla natura non poteva significare per essi che ritornare alle tradizioni migliori e più costanti della loro storia.

L'incomprensione del Locke nell'età successiva del Bentham si comprende anche più per il criterio di utilità applicato alla critica e alla riforma della legislazione civile e riferito alle forme storiche di essa (1). Il criterio utilitario di relatività contrastava teoricamente col criterio lockiano della natura costante e immutabile fonte di diritti e di doveri. L'idea di diritti spettanti all'individuo per dono di natura in fuori da ogni vincolo civile, l'idea di un'età d'innocenza e di eguaglianza che la corruzione dei costumi avrebbe interrotto rendendo necessario il patto di sottomissione politica, dovevano sembrare artificiose astrazioni ad un popolo che sentiva profondo il culto delle tradizioni e apprezzava le sue istituzioni in ragione del tempo di loro formazione (2).

Nè il Locke pensava altrimenti; nei risultati ultimi egli concorda sostanzialmente col Blackstone e col Bentham, ma ciò a prezzo di incoerenze, di rinuncie ai postulati naturalistici del suo sistema, di espedienti non sempre felici. Lo stato civile del Locke " has no other end but the preservation of property „ (II, § 94) e questa è " the great and chief end of men's entering into commonwealths „ (II, § 124). Ma la proprietà di cui gode l'uomo nello stato civile non è più la proprietà comunistica dello stato di natura: essa si è trasformata in proprietà civile per il tacito consenso del genere umano alla disuguaglianza dei beni, consenso che nell'uso della moneta trova

(1) Nessun riferimento al Locke nella trattazione del diritto successorio da parte del Bentham nei *Traités de législ. civ. et pen.* (ed. Dumont, Paris, 1802), vol. II, parte I, c. 22: parte II, c. 3 e 4. Cfr. al riguardo mia *Idea invid. nel dir. privato*, Torino, 1911, p. 307 e seg.

(2) Per il Locke lo stato di natura è lo stato ideale e parla della " golden age „ in un senso apparentemente storico e considera il governo come introdotto dalla " ambition and luxury of future ages „ (*Treatises*, ecc., II, § 711). Cfr. per un giusto apprezzamento del pensiero politico del Locke lo Stephen, *History of english thought in the XVIII century*, 3ª ed. (London, 1902), vol. II, c. X, p. 135 e seg.

Digitized by Google

la sua espressione concreta. Vero è che per il Locke la moneta è un espediente arbitrario, avendo essa solamente un " fantastical imaginary value „ (II, § 184), ma è un espediente che praticamente spiega e giustifica la disuguaglianza dei possessi. Così il principio che l'uomo nasce " a subject of no country or government „ (II, § 118) e che nessuno può essere legittimamente governato se non col suo consenso, che il vincolo di sovranità non si trasmette nè lega il successore, avrebbero portato logicamente a conseguenze quasi anarchiche, se il Locke, con incoerenza inspirata al criterio *utilitario* del bene comune che era nel fondo del suo pensiero, non avesse elevato l'uso e il godimento della proprietà, la sua continuazione nell'erede a manifestazione tacita di consenso e di adesione al governo stabilito e alle leggi positive. L'idea che lo Stato non solo difende ma *regola* la proprietà, che il fine ultimo della legge e del governo non è la tutela dei diritti individuali, ma il bene comune, fu chiaramente espressa in un passo poco noto del capitolo introduttivo al libro secondo de' suoi saggi: " Political power I take to be a right of making laws with penalties of death, and consequently all less penalties, for the regulating and preserving of property, and of employing the force of the community in the execution of such laws, and in the defence of the commonwealth from foreign injury, and all this only for the public good „ (1).

Il Locke pertanto doveva riparare con provvide incongruenze e con artifici più o meno abili al difetto fondamentale della sua dottrina di aver astratto l'uomo dalla vita collettiva, di aver scambiato ciò che è naturale disposizione con ciò che è giuridico. Non basta infatti aver dimostrato che determinati istituti del diritto rispondono a necessarie esigenze della natura umana per coglierne l'aspetto giuridico. Questo è intimamente legato alla loro natura sociale. L'uomo individualmente considerato non ha diritti ma solo bisogni e attributi; in virtù della convivenza ciò che è naturale o morale esigenza diventa pretensione giuridica, riconosciuta e difesa dallo Stato. Il Locke non vide l'elemento di verità insito negli sforzi del Grozio e del Pufen-

(1) Cfr. Locke, *Treatises*, ecc., II, § 3. Nelle numerose traduzioni del secondo libro il capo I introduttivo, per i riferimenti al primo, è ommesso.

Digitized by Google

dorf per ricondurre al contratto i varii istituti del diritto privato. Nella forma del contratto è implicito il riconoscimento sociale delle naturali e morali esigenze che portano l'uomo alla proprietà, alla famiglia, a sopravvivere a se stesso nei figli e nei beni. Mediante il patto l'uomo contrae una responsabilità non solo verso Dio e verso la natura, ma verso la società umana. In questa responsabilità sociale della condotta sta la fonte e la ragione del diritto. L'errore del Locke fu l'errore dei Puritani inglesi: ma tale errore è largamente compensato dal merito di aver stimolato il genio di Adamo Smith, di aver ricondotto il contenuto dei rapporti giuridici alle loro cause naturali destinate a identificarsi con le ragioni economiche dei medesimi. In tal senso e con questo limite, attraverso gli Enciclopedisti e sopratutto i Fisiocrati, la dottrina successoria del Locke non fu senza benefici effetti nella formazione della legislazione civile moderna.

Digitized by Google

Lettere di Carlo Alberto scritte durante la campagna del 1848 al conte Federigo Sclopis

Nota II del Socio nazionale residente FEDERICO PATETTA

1. — Pubblicai nel 1921, nel volume 56 degli *Atti*, undici lettere di Carlo Alberto allo Sclopis, traendone dieci dagli autografi posseduti dalla nostra Accademia e una, del 10 aprile 1848, dalle *Notizie sulla vita di Carlo Alberto* di Luigi Cibrario (Torino, 1861). Avvertii che il testo dato dal Cibrario era *probabilmente mutilo*, ma che non avevo alcuna notizia dell'originale. Anche ora non so nulla dell'autografo; conosco però il testo completo della lettera, che il collega Luzio trovò copiata con molte altre fra le carte di Nicomede Bianchi conservate nell'Archivio di Stato di Torino, e che, con la sua solita squisita cortesia, volle mettere a mia disposizione.

Il Cibrario pubblicò fedelmente la prima parte della lettera (1), ma omise i tre ultimi capoversi, che do qui a complemento della mia edizione, accompagnandoli con qualche nota:

« Une compagnie de volontaires de Pavie ayant arrêté le jeune Prince de Parme (2) qui se faisait passer pour le domestique d'un

(1) Notai due sole varianti degne di ricordo. Dove è stampato « Dans *une* lettre d'hier au Prince de Carignan „, il manoscritto ha giustamente « Dans *ma* lettre „. *Le capitaine Marazzani* diventa invece erroneamente *Maranzani*; ma qui l'errore potrebbe essere nell'autografo ed esser stato tacitamente corretto dal Cibrario.

(2) Ferdinando Carlo, che fu poi Carlo III duca di Parma, miseramente assassinato nel 1854. Conformemente ai desideri di Carlo Alberto, il Principe, che era stato arrestato insieme con un Fernandez suo compagno nella

Digitized by Google

Espagnol avec lequel il voyageait, fut d'abord conduit à Crémone, puis de là envoyé a Milan. Il énonça dans ses dépositions le désir qu'il avait de venir me rejoindre à l'armée: sa présence ici serait absolument compromettante et impossible: veuillez bien, je vous prie, en prévenir le Marquis Pareto; il m'obligerait infiniment d'écrire à Milan pour qu'on ne l'autorise point à rejoindre l'armée, et pour qu'on lui fasse savoir, ainsi qu'à son père, que sa présence ici est impossible.

" Finalement aujourd'hui le général Franzini a pu signer avec un des membres du Gouvernement provisoire (1) les accords indispensables pour les vivres de l'armée; et certes il y en avait grand besoin. Figurez-vous que dans ce même bourg où je suis, qu'un bataillon des gardes n'a pu avoir hier de rations, et que les dernières nouvelles du général Bez sont qu'on a laissé sa troupe sans rations de trente cinq à trente six heures (2). Il faut avouer que nos soldats sont, avec d'aussi graves inconvénients, d'une sagesse exemplaire.

" Coni et Casal nous arrivent l'un après l'autre. Demain de ma personne je serai à Volta, position qui domine le Mincio et tout près de l'ennemi qui occupe la position de Borghetto sur l'autre rive: j'espère que sous peu nous pourrons avoir une affaire de conséquence „ (3).

---

fuga, fu trattenuto a Milano fino al 29 maggio e mandato poi sotto scorta a Genova, dove s'imbarcò sopra una nave inglese da guerra. Carlo Alberto negò poco dopo il passaggio per i suoi stati al duca Carlo II, padre del Principe (Cfr. Giov. Sforza, *La fine di un Borbone*, estr. dalla *Nuova Antologia* del 16 sett. 1900, pp. 15-16 e p. 7). Come è noto, Carlo II aveva per moglie una Savoia; ed egli, e il figlio e tutta la famiglia erano stati spesso e per lungo tempo ospiti della Corte Sabauda. Il Duca lo era stato anche ultimamente, dal 6 al 9 novembre 1847; il Principe dal 28 ottobre al 19 dicembre 1847 e dal 12 al 14 gennaio 1848; la Principessa Luisa di Borbone, sua moglie, e la figlia Margherita dal 28 ottobre 1847 al 7 febbraio 1848.

(1) Il Beretta. Cfr. *Memorie ed osservazioni sulla guerra dell'indipendenza d'Italia nel 1848*, Torino, 1848, p. 164.

(2) Cfr. *Memorie ed osservazioni* cit., p. 163: " La brigata Bes aspettò una volta ben trentasei ore le sue razioni „.

(3) L'attacco e la presa del *villaggio del Borghetto* avevano avuto luogo fin dal 9 aprile; ma gli Austriaci erano ancora nel territorio di Borghetto, *sull'altra riva* del Mincio. L'*affaire de conséquence* sperata da Carlo Alberto si fece attendere lungo tempo, non potendo dirsi tale l'occupazione di Valleggio nella mattinata dell'11 aprile. Cfr. *Memorie ed osservazioni* cit., pp. 15-16. Il Comandini, *L'Italia nei cento anni del sec. XIX*, p. 1428 e 1430, pone l'occupazione di Borghetto prima al 9 aprile e poi di nuovo all'11.

Digitized by Google

2. — L'essermi dovuto di nuovo occupare delle lettere di Carlo Alberto allo Sclopis m'offre l'occasione, non di far una revisione completa del mio primo lavoro in proposito (poichè troppe cose avrei da modificare e da aggiungere), ma di correggere qualche inesattezza.

A pag. 216, linea 31, del citato vol. 56 degli *Atti*, è ricordato *Giacomo Lumbroso*, e deve invece leggersi *Lombroso*. L'errore è dovuto alla troppa diligenza del proto, il quale, trovando citata, poche linee dopo, una pubblicazione di Giacomo Lumbroso, credette che si trattasse della stessa persona, e nell'ultima revisione corresse quindi di suo arbitrio il mio presunto errore.

A pag. 265, lin. 4, è invece tutto mio l'errore d'aver indicata come destinataria d'una celebre lettera del Cavour la contessa di Circourt in luogo di Mélanie Waldor.

Ma d'un'altra svista ben più grave debbo fare onorevole ammenda; d'aver cioè, a pag. 236 e 237, citati come anonimi parecchi versi d'una poesia di Giovanni Prati, *La statua di Emanuele Filiberto e la sentinella*. Questa poesia fu pubblicata nel 1852 a Genova, nei *Canti politici* del Prati, pag. 133 e segg.; ed è ristampata nelle *Opere edite ed inedite*, vol. V, Milano, 1865, pag. 135 e segg. Non fu invece accolta fra le *Poesie varie* edite a cura di Olindo Malagodi per la raccolta Laterziana degli *Scrittori d'Italia* (Bari, 1916, 2 voll.), e ne tacciono, non so se di proposito o per una semplice combinazione, gli apologisti del Prati, quali, ad esempio, lo Zanichelli ed il Canderani (1). Essa consta nelle edizioni di due *dialoghi: Avanti la battaglia di Novara* e *Dopo la rotta di Novara*. I due dialoghi non furono però concepiti come parti d'un unico componimento e divulgati contemporaneamente. Il secondo è invece una specie di ritrattazione, o meglio un miserevole tentativo d'attenuare e possibilmente di velare il vero significato del primo, che nei torbidi mesi precedenti alla battaglia di Novara corse in Piemonte manoscritto, come appunto lo trovai, e raccolse certo ampia messe

(1) D. Zanichelli, *La rivoluzione del 1848 e le poesie politiche di Giovanni Prati*, in *Studi di storia costituzionale e politica del Risorgimento Italiano*, Bologna, 1900, p. 441 e sgg.: E. Canderani, *L'attività politica di Giovanni Prati considerata nella sua vita e nelle sue poesie*, Firenze, 1903. Ne tace parimenti il Martini, *Simpatie*, 2ª ed., Firenze, 1909, p. 319 e sgg.

Digitized by Google

d'applausi e di consensi da parte dei molti, che fin da principio erano stati contrarii alle riforme ed alla guerra, e dei moltissimi, che nel cattivo esito di qualsiasi impresa non vedono, secondo i casi, se non l'incapacità, la colpa o il tradimento di chi la ideò e la diresse.

Il Prati, che aveva inneggiato alla guerra e al nuovo Gedeone; che a Venezia aveva *predicato* " la necessità della immediata fusione, con tale vivacità e tale artificio da essere risguardato da molti come un emissario prezzolato „ (1), finendo col farsi espellere; espulso, con decreto del 14 dicembre 1848, anche dalla Toscana (2), giunse a Torino, in principio del 1849, con l'animo naturalmente inasprito contro i *democratici* suoi persecutori, e trovò in molte delle famiglie aristocratiche, ch'egli amava di frequentare, vivissimo malcontento non solo contro deputati e giornalisti più o meno giacobini, ma contro il Re, causa prima di tutti i mali. Ebbe allora la debolezza (per non dir peggio) di farsi interprete dell'irritazione dei suoi nobili ospiti, scrivendo, con la sua abituale facilità, una poesia, che può ben dirsi in vituperio di Carlo Alberto, non meno che del Parlamento e del Ministero, chiamati *sbrendoli di ghetto*. Emanuele Filiberto, principale interlocutore del Dialogo, parla infatti del Re con evidente disprezzo, giungendo fino a dire che vorrebbe *scavare* egli stesso *una mina al Carignano e porvi la brace*; e rimanda poi per l'esito della guerra alla *fin di luglio*, accennando così con *frizzo orrendo* (come è detto nello stessa poesia) alle sconfitte piemontesi nel luglio del 1848.

Il Prati credeva probabilmente che la sua poesia non sarebbe uscita dalle mani delle persone per le quali era stata scritta, e che, in ogni caso, si sarebbe almeno tenuto segreto il nome dell'autore. Trovandosi invece compromesso, specialmente di fronte al nuovo Re, cercò di riparare alla meglio, dichiarando in una nota che Emanuele Filiberto " vedeva le cose cogli occhi

---

(1) Parole d'una lettera di Daniele Manin, in data del 20 gennaio 1849, pubblicata dal Canderani, o. c., p. 85 e sgg.

(2) Il decreto d'espulsione è pubblicato dal Canderani, o. c., pp. 116-117. Vi si legge che " il nominato Giovanni Prati, per quanto consta da prove indubitate, *ha* con scritti e con detti insultato il popolo e risvegliata la indegnazione pubblica colle sue continue e riprovevoli provocazioni „.

Digitized by Google

e col senno de' suoi tempi „ e che *bisognava* quindi *compatire*; e aggiungendo un secondo dialogo, artisticamente molto inferiore al primo, per dar occasione al vincitore di S. Quintino di proclamare il *povero Alberto* suo *degno figlio*, *ostia insigne* caduta sull'ara della patria, *gran padre del giovinetto*, che, *leon fra le sue squadre*, doveva *attendere in silenzio l'ora* della riscossa. A Vittorio Emanuele l'illustre antenato dava anche altri *buoni* consigli, raccomandandogli di procedere con *man di ferro e cor di sasso* contro chiunque gli sbarrasse la via, e di ripetere eventualmente *l'esempio dei papaveri di Bruto* (1). E *buoni* consigli dava pure alla sentinella, cioè di *picchiar giù senza pietà* sulle spalle di *parecchi giornalisti* rei di *orrendi peccati*. Ma perchè solo sulle spalle dei giornalisti? Gli orrendi peccati, di cui s'erano resi colpevoli, erano proprio della stessa natura di quelli commessi da molti non giornalisti, propalatori di notizie false e calunniose, oratori da strapazzo, autori di satire, di epigrammi velenosi, di libelli infamanti; del peccato, per esempio, commesso, più o meno coscientemente, dal Prati quando aveva scritto il suo primo dialogo fra *la statua di Emanuele Filiberto e la sentinella*.

---

(1) Bruto, " che cacciò Tarquino „, è sostituito, con licenza evidentemente molto poetica, allo stesso Tarquinio il Superbo, il quale, secondo il notissimo racconto di Tito Livio, I, 54, suggerì al figlio l'umanitario e legalissimo espediente, che il Prati, per bocca d'Emanuele Filiberto, consigliava a Re Vittorio. Dio guardi re e popoli dai consigli dei poeti cortigiani!

L'Accademico Segretario
GIOVANNI VIDARI

Digitized by Google

Digitized by Google

INDICE

DEL VOLUME LIX.

PRESIDENTI della Reale Accademia delle Scienze di Torino dalla sua fondazione . . . . . *Pag.* III

ELENCO degli Accademici Nazionali residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 31 Dicembre 1923 . . . , V

MUTAZIONI avvenute nel Corpo accademico dal 1° gennaio al 31 dicembre 1923 . . . . . , XXI

PREMIO di fondazione Gautieri (Letteratura 1920-22) . . . . , 102

ADUNANZE:

Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . , 1, 103, 123, 141, 167, 198, 223, 245, 277, 289, 369, 504, 548, 627, 677.

Sunti degli Atti verbali della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . , 44, 109, 130, 162, 177, 213, 242, 247, 283, 321, 462, 505, 577, 672, 743.

Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite . . . . . , 543, 576, 741.

ALBENGA (Giuseppe). — Il diagramma della pressione dell'aria nel calcolo statico degli aeroplani . . . . . , 641

BERNARDI (Vittorio) v. PONZIO (Giacomo).

BERTACCHI (Cosimo). — Filippo Porena - Commemorazione . , 48

— Vittore Bellio - Commemorazione . . . . . , 110

BOMPIANI (Enrico). — Determinazioni proiettivo-differenziali relative ad una superficie dello spazio ordinario . . . . . , 409

BONANNO (Paolo). — Contributo alla teoria delle distorsioni elastiche , 278

— Sopra un caso particolare di un nuovo tipo di distorsioni elastiche che interessa alcuni problemi della pratica . . . , 385

BROSSA (Alessandro). — Apparecchio per la separazione dell'albumina dalla globulina per mezzo della osmosi elettrica . . . , 659

CAPRA (Felice). — Sulla fauna della Grotta del Pugnetto in Val di Lanzo . . . . . , 153

Digitized by Google

CARAMELLA (Santino). — Il Gioberti critico dell'idealismo post-kantiano (Nota 1ª) . . . . . *Pag.* 479
CASSINA (Ugo). — Risoluzione graduale dell'equazione cubica di Leonardo Pisano . . . . . „ 14
CIAN (Vittorio). — Relazione sul premio Gautieri per la Letteratura (triennio 1920-22) . . . . . „ 545
COGNETTI DE MARTIIS (Luigi). — Cellule di senso diffuse alla parete dei canali laterali di un Teleosteo (*Amiurus catus* L.) . „ 225
DE SANCTIS (Gaetano). — Relazione sulla Memoria del Dr. P. BAROCELLI intitolata: *La strada e le costruzioni romane della "Alpis Graia* „ . . . . . „ 165
— Relazione intorno al convegno dell'Ufficio del quinto Congresso Internazionale di Scienze Storiche . . . . . „ 615
FAGGI (Adolfo). — Eraclito di Efeso . . . . . „ 181
— Il sofisma dell'"esperienza impossibile „ . . . . . „ 285
— Hume e Magalotti . . . . . „ 348
FENOGLIO (Massimo). — Contributo allo studio della zona mineralizzata di Cogne (Val d'Aosta) . . . . . „ 558
FURLANI (Giuseppe). — Documenti giuridici assiro-cappadocî . „ 89
GRASSI (Guido). — Sul modo di variare della corrente primaria in un trasformatore . . . . . „ 300
LEVI (Mario Attilio). — L'ordinamento d'una federazione ellenica (303-302 a. C.) . . . . . „ 215
LUZIO (Alessandro). — Un dramma in casa Carducci . . . „ 325
— Mons. Fornari e V. Gioberti . . . . . „ 465
— Gli ultimi giorni di Carlo Alberto (Documenti inediti) . „ 507
MATTIROLO (Oreste). - Funghi africani raccolti dal Dott. Giovanni Negri nella Etiopia Meridionale (Scioa-Galla); e nell'Uganda (British East Africa) dal Rev. Padre Giovanni Balbo delle Missioni della Consolata di Torino . . . . . „ 713
MAZZANTINI (Carlo). — Osservazioni sopra il concetto dell'attività umana. - Considerazioni generali . . . . . „ 65
MINTO (A.). — Di una singolare figurazione di Hermes . . . „ 132
MÒNTERIN (Umberto). — Deduzioni dalle recenti ricerche sulle variazioni periodiche dei ghiacciai (con una tabella a tavola) . „ 645
PARONA (C. F.). — Osservazioni sopra alcune specie della fauna a rudiste del Colle di Medea (Friuli) . . . . . „ 143
— A proposito del dono al R. Museo Geologico di Torino della collezione "Rovasenda „ e del busto di "Angelo Sismonda „ 373
PASQUALINI (Clodoveo). — Sullo smorzamento dei vortici in seno ad un fluido vischioso incompressibile animato di moto piano „ 629
PATETTA (Federico). — Un presunto autografo di Giovanni Antonio de Petruciis conte di Policastro ed una lettera della moglie Sveva Sanseverino 553, 540
— Lettera di Cesare Balbo al P. Taparelli d'Azeglio sulla questione dei Gesuiti . . . . . „ 580

Digitized by Google

PATETTA (Federico). — Lettere di Carlo Alberto scritte durante la campagna del 1848 al conte Federigo Sclopis . . . *Pag.* 775
PICONE (Mauro). — Una proprietà delle combinazioni d'approssimazione intiere e trigonometriche per le funzioni continue . „ 679
POCHETTINO (Alfredo). — Proprietà ottiche dei cristalli di alcuni platinocianuri (Nota I) . . . . . „ 291
PONZIO (Giacomo). — Sulle idrossigliossime . . . . . „ 688
— e BERNARDI (Vittorio). — Sui perossidi delle diossime dei diacilperossidi . . . . . „ 693
PUGNO (Gius. Maria). — Sulle sollecitazioni negli scafi dei galleggianti . . . . . „ 550
ROSA (Daniele) — Sulla necessità di carte anadiomeniche e catabaptiche in sussidio della biogeografia . . . . . „ 105
RUGGERI (Gustavo). — Sul perossido della dibenzoilgliossima . „ 705
SACCO (Federico). — Nuovi cenni di fossili cretacei negli Argilloschisti dell'Appennino settentrionale . . . . . „ 30
— I fenomeni selenologici in rapporto colla gravità e l'attrazione „ 125
— Resti dell'uomo preistorico nelle Colline di Torino . . „ 430
SEGRE (Beniamino). — Una proprietà caratteristica di tre sistemi ∞^1 di superfici . . . . . „ 666
SEGRE (Corrado). — Le curve piane d'ordine n circoscritte a un $(n+1)$-latero completo di tangenti ad una conica, e una classe particolare di superficie con doppio sistema coniugato di coni circoscritti . . . . . „ 303
SEMERIA (G. B.). — Sulla configurazione dell'acido 2,3-oleico . „ 700
SESINI (Ottorino). — Sull'equilibrio di travature reticolari elastiche iperstatiche . . . . . „ 401
SIBIRANI (Filippo). — Sulla sfera paraosculatrice ad una curva storta „ 5
SOLARI (Gioele). — Il fondamento naturale del diritto successorio in Giovanni Locke . . . . . „ 745
SOMIGLIANA (Carlo). — Intorno ad alcune questioni di elastostatica (Nota 1ª) . . . . . „ 201
STAMPINI (Ettore). — Roma eterna ed il suo Natale presso gli antichi Romani . . . . . „ 248
TAVANI (F.). — Intorno all'espressione d'un complesso, funzione di variabile reale, in uno spazio ad n dimensioni . . . . „ 394
TERRACINI (Alessandro). — Sui punti di flesso delle quartiche piane generali . . . . . „ 169
— Sulle superficie con un sistema di asintotiche in complessi lineari „ 441
USSANI (Vincenzo). — Relazione dei rappresentanti delle Accademie associate sui lavori del Convegno di Bruxelles (12-14 maggio 1924) „ 618
VALLAURI (Mario). — Intorno al dramma "*Adbhutadarpana* „ . „ 595

Digitized by Google

Digitized by Google

506
TUA

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

THE LIBRARY OF THE
MAY 27 1925
UNIVERSITY OF ILLINOIS

VOL. LIX, DISP. 15ª, 1923-1924

TORINO
Libreria FRATELLI BOCCA
Via Carlo Alberto, 8.
1924

Digitized by Google

Digitized by Google

PUBBLICAZIONI FATTE SOTTO GLI AUSPICI DELL'ACCADEMIA

Il Messale miniato del card. Nicolò Roselli detto il cardinale d'Aragona. Codice della Biblioteca nazionale di Torino riprodotto in fac-simile per cura di **C. Frati, A. Baudi di Vesme** e **C. Cipolla.**

Torino, Fratelli Bocca editori, 1906, 1 vol. in-f° di 32 pp. e 134 tavole in fotocollografia.

Il codice evangelico *k* della Biblioteca Universitaria nazionale di Torino, riprodotto in fac-simile per cura di **C. Cipolla, G. De Sanctis e P. Fedele.**

Torino, Casa editrice G. Molfese, 1913, 1 vol. in-4° di 70 pagg. e 96 tav.

Opere scelte di Amedeo Avogadro (per cura di I. Guareschi).

Torino, Unione tipografico-editrice torinese, 1911, 1 vol. in-4° (4 csn., CXL-492 pp., 1 ritr.).

Miscellanea di studi danteschi. ***Dante e il Piemonte.***

Torino, Fratelli Bocca editori, 1922, in-8° (VIII-648 pp.).

Digitized by Google

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 29 Giugno 1924 . *Pag.* 677

Picone (Mauro). — Una proprietà delle combinazioni d'approssimazione intiere e trigonometriche per le funzioni continue . „ 679

Ponzio (Giacomo). — Sulle idrossigliossime . . . . . „ 688

Ponzio (Giacomo) e Bernardi (Vittorio). — Sui perossidi delle diossime dei diacilperossidi . . . . . „ 693

Semeria (G. B.). — Sulla configurazione dell'acido 2,3-oleico . „ 700

Ruggeri (Gustavo). — Sul perossido della dibenzoilgliossima . „ 705

Mattirolo (Oreste). — Funghi africani raccolti dal Dott. Giovanni Negri nella Etiopia Meridionale (Scioa-Galla); e nell'Uganda (British East Africa) dal Rev. Padre Giovanni Balbo delle Missioni della Consolata di Torino . . . . . „ 713

Classi Unite.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 6 Luglio 1924 . *Pag.* 741

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Sunto dell'Atto Verbale dell'Adunanza del 6 Luglio 1924 . *Pag.* 743

Solari (Gioele). — Il fondamento naturale del diritto successorio in Giovanni Locke . . . . . „ 745

Paretta (Federico). — Lettere di Carlo Alberto scritte durante la campagna del 1848 al conte Federigo Sclopis . . . . „ 775

Tip. Vincenzo Bona — Torino

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 071174202

Digitized by Google